ΘΕΜΑ Α

Κρούσεις

Πολλαπλής Επιλογής

1.1. γ
1.2 δ.
1.3 δ.
1.4 δ.
1.5 α.
1.6 β.
1.7 δ.
1.8 δ.
1.9 γ.
1.10 α.
1.11 δ.
1.12 δ.
1.13 β.
1.14 γ.

Σωστού – Λάθους

1.15 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Λ.
1.16 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.17 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Λ
1.18 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ
1.19 α. Σ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Λ
1.20 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Λ
1.21 α. Λ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ

Ταλαντώσεις

Πολλαπλής Επιλογής

1.22 δ.
1.23 δ.
1.24 β.
1.25 δ.
1.26 δ.
1.27 γ.
1.28 β.
1.29 γ.
1.30 γ
1.31 δ.
1.32 δ.
1.33 δ.
1.34 δ.
1.35 γ.
1.36 δ.
1.37 γ.
1.38 δ.
1.39 δ.
1.40 δ.
1.41 γ.
1.42 γ.
1.43 δ.
1.44 β.
1.45 β.
1.46 δ.
1.47 β.

Σωστού-Λάθους

1.48 α. Λ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ
1.49 α. Λ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.50 α. Λ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.51 α. Λ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ
1.52 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ
1.53 α. Λ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.54 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.55 α. Λ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Λ
1.56 α. Λ, β. Λ, γ. Σ δ. Λ, ε. Σ
1.57 α. Σ, β. Σ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.58 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Λ
1.59 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Λ

Στερεό Σώμα

Πολλαπλής Επιλογής

1.60 γ.
1.61 β.
1.62 δ.
1.63 β.
1.64 β.
1.65 δ
1.66 γ.
1.67 β.
1.68 γ.
1.69 δ.
1.70 γ.
1.71 γ.
1.72 δ.
1.73 γ.
1.74 β.
1.75 γ.
1.76 δ.
1.77 β.
1.78 γ.
1.79 β.
1.80 α.
1.81 γ.
1.82 δ.
1.83 β.
1.84 γ.
1.85 δ.

Σωστού-Λάθους

1.86 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.87 α. Λ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.88 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ

Κύματα

πολλαπλής Επιλογής

1.89 β.
1.90 β.
1.91 γ.
1.92 α.
1.93 γ.
1.94 β.
1.95 α.
1.96 β.
1.97 β.
1.98 δ.
1.99 β.
1.100 γ.
1.101 δ.
1.102 δ.
1.103 γ.
1.104 β.
1.105 δ.
1.106 γ.
1.107 β.
1.108 β.
1.109 β.
1.110 δ.
1.111 β.
1.112 γ.
1.113 γ.
1.114 γ.
1.115 δ.
1.116 γ.
1.117 β.
1.118 δ.

Σωστού-Λάθους

1.119 α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.120 α. Λ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.121 α. Σ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Λ
1.122 α. Λ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Σ
1.123 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.124 α. Λ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ
1.125 α. Λ, β. Σ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Λ
1.126 α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Λ
1.127 α. Λ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ

Ηλεκτρομαγνητισμός

Πολλαπλής Επιλογής

1.128 γ.
1.129 γ.
1.130 δ
1.131 γ.
1.132 β.
1.133 α.
1.134 γ.
1.135 β.
1.136 γ.
1.137 α.
1.138 γ.
1.139 γ.
1.140 γ.
1.141 γ.
1.142 α.
1.143 γ.
1.144 γ.
1.145 γ.
1.146 γ.
1.147 γ.
1.148 δ.
1.149 α.
1.150 δ.
1.151 β.
1.152 δ.
1.153 γ.
1.154 β.
1.155 β.
1.156 δ.
1.157 δ.
1.158 γ.
1.159 β.
1.160 β.
1.161 δ.
1.162 δ.
1.163 δ.
1.164 γ.
1.165 δ.
1.166 β.
1.167 δ.
1.168 γ.

Σωστού- Λάθους

1.169 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.170 α. Λ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.171 α. Λ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.172 α. Λ, β. Σ γ. Λ, δ. Σ, ε. Λ
1.173 α. Λ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.174 α. Λ, β. Λ, γ. Σ, δ. Λ ε. Σ
1.175 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Λ
1.176 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ

1.177 α. Σ, β. Λ γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ
1.178 α. Σ, β. Σ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.179 α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.180 α. Λ, β. Λ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ
1.181 α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ
1.182 α. Λ, β. Σ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.183 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Σ
1.184 α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Λ ε. Σ
1.185 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Λ
1.186 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.187 α. Λ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ
1.188 α. Λ, β. Σ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Λ
1.189 α. Λ, β. Σ, γ .Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.190 α. Λ, β. Σ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.191 α. Σ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ

Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα

Πολλαπλής επιλογής

1.192 γ.
1.193 β.
1.194 γ.
1.195 α.
1.196 ε.
1.197 γ.
1.198 δ.
1.199 β.

Σωστού – Λάθους

1.200 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.201 α. Λ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ
1.202 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.203 α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ

Κβαντομηχανική

Πολλαπλής επιλογής

1.204 γ
1.205 δ
1.206 γ
1.207 β
1.208 γ
1.209 δ
1.210 β
1.211 δ
1.212 δ
1.213 β
1.214 γ
1.215 δ
1.216 γ
1.217 β
1.218 β
1.219 β
1.220 γ
1.221 γ
1.222 γ
1.223 γ
1.224 α
1.225 γ
1.226 γ
1.227 α
1.228 β
1.229 β
1.230 δ
1.231 δ
1.232 δ

Σωστού- Λάθους

1.233 α. Λ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.234 α. Λ, β. Λ, γ. Σ, δ. Σ, ε. Λ
1.235 α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Λ
1.236 α. Λ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Λ
1.237 α. Σ, β. Λ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ
1.238 α. Λ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ
1,239 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ
1.240 α. Σ, β. Λ. γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ
1.241 α. Λ, β. Σ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ
1.242 α. Λ, β. Λ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Λ
1.243 α. Λ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ. ε. Λ
1.244 α. Σ, β. Σ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ
1.245 α. Λ, β. Λ, γ. Λ, δ. Σ, ε. Σ

Κρούσεις

2.1 Σωστό το **(α)**.
Για την κρούση της σφαίρας Α με την ακίνητη σφαίρα Β οι ταχύτητες μετά την κρούση θα είναι αντίθετες.

$$\upsilon_A' = -\upsilon_B' \Rightarrow \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\upsilon_A = -\frac{2m_A}{m_A + m_B}\upsilon_A \Rightarrow m_A - m_B = -2m_A \Rightarrow m_B = 3m_A$$

Για την κρούση της σφαίρας Β με την ακίνητη σφαίρα Α, έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} u_B' &= \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B}\upsilon_B \\ u_A' &= \frac{2m_B}{m_A + m_B}\upsilon_B \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{u_A'}{u_B'} = \frac{2m_B}{m_B - m_A} = \frac{2\cdot 3m_A}{3m_A - m_A} = \frac{6m_A}{2m_A} \Rightarrow \frac{u_A'}{u_B'} = 3$$

2.2 . i. Σωστό το **(β)**, **ii.** Σωστό το **(α)**
i. Επειδή $M > m$ η σφαίρα Σ_1 κινείται με αρνητική ταχύτητα μετά την κρούση

$$|P_1'| = 75/100\,|P_1| \Rightarrow P_1' = -75/100\,P_1 \Rightarrow \upsilon_1' = -3/4\,\upsilon_1$$

$$\Delta P_1 = P_1' - P_1 = -\frac{3}{4}P_1 - P_1 = -\frac{7}{4}P_1 = -\frac{7}{4}m\upsilon \Rightarrow |\Delta P_1| = \frac{7}{4}m\upsilon = 1{,}75m\upsilon$$

ii. $\upsilon_1' = -\frac{3}{4}\upsilon_1 \Rightarrow \frac{m - M}{m + M}\upsilon = -\frac{3}{4}\upsilon \Rightarrow 3m + 3M = -4m + 4M \Rightarrow 7m = M \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{7}$

2.3 Σωστό το **(α)**

$$K_1' = K_1 - \frac{64}{100}K_1 \Rightarrow K_1' = \frac{36}{100}K_1 \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{6}{10}\upsilon_1 = \frac{3}{5}\upsilon_1 \Rightarrow$$

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{3}{5}\upsilon_1 \Rightarrow 5m_1 - 5m_2 = 3m_1 + 3m_2 \Rightarrow 2m_1 = 8m_2 \Rightarrow m_1 = 4m_2$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{8m_2}{5m_2}\upsilon_1 = \frac{8}{5}\upsilon_1 \;\; \text{οπότε:}\;\; \frac{P_1'}{P_2'} = m_1\frac{3}{5}\upsilon_1 \Big/ m_2\frac{8}{5}\upsilon_1 = \frac{4m_2}{m_2}\cdot\frac{3}{8} = \frac{3}{2}$$

2.4 Σωστό το **(γ)**

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 - \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \Rightarrow 0 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}2\upsilon_2 - \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \Rightarrow m_1 = 2m_2$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Big/ \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 = 2\cdot 4 = 8$$

2.5 Σωστό το **(γ)**

$$P_1' = P_2' \Rightarrow m_1\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = m_2\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow m_1 - m_2 = 2m_2 \Rightarrow m_1 = 3m_2$$

$$\frac{K_1'}{K_2'} = \frac{P_1'^2/2m_1}{P_2'^2/2m_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow K_2' = 3K_1'$$

2.6 Σωστό το **(γ)**.
Οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες και κινητικές ενέργειες: $K_1' = K_1/4$ και $K_2' = K_1$

$$\Delta K_1 = -\frac{3}{4}K_1 \Rightarrow \Delta K_2 = \frac{3}{4}K_1 \Rightarrow K_2' - K_2 = \frac{3}{4}K_1 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{4}K_1$$

$$\frac{\Delta K_2}{K_2} = \frac{3}{4}K_1 \Big/ \frac{1}{4}K_1 = 300\%$$

2.7 Σωστό το **(γ)**.

$$K_2' = 4K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m_2 \upsilon_2'^2 = 4\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow \begin{bmatrix} \upsilon_2' = -2\upsilon_0 \\ \upsilon_2' = +2\upsilon_0 \end{bmatrix}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2 \Rightarrow 2\upsilon_0 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_0 - \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_0 \Rightarrow$$

$$2 = \frac{2m_1 - m_2 + m_1}{m_1+m_2} \Rightarrow 2m_1 + 2m_2 = 3m_1 - m_2 \Rightarrow m_1 = 3m_2$$

Η $\upsilon_2' = -2\upsilon_0$ οδηγεί σε αρνητική μάζα.

2.8 Σωστό το **(β)**.

$$\frac{K_1}{K_2} = 2 \Rightarrow K_1 = 2K_2 \quad \text{και} \quad \frac{K_1'}{K_2'} = 2 \Rightarrow K_1' = 2K_2'$$

$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2' \Rightarrow 3K_2 = 3K_2' \Rightarrow K_2 = K_2' \Rightarrow \frac{P_2^2}{2m_2} = \frac{P_2'^2}{2m_2} \Rightarrow P_2^2 = P_2'^2 \Rightarrow P_2' = -P_2$$

Και αντίστοιχα : $P_1' = -P_1$

$$P_1 + P_2 = P_1' + P_1' \Rightarrow P_1 + P_2 = -P_1 - P_2 \Rightarrow 2P_1 + 2P_2 = 0 \Rightarrow P_1 = -P_2$$

$$K_1 = 2K_2 \Rightarrow P_1^2/2m_1 = 2\,P_2^2/2m_2 \Rightarrow m_2 = 2m_1 \Rightarrow m_2/m_1 = 2$$

2.9 Σωστό το **(γ)**.

$$-p + p = p_1' + p_2' \Rightarrow p_1' = -p_2'$$

$$\frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{2m_2} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2} \Rightarrow \frac{1}{2}p^2\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) = \frac{1}{2}p_1'^2\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) \Rightarrow p_1'^2 = p^2$$

$$\Delta K_1 = \frac{p_1'^2}{2m_1} - \frac{p^2}{2m_1} = \frac{p^2}{2m_1} - \frac{p^2}{2m_1} \Rightarrow \Delta K_1 = 0 \Rightarrow \Delta K_2 = -\Delta K_1 \Rightarrow \Delta K_2 = 0$$

2.10 Σωστό το **(α)**.
Μετά την κρούση της m_2 με την m_3 η σφαίρες κινούνται u_1, u_2, u_3 και $u_1 = 0$

$$u_2 = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3}\upsilon_o = \frac{m - 4m}{5m}\upsilon_o = -\frac{3}{5}\upsilon_o \;, u_3 = \frac{2m_2}{m_2+m_3}\upsilon_o = \frac{2m}{5m}\upsilon_o = \frac{2}{5}\upsilon_o$$

Η σφαίρα Σ2 επιστρέφει και συγκρούεται με την σφαίρα Σ1.
Μετά την δεύτερη κρούση η σφαίρες κινούνται με ταχύτητες V_1, V_2, V_3

$$V_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{2m_2}{m_1+m_2}u_2 = \frac{2}{5}u_2 = \frac{2}{5}\left(-\frac{3}{5}\upsilon_o\right) = -\frac{6}{25}\upsilon_o$$

$$V_2 = \frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1+m_2}u_2 = \frac{m - 4m}{5m}\left(-\frac{3}{5}\upsilon_o\right) = \frac{9}{25}\upsilon_o$$

$V_3 = \frac{2}{5}\upsilon_o = \frac{10}{25}\upsilon_o$: $V_2 < V_3 \Rightarrow$ δεν γίνεται άλλη κρούση μετά την δεύτερη ⇒2κρούσεις

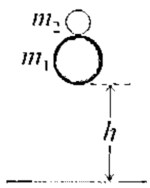
2.11 Σωστό το (γ)

$$\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2 + \upsilon_2' \Rightarrow \upsilon_1 = \upsilon_2' - \upsilon_1'$$

$$Είναι\ πάντα: \ \upsilon_1' < \upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' < \upsilon_2' - \upsilon_1' \Rightarrow 2\upsilon_1' < \upsilon_2' \Rightarrow \upsilon_1' < \upsilon_2'/2$$

Άρα δεν μπορεί να είναι: $\upsilon_1' = 3\,\upsilon_2'/4$

2.12 i. Σωστό το (γ), **ii.** Σωστό είναι το (γ).



i. Οι σφαίρες φτάνουν στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \sqrt{2gh}$. Η σφαίρα m_1 ανακλάται και λίγο πριν την κρούση τους οι σφαίρες έχουν ταχύτητες υ και -υ . Αμέσως μετά την κρούση τους η σφαίρα Σ1:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}(-\upsilon) = \frac{m_1 - 3m_2}{m_1 + m_2}\upsilon$$

$$\upsilon_1' = 0 \Rightarrow \frac{m_1 - 3m_2}{m_1 + m_2}\upsilon = 0 \Rightarrow m_1 = 3m_2 \Rightarrow m_1/m_2 = 3$$

ii. Αμέσως μετά την κρούση μεταξύ των σφαιρών, η σφαίρα μάζας m_2 έχει ταχύτητα:

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}(-\upsilon) = \frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon = \frac{3 \cdot 3m_2 - m_2}{3m_2 + m_2}\upsilon = 2\upsilon$$

$$h' = \upsilon_2'^2/2g = 4\upsilon^2/2g = 4 \cdot 2gh/2g \Rightarrow h' = 4h$$

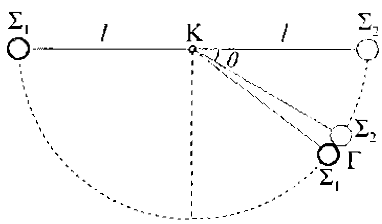
2.13 Σωστό το (**β**).

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \Rightarrow -\upsilon_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 - \frac{2m_2}{m_1 + m_2}3\upsilon_1 \Rightarrow m_1 = 3m_2$$

Πριν την κρούση αντίθετες ορμές άρα και μετά την κρούση θα έχουν αντίθετες ορμές

$$\frac{K_1'}{K_2'} = \frac{p_1'^2}{2m_1}\Big/\frac{p_2'^2}{2m_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{m_2}{3m_2} = \frac{1}{3}$$

2.14 Σωστό το (**β**)



Κεντρική και ελαστικά σε κάποια θέση Γ η οποία βρίσκεται πιο κάτω κατά h από την θέση που τα αφήσαμε ελεύθερα. $h = l\sigma\upsilon\nu\theta = l/2$ και με ΘΜΚΕ ή ΑΔΜΕ ⇒ι λίγο πριν την κρούση τα σώματα έχουν αντίθετες ταχύτητες μέτρου $\upsilon = \sqrt{gl}$

$$\upsilon_1 = \upsilon\,, \upsilon_2 = -\upsilon$$

Μετά την κρούση το σώμα Σ1 αποκτά υ_1' κάνει οριακά ανακύκλωση ⇒ φτάνει στο ψηλότερο σημείο Δ με ταχύτητα: $\upsilon_\Delta = \sqrt{gl}$

Το Δ βρίσκεται σε ύψος $l/2 + l = 3l/2$ από το σημείο της κρούσης.

