

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**  
**ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017**  
**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

**Μονάδες 7**

**A2.** Έστω μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$ . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_0 \in A$ ;

**Μονάδες 4**

**A3.** Αν ομαδοποιήσουμε τις παρατηρήσεις μιας μεταβλητής σε κλάσεις, τι ονομάζουμε πλάτος μιας κλάσης;

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  και  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε ισχύει

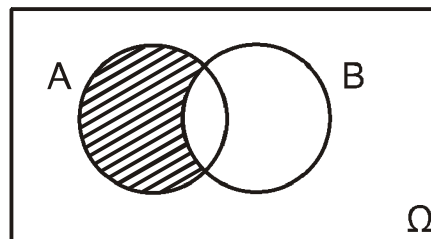
$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

**β)** Μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$ .

**γ)** Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

**δ)** Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύει ότι  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

**ε)** Το γραμμοσκιασμένο χωρίο στο διπλανό σχήμα αντιστοιχεί στο ενδεχόμενο  $B - A$ .



**Μονάδες 10**

## ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές  $x_i$  και οι αντίστοιχες συχνότητες  $v_i$  που προέκυψαν από παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$ .

$x_i$	$v_i$
1	2
3	3
5	4
9	1

**B1.** Για τις παρατηρήσεις αυτές να υπολογιστούν:

- α. η μέση τιμή  $\bar{x}$  (μονάδες 6)
- β. η διάμεσος  $\delta$  (μονάδες 5)
- γ. η διακύμανση  $s^2$ . (μονάδες 7)

**Μονάδες 18**

**B2.** Να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 7**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - x + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\epsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $A(2, f(2))$ .

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Να βρείτε τα σημεία στα οποία η ευθεία ( $\epsilon$ ) του ερωτήματος **Γ2** τέμνει τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

**Μονάδες 4**

**Γ4.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1}$ .

**Μονάδες 8**

## ΘΕΜΑ Δ

Ένα κουτί έχει τρεις μπάλες, μία άσπρη, μία μαύρη και μία κόκκινη. Κάνουμε το εξής πείραμα: παίρνουμε από το κουτί μια μπάλα, καταγράφουμε το χρώμα της και την ξαναβάζουμε στο κουτί. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία άλλη μια φορά.

**Δ1.** Να κατασκευάσετε το δένδροδιάγραμμα που περιγράφει το παραπάνω πείραμα (μονάδες 3) και να γράψετε τον δειγματικό χώρο  $\Omega$  του πειράματος. (μονάδες 2)

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

A: «η δεύτερη μπάλα που θα εξαχθεί να είναι μαύρη»

B: «να εξαχθούν δυο μπάλες διαφορετικού χρώματος».

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  του προηγούμενου πειράματος αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και A, B είναι τα ενδεχόμενα του ερωτήματος Δ2.

**α.** Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

$A^c$ ,  $A \cap B$ ,  $A - B$ ,  $B - A$ . (μονάδες 8)

**β.** Αν  $\Gamma$  είναι ένα ενδεχόμενο του δειγματικού χώρου  $\Omega$ , το οποίο είναι ασυμβίβαστο τόσο με το ενδεχόμενο A όσο και με το ενδεχόμενο B, να υπολογίσετε ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η πιθανότητα  $P(\Gamma)$ . (μονάδες 6)

**Μονάδες 14**