

Στοιχεία μαθητή:

βαθμός.....

Επώνυμο..... Όνομα..... Ημ/νία.....

Τάξη..... Τμήμα..... Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ : ΣΕΖΟΥ ΑΓΑΠΗ

ΘΕΜΑ 1^ο:

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

α) Ισχύει ότι $|α + β| = |α| + |β|$, αν $α, β$ είναι ομόσημοι.

β) Αν $θ > 0$, ισχύει η ισοδυναμία $|x| < θ \Rightarrow x > θ$ ή $x < -θ$.

γ) Αν $γ \neq 0$, τότε αν $α > β \Rightarrow α \cdot γ < β \cdot γ$.

δ) Αν $θ < 0$, τότε η ανίσωση $|x| < θ$ είναι αδύνατη.

ε) Αν $α < β < 0$, τότε $\frac{1}{α} < \frac{1}{β}$.

στ) Αν $α > β > 0$, τότε $α^ν > β^ν$, $ν \in \mathbb{N}^*$.

ζ) Ισχύει η σχέση $d(x, y) = d(x - 1, y - 1)$.

η) Ισχύει ότι $|x| = |-x|$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

θ) Ισχύει ότι $|xy| = |x| \cdot |y|$.

ι) Το τετράγωνο ενός πραγματικού αριθμού είναι θετικός αριθμός.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 2^ο:

A] Αν είναι $2 < x < 3$ και $3 < y < 5$, να αποδείξετε ότι:

α) $12 < 3x + 2y < 19$

β) $-8 < -x - y < -5$

γ) $0 < x - y + 3 < 3$

δ) $\frac{2}{5} < \frac{x}{y} < 1$

Μονάδες 15

B] Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \sqrt{3 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{6}$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο:

A] Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$\frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^2 - 3x}$$

Μονάδες 12

B] Αν οι αριθμοί x, y είναι θετικοί, να αποδείξετε ότι:

$$\frac{x+2y}{x+y} \geq \frac{2(x+y)}{2x+y}$$

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4^ο:

A] Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 2x + 1}, \text{ αν } 1 < x < 3$$

Μονάδες 12

B] Δίνεται η παράσταση $A = \frac{[(\alpha^2 \cdot \beta^3 \cdot \gamma^5)^{-1} \cdot (\alpha \cdot \beta^3 \cdot \gamma^8)^2]^2}{(\alpha^2 \cdot \beta)^{-5} \cdot (\beta^3 \cdot \gamma^{-4})^3}$, $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}^*$.

α) Να δείξετε ότι $A = \alpha^{10} \cdot \beta^{10} \cdot \gamma^{10}$.

Μονάδες 10

β) Να βρεθεί η τιμή της παράστασης για $\alpha = \frac{2011}{2014}$, $\beta = \frac{2014}{2017}$ και $\gamma = \frac{2017}{2011}$.

Μονάδες 3

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!