Θα υπολογίσουμε την υ_1' εφαρμόζοντας ΑΔΜΕ ή ΘΜΚΕ (Γ στο Δ)

$$1/2\,m_1\upsilon_1'^2 = 1/2\,m_1\upsilon_\Delta^2 + m_1 g\,3/2\,l \Rightarrow \upsilon_1'^2 = gl + 3gl \Rightarrow \upsilon_1'^2 = 4gl \Rightarrow |\upsilon_1'| = 2\sqrt{gl}$$

Άρα η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σφαιριδίου Σ1 μετά την κρούση μπορεί να είναι

$$\upsilon_1' = \pm 2\sqrt{gl} \pm 2\upsilon$$

Αποκλείεται να είναι $\upsilon_1' = +2\sqrt{gl}$ διότι προκύπτει $m_1 + 5m_2 = 0$ $(άτοπο)$

Άρα: $\upsilon_1' = -2\upsilon \Rightarrow \upsilon_1' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \Rightarrow -2\upsilon = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon - \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon$

$$\Rightarrow -2m_1 - 2m_2 = m_1 - m_2 - 2m_2 \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

2.15 Σωστό το **(α)**.

$$\frac{\Delta K_1}{K_1} = -\frac{\Delta K_2}{K_2} \Rightarrow K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\upsilon_2^2}{\upsilon_1^2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 4$$

2.16 Σωστό το **(γ)**.

$$K_1' = \frac{1}{4}K_1 \Rightarrow \upsilon_1' = \pm\frac{1}{2}\upsilon_1 \ \ και \ \ K_2' = K_2 + \frac{300}{100}K_2 = 4K_2 \Rightarrow \upsilon_2' = 2\upsilon_2$$

Η κρούση είναι κεντρική ελαστική: $\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2 + \upsilon_2'$

$$Αν: \ \ \upsilon_1' = \frac{1}{2}\upsilon_1 \Rightarrow \frac{1}{2}\upsilon_1 + \upsilon_1 = \upsilon_2 + 2\upsilon_2 \Rightarrow \frac{3}{2}\upsilon_1 = 3\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{\upsilon_1}{2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2' = 2\frac{\upsilon_1}{2} = \upsilon_1 \Rightarrow Ανταλλαγή\ ταχυτήτων \Rightarrow ίσες\ μάζες\ (άτοπο)$$

$$Αν: \ \upsilon_1' = -\frac{1}{2}\upsilon_1 \Rightarrow -\frac{1}{2}\upsilon_1 + \upsilon_1 = \upsilon_2 + 2\upsilon_2 \Rightarrow \frac{1}{2}\upsilon_1 = 3\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = 6\upsilon_2$$

$$2\upsilon_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}6\upsilon_2 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \Rightarrow 2(m_1 + m_2) = 12m_1 + m_2 - m_1 \Rightarrow m_2 = 9m_1$$

2.17 Σωστό το **(α)**.

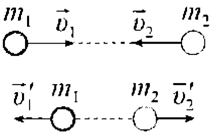
$$m_1\upsilon_1 = -m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2' \Rightarrow m_1\upsilon_1 = (m_2 - m_1)\upsilon_1/2 \Rightarrow 2m_1 = m_2 - m_1 \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

$$K = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \ \ και \ \ K' = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}m_1\frac{\upsilon_1^2}{4} + \frac{1}{2}3m_1\frac{\upsilon_1^2}{4} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2$$

Εφόσον $K = K'$, η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

2.18 Σωστό το **(β)**.

Μετά την κρούση οι σφαίρες θα έχουν ταχύτητες υ_1' και υ_2'.



$$\Delta K_1 = ελάχιστη = 0 \ \Rightarrow \ K_1' = K_1 \ \rightarrow \upsilon_1' = -\upsilon \ \ (1)$$

Η απώλεια κινητικής ενέργειας της 2ης είναι μέγιστη άρα:

$$\Delta K_2 = (max) \Rightarrow \ K_2' = 0 \ \ \rightarrow \upsilon_2' = 0 \ \ \ (2)$$

$$m_1\upsilon - m_2\upsilon = -m_1\upsilon \ \ \rightarrow 2m_1\upsilon = m_2\upsilon \ \rightarrow \ m_2 = 2m_1 \ \ \ (3)$$

$$K_{\pi\rho} = \frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}2m_1\upsilon^2 = 3\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 \ \ \ \ (4)$$

$$Q = K_2 = \frac{1}{2}2m_1\upsilon^2 = 2\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 \Rightarrow \ \frac{Q}{K_{\pi\rho}} = \frac{2}{3} \ \ \ \ \ \ \ \ (6)$$

2.19 i. Σωστό το **(γ)**, **ii.** Σωστό το **(α)**

i. Από τη διατήρηση της ορμής έχουμε: $m_1 \upsilon_1 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = m_1\upsilon_1/m_1 + m_2$

$$K' = \frac{25}{100}K \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = \frac{25}{100}\cdot\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1\right)^2 = \frac{1}{4}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

ii. $$V = m_1\upsilon_1/m_1 + m_2 = m_1\upsilon_1/m_1 + 3m_1 = 1/4\,\upsilon_1$$

$$\frac{p_2'}{p_1} = \frac{m_2V}{m_1\upsilon_1} = \frac{3m_1\frac{1}{4}\upsilon_1}{m_1\upsilon_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{p_2'}{p_1} = 75\%$$

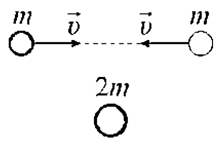
2.20 Σωστό το **(β)**. $m\upsilon = (m + M)V \Rightarrow V = m\upsilon/m + M$

$$Q = K - K' = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m + M)V^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m + M)\frac{m^2}{(m + M)^2}\upsilon^2 \Rightarrow$$

$$Q = \frac{1}{2}m\upsilon^2\left(1 - \frac{m}{m + M}\right) \Rightarrow Q = \frac{1}{2}\frac{mM}{m + M}\upsilon^2$$

Και στις δύο περιπτώσεις η ταχύτητα είναι ίδια, οπότε: $Q_1 = Q_2 \Rightarrow Q_1/Q_2 = 1$

2.21 Σωστό το (γ).



Στην περίπτωση που κινούνται και τα δύο σώματα από ΑΔΟ:

$$m\upsilon - m\upsilon = 2mV \Rightarrow V = 0 \quad \kappa\alpha\iota \quad Q = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 = m\upsilon^2$$

Στην περίπτωση που το ένα σώμα ακίνητο $m2\upsilon = 2mV \Rightarrow V = \upsilon$

$$Q' = \frac{1}{2}m4\upsilon^2 - \frac{1}{2}2mV^2 = 2m\upsilon^2 - \frac{1}{2}2m\upsilon^2 = m\upsilon^2$$

$$Q/Q' = m\upsilon^2/m\upsilon^2 \Rightarrow Q/Q' = 1$$

2.22 Σωστό το **(α)**.

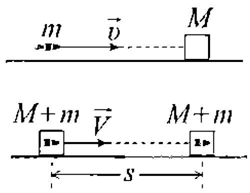
$$m_A\upsilon = (m_A + m_B)V \Rightarrow V/\upsilon = m_A/m_A + m_B$$

$$\frac{Q}{K} = \frac{K - K'}{K} = 1 - \frac{K'}{K} = 1 - \frac{(m_A + m_B)V^2}{m_A\upsilon^2} = 1 - \frac{(m_A + m_B)}{m_A}\frac{m_A^2}{(m_A + m_B)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{Q}{K} = 1 - \frac{m_A}{m_A + m_B} \Rightarrow \frac{Q}{K} = \frac{m_B}{m_A + m_B}$$

Το κλάσμα Q/K είναι ανεξάρτητο της ταχύτητας, θα είναι το ίδιο με το προηγούμενο. Επομένως το ζητούμενο ποσοστό θα είναι 25%.

2.23 Σωστό το (γ).



$$m\upsilon = (M + m)V \Rightarrow V = m\upsilon/M + m$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau} = Q_{\tau\rho} = \frac{1}{2}(M + m)V^2 = \frac{1}{2}(M + m)\left(\frac{m}{M + m}\right)^2\upsilon^2 \Rightarrow$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau} = \frac{m}{M + m}\frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{m}{M + m}K_{\pi\rho}$$

$$Q_{\kappa\rho} = K_{\pi\rho} - K_{\mu\varepsilon\tau}$$
$$\frac{Q_{\kappa\rho}}{Q_{\tau\rho}} = \frac{K_{\pi\rho} - K_{\mu\varepsilon\tau}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{K_{\pi\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} - 1 = K_{\pi\rho}/\frac{m}{M+m}K_{\pi\rho} - 1 = \frac{M+m}{m} - 1 = \frac{M}{m}$$

Αν οι μάζες είναι ίσες τότε $Q_{\kappa\rho} = Q_{\tau\rho}$.

2.24 Σωστό το (γ).

$$U_1 = U_2 \Rightarrow K_2' = K_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow \frac{1}{2}M\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}(M+m)V^2 \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}M\left(\frac{2m}{m+M}\upsilon\right)^2 = \frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{m}{m+M}\upsilon\right)^2 \Rightarrow 4M = M+m \Rightarrow 3M = m \Rightarrow \frac{m}{M} = 3$$

2.25 Σωστό το **(β)**

$$\Delta K_{1\varepsilon\lambda}/K_1 = \Delta K_{1\pi\lambda}/K_1 \Rightarrow \Delta K_{1\varepsilon\lambda} = \Delta K_{1\pi\lambda} \quad (1)$$

Η κινητική ενέργεια που έχασε το Σ1 την πήρε το Σ2 μετά την ελαστική κρούση

$$\Delta K_{1\varepsilon\lambda} = K_2' = \frac{1}{2}M\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}M\frac{4m^2}{(M+m)^2}\upsilon^2 \quad (2)$$

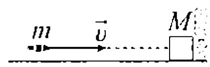
Στην περίπτωση της πλαστικής κρούσης μετά την κρούση : $V = m/M + m\,\upsilon$

$$\Delta K_{1\pi\lambda} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\frac{m^2}{(M+m)^2}\upsilon^2 \quad (3)$$
$$H\ (1)\alpha\pi o\ (2)\ \kappa\alpha\iota\ (3) \Rightarrow \frac{1}{2}M\frac{4m^2}{(M+m)^2}\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\frac{m^2}{(M+m)^2}\upsilon^2 \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}M\frac{4m^2}{(M+m)^2}\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\frac{m^2}{(M+m)^2}\upsilon^2 \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{2}$$

2.26 Σωστό το **(β)**.

K_0 η κινητική ενέργεια του βλήματος στην πρώτη περίπτωση. $|\Delta K| = K_0$

Στη δεύτερη περίπτωση: K η αρχική κινητική ενέργεια του βλήματος και K' η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση.

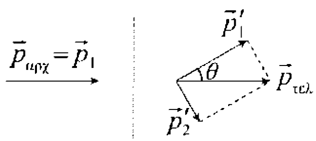


$$m\upsilon = 5mV \Rightarrow V = \frac{\upsilon}{5} \quad \kappa\alpha\iota \qquad K' = \frac{1}{2}5m\left(\frac{\upsilon}{5}\right)^2 = \frac{1}{5}K$$
$$K - K' = |\Delta K| \Rightarrow K = K' + |\Delta K| \Rightarrow K = \frac{1}{5}K + |\Delta K| \Rightarrow \frac{4}{5}K = |\Delta K| \Rightarrow K = 5/4\,|\Delta K|$$

Η K είναι ελάχιστη όταν η ΔK είναι ελάχιστη, δηλαδή ίση με K_0 $\Rightarrow K_{min} = 5/4\,K_0$

2.27 Σωστό το (γ)

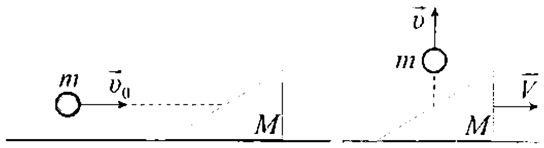
$$\frac{P_1^2}{2m_1} = \frac{P_1'^2}{2m_1} + \frac{P_2'^2}{2m_2} \Rightarrow \frac{P_1'^2 + P_2'^2}{2m_1} = \frac{P_1'^2}{2m_1} + \frac{P_2'^2}{2m_2}$$
$$\Rightarrow \frac{P_1'^2}{2m_1} + \frac{P_2'^2}{2m_1} = \frac{P_1'^2}{2m_1} + \frac{P_2'^2}{2m_2} \Rightarrow \frac{P_2'^2}{2m_1} = \frac{P_2'^2}{2m_2} \Rightarrow m_1 = m_2$$



2.28 Σωστό το **(β).**

Η ορμή διατηρείται στον οριζόντιο άξονα

$$m\upsilon_o = MV \Rightarrow V = \frac{m}{M}\upsilon_o \quad (1)$$



Διατήρηση κινητικής ενέργειας

$$\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}MV^2 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = 2\frac{1}{2}MV^2 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = 2\frac{1}{2}M\left(\frac{m}{M}\upsilon_o\right)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = 2\frac{1}{2}M\frac{m^2}{M^2}\upsilon_o^2 \Rightarrow 1 = 2\frac{m}{M} \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{2}$$

2.29 Σωστό το **(β)**

Όταν η σφαίρα φτάνει στο οριζόντιο δάπεδο έχει κατακόρυφη ορμή μέτρου p_y. Η οριζόντια ορμή διατηρείται συνέχεια. $\Delta p_x = 0$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική θα είναι: $p_y' = -p_y$

$$\Delta p_y = p_y' - p_y = -2p_y \Rightarrow |\Delta p_y| = 2|p_y|$$

$$K - K_o = W_{\beta\alpha\rho o\upsilon\varsigma} \Rightarrow K = K_o + 3K_o \Rightarrow K = 4K_o \Rightarrow \frac{p^2}{2m} = 4\frac{p_o^2}{2m} \Rightarrow$$

$$p^2 = 4p_o^2 \Rightarrow p_x^2 + p_y^2 = 4p_o^2 \Rightarrow p_y^2 = 4p_o^2 - p_o^2 \Rightarrow |p_y| = p_o\sqrt{3}$$

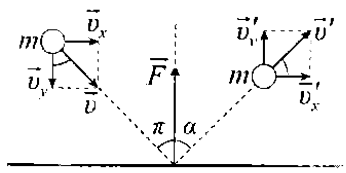
Άρα θα έχουμε: $|\Delta p| = |\Delta p_y| = 2|p_y| = 2p_o\sqrt{3}$

2.30 Σωστό το (γ).

Για τις γωνίες ισχύει: $\varphi = \theta = 45^o$

$x'x$ παράλληλος στον τοίχο $y'y$ κάθετος στον τοίχο.

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \Delta p_x = 0$$



$y'y$ πριν την κρούση: $p_y = m\upsilon\sigma\upsilon\nu 45^o$

$y'y$ μετά την κρούση είναι: $p_y' = -m\upsilon\sigma\upsilon\nu 45^o$

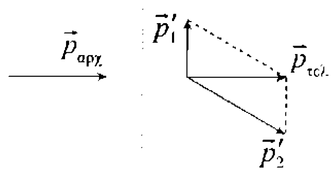
$$\Delta p_y = -m\upsilon\sigma\upsilon\nu 45^o - m\upsilon\sigma\upsilon\nu 45^o = -2m\upsilon\sigma\upsilon\nu 45^o = -2m\upsilon\frac{\sqrt{2}}{2} = -m\upsilon\sqrt{2}$$

$$|\Delta p| = m\upsilon\sqrt{2}$$

2.31 Σωστό το **(α).**

Η αρχική ορμή του συστήματος είναι ίση με την $\vec{p}_1$

$$p_2'^2 = p_1'^2 + p_1^2$$

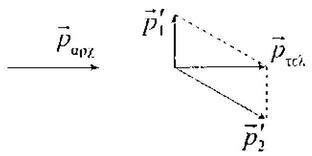


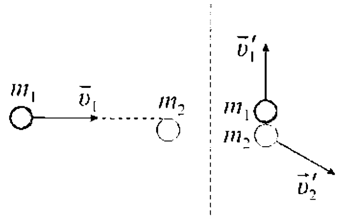
$$\frac{p_1^2}{2m} = \frac{p_1'^2}{2m} + \frac{p_2'^2}{4m} \Rightarrow p_1^2 = p_1'^2 + \frac{p_2'^2}{2} \Rightarrow$$

$$p_2'^2 - p_1'^2 = p_1'^2 + \frac{p_2'^2}{2} \Rightarrow 2p_1'^2 = \frac{p_2'^2}{2} \Rightarrow p_2'^2 = 4p_1'^2$$

$$\frac{K_2'}{K_1'} = \frac{p_2'^2}{4m}\Big/\frac{p_1'^2}{2m} = \frac{1}{2}\frac{p_2'^2}{p_1'^2} = \frac{1}{2}\frac{4p_1'^2}{p_1'^2} = 2 \Rightarrow K_2' = 2K_1'$$

2.32 Σωστό το (γ).





