ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ,

Α2. δ,

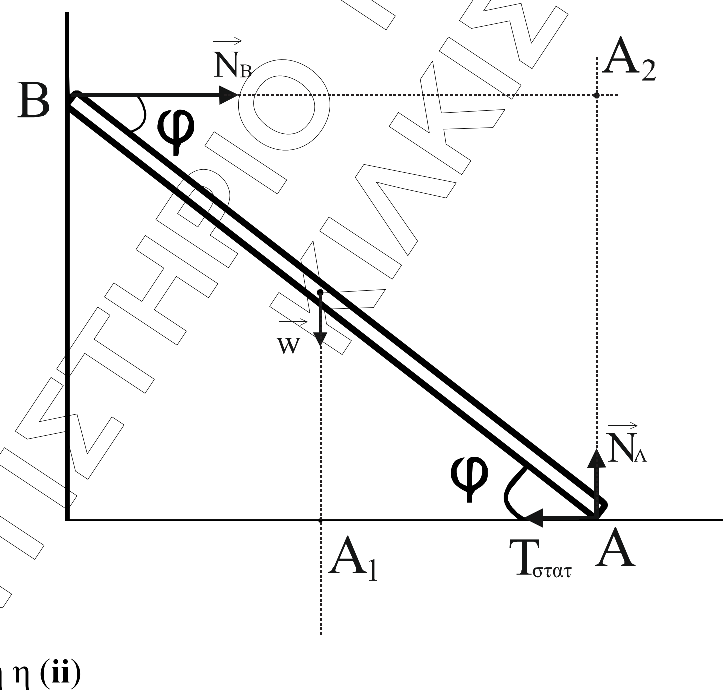
Α3. γ,

Α4. β,

Α5. **α)** Σωστή, β) Λάθος, **γ)** Σωστή, **δ)** Σωστή, **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1.



α) Σωστή η (**ii**)

β) ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

$$\Sigma Fx = 0 \Rightarrow N_B - T_{στ} = 0 \Rightarrow T_{στ} = N_B \qquad (1)$$

$$\Sigma F\psi = 0 \Rightarrow N_A - w = 0 \Rightarrow N_A = w \qquad (2)$$

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \overset{\text{ισορρ.ροπών}}{\Rightarrow} -N_B \cdot (A_2A) + w \cdot (A_1A) = 0 \Rightarrow$$

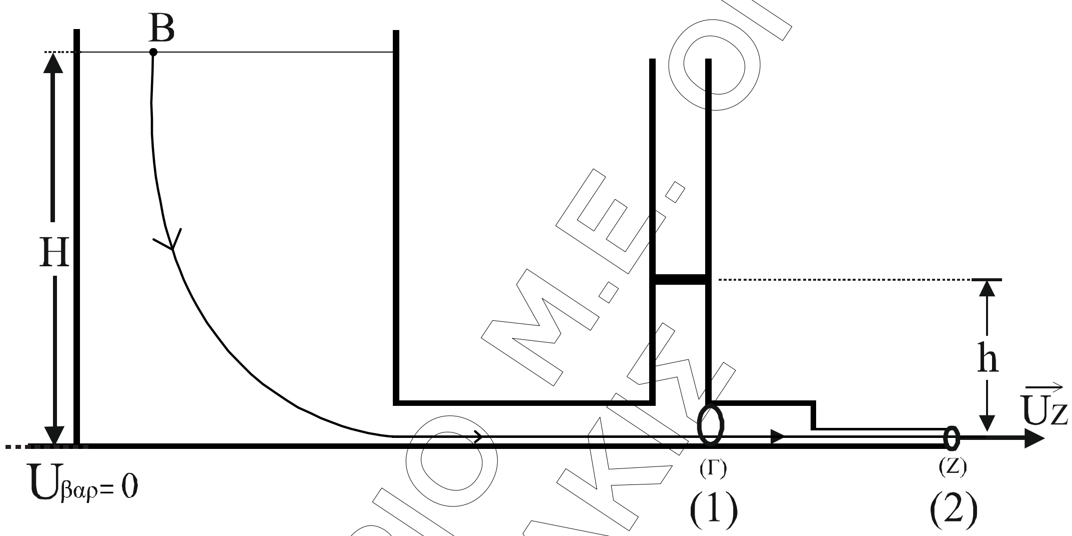
$$N_B \cdot \ell \cdot ημ\,φ = w \cdot \frac{\ell}{2} \cdot συν\,φ \Rightarrow N_B = \frac{w}{2} \cdot \frac{1}{εφ\,φ} \qquad (3)$$