$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \Rightarrow και\ ίσα\ μέτρα \Rightarrow P_{αρχ} = P_{τελ} \Rightarrow P_2'^2 = P_1^2 + P_1'^2 \quad (1)$$

$$K_1' + K_2' = K_1 \Rightarrow 2K_1' = K_1 \Rightarrow 2\frac{P_1'^2}{2m_1} = \frac{P_1^2}{2m_1} \Rightarrow P_1' = \frac{P_1}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow P_2'^2 = P_1^2 + \frac{P_1^2}{2} = \frac{3}{2}P_1^2$$

$$K_{πριν} = K_{μετ} \Rightarrow \frac{P_2'^2}{2m_2} + \frac{P_1'^2}{2m_1} = \frac{P_1^2}{2m_1} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}P_1^2}{2m_2} + \frac{\frac{P_1^2}{2}}{2m_1} = \frac{P_1^2}{2m_1}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2m_2} + \frac{1}{2m_1} = \frac{2}{2m_1} \Rightarrow \frac{3}{m_2} = \frac{1}{m_1} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

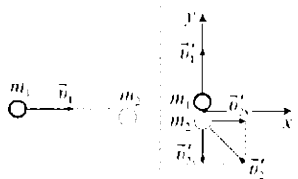
2.33 Σωστό το (γ).

Θα εκφράσουμε τις ταχύτητες μετά την κρούση συναρτήσει της αρχικής ταχύτητας $υ_1$

$$x'x: \quad m_1υ_1 = m_2υ_{2x}' \Rightarrow υ_{2x}' = \frac{m_1}{m_2}υ_1 \quad (1)$$

$$y'y: \ 0 = m_1υ_{1y}' - m_2υ_{2y}' \Rightarrow υ_{2y}' = \frac{m_1}{m_2}υ_{1y}' = \frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{υ_1}{2} \quad (2)$$

$$υ_2'^2 = υ_{2x}'^2 + υ_{2y}'^2 = \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2\left(υ_1^2 + \frac{υ_1^2}{4}\right) \quad (3)$$



διατήρηση της κινητικής ενέργειας:

$$\frac{1}{2}m_1υ_1^2 = \frac{1}{2}m_1υ_1'^2 + \frac{1}{2}m_2υ_2'^2 \Rightarrow m_1υ_1^2 = m_1\frac{υ_1^2}{4} + m_2\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 υ_1^2\left(1 + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow$$

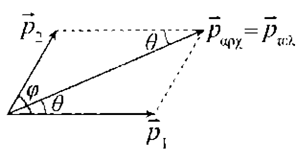
$$m_1 = \frac{m_1}{4} + m_2\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2\frac{5}{4} \Rightarrow 1 = \frac{1}{4} + \frac{m_1}{m_2}\frac{5}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{5}{4}\frac{m_1}{m_2} \Rightarrow 3m_2 = 5m_1$$

2.34 Σωστό το (β).

$θ = 30$ το παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος:

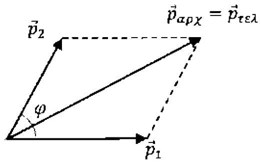
$$p_1 = p_2$$

$$K_2 = 2K_1 \Rightarrow \frac{p_2^2}{2m_2} = 2\frac{p_1^2}{2m_1} \Rightarrow m_1 = 2m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$



2.35 Σωστό το (γ)

Έστω $\vec{p}_1, \vec{p}_2$ οι αρχικές ορμές των σφαιρών και $\vec{p}$ η ορμή του συσσωματώματος.



$$K_1 = \frac{p_1^2}{2m_1} \Rightarrow p_1^2 = 2m_1K, K_2 = \frac{p_1^2}{2m_2} \Rightarrow p_2^2 = 2m_2K$$

$$K_\Sigma = 3\frac{K}{2} = \frac{p^2}{2(m_1+m_2)} \Rightarrow p^2 = 3(m_1+m_2)K \quad (1)$$

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_1\sigma\upsilon\nu\varphi \quad (2)$$

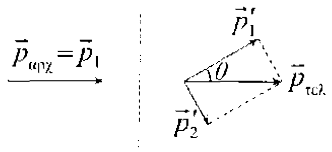
$$3(m_1+m_2)K = 2m_1K + 2m_2K + 2\sqrt{2m_1K \cdot 2m_2K}\sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$\Rightarrow 3(m_1+m_2) = 2(m_1+m_2) + 2\sqrt{2m_1 \cdot 2m_2}\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow m_1 + m_2 = 4\sqrt{m_1m_2}\sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$4\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{m_1+m_2}{\sqrt{m_1m_2}} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{m_1+m_2}{4\sqrt{m_1m_2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{m_1+m_2}{4\sqrt{m_1m_2}} \Rightarrow$$

$$m_1 + m_2 = 2\sqrt{m_1m_2} \Rightarrow (m_1+m_2)^2 = 4m_1m_2 \Rightarrow (m_1-m_2)^2 = 0 \Rightarrow m_1 = m_2$$

2.36 Σωστό το **(β)**.



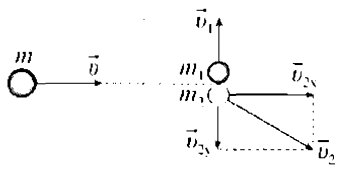
$$p'_1 = p_{\tau\varepsilon\lambda}\sigma\upsilon\nu30 = p_1\sigma\upsilon\nu30, p'_2 = p_{\tau\varepsilon\lambda}\eta\mu30 = p_1\eta\mu30$$

$$K_{\pi\rho} = p_1^2/2m$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau} = \frac{p_1'^2}{2m} + \frac{p_2'^2}{2 \cdot 2m} = \frac{(p_1\sigma\upsilon\nu30)^2}{2m} + \frac{(p_1\eta\mu30)^2}{2 \cdot 2m}$$

$$\Rightarrow \frac{p_1^2}{2m}\frac{3}{4} + \frac{p_1^2}{4m}\frac{1}{4} = \frac{7}{16}\frac{p_1^2}{m} |\Delta K| = \frac{1}{16}\frac{p_1^2}{m} \Rightarrow \frac{|\Delta K|}{K_{\pi\rho}} = \frac{1}{16}\frac{p_1^2}{m} \Big/ \frac{8}{16}\frac{p_1^2}{m} = \frac{1}{8} = 12{,}5\%$$

2.37 Σωστό το **(β)**.



$$x'x: \ \frac{m}{2}\upsilon_{2x} = m\upsilon \Rightarrow \upsilon_{2x} = 2\upsilon,$$

$$y'y: \ \frac{m}{2}\upsilon_{2y} = \frac{m}{2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_{2y} = \upsilon_1$$

$$K_2 = 5K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = 5\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2$$

$$\upsilon_2^2 = 5\upsilon_1^2 \Rightarrow 4\upsilon^2 + \upsilon_1^2 = 5\upsilon_1^2 \Rightarrow 4\upsilon^2 = 4\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1^2 = \upsilon^2$$

$$K_{\pi\rho} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \kappa\alpha\iota \quad K_{\mu\varepsilon\tau} = K_1 + 5K_1 = 6K_1 = 6\frac{1}{2}\frac{m}{2}\upsilon^2 = 3\frac{1}{2}m\upsilon^2 = 3K_{\pi\rho}$$

$$\frac{\Delta K}{K_{\pi\rho}} = \frac{2K_{\pi\rho}}{K_{\pi\rho}} = 2 = 200\%$$

2.38 Σωστό το (γ).

Στην πρώτη περίπτωση: $p_1 = p_2$

Στη δεύτερη περίπτωση: $p^2 = p_1^2 + p_1^2 = 2p_1^2$

$$K_{\pi\rho} = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_1^2}{2 \cdot 2m_1} = K_1 + \frac{K_1}{2} = \frac{3}{2}K_1$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau} = \frac{p^2}{2 \cdot 3m_1} = \frac{2p_1^2}{2 \cdot 3m_1} = \frac{2}{3}K_1$$

$$|\Delta K| = \frac{5}{6}K_1 \Rightarrow \frac{|\Delta K|}{K_{\pi\rho}} = \frac{\frac{5}{6}K_1}{\frac{3}{2}K_1} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

2.39 Σωστό το (**β**).

$$mv_2\sigma\upsilon\nu\theta - mv_1 = 2mV_x \Rightarrow 5v \cdot 0{,}6 - v = 2V_x \Rightarrow 2v = 2V_x \Rightarrow V_x = v$$

$$mv_2\eta\mu\theta = 2mV_y \Rightarrow 5v \cdot 0{,}8 = 2V_y \Rightarrow V_y = 2v$$

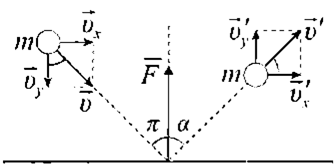
$$\Delta P_{1x} = mv - (-mv) = 2mv\ ,\ \ \Delta P_{1y} = m2v - 0 = 2mv$$

$$|\Delta P_1| = 2mv\sqrt{2}$$

2.40 Σωστό το (**β**)

Η δύναμη που δέχεται το σώμα είναι κάθετη στο δάπεδο δηλαδή στον άξονα $y'y$, έτσι η ορμή του σώματος στον $x'x$ διατηρείται:

Λόγω ανελαστικής κρούσης: $\frac{1}{2}mv'^2 < \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v' < v$



$$mv\eta\mu\pi = mv'\eta\mu\alpha \Rightarrow \eta\mu\alpha = \frac{v}{v'}\eta\mu\pi \Rightarrow \eta\mu\alpha > \eta\mu\pi \Rightarrow \alpha > \pi$$

2.41 Σωστό το (**γ**).

Λίγο πριν την κρούση η σφαίρα έχει ταχύτητα v . $v_x = v_o$

Η ορμή διατηρείται στον οριζόντιο άξονα: $mv_o = (M+m)V \Rightarrow V = \frac{m}{M+m}v_o$

$$K' = \frac{1}{2}K_o \Rightarrow \frac{1}{2}(M+m)V^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mv_o^2 \Rightarrow (M+m)(\frac{m}{M+m}v_o)^2 = \frac{1}{2}mv_o^2 \Rightarrow$$

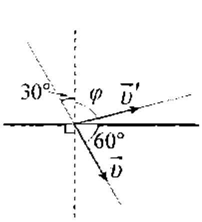
$$m/M + m = 1/2 \Rightarrow M = m$$

2.42 Σωστό το (**γ**)

Βρίσκουμε το μέτρο της ταχύτητας λίγο πριν την κρούση με ΑΔΜΕ

$$v = \sqrt{v_o^2 + 2gh} = \sqrt{2/3\,gh + 2gh} = \sqrt{8/3\,gh}$$

$$\Rightarrow v = 2\sqrt{2/3\,gh} = 2v_o$$



Η γωνία φ που σχηματίζει η ταχύτητα με το οριζόντιο επίπεδο είναι:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\upsilon_o}{\upsilon} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^o$$

Η γωνία πρόσπτωσης είναι $\pi = 30^o$

$\vec{\upsilon}'$ την ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση

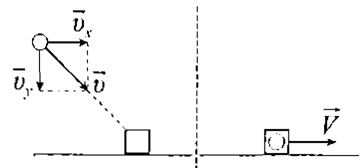
$$K' = \frac{1}{3}K \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon'^2 = \frac{1}{3}\frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon' = \frac{\upsilon}{\sqrt{3}}$$

στον $x'x$ η σφαίρα δεν δέχεται δυνάμεις κατά την κρούση

$$m\upsilon\eta\mu\pi = m\upsilon'\eta\mu\alpha \Rightarrow \upsilon\frac{1}{2} = \frac{\upsilon}{\sqrt{3}}\eta\mu\alpha \Rightarrow \eta\mu\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^o$$

2.43⋆ Σωστό το (γ).

Είναι $\vec{\upsilon}$ η αρχική ταχύτητα της σφαίρας και θ η γωνία που σχηματίζει με το οριζόντιο δάπεδο



$$x'x:\ 3m\upsilon_x = 4mV \Rightarrow V = \frac{3}{4}\upsilon_x$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau} = \frac{48}{100}K_{\pi\rho} \Rightarrow \frac{1}{2}4mV^2 = \frac{48}{100}\frac{1}{2}3m\upsilon^2 \Rightarrow$$

$$4\left(\frac{3}{4}\upsilon_x\right)^2 = \frac{48}{100}3\upsilon^2 \Rightarrow 4\frac{9}{16}\upsilon_x^2 = \frac{16\cdot 3}{100}3\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon_x^2 = \frac{64}{100}\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon_x = 0{,}8\upsilon$$

Οι μεταβολές ορμής δεν είναι αντίθετες διότι δεν έχουμε διατήρηση ορμής.

$$\Delta P_2 = P_2 = mV = m\,3/4\,0{,}8\upsilon = 0{,}6m\upsilon$$

Για να βρούμε την μεταβολή ορμής της σφαίρας θα δουλέψουμε με άξονες

$$\Delta P_{1x} = 3mV - 3m\upsilon_x = 3m\frac{3}{4}\upsilon_x - 3m\upsilon_x = 3m\upsilon_x\left(\frac{3}{4} - 1\right) = -3m\upsilon_x\frac{1}{4} = -0{,}6m\upsilon$$

$$\Delta P_{1y} = -\left(-3m\upsilon_y\right) = 3m\upsilon_y = 0{,}6\cdot 3m\upsilon$$

Η μεταβολή ορμής της σφαίρας έχει μέτρο:

$$|\Delta P_1| = \sqrt{\Delta P_{1x}^2 + \Delta P_{1y}^2} = 0{,}6m\upsilon\sqrt{10} \Rightarrow |\Delta P_1|/\Delta P_2 = \sqrt{10}$$

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

2.44 Σωστό το (γ)
Η ταλάντωση έχει αρχική φάση $\pi/2$. $\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi\Delta t/T \Rightarrow \Delta t = T/2$
Μετά από χρόνο $\Delta t = T/2$ το σώμα θα βρίσκεται στη θέση $x = -A$ στην οποία θα έχει:

$$\alpha = -\omega^2(-A) = \omega^2 A = \alpha_{max}$$

2.45 Σωστό το (γ).

$$\frac{dv}{dt} = a < 0 \quad \Rightarrow -\omega^2 x < 0 \Rightarrow x > 0$$

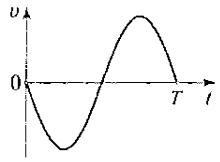
$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \Rightarrow A^2 - x^2 = v^2/\omega^2$$

$$\Rightarrow x^2 = A^2 - \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 - \frac{\omega^2 A^2}{\omega^2}\frac{3}{4} = \frac{A^2}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{A}{2}$$

Επειδή $x > 0$ προκύπτει: $x = A/2$

2.46 Σωστό το (β).
Φτιάχνουμε το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου και παρατηρούμε ότι αμέσως μετά τη στιγμή $t_o = 0$ το σώμα κινείται με αρνητική ταχύτητα, άρα ξεκίνησε από τη θέση $x = +A \Rightarrow \varphi_o = \pi/2$.

$$x = A\eta\mu(\omega t + \pi/2) = A\sigma\upsilon\nu\omega t$$



2.47 Σωστό το **(α).**
Από το διάγραμμα φαίνεται ότι είναι: $T = 0{,}4\pi \Rightarrow \omega = 2\pi/T = 5rad/s$

$$F = -F_{max}\eta\mu\omega t \Rightarrow -Dx = -DA\eta\mu\omega t \Rightarrow x = A\eta\mu\omega t = 0{,}1\eta\mu 5t$$

$$v = \omega A\sigma\upsilon\nu 5t = 0{,}5\eta\mu 5t$$

2.48 Σωστό το (**β**).

$$v = v_{max}\sigma\upsilon\nu\omega t$$

$$\gamma\iota\alpha\ t_1 = \frac{T}{6} \Rightarrow v_1 = \frac{v_{max}}{2} \Rightarrow \Delta p_1 = m\left(\frac{v_{max}}{2} - v_{max}\right) = -m\frac{v_{max}}{2}$$

$$t_2 = \frac{T}{4} \Rightarrow v_2 = 0 \Rightarrow p_2 = 0 \Rightarrow \Delta p_2 = m\left(0 - \frac{v_{max}}{2}\right) = -m\frac{v_{max}}{2}$$

$$\Delta p_1 = \Delta p_2$$

2.49 Σωστό το (**α**).
Το σώμα δέχεται από το ελατήριο κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$.Το ελατήριο ασκεί στην οροφή δύναμη $F'_{\varepsilon\lambda}$ η οποία είναι αντίθετη της $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$. $F'_{\varepsilon\lambda} = -F_{\varepsilon\lambda}$
Την δύναμη που δέχεται το σώμα από το ελατήριο την βρίσκουμε από τη σχέση:

$$\Sigma F = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - w = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w - kx$$

$$F'_{\varepsilon\lambda} = -w + kx$$

2.50 Σωστό το (γ).
Στη θέση ισορροπίας ισχύει: $mg = ky_1 \Rightarrow y_1 = mg/k$
Η θέση φυσικού μήκους είναι ακραία θέση της ταλάντωσης: $A = y_1$.
Η ελατηριακή δύναμη γίνεται μέγιστη (μέτρο) στην κατώτερη θέση $\Delta l = y_1 + A$

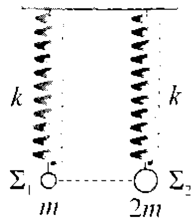
$$F_{\varepsilon\lambda max} = k(y_1 + A) = 2ky_1 \Rightarrow F_{max} = 2mg$$

2.51 Σωστό το **(β)**.
Στη θέση ισορροπίας ισχύει: $mg = k\Delta l \Rightarrow k/m = g/\Delta l$

$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{g/\Delta l} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

2.52 Σωστό το **(α)**
Θα υπολογίσουμε την δύναμη που δέχεται το σώμα από το ελατήριο.

$$F - mg = -kx \Rightarrow F = mg - kx$$
$$x = -A \;\Rightarrow\; F_{max} = mg - k(-A) = mg + kA$$
$$F_{max1} = mg + kA$$
$$F_{max2} = 2mg + k2A = 2(mg + kA) = 2F_{max1}$$
$$F_{max1}/F_{max2} = 1/2$$



2.53 Σωστό το **(β)**
Για τις θέσεις ισορροπίας των δύο ταλαντωτών M και $(M + m)$

$$\Delta l = Mg/k \quad \kappa\alpha\iota \quad \Delta L = (M + m)g/k$$

Πλάτος της αρχικής ταλάντωσης του σώματος μάζας Μ είναι: $A = Mg/k$
Επειδή η φάση αυξήθηκε κατά π το σώμα μάζας M βρίσκεται στην κατώτερη θέση και έχει μηδενική ταχύτητα. Το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $2A$.
Η ταλάντωση του $(M + m)$ ξεκινά από την άνω ακραία θέση του η οποία απέχει από την νέα θέση ισορροπίας κατά $d = A$
Έτσι η θέση στην οποία αρχίζει η ταλάντωση του $(M + m)$ απέχει κατά A

- Από την θέση ισορροπίας του M και από
- Από τη θέση ισορροπίας του $(M + m)$

Η απόσταση των δύο θέσεων ισορροπίας είναι ίση με: $\Delta L - \Delta l$

$$\Delta L - \Delta l = 2A \Rightarrow \frac{mg}{k} = 2\frac{Mg}{k} \Rightarrow m = 2M \Rightarrow \frac{m}{M} = 2$$

2.54 Σωστό το **(γ)**
Το σώμα αρχικά βρίσκεται σε ακραία θέση. $F < 0 \Rightarrow -kx < 0 \Rightarrow x > 0 \Rightarrow x = +A$

$$\varphi_o = \frac{\pi}{2} \qquad \kappa\alpha\iota \qquad x = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$$
$$t = \frac{T}{6} \Rightarrow x = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = A\eta\mu\frac{5\pi}{6} = \frac{A}{2}$$
$$U = \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{4}E$$
$$K = E - U = \frac{3}{4}E \Rightarrow \quad \frac{K}{U} = \frac{E - U}{U} = \frac{3}{4}E\Big/\frac{1}{4}E = 3$$

2.55 Σωστό το **(β)**.
Στη θέση ισορροπίας η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι Δl.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow k\Delta l = mg \Rightarrow \Delta l = mg/k \quad (1)$$

Στη θέση φυσικού μήκους $\upsilon = 0$ (ακραία θέση) άρα $\Delta l = A$
Η $U_{\varepsilon\lambda}$ γίνεται μέγιστη στην κατώτερη θέση που είναι: $\Delta l_{max} = (max) = 2A$

$$U_{\varepsilon\lambda(max)} = \frac{1}{2}k(2\Delta l_{max})^2 = \frac{1}{2}k\left(2\frac{mg}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}k \cdot 4\frac{m^2g^2}{k^2} = 2\frac{m^2g^2}{k}$$

2.56 Σωστό το (γ)

Στις θέσεις ισορροπίας του M και του $M+m$ η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι:

$$\Delta l = \frac{Mg}{k} \quad \kappa\alpha\iota \quad \Delta L = \frac{(M+m)g}{k}$$

Το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι $A = \Delta L - \Delta l = mg/k$

$$\Delta l_{max} = \Delta L + A = \frac{(M+m)g}{k} + \frac{mg}{k} = \frac{(M+2m)g}{k}$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k(\frac{mg}{k})^2 \quad \kappa\alpha\iota\ U_{\varepsilon\lambda(max)} = \frac{1}{2}k[\frac{(M+2m)g}{k}]^2$$

$$U_{\varepsilon\lambda(max)} = 16E \Rightarrow \frac{1}{2}k[\frac{(M+2m)g}{k}]^2 = 16\frac{1}{2}k(\frac{mg}{k})^2 \Rightarrow M = 2m \Rightarrow \frac{M}{m} = 2$$

2.57 Σωστό το (γ)

$$W = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow U_{\tau\varepsilon\lambda} = 2j$$

$$x = A\eta\mu\omega t \ \ \gamma\iota\alpha\ t = \frac{T}{12} \Rightarrow x = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{12}\right) = A\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{A}{2}$$

$$U_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}Dx^2 \Rightarrow U_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}D\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow$$

$$U_{\tau\varepsilon\lambda} = 1/4\,E \Rightarrow E = 4U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow E = 8j$$

2.58 Σωστό το **(β).**

Η αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου στη Θ.Ι. είναι $\Delta l_o = mg/k$ 17

Αύξηση της φάσης κατά π συνεπάγεται ότι παρήλθε χρόνος $\Delta t = T/2$ και το σώμα φτάνει στην άνω ακραία θέση ($x = A = d$) αν έχουμε πάρει θετική φορά προς τα πάνω

$$U_{\tau\alpha\lambda} = \frac{1}{2}DA^2 \ \ , \ \ U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

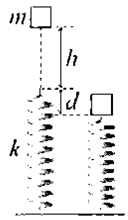
$$U_{\tau\alpha\lambda} = U_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}k\Delta l^2 \Rightarrow \Delta l^2 - A^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(\Delta l + A)(\Delta l - A) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta l = -A \Rightarrow \Delta l_o - A = -A \Rightarrow \Delta l_o = 0\ (\acute{\alpha}\tau o\pi o) \\ \Delta l = A \Rightarrow \Delta l_o - A = A \Rightarrow \Delta l_o = 2A \Rightarrow A = d = \frac{1}{2}\Delta l_o \end{cases}$$

$$s = 2d = \Delta l_o \Rightarrow \quad \Delta l_o = 10cm$$

$$k\Delta l_o = mg \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta l_o} \Rightarrow \omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{g/\Delta l_o} = \sqrt{10/0{,}1} = 10rad/s$$

2.59 Σωστό το **(α).**



Λίγο πριν καρφωθεί το σώμα έχει: $\upsilon = \sqrt{2gh}$

Στη θέση ισορροπίας ταλάντωσης ισχύει: $mg = kd$

Ενέργεια ταλάντωσης : $E = K + U = mgh + \frac{1}{2}kd^2$

$$A\pi\acute{o}\ \ d = \frac{2}{3}h \Rightarrow h = \frac{3}{2}d \Rightarrow E = kd\frac{3}{2}d + \frac{1}{2}kd^2 = 2kd^2$$

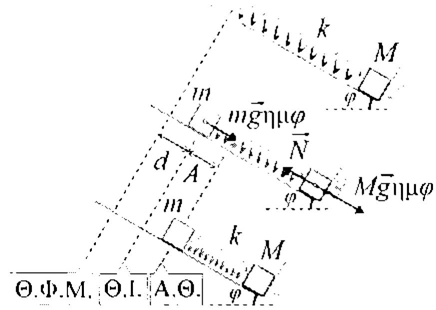
$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 2kd^2 \Rightarrow A = 2d \Rightarrow A = 2\frac{2}{3}h = \frac{4}{3}h$$
$$\Delta l_{max} = d + A = \frac{2}{3}h + \frac{4}{3}h = 2h \Rightarrow U_{\varepsilon\lambda(max)} = \frac{1}{2}k\Delta l_{max}^2 = \frac{1}{2}k4h^2 = 2kh^2$$

2.60 Σωστό το (β).
Νήμα τεντωμένο τα σώματα κάνουν απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k$ και
$$\omega = \sqrt{k/M + m} = \sqrt{k/2m} \quad \kappa\alpha\iota \quad \alpha = -\omega^2 x$$
$$m_2: \quad \Sigma F = ma \Rightarrow T - mg = -m\omega^2 x \Rightarrow T = mg - m\omega^2 x$$
$$T_1 = (\text{mim}) \quad \acute{o}\tau\alpha\nu \ x = A = d \Rightarrow T_1 = 1/2\, mg$$
$$T_2 = (\text{max}) \quad \acute{o}\tau\alpha\nu \ x = -A = -d \Rightarrow T_2 = 3/2\, mg$$
$$T_2/T_1 = 3$$

2.61 Σωστό το (γ).
Αρχική θέση ισορροπίας σωμάτων: $\Delta l = (m_1 + m_2)g/k$ (1)
Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα Σ_1 θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Το σώμα ξεκινά από ακραία θέση και όταν φτάνει στην άνω ακραία θέση έχει διανύσει διάστημα ίσο με $2A = \Delta l$ άρα το πλάτος της ταλάντωσης είναι: $A = \Delta l/2 = (m_1 + m_2)g/2k$
Στην θέση ισορροπίας του Σ1: $m_1 g = kA \Rightarrow A = m_1 g/k$ (2)
$$\frac{m_1 g}{k} = \frac{1}{2}\frac{(m_1 + m_2)g}{k} \Rightarrow 2m_1 = m_1 + m_2 \Rightarrow m_1 = m_2$$

2.62 Σωστό το (γ)
Όσο τα σώματα δεν αποχωρίζονται κινούνται σαν ένα σώμα μάζας M ($M = 4m$) που κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k$ και $\omega = \sqrt{k/4m}$, θέση ισορροπίας την θέση φυσικού μήκους. Τα δύο σώματα έχουν ίδια επιτάχυνση $\alpha = -\omega^2 x = -\frac{k}{4m}x$
Στο σώμα μάζας $M = 3m$ η μόνη οριζόντια δύναμη είναι η δύναμη επαφής $\vec{N}$.
$$\Sigma F_x = 3ma \Rightarrow N = 3ma \Rightarrow N = -3m\frac{k}{4m}x = -\frac{3}{4}kx$$
Μη αποχωρισμός όταν:
$$N \geq 0 \Rightarrow -\frac{3}{4}kx \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$
Αποχωρισμός όταν $N = 0$ $x = 0$ (θέση ισορροπίας=θέση φυσικού μήκους ελατηρίου)
Τη στιγμή του αποχωρισμού τα σώματα έχουν ταχύτητα V: $V = \omega A = \omega d$
Μετά τον αποχωρισμό το σώμα m κάνει ΑΑΤ με θέση ισορροπίας την θέση του φυσικού μήκους , με γωνιακή ταχύτητα $\omega' = 2\omega$ και μέγιστη ταχύτητα ίση με V
$$\omega' A' = \omega A \Rightarrow 2\omega A' = \omega A \Rightarrow A' = A/2 = d/2$$
Η μέγιστη απόσταση θα είναι :
$$d_{max} = d + \frac{d}{2} = 3\frac{d}{2} = 1{,}5d$$

2.63 Σωστό το (**β**)



Το σώμα μάζας m κάνει ΑΑΤ: Οι δυνάμεις είναι η $\vec{w}_x$ και η $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$, Με θετική φορά αντίρροπη της $\vec{w}_x$

$$\Sigma F_x = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - mg\eta\mu\varphi = -kx$$

$$\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = -kx + mg\eta\mu\varphi$$

Το ελατήριο ασκεί δύναμη $\vec{F}'_{\varepsilon\lambda}$ στο σώμα μάζας M

$$F'_{\varepsilon\lambda} = kx - mg\eta\mu\varphi$$

Αφού το σώμα μάζας M ισορροπεί θα ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} + N - Mg\eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow kx - mg\eta\mu\varphi + N - Mg\eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow$$

$$N = Mg\eta\mu\varphi + mg\eta\mu\varphi - kx \quad (1)$$

Το M βρίσκεται σε επαφή με τον τοίχο είναι: $N \geq 0 \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi + mg\eta\mu\varphi - kx \geq 0 \Rightarrow$

$$kx \leq Mg\eta\mu\varphi + mg\eta\mu\varphi \Rightarrow kA \leq Mg\eta\mu\varphi + mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$Mg\eta\mu\varphi \geq kA - mg\eta\mu\varphi \Rightarrow M \geq \frac{kA - mg\eta\mu\varphi}{g\eta\mu\varphi} \Rightarrow M \geq \frac{kA}{g\eta\mu\varphi} - m$$

2.64 Σωστό το (**α**)

Σχήμα (α) το σώμα μάζας m_2 κάνει ΑΑΤ . με $D = k$, $\omega = \sqrt{k/m_2}$

Σε τυχαία θέση x, στο μάζας m_2 ασκούνται είναι το βάρος του και η ελατηριακή δύναμη.

$$(m_2): \quad \Sigma F = m_2 a \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - m_2 g = -m_2\omega^2 x \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_2 g - m_2\omega^2 x \quad (1)$$

Το σώμα m_1 δέχεται την $-m_1 g$ και την δύναμη $F'_{\varepsilon\lambda}$ (είναι αντίθετη της $F_{\varepsilon\lambda}$)

$$F'_{\varepsilon\lambda} = -F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = m_2\omega^2 x - m_2 g \quad (2)$$

$$(m_1): \quad \Sigma F = 0 \Rightarrow T + F'_{\varepsilon\lambda} - m_1 g = 0 \Rightarrow T = m_1 g + m_2 g - m_2\omega^2 x \quad (3)$$

Μη χαλάρωση νήματος :

$$T \geq 0 \Rightarrow m_1 g + m_2 g - m_2\omega^2 x \geq 0 \Rightarrow x \leq (m_1 + m_2)g/m_2\omega^2$$

$$\Rightarrow x \leq (m_1 + m_2)g/k \quad \Rightarrow \quad d = (m_1 + m_2)g/k \Rightarrow$$

Στο σχήμα (β)

Όσο το νήμα είναι τεντωμένο , τα σώματα κάνουν την ίδια κίνηση που είναι ΑΑΤ με.

$$D = k \quad , \omega = \sqrt{k/m_1 + m_2} \quad , \quad \alpha = -\omega^2 x = -kx/m_1 + m_2$$

$$m_2: \quad \Sigma F = ma \Rightarrow T - m_2 g = -m_2\frac{k}{m_1 + m_2}x \Rightarrow T = m_2 g - m_2\frac{k}{m_1 + m_2}x$$

$$T \geq 0 \Rightarrow m_2 g - m_2\frac{k}{m_1 + m_2}x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \Rightarrow x_{max} = d$$

2.65 Σωστό το (**β**).

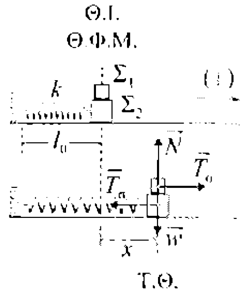
Μετά την απομάκρυνση του m, το σώμα μάζας M κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος Α και θέση ισορροπίας που βρίσκεται πιο πάνω κατά: $d = A = mg/k$

Η ανώτερη θέση θα βρίσκεται σε απόσταση $2A$ από την αρχική θέση.