Για να μην ολισθαίνει η ράβδος:

$$T\sigma\tau \le \mu_s \cdot N_A \underset{(3)}{\overset{(1)}{\Rightarrow}} \frac{w}{2}\cdot\frac{1}{\varepsilon\varphi\,\varphi} \le \mu_s \cdot w \Rightarrow \boxed{\frac{1}{2\cdot\mu_s} \le \varepsilon\varphi\,\varphi}$$

Άρα για την ελάχιστη τιμή ισχύει: $\boxed{\frac{1}{2\cdot\mu_s} = \varepsilon\varphi\,\varphi}$

Β2.



α) Σωστή η (**i**)

β) $\upsilon_{\beta\alpha\rho} = 0$

Bernoulli B → Z:

$$P_{atm} + 0 + \rho\cdot g\cdot H = P_{atm} + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_Z^2 + 0 \Rightarrow \rho\cdot g\cdot H = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_Z^2 \qquad (1)$$

Bernoulli Γ → Z:

$$P_\Gamma + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_\Gamma^2 + 0 = P_{atm} + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_Z^2 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{atm} + \frac{w}{A} + \rho\cdot g\cdot h + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_\Gamma^2 = P_{atm} + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\upsilon_Z^2 + 0 \qquad (2)$$

Εξίσωση συνέχειας, Γ → Z

$$A_1 \cdot \upsilon_\Gamma = A_2 \cdot \upsilon_Z \Rightarrow 2 \cdot \cancel{A_2} \cdot \upsilon_\Gamma = \cancel{A_2} \cdot \upsilon_\Gamma \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \frac{\upsilon_Z}{2} \qquad (3)$$

$$(3) \rightarrow (2)$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{\upsilon_Z^2}{4} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon_Z^2 \cdot \frac{3}{4} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot h = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{3}{4} \overset{\left(h = \frac{H}{4}\right)}{\Rightarrow}$$

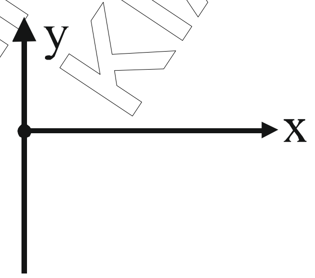
$$\frac{w}{A} + \rho \cdot g \cdot \frac{H}{4} = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{w}{A} = \rho \cdot g \cdot H \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \boxed{w = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot A}{2}}$$

Β3.

α) Σωστή η **(iii)**.

β)



Α.Δ.Ο. (άξονας y)

$$0 + 0 = m_1 \cdot \upsilon_1' - m_2 \cdot \upsilon_{2y}' \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1' = m_2 \cdot \upsilon_2' \cdot \eta\mu 30°$$

$$\cancel{m} \cdot \upsilon_1' = \cancel{2}\,\cancel{m} \cdot \upsilon_2' \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_1' = \upsilon_2'} = (1)$$

Ελαστική κρούση, άρα:

$$k_{ΟΛ}^{ΠΡΙΝ} = k_{ΟΛ}^{ΜΕΤΑ} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot υ_1^2 = \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot υ_1'^2 + \frac{1}{2}\cdot m_2 \cdot υ_2'^2$$

$$\cancel{m} \cdot υ_1^2 + \cancel{m} \cdot υ_1'^2 + 2\cdot \cancel{m} \cdot υ_2'^2 \Rightarrow$$

$$υ_1^2 = υ_1'^2 + 2\cdot υ_2'^2 \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$υ_1^2 = υ_1'^2 + 2\cdot υ_1'^2 \Rightarrow υ_1^2 = 3\cdot υ_1'^2$$

$$υ_1' = \frac{υ_1}{\sqrt{3}} \ (2)$$

Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση

$$m_1 \cdot υ_1' + 0 = \left(m_3 + m_1\right)\cdot V_k \Rightarrow$$

$$V_k = \frac{υ_1'}{2} \overset{(2)}{\Rightarrow} V_k = \frac{υ_1}{2\cdot\sqrt{3}} \ (3)$$