Μετά την επανατοποθέτηση το σύστημα $(M + m)$ θα κάνει ΑΑΤ με πλάτος $A' = 2A$

$$E' = 4E = 4\frac{1}{2}k\frac{m^2g^2}{k^2} = 2\frac{m^2g^2}{k}$$

2.66 Σωστό το **(α)**



Όσο τα σώματα δεν αποχωρίζονται ταλαντώνονται σαν ένα σώμα με μάζα $M+m$, θέση ισορροπίας τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, σταθερά επαναφοράς $D=k$, γωνιακή συχνότητα:

$$\omega=\sqrt{k/M+m}$$

Τα σώματα έχουν επιτάχυνση: $a=-\omega^2 x$

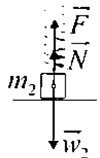
Στο σώμα Σ_1 η μόνη οριζόντια δύναμη είναι η στατική τριβή T_s.

$$\Sigma F_x=ma \Rightarrow T_s=-m\omega^2 x$$

Για να μην ολισθαίνει το Σ_1 ως προς το Σ_2 πρέπει:

$$|T_s|\leq T_{s(max)} \Rightarrow m\omega^2|x| \leq \mu_s mg \Rightarrow \omega^2|x| \leq \mu_s g \Rightarrow |x|\leq \frac{\mu_s g}{\omega^2} \Rightarrow A_{max}=\frac{\mu_s g}{\omega^2}$$

2.67 Σωστό το **(β)**



Στην θέση ισορροπίας του σώματος μάζας m_1 η συσπείρωση του ελατηρίου είναι x_1 και ισχύει: $m_1 g=kx_1$

Αν προκαλέσουμε πρόσθετη συσπείρωση κατά d τότε το σώμα μάζας m_1 κάνει ΑΑΤ με: $D=k,\ A=d, \omega=k/m_1$

Το σώμα μάζας m_2 θα απογειωθεί όταν η δύναμη $F'_{\varepsilon\lambda}$ έχει κατεύθυνση προς τα πάνω και το μέτρο της είναι μεγαλύτερο του βάρους του σώματος m_2

Η $F'_{\varepsilon\lambda}$ που δέχεται το σώμα m_2 είναι αντίθετη της δύναμης $F_{\varepsilon\lambda}$ που δέχεται το σώμα m_1.

$$(m_1):\ \Sigma F=m_1\alpha \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}-m_1 g=-m_1\omega^2 x \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=m_1 g-m_1\omega^2 x$$

$$F'_{\varepsilon\lambda}=m_1(\omega^2 x-g)$$

Όσο το σώμα m_2 δεν απογειώνεται ισχύει:

$$\Sigma F=0 \Rightarrow N+F'_{\varepsilon\lambda}-m_2 g=0 \Rightarrow N=-F'_{\varepsilon\lambda}+m_2 g \Rightarrow$$

$$N=-m_1(\omega^2 x-g)+m_2 g=(m_1+m_2)g-m_1\omega^2 x$$

$$N\geq 0 \Rightarrow (m_1+m_2)g-m_1\omega^2 x\geq 0 \Rightarrow m_1\omega^2 x\leq (m_1+m_2)g \Rightarrow$$

$$m_1\frac{k}{m_1}x\leq (m_1+m_2)g \Rightarrow x\leq \frac{(m_1+m_2)g}{k} \Rightarrow d=\frac{(m_1+m_2)g}{k}$$

2.68 Σωστό το **(α)**.

Λόγω της πρόσθετης μάζας m η θέση ισορροπίας κατεβαίνει κατά $x=mg\eta\mu\varphi/k$

Όσο τα σώματα δεν αποχωρίζονται, κινούνται ως ένα σώμα, μάζας $M+m$, το οποίο κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος: $A=mg\eta\mu\varphi/k$

και γωνιακή συχνότητα: $\omega=\sqrt{k/M+m}$ (1)

Τα δύο σώματα έχουν ίδια επιτάχυνση α και για το m στην τυχαία θέση:

$$\Sigma F=ma \Rightarrow T_\sigma-mg\eta\mu\varphi=-m\omega^2 x \Rightarrow T_\sigma=mg\eta\mu\varphi-m\omega^2 x \Rightarrow$$

$$T_s=mg\eta\mu\varphi-m\frac{k}{M+m}x \quad (2)$$

Για να μην ολισθαίνει το ένα σώμα ως προς το άλλο πρέπει:

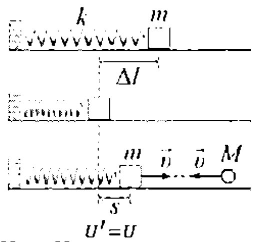
$$|T_s|\leq \mu_s mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \left|mg\eta\mu\varphi-m\frac{k}{M+m}x\right|\leq \mu_s mg\sigma\upsilon\nu\varphi \quad (3)$$

Αρκεί η (3) να ισχύει για τη μέγιστη τιμή του μέτρου της στατικής τριβής:

$$|T_s|_{max} = \left|mg\eta\mu\varphi - m\frac{k}{M+m}(-A)\right| = mg\eta\mu\varphi + m\frac{k}{M+m}A \Rightarrow$$
$$|T_s|_{max} = mg\eta\mu\varphi + m\frac{k}{M+m}\frac{mg\eta\mu\varphi}{k} = mg\eta\mu\varphi\left(1+\frac{m}{M+m}\right) = mg\eta\mu\varphi\frac{M+2m}{M+m}$$
$$\text{Όχι ολίσθηση: } mg\eta\mu\varphi\frac{M+2m}{M+m} \le \mu_s mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \mu_s \ge \frac{M+2m}{M+m}\varepsilon\varphi\varphi$$

2.69 Σωστό το **(γ)**
Το σώμα μάζας m λίγο πριν την κρούση έχει ταχύτητα $\upsilon_o = \omega d$
Ελαστική κρούση: Το σώμα m αμέσως μετά την κρούση έχει ταχύτητα $\upsilon = \omega A$
$$\omega = \sqrt{k/m} \;\; \alpha\pi\acute{o} \;\; A\Delta O\text{: } \upsilon = \frac{m-M}{m+M}\upsilon_o \Rightarrow \omega A = \frac{m-M}{m+M}\upsilon_o \Rightarrow \upsilon_o = \frac{m+M}{m-M}\omega A$$
Πλαστική κρούση: Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση έχει ταχύτητα $V = \omega' A'$
$$\omega' = \sqrt{k/M+m} \quad A\Delta O\text{: } V = \frac{m}{M+m}\upsilon_o \Rightarrow \omega' A = \frac{m}{M+m}\upsilon_o \Rightarrow \upsilon_o = \frac{M+m}{m}\omega' A$$
$$\frac{m+M}{m-M}\omega A = \frac{M+m}{m}\omega' A' \Rightarrow \frac{m}{m-M} = \frac{\omega'}{\omega} \Rightarrow \frac{m^2}{(m-M)^2} = \frac{k}{M+m}\Big/\frac{k}{m} \Rightarrow$$
$$\frac{m^2}{(m-M)^2} = \frac{m}{M+m} \Rightarrow \frac{m}{(m-M)^2} = \frac{1}{M+m} \Rightarrow m^2 - 2mM + M^2 = mM + m^2$$
$$\Rightarrow M^2 - 3mM = 0 \Rightarrow M(M-3m) = 0 \Rightarrow M = 3m \Rightarrow m = \frac{M}{3}$$

2.70 Σωστό το **(β)**.
Η θέση ισορροπίας είναι η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και δεν αλλάζει μετά την κρούση.



$$M\upsilon - m\upsilon = (M+m)V \Rightarrow V = \frac{M-m}{M+m}\upsilon \;\; (1)$$
Έστω E η ενέργεια του ταλαντωτή (k, m) και
E' η ενέργεια της ταλάντωσης του $(k, M+m)$
$$A' = A \Rightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E' = E \Rightarrow K' + U' = K + U \xRightarrow{U'=U}$$
$$K' = K \Rightarrow \frac{1}{2}(m+M)V^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \xRightarrow{(1)} \frac{1}{2}(m+M)\frac{(M-m)^2}{(M+m)^2}\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow$$
$$(M-m)^2 = m(M+m) \Rightarrow M^2 - 2Mm + m^2 = Mm + m^2 \Rightarrow M = 3m$$

2.71 Σωστό το **(γ)**
Η ενέργεια ταλάντωσης του m_1 λίγο πριν την κρούση είναι: $E = K_1 + U$
Μετά την κρούση η ενέργεια ταλάντωσης του m_1 είναι E': $E' = K_1' + U$
$$E' = max \;\; \acute{o}\tau\alpha\nu \; K_1' = max \;\Rightarrow\; K_2' = 0 \Rightarrow \upsilon_2' = 0 \Rightarrow$$
$$\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2 = 0 \Rightarrow 2m_1\upsilon_1 + (m_2-m_1)\upsilon_2 = 0 \Rightarrow$$
$$2m_1\upsilon_1 + (3m_1-m_1)\upsilon_2 = 0 \Rightarrow 2m_1\upsilon_1 + 2m_1\upsilon_2 = 0 \Rightarrow \upsilon_1 + \upsilon_2 = 0$$

21

$$\upsilon_1 - \frac{\upsilon_{max}}{2} = 0 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon_{max}}{2} \Rightarrow K_1 = \frac{K_{max}}{4} \Rightarrow$$
$$E - U_1 = 1/4\,E \Rightarrow U_1 = 3/4\,E \Rightarrow |x| = A\sqrt{3}/2$$

2.72 Σωστό το (γ)

$$\Delta l_o = Mg/k \quad \kappa\alpha\iota \quad a_{min} = -g \Rightarrow -\omega^2 A = -g \Rightarrow \frac{k}{M+m}A = g \Rightarrow A = (M+m)g/k$$

Μετά την κρούση η θέση ισορροπίας κατέρχεται κατά: $d = mg/k$

Έτσι όταν αρχίζει η ταλάντωση είναι $|x| = d$. Λίγο πριν την κρούση το σώμα μάζας m έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \sqrt{2gh} = \sqrt{6g\Delta l_o}$. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα μέτρου V. Με ΑΔΟ. Βρίσκουμε: $V = m\sqrt{6g\Delta l_o}/M+m$

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(M+m)V^2 + \frac{1}{2}kx^2$$
$$\frac{1}{2}k\left(\frac{(M+m)g}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{m\sqrt{6g\Delta l_o}}{M+m}\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 \Rightarrow$$
$$\frac{(M+m)^2 g^2}{k} = \frac{6gm^2}{M+m}\frac{Mg}{k} + \frac{m^2g^2}{k} \Rightarrow \cdots \; (M+4m)(M-m) = 0 \Rightarrow M = m$$

2.73 Σωστό το (γ)

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k\Delta l^2 \quad \kappa\alpha\iota \quad U'_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k(\Delta l + A)^2$$
$$\frac{1}{2}k(\Delta l + A)^2 = 9\frac{1}{2}k\Delta l^2 \Rightarrow \Delta l + A = 3\Delta l \Rightarrow A = 2\Delta l = 2\frac{mg}{k}$$

Το m κάνει απλή αρμονική ταλάντωση: Με θεμελιώδη νόμο βρίσκουμε την αλγεβρική τιμή της δύναμης που δέχεται από το ελατήριο:

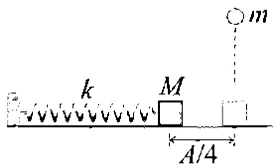
$$F_{\varepsilon\lambda} - mg = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = mg - kx$$

Το σώμα Μ δέχεται από το ελατήριο την $F'_{\varepsilon\lambda} = kx - mg$

$$\text{Ισορροπία του } M: \quad N + F'_{\varepsilon\lambda} = Mg \Rightarrow N = Mg + mg - kx \Rightarrow N = (M+m)g - kx$$
$$\gamma\iota\alpha \;\; x = -A \;\Rightarrow N_{max} = (M+m)g + k\frac{2mg}{k} = Mg + 3mg$$
$$\gamma\iota\alpha \;\; x = A \;\Rightarrow N_{min} = (M+m)g - k\frac{2mg}{k} = Mg - mg$$
$$N_{max} = 2N_{\varepsilon\lambda\alpha\chi} Mg + 3mg = 2(Mg - mg) \Rightarrow 5mg = Mg \Rightarrow M = 5m$$

2.74 Σωστό το (α)

ΑΔΟ στον οριζόντιο άξονα $(x'x)$. Είναι υ η ταχύτητα του Μ πριν την κρούση:



$$M\upsilon = (M+m)V \Rightarrow V = \frac{M}{M+m}\upsilon$$
$$x = \frac{A}{4} \Rightarrow U = \frac{1}{16}E \Rightarrow K = E - U = \frac{15}{16}E \quad (1)$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κάνει ταλάντωση με πλάτος $A' = A/2$ και ενέργεια

$$E' = \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}k(\frac{A}{2})^2 = \frac{1}{2}k\frac{A^2}{4} = \frac{1}{4}E$$

Όταν αρχίζει την ταλάντωση του το συσσωμάτωμα έχει: $U' = U$ και

$$K' = E' - U' = \frac{1}{4}E - \frac{1}{16}E = \frac{3}{16}E \quad (2)$$

Από (1) και (2) : $K' = 1/5\,K$

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2 = \frac{1}{5}\frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(M+m)(\frac{M}{M+m}v)^2 = \frac{1}{5}\frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow$$

$$\frac{M}{M+m}\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{5}\frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow \frac{M}{M+m} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5M = M+m \Rightarrow 4M = m \Rightarrow \frac{m}{M} = 4$$

2.75 Σωστό το **(α)**

Η ταχύτητα του σώματος αμέσως μετά την κρούση είναι: $v = \omega A \sigma \upsilon \nu\, \pi/4 = \omega A\sqrt{2}/2$

$$mv = (M+m)V \Rightarrow V = \frac{m}{M+m}v$$

$$K = \frac{1}{2}(M+m)\left(\omega A\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}(M+m)\omega^2A^2\frac{2}{4} = \frac{1}{2}\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2}E \Rightarrow E = 2K$$

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα αποκτά κινητική ενέργεια K

$$\frac{E}{K_\beta} = \frac{2K}{K_\beta} = \frac{1}{2}(M+m)V^2 \Big/ \frac{1}{2}mv^2 = \frac{M+m}{m}(\frac{V}{v})^2 = \frac{M+m}{m}(\frac{m}{M+m})^2 = \frac{m}{4m} = \frac{1}{4}$$

$$E/K = 25\%$$

2.76 Σωστό το (γ)

$$E = E_o e^{-2\Lambda t}$$

Στο χρονικό διάστημα 0 έως t η απώλεια ενέργειας είναι $|\Delta E|$

$$|\Delta E| = E_o - E_o e^{-2\Lambda t} = E_o(1 - e^{-2\Lambda t}) \Rightarrow |\Delta E| = E_o(1 - e^{-2\Lambda t})$$

Άρα πρόκειται για εκθετική συνάρτηση του χρόνου (αύξουσα)

2.77 Σωστό το **(β)**

$$E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}DA_o^2 e^{-2\Lambda t} = E_o e^{-2\Lambda t}$$

$$E = \frac{E_o}{2} \Rightarrow E_o e^{-2\Lambda t} = \frac{E_o}{2} \Rightarrow \frac{1}{e^{2\Lambda t}} = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{2\Lambda t} = 2 \Rightarrow 2\Lambda t = ln2 \Rightarrow t = \frac{ln2}{2\Lambda}$$

2.78 Σωστό το **(β).**

$$A = A_0 e^{-\Lambda t} \Rightarrow \frac{A_0}{8} = A_0 e^{-\Lambda t} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{e^{\Lambda t}} \Rightarrow e^{\Lambda t} = 2^3 \Rightarrow \Lambda t = 3ln2 \Rightarrow t = 3\frac{ln2}{\Lambda}$$

Ο χρόνος υποδιπλασιασμού του πλάτους υπολογίζεται από τη σχέση:

$$A = \frac{A_0}{2} \Rightarrow A_0 e^{-\Lambda \tau} = \frac{A_0}{2} \Rightarrow \frac{1}{e^{\Lambda \tau}} = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{\Lambda \tau} = 2 \Rightarrow \Lambda \tau = ln2 \Rightarrow \tau = \frac{ln2}{\Lambda}$$

Παρατηρούμε ότι: $t = 3\tau \Rightarrow \tau = t/3$

2.79 Σωστό το **(β).**

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \kappa T$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι A_κ
Τη χρονική στιγμή $t_2 = (\kappa+1)T$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A_{\kappa+1}$

$$\frac{|\Delta A|}{A_\kappa} = \frac{A_\kappa - A_{\kappa+1}}{A_\kappa} = 1 - \frac{A_{\kappa+1}}{A_\kappa}$$

$$\frac{A_{\kappa+1}}{A_\kappa} = \cdots = \frac{A_2}{A_1} = \frac{A_1}{A_o} = e^{-\Lambda T} \ \ \acute{\alpha}\rho\alpha \ \ \frac{|\Delta A|}{A_\kappa} = (1 - e^{-\Lambda T}) \cdot 100\%$$

Παρατηρούμε ότι δεν εξαρτάται από την τιμή του κ , οπότε είναι ίδια σε κάθε περίοδο.

2.80 Σωστό το (γ)

$$\frac{E_o}{E_1} = \frac{E_1}{E_2} \Rightarrow \frac{E_o}{E_1} - 1 = \frac{E_1}{E_2} - 1 \Rightarrow \frac{E_o - E_1}{E_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{E_1} = \frac{Q_2}{E_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{E_1}{E_2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{E_3}{E_4} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} - 1 = \frac{E_3}{E_4} - 1 \Rightarrow \frac{E_1 - E_2}{E_2} = \frac{E_3 - E_4}{E_4} \Rightarrow \frac{Q_2}{E_2} = \frac{Q_3}{E_3} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_3} = \frac{E_2}{E_3}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{E_2}{E_3} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q_2}{Q_3} \Rightarrow Q_2 = \sqrt{Q_1 Q_3}$$

2.81 Σωστό το (γ)

Το ποσοστό απώλειας ενέργειας είναι ίδιο σε κάθε περίοδο και η απώλεια ενέργειας αυξάνει με την πάροδο του χρόνου. Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = ln2/\Lambda$ το πλάτος υποδιπλασιάζεται οπότε η ενέργεια υποτετραπλασιάζεται.

$$|\Delta E| = E - E/4 = \frac{3}{4}E = \frac{75}{100}E$$

2.82 Σωστό το **(β)**

Το έργο της αντίστασης ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του ταλαντωτή.

$$E_0 = \frac{1}{2}kA_0^2 = \frac{1}{2}100 \cdot \frac{16}{100} = 8\ \text{J} \ \ (1) \quad \kappa\alpha\iota \quad E_1 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 \ \ (2)$$

Την απομάκρυνση x_1 τη βρίσκουμε εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow -kx - 12v = ma \Rightarrow -kx_1 - 12v_1 = ma_1 \Rightarrow x_1 = 0{,}3\ \text{m} \ \ (3)$$

$$E_1 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 6{,}5\ \text{J} \ \ (2')$$

$$W_{F'} = E_1 - E_0 \Rightarrow W_{F'} = -1{,}5\ \text{J}$$

2.83 Σωστό το **(α)**

Το έργο της αντίστασης ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του ταλαντωτή.

$$W_{F'} = E_1 - E_0 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}kA_0^2 = -\frac{3}{4}\frac{1}{2}kA_0^2 \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}kA_0^2 = -W_{F'} \Rightarrow \frac{1}{2}kA_0^2 = -\frac{4}{3}W_{F'} \Rightarrow E_o = -\frac{4}{3}(-12) \Rightarrow E_o = 16j \quad (1)$$

Ο χρόνος t_1 είναι ο χρόνος υποδιπλασιασμού του πλάτους. Τη στιγμή t_1 είναι:

$$A_1 = \frac{A_o}{2} = A_o e^{-\Lambda t_1} \Rightarrow e^{-\Lambda t_1} = \frac{1}{2}$$

Τη στιγμή t_2 είναι:

$$A_2 = A_o e^{-\Lambda t_2} = A_o e^{-2\Lambda t_1} = A_o (e^{-\Lambda t_1})^2 = \frac{A_o}{4}$$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 2t_1$ η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$E_2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A_0}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}\frac{1}{2}kA_0^2 = \frac{1}{16}16 = 1j \quad (2)$$

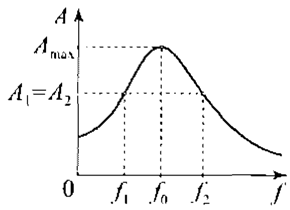
2.84 Σωστό το (γ).
Η θερμότητα που παράγεται στην 1η περίοδο είναι $Q_1 = E_o - E_1$
Η θερμότητα που παράγεται στην 2η περίοδο είναι $Q_2 = E_1 - E_2$

$$\frac{E_o}{E_1} = \frac{E_1}{E_2} \Rightarrow \frac{E_o - E_1}{E_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_2} \rightarrow \frac{Q_1}{E_1} = \frac{Q_2}{E_2} \rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{E_1}{E_2} = e^{2\Lambda T}$$

$$Q_1/Q_2 = \sqrt{2} \Rightarrow e^{2\Lambda \cdot 1} = \sqrt{2} \Rightarrow 2\Lambda = ln2^{1/2} \Rightarrow 2\Lambda = \frac{1}{2}ln2 \Rightarrow \Lambda = \frac{1}{4}ln2 s^{-1}$$

$$\text{χρόνος υποδιπλασιασμού: } \tau = \frac{ln2}{\Lambda} = ln2/\frac{1}{4}ln2 \Rightarrow \tau = 4 \text{ s}$$

2.85 Σωστό το (β).



Από την εξίσωση ταλάντωσης έχουμε: $\omega = 10\pi$ rad/s, οπότε η αρχική συχνότητα είναι

$$f_1 = \omega/2\pi = 5 \text{ Hz}$$

Με την αύξηση της συχνότητας κατά 5 Hz, η συχνότητα θα γίνει $f_2 = 10$ Hz $= 2f_1$. Η αρχική και τελική μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι:

$$\upsilon_{max} = \omega A = 2\pi f_1 A_1 \quad (1) \quad \upsilon'_{max} = \omega' A' = 2\pi f_2 A_2 \quad (2)$$

Αλλά δίδεται ότι:

$$\upsilon'_{max} = 2\upsilon_{max} \Rightarrow 2\pi f_2 A_2 = 2 \cdot 2\pi f_1 A_1 \Rightarrow 2 \cdot 2f_1 A_2 = 2 \cdot 2f_1 A_1 \Rightarrow A_2 = A_1$$

Όπως φαίνεται από την καμπύλη συντονισμού του σχήματος, θα πρέπει

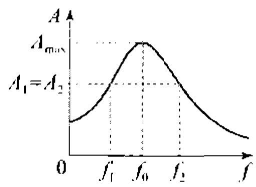
$$5 \text{ Hz} < f_0 < 10 \text{ Hz}.$$

2.86 Σωστό το **(α)**

$$\frac{dK}{dt} = -4\frac{dU}{dt} \Rightarrow \Sigma F\upsilon = -4(-F_{\varepsilon\pi}\upsilon) \Rightarrow ma\upsilon = -4Dx\upsilon \Rightarrow$$

$$ma = -4Dx \Rightarrow -m\omega^2 x = -4m\omega_o^2 x \Rightarrow \omega^2 = 4\omega_o^2 \Rightarrow \omega = 2\omega_o \Rightarrow f = 2f_o$$

2.87 i. Σωστό το (**β**), **ii.** Σωστό το (**α**).



i. Από την εξίσωση της απομάκρυνσης

$$\omega_1 = 2\pi f_1 \Rightarrow 20\pi = 2\pi f_1 \Rightarrow f_1 = 10 \text{ Hz}$$

Για $f_2 = 14$ Hz:

$$\upsilon_{max} = 2\pi f_2 A \Rightarrow 5{,}6\pi = 2\pi \cdot 14 \cdot A_2 \Rightarrow A_2 = 0{,}2 \text{ m}$$

Παρατηρούμε ότι $A_2 = A_1 = 0{,}2$ m.
Από το διάγραμμα προκύπτει: $f_1 < f_0 < f_2 \Rightarrow 10$ Hz $< f_0 < 14$ Hz.

ii.

$$\frac{K_{max}}{U_{max}} = \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2 \Big/ \frac{1}{2}DA^2 = \frac{m\omega_1^2 A^2}{m\omega_0^2 A^2} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2 = \left(\frac{2\pi f_1}{2\pi f_0}\right)^2 = \left(\frac{f_1}{f_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_{max}}{U_{max}} < 1$$

2.88 Σωστό το (**α**).
Η εξαναγκασμένη ταλάντωση έχει σταθερό πλάτος διότι η προσφερόμενη ενέργεια από το διεγέρτη αναπληρώνει τις απώλειες ενέργειας και έτσι το (α) είναι το σωστό.
Το (γ) λάθος διότι σταθερά επαναφοράς είναι $D = m\omega_o^2$
Το (β) λάθος διότι ισχύει μόνον όταν έχουμε συντονισμό όπως θα δείξουμε. [Στο σώμα ασκούνται Η εξωτερική δύναμη $F_{\varepsilon\xi}$, Η δύναμη αντίστασης $F' = -bv$ και η δύναμη επαναφοράς $F_{\varepsilon\pi} = -Dx$.

$$F_{\varepsilon\xi} + F' + F_{\varepsilon\pi} = ma \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} + F' - Dx = -m\omega^2 x \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} + F' - m\omega_0^2 x = -m\omega^2 x$$

$$A\nu(\omega = \omega_0) \Rightarrow \ F_{\varepsilon\xi} + F' = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} = -F' \Rightarrow dW_{\varepsilon\xi} = -dW_{F'}$$

$$\frac{dW_{\varepsilon\xi}}{dt} = -\frac{dW_{F'}}{dt} \Rightarrow \frac{dE_{\pi\rho}}{dt} = \frac{dQ}{dt}]$$

2.89 Σωστό το **(γ)**
Δεν έχει σημασία αν το ελατήριο είναι οριζόντιο ή πλάγιο ή κατακόρυφο. Η συνισταμένη των δυνάμεων του ελατηρίου και της συνιστώσας του βάρους σε κάθε περίπτωση είναι ίση με τη δύναμη επαναφοράς: ($F_{\varepsilon\pi} = -kx$)

$$\Sigma F = ma \ \Rightarrow F_\delta - kx - bv = -m\omega^2 x \Rightarrow F_\delta = kx - m\omega^2 x + bv \Rightarrow$$

$$F_\delta = m\omega_0^2 x - m\omega^2 x + bv \Rightarrow F_\delta = m(\omega_0^2 - \omega^2)x + bv \Rightarrow$$

$$F_{max}\eta\mu(\omega t + \pi/3) = m(\omega_0^2 - \omega^2)A\eta\mu\omega t + b\omega A\sigma\upsilon\nu\omega t \quad (1)$$

Η (1) ισχύει κάθε χρονική στιγμή, άρα θα ισχύει και για $t = T/4$:

$$F_{max}\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = \ m(\omega_0^2 - \omega^2)A \cdot 1 + b\omega A \cdot 0 \Rightarrow$$

$$F_{max}\eta\mu\frac{5\pi}{6} = m(\omega_0^2 - \omega^2)A \Rightarrow m(\omega_0^2 - \omega^2)A = F_{max}\frac{1}{2} > 0 \Rightarrow$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2) > 0 \Rightarrow \omega_0 > \omega \Rightarrow 2\pi f_0 > 2\pi f \Rightarrow f_0 > f$$

2.90 Σωστό το **(β)**

$$\frac{U_{max1}}{K_{max1}} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}m\omega_o^2 A_1^2}{\frac{1}{2}m\omega_1^2 A_1^2} \Rightarrow \frac{\omega_o^2}{\omega_1^2} = 2$$

$$\frac{K_{max2}}{U_{max2}} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}m\omega_2^2 A_2^2}{\frac{1}{2}m\omega_o^2 A_2^2} \Rightarrow \frac{\omega_2^2}{\omega_o^2} = 2$$

$$\frac{\omega_o^2}{\omega_1^2} = \frac{\omega_2^2}{\omega_o^2} \Rightarrow \frac{\omega_o}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_o} \Rightarrow \omega_o = \sqrt{\omega_1\omega_2} \Rightarrow f_o = \sqrt{f_1 f_2}$$

Στερεό Σώμα

2.91 Σωστό το (γ).

Αν υ_A και υ_B τα μέτρα ταχύτητας των άκρων Α και Β τότε:

$$\upsilon_A = \omega r_A \Rightarrow 2\upsilon = \omega r_A \quad \text{και} \quad \upsilon_B = \omega r_B \Rightarrow \upsilon = \omega(l - r_A)$$

$$\upsilon_A = 2\upsilon_B \Rightarrow \omega r_A = 2\omega(l - r_A) \Rightarrow r_A = 2(l - r_A)$$

$$\Rightarrow r_A = 2l - 2r_A \Rightarrow 3r_A = 2l \Rightarrow r_A = 2l/3$$

2.92 Σωστό το (**α**).

Η ταχύτητα του σημείου επαφής με το δάπεδο είναι μηδέν άρα: $\upsilon_{cm} = \omega r$

$$\upsilon_\Gamma = \upsilon_{cm} + \omega R = \omega(R + r) \;\; \kappa\alpha\iota \;\; \upsilon_\Delta = |\upsilon_{cm} - \omega R| = \omega(R - r)$$

$$\upsilon_\Gamma = 3\upsilon_\Delta \Rightarrow \omega(R + r) = 3\omega(R - r) \Rightarrow R + r = 3(R - r) \Rightarrow R = 2r$$

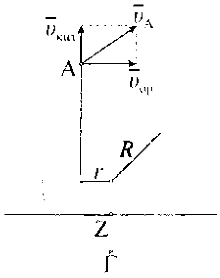
2.93 Σωστό το (**γ**)

Το σημείο Ζ έχει ταχύτητα μηδέν και έτσι ισχύει: $\upsilon_{cm} = r\omega$

Η κατακόρυφη μετατόπιση του σημείου Α οφείλεται στο ξετύλιγμα του νήματος και είναι: $\upsilon_{\kappa\alpha\tau} = r\omega = \upsilon_{cm}$

Για να είναι το νήμα συνέχεια κατακόρυφο πρέπει να έχει και οριζόντια ταχύτητα ίση με την υ_{cm} : $\upsilon_A = \upsilon_{cm}\sqrt{2}$

Ταχύτητα του Γ είναι: $\upsilon_\Gamma = R\omega - r\omega = 3r\omega - r\omega = 2\upsilon_{cm}$



$$\frac{\upsilon_A}{\upsilon_\Gamma} = \frac{\upsilon_{cm}\sqrt{2}}{2\upsilon_{cm}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

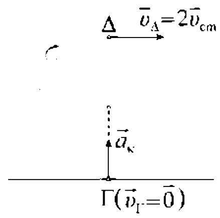
2.94 Σωστό το (**γ**).

Το σημείο με την μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα είναι το ανώτερο σημείο Δ του τροχού και το μέτρο της

$$\upsilon = 2\upsilon_{cm} \Rightarrow \upsilon_{cm} = \upsilon/2.$$

Το κατώτερο σημείο Γ έχει δεν έχει εφαπτομενική επιτάχυνση διότι οι εφαπτομενικές συνιστώσες είναι αντίθετες.