$$\frac{K_{1,3}}{K_1} = \frac{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cdot 2\cancel{m}\cdot V_k^2}{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cdot \cancel{m}\cdot υ_1^2} = 2\cdot\left(\frac{V_k}{υ_1}\right)^2$$

$$= 2\cdot\left(\frac{\frac{υ_1}{2\sqrt{3}}}{υ_1}\right)^2 = \frac{2}{4\cdot 3} = \frac{1}{6}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\overline{P} = I_{εν}^2 \cdot R_1 \Rightarrow I_{εν} = \sqrt{\frac{\overline{P}}{R_1}} \Rightarrow I_{εν} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2}\ A$

$$I = I_{εν}\cdot\sqrt{2} = 2\,A.$$

$$V = I\cdot R_1 \Rightarrow V = 2\cdot 6 = 12\ Volt$$

Γ2. $f' = 2 \cdot f \Rightarrow \omega' = 2 \cdot \omega \Rightarrow \omega' = 100\pi \ \ r/s$

$V' = N \cdot \omega' \cdot B \cdot A = N \cdot 2\omega \cdot B \cdot A$

$V' = 2V$

$V' = 24\,\text{Volt},$

$I' = 2 \cdot I$

$I' = 4 \cdot A$

Άρα $P_{στ} = V' \cdot I' \cdot ημ^2(\omega' t) \Rightarrow P_{στ} = 24 \cdot 4 \cdot ημ^2(100\pi \cdot t) \Rightarrow$

$$\Rightarrow P_{στ} = 96 \cdot ημ^2\left(100\pi \cdot \frac{5}{1000}\right) = 96 \cdot ημ^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 96\ \text{Watt}$$

Γ3. $F = 0{,}5\ N \qquad t_1 = 2s$

Στο χρονικό διάστημα $0 \le t \le 2$ η ράβδος εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{0{,}5}{0{,}5} = 1 m/s^2$$

$\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 = 1 \cdot 2 = 2m/s$

$$F = F_L \Rightarrow F = B \cdot I \cdot \ell \Rightarrow F = B \cdot \ell \cdot \left(\frac{B \cdot \upsilon_1 \cdot \ell}{R_{ολ}}\right)$$

$$F = \frac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot \upsilon_1}{R_{ολ.}} \Rightarrow F \cdot R_{ολ.} = B^2 \cdot \ell^2 \cdot \upsilon_1 \Rightarrow$$

$$B^2 = \frac{F \cdot R_{ολ.}}{\upsilon_1 \cdot \ell^2}, \left(\text{όπου:} \quad R_{ολ.} = R_{ΚΛ} + R_{1,2} = 2 + \frac{6+3}{6+3} = 2 + 2 = 4\Omega\right)$$

$$B^2 = \frac{0{,}5 \cdot 4}{2 \cdot 1^2} \Rightarrow B^2 = 1 \Rightarrow \boxed{B = 1T}$$

Γ4.

$$W_F = F \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 + F \cdot \upsilon_1 \cdot \left(t_2 - t_1\right)$$

$$W_F = 0{,}5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 + 0{,}5 \cdot 2 \cdot 3$$

$W_F = 1 + 3 = 4J$

Με βάση τους παραπάνω υπολογισμούς το έργο της δύναμης F στο χρονικό διάστημα από $t_1 = 2s$ έως $t_2 = 5s$ ισούται με $W_F^{'} = 3\ J$.

Εφαρμόζω Α.Δ.Ε. για την κίνηση της ράβδου στο παραπάνω χρονικο διάστημα:

$$E_{MHX}^{APX} + W_F^{'} = E_{MHX}^{TE\Lambda} + Q_J$$

Επειδή η ράβδος κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα ισχύει:

$E_{MHX}^{APX} = E_{MHX}^{TE\Lambda}$, άρα η παραπάνω σχέση μας δίνει τελικά:

$$W_F^{'} = Q_J \Rightarrow Q_J = 3\,J$$

Η θερμότητα Q_J αποδίδεται στο περιβάλλον από την αντίσταση $R_{K\Lambda}$ της ράβδου και από τις αντιστάσεις R_1 και R_2. Επειδή η αντίσταση $R_{K\Lambda}$ είναι σε σειρά συνδεδεμένη με την εξωτερική αντίσταση $R_{1,2}$, ισχύει:

$$\frac{Q_{K\Lambda}}{Q_{1,2}} = \frac{R_{K\Lambda}}{R_{1,2}} \Rightarrow \frac{Q_{K\Lambda}}{Q_{1,2}} = \frac{2}{2} \Rightarrow Q_{K\Lambda} = Q_{1,2}$$

Επιπλέον ισχύει:

$$Q_J = Q_{K\Lambda} + Q_{1,2} \Rightarrow 3 = Q_{K\Lambda} + Q_{1,2}$$

Λύνοντας το σύστημα των δυο παραπάνω εξισώσεων βρίσκουμε ότι:

$$Q_{1,2} = \frac{3}{2} J.$$

Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένες παράλληλα, συνεπώς για τις αντίστοιχες θερμότητες Q_1 και Q_2 ισχύει:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{3}{6} \Rightarrow Q_1 = 0,5 \cdot Q_2$$

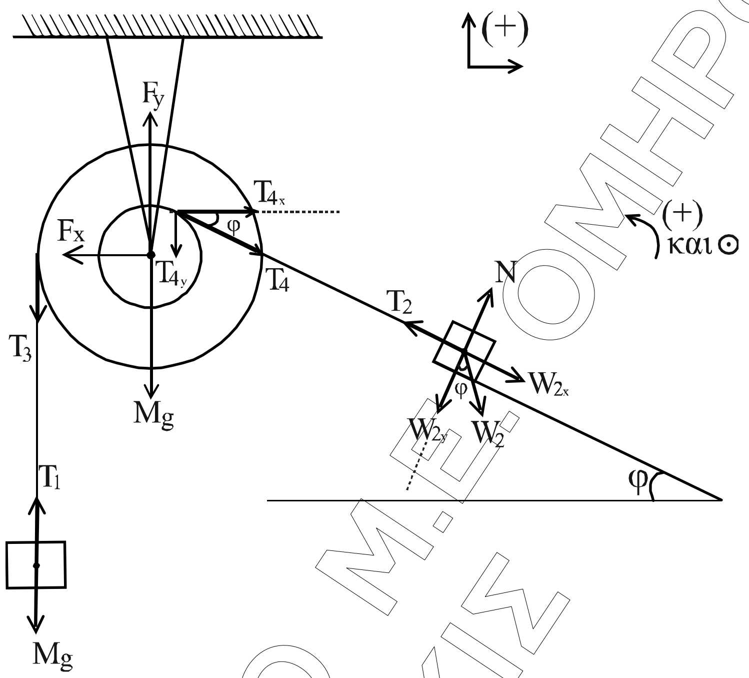
Όμως $Q_{1,2} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_{1,2} = \frac{3}{2} \cdot Q_2 \Rightarrow Q_2 = 1J$

Επομένως για το ζητούμενο ποσοστό ισχύει:

$$x = \left(\frac{Q_2}{W_F}\right) \cdot 100\% = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot 100\% = 25\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Η διπλή τροχαλία ισορροπεί στροφικά.

Άρα: $\Sigma\tau \underset{(0)}{=} 0 \Rightarrow T_3 \cdot 2r - T_4 \cdot r = 0 \Rightarrow 2T_3 = T_4$ (1)

Όμως $T_3 = T_1$ και $T_4 = T_2$ γιατί τα νήματα δεν έχουν μάζα, άρα η (1) γίνεται: $2 \cdot T_1 = T_2$ (2) .

Το Σ_1 ισορροπεί άρα $T_1 = m_1 g$ και το Σ_2 ισορροπεί άρα $T_2 = W_{2x} \Rightarrow T_2 = W_2 \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow T_2 = m_2 g \eta\mu\varphi$. Άρα η (2) γίνεται:

$$2m_1 \cancel{g} = m_2 \cancel{g} \eta\mu\varphi \Rightarrow m_1 = \frac{m_2 \cdot \eta\mu\varphi}{2} = \frac{5 \cdot 0,6}{2} = \boxed{1,5\,\text{kg}}$$

Η τροχαλία ισορροπεί και μεταφορικά.

Άρα $\left.\begin{matrix} \Sigma Fx = 0 \\ \Sigma Fy = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} T_{4x} = Fx \\ Fy = Mg + T_3 + T_{4y} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} T_4 \cdot συνφ = Fx \\ Fy = Mg + T_3 + T_4 \cdot ημφ \end{array}\right\} \xrightarrow[T_3=T_1]{T_4=T_2}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} Fx = T_2 \cdot συνφ \\ Fy = Mg + T_1 + T_2 \cdot ημφ \end{array}\right\} \xrightarrow[T_1=m_1 g]{T_2=m_2 gσυνφ}$$

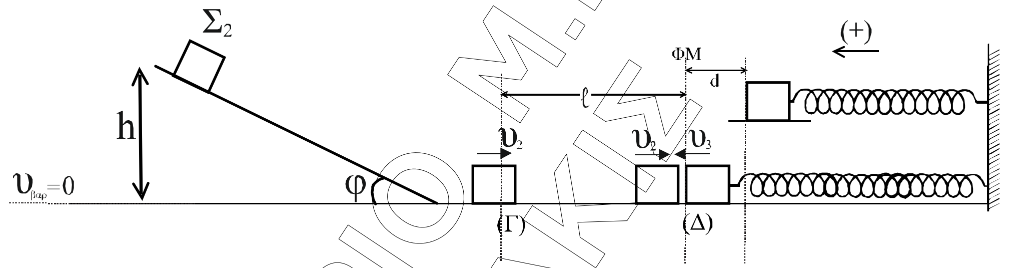
$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} Fx = m_2 g \cdot ημφ \cdot συνφ \\ Fy = Mg + m_1 g + m_2 g \cdot ημφ \cdot ημφ \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$Fx = 50 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6 = 24N$$

$$Fy = 15 + 15 + 50 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 48N$$

Έτσι $F_{άξονα} = \sqrt{Fx^2 + Fy^2} = \sqrt{24^2 + 48^2} = \sqrt{24^2 + 2^2 \cdot 24^2} = 24\sqrt{5}N.$

Δ2.



Εφαρμογή Αρχής Διατήρησης Ενέργειας για το $Σ_2$ από την αρχική του θέση μέχρι τη θέση Γ:

$$υ_{βαρ_{αρχ}} = k_{τελ} \Rightarrow \cancel{m_2} gh = \frac{1}{2}\cancel{m_2} υ_2^2 \Rightarrow |υ_2| = \sqrt{2gh} \Rightarrow |υ_2| = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}8} = 6\,m/s$$

Από το (Γ) έως το (Δ) το $Σ_2$ φτάνει μετά από χρόνο $Δt_2 = \frac{(ΓΔ)}{υ_2} \Rightarrow Δt_2 = \frac{\ell}{υ_2} = \frac{3π}{5 \cdot 6} = \frac{π}{10} sec$ αφού κινείται ευθύγραμμα και ομαλά στο επίπεδο.

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το $Σ_3$ εκτελεί το ¼ της ταλάντωσης του.

Άρα $Δt_2 = T/4$, όπου T η περίοδος ταλάντωσης του $Σ_3$.

Δηλαδή:

$$Δt_2 = \frac{1}{4} \cdot 2π\sqrt{\frac{m_3}{k}} \Rightarrow \frac{\cancel{π}}{10} = \frac{1}{4} \cdot 2\cancel{π} \cdot \sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow \frac{1}{5} = \sqrt{\frac{5}{k}} \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{5}{k} \Rightarrow \boxed{k = 125\,N/m}$$

Δ3. Στο σημείο Δ γίνεται η κεντρική ελαστική κρούση των Σ_2 και Σ_3. Επειδή έχουν ίσες μάζες έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων.

Άρα: $\upsilon_3' = -|\upsilon_2| \Rightarrow \upsilon_3' = -6\ \text{m/s}$

Και $\upsilon_2' = \upsilon_3 = \omega \cdot A$ όπου ω και Α στοιχεία της ΑΑΤ του Σ_3.