Έχει όμως κεντρομόλο επιτάχυνση



$$a_\Gamma = \alpha_{\kappa\varepsilon\nu\tau} = \omega^2 R = \frac{\upsilon_{cm}^2}{R} \Rightarrow a_\Gamma = \frac{\upsilon^2}{4R}$$

2.95 i Σωστό το (**β**), **ii Σωστό το** (γ)

i. Τα ψηλότερο σημεία των τροχών έχουν ταχύτητες μέτρων υ_1, υ_2 που κάθε μια είναι διπλάσια της ταχύτητας του κέντρου μάζας του τροχού. Τα κέντρα μάζας των δύο τροχών έχουν ίδια ταχύτητα η οποία είναι ίση με την ταχύτητα του οχήματος.

$$\upsilon_{cm1} = \upsilon_{cm2} \Rightarrow 2\upsilon_{cm1} = 2\upsilon_{cm2} \Rightarrow \upsilon_1 = \upsilon_2$$

ii. Τα κέντρα μάζας των δύο τροχών διανύουν ίσα διαστήματα.

$$s_1 = s_2 \Rightarrow R_1\varphi_1 = R_2\varphi_2 \Rightarrow R_1\varphi_1 = 2R_1\varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 = 2\varphi_2 \Rightarrow$$

$$N_1 2\pi = 2N_2 2\pi \Rightarrow N_1 = 2N_2 \Rightarrow N_2 = N_1/2$$

2.96 Σωστό το (α).

$$\upsilon_A = 3\upsilon_\Gamma \Rightarrow \upsilon_{cm} + r\omega = 3(\upsilon_{cm} - r\omega) \Rightarrow \upsilon_{cm} + r\omega = 3\upsilon_{cm} - 3r\omega$$

$$\Rightarrow 4r\omega = 2\upsilon_{cm} \Rightarrow 4r\omega = 2R\omega \Rightarrow r = \frac{R}{2} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{2}$$

2.97 Σωστό το **(γ)**
Τα 2 άκρα Α και Γ του νήματος έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα

$$\upsilon_A = \upsilon_{cm1} + r\omega_1 = R_1\omega_1 + r\omega_1 = (R_1 + r)\omega_1$$

$$\upsilon_\Gamma = 2R_2\omega_2$$

Από το σχήμα βλέπουμε ότι: $R_1 + r = 2R_2$

$$\upsilon_A = \upsilon_\Gamma \Rightarrow (R_1 + r)\omega_1 = 2R_2\omega_2 \xrightarrow{R_1+r=2R_2} \omega_1 = \omega_2$$

Η γωνιακή μετατόπιση των δίσκων είναι ίδια. $\varphi_1 = \varphi_1 \Rightarrow N_1 = N_2$

2.98 Σωστό το **(γ)**.

$$\upsilon_\Gamma = 0 \Rightarrow \upsilon_{cm} - \omega r = 0 \Rightarrow \upsilon_{cm} - \omega R/2 = 0 \Rightarrow \omega R = 2\upsilon_{cm}.$$

$$\upsilon_\Delta = \upsilon_{cm} + \omega R = \upsilon_{cm} + 2\upsilon_{cm} = 3\upsilon_{cm} \Rightarrow \upsilon_\Delta/\upsilon_{cm} = 3.$$

2.99 Σωστό το **(β)**.
Το κέντρο μάζας ισχύει: $x_{cm} = \Delta x_{cm} = l/2$. Το σημείο Ζ ισχύει: $x_z = l + R\theta - r\theta$.
Το ζητούμενο μήκος είναι ίσο με Δx_z, οπότε:

$$\Delta x = x_Z - x_{cm} = (l + R\theta - r\theta) - \frac{l}{2} = \frac{l}{2} + (R - r)\theta$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{l}{2} + \frac{R\theta}{2} = \frac{l}{2} + \frac{\Delta x_{cm}}{2} = \frac{l}{2} + \frac{l}{4} \Rightarrow \Delta x = \frac{3l}{4}$$

2.100 Σωστό το **(α)**
Το κέντρο μάζας του τροχού κινείται με σταθερή επιτάχυνση α_{cm}.Ο κύβος κινείται με σταθερή επιτάχυνση α. Όταν έρθουν σε επαφή ο κύβος με τον τροχό θα βρίσκονται σε απόσταση ίση με R , Το κέντρο μάζας του τροχού και ο κύβος θα βρίσκονται στις θέσεις x_1,x_2. Οι μετατοπίσεις $\Delta x_1, \Delta x_2$ θα είναι:

$$\Delta x_1 = x_1 = R\theta \quad \kappa\alpha\iota \quad \Delta x_2 = R\theta - r\theta = R\theta - \frac{R}{2}\theta = \frac{R}{2}\theta = \frac{\Delta x_1}{2}$$

$$x_2 = x_o + \Delta x_2 = 1{,}5R + \frac{R}{2}\theta = 1{,}5R + \frac{x_1}{2}$$

$$\Sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\nu\tau\eta\sigma\eta: \; x_2 - x_1 = R \Rightarrow 1{,}5R + \frac{x_1}{2} - x_1 = R \Rightarrow \frac{R}{2} = \frac{x_1}{2} \Rightarrow x_1 = R$$

$$\Delta x_2 = 0{,}5R \quad \kappa\alpha\iota \quad \Delta x_2 = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow t = \sqrt{2x_2/\alpha} \Rightarrow t = \sqrt{2 \cdot 0{,}5R/\alpha} \Rightarrow t = \sqrt{R/\alpha}$$

$$\upsilon = \alpha t = \sqrt{\alpha^2 R/\alpha} = \sqrt{\alpha R}$$

2.101 Σωστό το **(γ)**

$$\upsilon_A^2 = \upsilon_{cm}^2 + (R\omega)^2 \Rightarrow \upsilon_{cm}^2 = \upsilon_A^2 - (R\omega)^2 \quad (1)$$

$$\upsilon_B = \upsilon_{cm} + \frac{R\omega}{2} \Rightarrow \upsilon_{cm} = \upsilon_B - \frac{R\omega}{2} \Rightarrow \upsilon_{cm}^2 = \upsilon_B^2 + (\frac{R\omega}{2})^2 - R\omega\upsilon_B \quad (2)$$

$$(1) = (2): \; \upsilon_A^2 - (R\omega)^2 = \upsilon_B^2 + \left(\frac{R\omega}{2}\right)^2 - R\omega\upsilon_B \Rightarrow \frac{5}{4}R^2\omega^2 - R\omega\upsilon_B = 0 \Rightarrow$$

$$R\omega\left(\frac{5}{4}R\omega - \upsilon_B\right) = 0 \Rightarrow \frac{5}{4}R\omega - \upsilon_B = 0 \Rightarrow R\omega = \frac{4}{5}\upsilon_B$$

$$\upsilon_{cm} = \upsilon_B - \frac{1}{2}\frac{4}{5}\upsilon_B = \upsilon_B - \frac{2}{5}\upsilon_B = \frac{3}{5}\upsilon_B$$

$$\upsilon_\Gamma = \upsilon_{cm} - R\omega = \frac{3}{5}\upsilon_B - \frac{4}{5}\upsilon_B = \frac{1}{5}\upsilon_B = \frac{1}{5}\upsilon$$

2.102 Σωστό το (γ).

a_{cm} και a'_{cm} είναι οι επιταχύνσεις που έχουν τα κέντρα μάζας των δύο τροχών.

$$\text{Πάνω τροχός:}\quad a = a_{cm} + r\alpha_\gamma \Rightarrow a = a_{cm} + \frac{R}{2}\alpha_\gamma \Rightarrow a = \frac{3}{2}a_{cm} \quad (1)$$

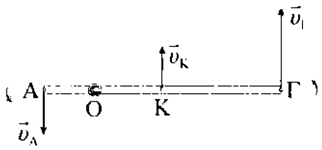
$$\text{Κάτω τροχός:}\quad a = a'_{cm} - r\alpha'_\gamma \Rightarrow a = a'_{cm} - \frac{R}{2}\alpha'_\gamma \Rightarrow a = \frac{1}{2}a'_{cm} \quad (2)$$

$$(1) = (2) \Rightarrow \frac{3}{2}a_{cm} = \frac{1}{2}a'_{cm} \Rightarrow a'_{cm} = 3a_{cm} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}a_{cm}\Delta t^2 = \frac{1}{2}\alpha'_{cm}\Delta t'^2 \Rightarrow \Delta t^2 = 3\Delta t'^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{3}\Delta t' \Rightarrow \frac{\Delta t}{\Delta t'} = \sqrt{3}$$

2.103 Σωστό το **(γ)**

Αν η κίνηση είναι περιστροφική:



Τα Α και Κ θα ισαπέχουν από τον άξονα περιστροφής Ο και έτσι θα είναι: $AO = OK = l/4$ και $O\Gamma = 3l/4$

$$\upsilon_{cm} = \omega l/4$$

$$\upsilon_\Gamma = \omega(O\Gamma) = \omega 3\frac{l}{4} = 3\omega\frac{l}{4} = 3\upsilon_{cm}$$

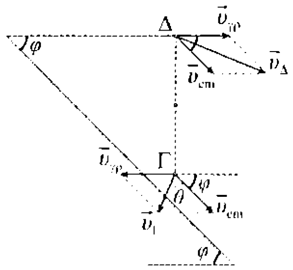
Αν η κίνηση είναι σύνθετη.

$$\upsilon_A = \omega\frac{l}{2} - \upsilon_{cm} \Rightarrow \upsilon_{cm} = \omega\frac{l}{2} - \upsilon_{cm} \Rightarrow 2\upsilon_{cm} = \omega\frac{l}{2} \Rightarrow \upsilon_{cm} = \omega\frac{l}{4}$$

$$\upsilon_\Gamma = \upsilon_{cm} + \omega\frac{l}{2} = \upsilon_{cm} + 2\upsilon_{cm} = 3\upsilon_{cm}$$

2.104 Σωστό το **(γ)**

Έστω Γ και Δ το ανώτερο και το κατώτερο σημείο του δίσκου.



$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{cm}^2 + 2\upsilon_{cm}^2\sigma\upsilon\nu\theta} \Rightarrow\Rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\theta = 120^o \Rightarrow \varphi = 60^o$$

Η γωνία των συνιστωσών στο ανώτερο σημείο που θα είναι πάλι ίση με φ οπότε:

$$\upsilon_\Delta = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{cm}^2 + 2\upsilon_{cm}^2\sigma\upsilon\nu 60^o} \Rightarrow$$

$$\upsilon_\Delta = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{cm}^2 + 2\upsilon_{cm}^2\frac{1}{2}} = \upsilon_{cm}\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\upsilon_\Delta}{\upsilon_\Gamma} = \sqrt{3}$$

2.105 Σωστό το (α)

Από την ισορροπία των ροπών η τάση του νήματος και η στατική τριβή είναι ίσες:

$$\Sigma\tau_{(cm)} = 0 \Rightarrow -TR + T_s R = 0 \Rightarrow T = T_s$$

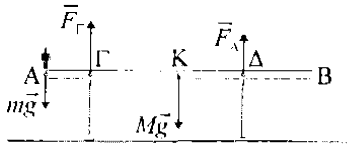
Από την ισορροπία των δυνάμεων στους άξονες

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 2T_s = mg\eta\mu\varphi \Rightarrow T_s = \frac{1}{2}mg\eta\mu\varphi \quad \kappa\alpha\iota \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$M\eta\ o\lambda\acute{\iota}\sigma\theta\eta\sigma\eta\!: \quad T_s \le \mu_s N \Rightarrow \frac{1}{2}mg\eta\mu\varphi \le \mu_s mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \mu_s \ge \frac{1}{2}$$

2.106 Σωστό το (γ).

Ο άνθρωπος βρίσκεται στο Α. ισορροπία δοκού:



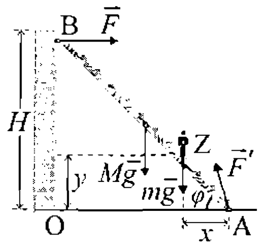
$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow -Mg\frac{3l}{8} + F_\Delta\frac{5l}{8} + mg\frac{l}{8} = 0 \Rightarrow$$

$$F_\Delta = \frac{1}{5}(3M - m)g \ge 0 \Rightarrow 3M - m \ge 0 \Rightarrow m \le 3M$$

Η μέγιστη μάζα του ανθρώπου ώστε να μην ανατρέπεται η δοκός είναι $m = 3M$.

2.107 Σωστό το (γ).

Ο άνθρωπος ισορροπεί συνεχώς πάνω στο σκαλοπάτι και έτσι η δύναμη την οποία ασκεί στη σκάλα είναι ίση με το βάρος του.



$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow FH - Mg\frac{H}{2} - 3mgx \overset{x=y}{\Longrightarrow}$$

$$F = \frac{Mg}{2} + 3Mg\frac{y}{H}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_s = F = \frac{Mg}{2} + 3Mg\frac{y}{H}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = (M+m)g$$

Για να μην ολισθαίνει η σκάλα: $T_s \le T_{s(max)} \Rightarrow T_s \le \mu_s(M+m)g \Rightarrow$

$$\frac{Mg}{2} + 3Mg\frac{y}{H} \le \frac{1}{2}4Mg \Rightarrow \frac{1}{2} + 3\frac{y}{H} \le \frac{4}{2} \Rightarrow 3\frac{y}{H} \le \frac{3}{2}y \le \frac{\mathrm{H}}{2} \Rightarrow y \le \frac{l\sigma\upsilon\nu\varphi}{2} \Rightarrow y \le l\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Το μέγιστο ύψος y που μπορεί να φτάσει ο άνθρωπος είναι $y = l\sqrt{2}/4$.

2.108 Σωστό το **(β)**.

Έστω $\vec{F}$ η δύναμη που δέχεται ο δακτύλιος από τον άξονα Ο. Ροπές ως προς το Κέντρο Κ

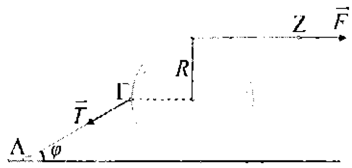
$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Rightarrow \tau_T + \tau_w + \tau_F = 0$$

Οι φορείς των δυνάμεων $\vec{T}$ και $\vec{w}$ διέρχονται από το Κ και είναι: $\tau_T = \tau_w = 0$
Οπότε $\tau_F = 0$. άρα η δύναμη $\vec{F}$ είναι οριζόντια (στον άξονα $x'x$)

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = T\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow (1) \quad \kappa\alpha\iota \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T\eta\mu\varphi = mg \Rightarrow T = mg/\eta\mu\varphi \quad (2)$$

$$(1) \quad \Rightarrow \quad F = \frac{mg}{\eta\mu\varphi}\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow F = mg\sqrt{3}$$

2.109 Σωστό το (**β**)
Η τάση του νήματος αναλύεται σε δύο συνιστώσες:



$$T_x = T\sigma\upsilon\nu\varphi \text{ και } T_y = T\eta\mu\varphi$$

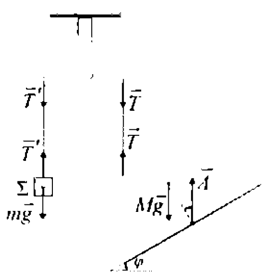
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T\sigma\upsilon\nu\varphi = F \quad (1)$$

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T\eta\mu\varphi R = FR \Rightarrow T\eta\mu\varphi = F \quad (2)$$

$$T\sigma\upsilon\nu\varphi = T\eta\mu\varphi \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi = \eta\mu\varphi \Rightarrow \varphi = \pi/4$$

$$T = \frac{F}{\sigma\upsilon\nu\varphi} = \mathrm{F}\sqrt{2}\ \mathrm{N}$$

2.110 i. Σωστό το **(γ), ii** Σωστό το **(β)**
i Ισορροπία σώματος: $T' = mg$
Ισορροπία τροχαλίας: $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow TR = T'R \Rightarrow T = T' = mg$
Ο τροχός ισορροπεί με 3 δυνάμεις, Αφού οι δύο δυνάμεις είναι κατακόρυφες και η αντίδραση από το κεκλιμένο επίπεδο θα είναι κατακόρυφη.



Ισορροπίατροχού: $\Sigma F = 0 \Rightarrow A + T = Mg \Rightarrow A + mg = Mg$

$$\Rightarrow A = (M - m)g$$

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow TR = AR\eta\mu\varphi \Rightarrow mgR = (M - m)gR\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

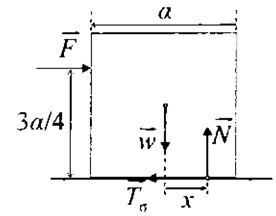
$$m = (M - m)\frac{1}{2} \Rightarrow 2m = M - m \Rightarrow 3m = M$$

ii. Αναλύουμε την A σε δύο συνιστώσες N και T_s

$$N = A\sigma\upsilon\nu\varphi \ , T_s = A\eta\mu\varphi$$

$$T_s \le \mu_s N \Rightarrow A\eta\mu\varphi \le \mu_s A\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \mu_s \ge \varepsilon\varphi\varphi \Rightarrow \mu_s \ge \frac{1}{\sqrt{3}}$$

2.111 Σωστό το (α)
Δε γνωρίζουμε αν η αρχική κίνηση που θα κάνει θα είναι μεταφορική ή περιστροφική. Θα το διερευνήσουμε.



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = T_s & \text{(ζεύγος δυνάμεων)} \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w & \text{(ζεύγος δυνάμεων)} \end{cases}$$

Μη ολίσθηση:

$$T_s \le T_{s(max)} \Rightarrow F \le \mu_s N \Rightarrow F \le 0{,}8 \cdot 60 \Rightarrow F \le 48\ \mathrm{N}$$

Μη περιστροφή:

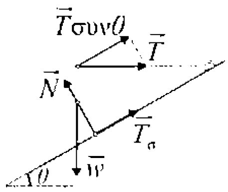
$$\textit{Λόγω ισορροπίας έχουμε ζεύγη: } \Sigma\tau = 0 \Rightarrow F\frac{3}{4}\alpha = mgx \Rightarrow x = \frac{3}{4}\frac{F}{mg}\alpha$$

$$x \le \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \frac{3}{4}\frac{F}{mg}\alpha \le \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 3F \le 2mg \Rightarrow F \le \frac{2}{3}mg \Rightarrow F \le 40\ \mathrm{N}$$

Άρα ο κύβος είναι έτοιμος να αρχίσει να περιστρέφεται. Βλέπουμε ότι ο κύβος θα ξεκινήσει πιο εύκολα να περιστρέφεται. Για να μην κινηθεί καθόλου αρκεί $F \le 40$ N.