Είναι $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{125}{5}} = 5\,\text{rad/s}$ και $A = d = 0,2\text{m}$

Έτσι $\upsilon_2' = 5 \cdot 0,2 = 1\text{m/s}$

Επειδή την $t = 0$ αμέσως μετά την κρούση το Σ_3 είναι στη θέση ισορροπίας και έχει $\upsilon < 0$, παρουσιάζει λοιπόν αρχική φάση. Άρα: $x = A' \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ την t = 0 το x = 0 οπότε έχουμε $0 = \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu 0 \Rightarrow \varphi_0 = 2k\pi + \pi$ αφού η ταχύτητα είναι αρνητική.

Επειδή πρέπει $0 \le \varphi_0 < 2\pi$, το $k = 0$ άρα $\varphi_0 = \pi\ \text{rad}$.

Επειδή την υ_3' την διαθέτει το m_3 στη θέση ισορροπίας του μετά την κρούση θα είναι το μέτρο της ίσο με $\omega \cdot A'$. Δηλαδή $|\upsilon_3'| = \omega \cdot A' \Rightarrow 6 = 5 \cdot A' \Rightarrow A' = 1,2\text{m}$

Έτσι για την εξίσωση απομάκρυνσης του Σ_3 θα ισχύει: $x = 1,2 \cdot \eta\mu(5t + \pi)$ στο S.I.

Δ4. Από υπόθεση

$$K_{\tau\alpha\lambda.} = 8\upsilon_{\tau\alpha\lambda.} \Rightarrow E_{o\lambda} - \upsilon_{\tau\alpha\lambda.} = 8\upsilon_{\tau\alpha\lambda.} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot A'^2 = 9 \cdot \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x = \pm \dfrac{A'}{3} = \pm 0,4\text{m}$ και $\Rightarrow x = -0,4\text{m}$, αφού είναι για πρώτη φορά μετά την κρούση.

Έτσι: $\dfrac{dP}{dt} = \Sigma F = -k \cdot x = -125 \cdot (-0,4) = 50\ \text{kgr} \cdot \text{m/s}^2 \Rightarrow \dfrac{dP}{dt} = 50\,\text{kgr} \cdot \text{m/s}^2$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma\vec{F}\cdot d\vec{x}}{dt} = \Sigma\vec{F}\cdot\overrightarrow{\upsilon_3} = -k\cdot\vec{x}\cdot\overrightarrow{\upsilon_3}$$ επειδή $\vec{x}$ και $\overrightarrow{\upsilon_3}$ συγγραμικά

έχουμε: $\frac{dK}{dt} = -k\cdot x\cdot\upsilon_3$

Όμως $K_{\tau\alpha\lambda} = 8\cdot\upsilon_{\tau\alpha\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_3\cdot\upsilon_3^2 = 8\cdot\frac{1}{2}\cdot m_3\cdot\omega^2\cdot x^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_3^2 = 8\cdot 25\cdot 0,4^2 \Rightarrow \upsilon_3^2 = 32 \Rightarrow |\upsilon_3| = 4\sqrt{2}\ m/s$

Άρα $\left|\frac{dK}{dt}\right| = k\cdot|x|\cdot|\upsilon_3| = 125\cdot 0,4\cdot 4\sqrt{2} = 200\sqrt{2}\ J/s$

Δ5. Το Σ_3 περνά από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου $\Delta t = \frac{T}{2}$ μετά την κρούση αφού εκτελεί μέχρι τότε την μισή ταλάντωση.

Άρα το Σ_2 θα διανύσει προς τα αριστερά $\Delta x_2 = \upsilon_2'\cdot\Delta t = \upsilon_2'\cdot\frac{T}{2} = \upsilon_2'\cdot\frac{2\pi}{2}\cdot\sqrt{\frac{m_3}{k}} = 1\cdot\pi\cdot\sqrt{\frac{5}{125}} = 0,2\pi\ m = 0,628\ m.$

Επειδή το Σ_3 ξεκίνησε από τη θέση φυσικού μήκους αμέσως μετά την κρούση και κατέληξε στην ίδια θέση μετά από $\Delta t = \frac{T}{2}$ η μεταξύ των δύο σωμάτων απόσταση «διαμορφώθηκε» μόνο από την κίνηση του Σ_2.

Άρα $\Delta d = \Delta x_2 = 0,628\,m$