2.112 Σωστό το (γ).

Η στατική τριβή έχει φορά προς τα πάνω ώστε να δημιουργεί αριστερόστροφη ροπή ως προς το κέντρο μάζας του τροχού, η οποία να εξουδετερώνει τη ροπή της τάσης του νήματος



$$\Sigma\tau_{cm} = 0 \Rightarrow TR - T_sR = 0 \Rightarrow T = T_s$$
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T\sigma\upsilon\nu\theta + T_s - w\eta\mu\theta = 0 \Rightarrow$$
$$T_s\sigma\upsilon\nu\theta + T_s = w\eta\mu\theta \Rightarrow T_s = \frac{w\eta\mu\theta}{1+\sigma\upsilon\nu\theta} \Rightarrow T_s = \frac{w}{\sqrt{3}}$$

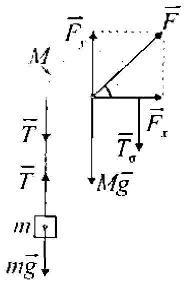
2.113 Σωστό το **(β)**

Οι συνιστώσες της δύναμης F έχουν ίσα μέτρα: $F_x = F_y$

Η στατική τριβή που δέχεται ο δίσκος έχει φορά προς τα κάτω.

Από την ισορροπία του κύβου: $\Sigma F = 0 \Rightarrow T = mg$ (1)

Από την ισορροπία δίσκου: $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow TR = T_sR \Rightarrow T = T_s$ (2)



$$F_y = Mg + 2T \Rightarrow F_y = Mg + 2mg \qquad (3)$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N = F_x \xrightarrow{F_x = F_y} N = Mg + 2mg \Rightarrow N = (M+2m)g \quad (4)$$

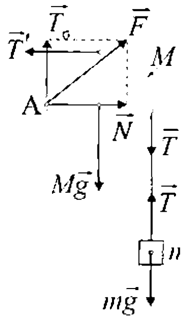
Μη ολίσθηση: $T_s \le \mu_s N \Rightarrow mg \le \mu_s(M+2m)g \Rightarrow$

$$m \le \frac{1}{4}(M+2m) \Rightarrow 4m \le M + 2m \Rightarrow 2m \le M \Rightarrow m \le \frac{M}{2}$$

2.114 Σωστό το (γ)

Ισορροπία σώματος: $T = mg$, Ισορροπία δίσκου:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \Rightarrow N - T' = 0 \Rightarrow N = T' \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T + Mg = T_s \Rightarrow T_s = Mg + mg \end{cases}$$



$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T2R + MgR = T'R \Rightarrow T2R + MgR = NR \Rightarrow$$
$$N = 2T + Mg = 2mg + Mg$$

Μη ολίσθηση:

$$T_s \le T_{smax} \Rightarrow Mg + mg \le \mu_s(2mg + Mg) \Rightarrow \mu_s \ge \frac{M+m}{M+2m}$$

2.115 Σωστό το **(β)**

$$K = 4K_o \Rightarrow \upsilon = 2\upsilon_o$$
$$K - K_o = mgl \Rightarrow 3K_o = mgl \Rightarrow 3\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = mgl \Rightarrow \upsilon_o^2 = \frac{2}{3}gl \Rightarrow l = \frac{3\upsilon_o^2}{2g}$$

$$L = mvl = m2v_o l = 2mv_o \frac{3v_o^2}{2g} = 3m\frac{v_o^3}{g}$$

2.116 Σωστό το **(β)**

Για την κίνηση από το Α στο κατώτερο σημείο Γ η στροφορμή έχει πάντα την ίδια διεύθυνση και φορά που μπορούμε να την θεωρήσουμε ως θετική. Η αλγεβρική τιμή της αρχικής και τελικής στροφορμής είναι:

$$L_o = |\vec{p}_o|l \quad , \quad L = |\vec{p}|l$$

$$\Delta L = L - L_o = l|\vec{p}| - l|\vec{p}_o| = l(|\vec{p}| - |\vec{p}_o|) = l\Delta|\vec{p}|$$

2.117 Σωστό το **(α)**

Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του

Από το 2º νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma\tau = dL/dt$$

Επειδή η ροπή του βάρους είναι ίδια ως προς τους δύο άξονες σημαίνει πως και η μεταβολή στροφορμής θα είναι ίδια ως προς τους δύο άξονες:

Αν θέλουμε μπορούμε να υπολογίσουμε την αρχική και τελική στροφορμή ως προς κάθε άξονα και να υπολογίσουμε την διαφορά ΔL.

2.118 **i.** Σωστό το **(α)** , **ii.** Σωστό το **(β)**

i. $$L_{\alpha\rho\chi} = 2mvr = 2mv\frac{l}{2} \quad \kappa\alpha\iota \quad L_{\tau\varepsilon\lambda} = 2mr' = 2mv\frac{l'}{2} = 2mv'\frac{l}{4}$$

$$\Alpha\Delta\Sigma\text{:} \quad 2mv\frac{l}{2} = 2mv'\frac{l}{4} \Rightarrow v' = 2v$$

ii. $$\Alpha\Delta\Epsilon\text{:} \quad E_{\alpha\rho\chi} + E_{\delta\alpha\pi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + E_{\delta\alpha\pi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + E_{\delta\alpha\pi} = 4K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow$$

$$E_{\delta\alpha\pi} = 3K_{\alpha\rho\chi} = 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}mv^2 = 3mv^2$$

2.119 Σωστό το **(γ)**.

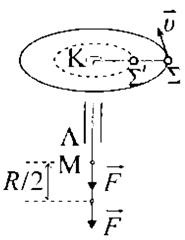
Από τη διατήρηση της στροφορμής έχουμε:

$$L = L' \Rightarrow mvR = \frac{mv'R}{2} \Rightarrow v' = 2v$$

Από το θεώρημα κινητικής ενέργειας - έργου έχουμε:

$$W_F = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m4v^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W_F = \frac{3}{2}m\omega^2 R^2$$



Συνδυαστικά Θέματα

2.120 Σωστό το (γ)

Η δύναμη Laplace έχει ως σημείο εφαρμογής το τμήμα του ρευματοφόρου αγωγού που βρίσκεται στο μαγνητικό πεδίο. Από την ισορροπία της ράβδου:

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow mg\frac{l}{6} = F_L\frac{l}{6} \Rightarrow mg = F_L \Rightarrow mg = BI\frac{l}{3} \Rightarrow B = \frac{3mg}{Il}$$

2.121 Σωστό το **(β)**

Στο σώμα ασκείται δύναμη από το ελατήριο της οποίας η αλγεβρική τιμή συμβολίζεται με $F_{\varepsilon\lambda}$. Το ελατήριο ασκεί δύναμη $F'_{\varepsilon\lambda}$ στη ράβδο. Το σώμα κάνει ΑΑΤ με $A = mg/k$

$$\Sigma F = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - mg = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = mg - kx \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = kx - mg$$

Ισορροπία ροπών για τη ράβδο. Την $F'_{\varepsilon\lambda}$ την θεωρούμε θετική.

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow Tl + F'_{\varepsilon\lambda}\frac{3l}{4} - Mg\frac{l}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$T = \frac{Mg}{2} - \frac{3}{4}(kx - mg) \Rightarrow T = \frac{Mg}{2} + \frac{3}{4}mg - \frac{3}{4}kx \Rightarrow T = \frac{Mg}{2} + \frac{3}{4}\frac{2}{3}Mg - \frac{3}{4}kx$$

$$\Rightarrow T = Mg - \frac{3}{4}kx = \frac{3}{2}mg - \frac{3}{4}kx = \frac{3}{2}(mg - \frac{1}{2}kx)$$

$$x = -A \;\Rightarrow T = T_{max} \Rightarrow T_{max} = \frac{3}{2}\left(mg + \frac{1}{2}kA\right) = \frac{3}{2}\left(mg + \frac{1}{2}k\frac{mg}{k}\right) = 2{,}25mg$$

2.122 Σωστό το **(β)**

$(F_{\varepsilon\lambda}, F'_{\varepsilon\lambda})$ οι αλγεβρικές τιμές των δυνάμεων που ασκεί το ελατήριο στο σώμα και στη δοκός. Για την ταλάντωση του m με θετική φορά προς τα πάνω.

$$\Sigma F = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - mg = -kx \;\Rightarrow\; F_{\varepsilon\lambda} = mg - kx \quad (1)$$

Η δοκός δέχεται από το ελατήριο δύναμη $F'_{\varepsilon\lambda}$: $F'_{\varepsilon\lambda} = kx - mg$ (2)

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T\frac{3l}{4} - 2mg\frac{l}{2} + F'_{\varepsilon\lambda}l = 0 \Rightarrow T = \frac{4}{3}(2mg - kx) \quad (3)$$

Για $x = -A$ προκύπτει $T = T_{max}$ και για $x = A$ προκύπτει $T = T_{min}$

$$T_{max} = \frac{4}{3}(2mg + kA) \quad \kappa\alpha\iota \quad T_{min} = \frac{4}{3}(2mg - kA)$$

Μη χαλάρωση νήματος : $T \geq 0 \Rightarrow T_{min} \geq 0 \Rightarrow \frac{4}{3}(2mg - kA) \geq 0 \Rightarrow A \leq 2mg/k$

Μη σπάσιμο νήματος:

$$T \leq T_\theta \Rightarrow T_{max} \leq 4mg \Rightarrow \frac{4}{3}(2mg + kA) \leq 4mg \Rightarrow 2mg + kA \leq 3mg \Rightarrow A \leq mg/k$$

2.123 Σωστό το **(γ)**

Το ελατήριο ασκεί δύναμη $F_{\varepsilon\lambda}$ στο σώμα και $F'_{\varepsilon\lambda}$ στη ράβδο

$$(m):\; \Sigma F = ma \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - mg = -kx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = mg - kx$$

$$F'_{\varepsilon\lambda} = kx - mg$$

Ισορροπία ράβδου: $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow \frac{T}{2}l + F'_{\varepsilon\lambda}l - Mg\frac{l}{2} = 0 \Rightarrow \frac{T}{2} + F'_{\varepsilon\lambda} - \frac{w}{2} = 0 \Rightarrow$

$$T + 2F'_{\varepsilon\lambda} - Mg = 0 \Rightarrow T = Mg - 2(kx - mg)$$

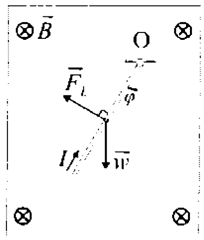
$$\Rightarrow T = 4mg - 2kx \;\rightarrow \begin{cases} x = -A = -mg/k \Rightarrow T_{min} = 4mg - 2k\dfrac{mg}{k} = 2mg \\ x = A = \dfrac{mg}{k} \Rightarrow T_{max} = 4mg + 2k\dfrac{mg}{k} = 6mg \end{cases}$$

$$\frac{T_{max}}{T_{min}} = \frac{6mg}{2mg} = 3$$

2.124 Σωστό το (**β**)

Από την αρχική ισορροπία της ράβδου έχουμε:

$$Fl = mg\frac{l}{2}ημφ \Rightarrow Fl = mg\frac{l}{4} \Rightarrow mg = 4F \quad (1)$$



Από την ισορροπία του αγωγού όταν διαρρέεται από ρεύμα και έχει καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}$

$$Στ = 0 \Rightarrow F_L\frac{l}{2} = mg\frac{l}{2}ημφ \Rightarrow BIl = mgημφ \Rightarrow$$

$$B = \frac{mgημφ}{Il} = \frac{mg}{2Il} = \frac{4F}{2Il} = \frac{2F}{Il} \quad (2)$$

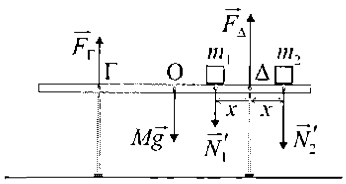
ΣΗΜ: Η δύναμη από τον άξονα διέρχεται από το μέσον του αγωγού επειδή ο αγωγός ισορροπεί με την επίδραση τριών μη παραλλήλων δυνάμεων.

2.125 Σωστό το (**β**)

Η ταχύτητα του σώματος m_1 λίγο πριν την κρούση είναι :

$$υ_1 = \sqrt{υ_o^2 - 2μg\,3l/4} = \sqrt{3{,}5μgl - 1{,}5μgl} = \sqrt{2μgl}$$

$$υ_1' = -υ_1/2 \quad και \quad υ_2' = υ_2/2$$



Τα σώματα ισαπέχουν κάθε στιγμή από το στήριγμα. Η απόσταση των m_1, m_2 από το στήριγμα Δ είναι x

$$x_{max} = \frac{υ_2'^2}{2μg} = \frac{\frac{1}{4}2μgl}{2μg} = \frac{l}{4}$$

Όσο η δοκός δεν ανατρέπεται: $F_Γ \geq 0$

$$Στ_{(Δ)} = 0 \Rightarrow F_Γ \cdot \frac{l}{2} + m_2gx = Mg\frac{l}{4} + m_1gx \Rightarrow F_Γ \cdot \frac{l}{2} = Mg\frac{l}{4} + m_1gx - m_2gx \geq 0 \Rightarrow$$

$$Mg\frac{l}{4} + mgx - 3mgx \geq 0 \Rightarrow Mg\frac{l}{4} \geq 2mgx \Rightarrow x \leq \frac{M}{8m}l$$

Η τελευταία πρέπει να ισχύει για κάθε τιμή του x

$$x_{max} \leq \frac{M}{m}\frac{l}{8} \Rightarrow \frac{l}{4} \leq \frac{M}{m}\frac{l}{8} \Rightarrow 2m \leq M \Rightarrow M \geq 2m \Rightarrow M_{ελ} = 2m$$

2.126 Σωστό το (**α**)

Ισορροπία όταν $I = 0$

Δυνάμεις είναι κατακόρυφες άρα η δύναμη $\vec{F}$ από την άρθρωση θα είναι κατακόρυφη.

$$ΣF_x = 0 \Rightarrow F_x = 0$$

$$Στ_{(O)} = 0 \Rightarrow Tl = Mgl + Mg\frac{l}{2} \Rightarrow T = \frac{3}{2}Mg$$

$$ΣF_y = 0 \Rightarrow F_y + T = 2Mg \Rightarrow F_y = 2Mg - \frac{3}{2}Mg = \frac{1}{2}Mg \Rightarrow F = \frac{1}{2}Mg$$

Ισορροπία όταν $I \neq 0$

Η φορά του ρεύματος είναι από το Ο προς το Α ώστε η δύναμη Laplace να έχει φορά προς τα πάνω αλλιώς αν η δύναμη Laplace είχε φορά προς τα κάτω το μέτρο της τάσης θα μεγάλωνε.

Οι δυνάμεις Laplace που δέχονται οι ράβδοι ΟΑ και ΑΓ έχουν ίδιο μέτρο F_L αλλά η μία είναι κατακόρυφη και η άλλη οριζόντια

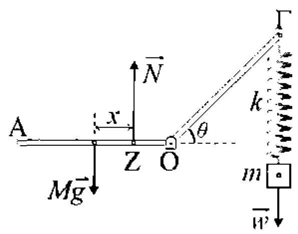
$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T'l + F_L\frac{l}{2} + F_L\frac{l}{2} = Mgl + Mg\frac{l}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}Mg + F_L = \frac{3}{2}Mg \Rightarrow F_L = Mg$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F'_x = F_L = Mg$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F'_x + T' = Mg \Rightarrow F'_x = Mg - \frac{1}{2}Mg = \frac{1}{2}Mg$$

$$F' = \sqrt{(1/2\,Mg)^2 + (Mg)^2} = Mg\sqrt{1/4 + 1} = Mg\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow F' = F\sqrt{5}$$

2.127 Σωστό το (γ)



Στο σώμα μάζας m που κάνει ΑΑΤ ασκούνται το βάρος του και η ελατηριακή δύναμη $F_{\varepsilon\lambda}$. Θετική φορά προς τα πάνω

$$\Sigma F = -ky \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - mg = -ky \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = mg - ky$$

Η ράβδος δέχεται από το ελατήριο δύναμη $F'_{\varepsilon\lambda}$

$$F'_{\varepsilon\lambda} = -F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = ky - mg$$

Η δύναμη αντίδρασης $\vec{N}$ που δέχεται το στερεό από το οριζόντιο δάπεδο ασκείται στο σημείο Z που είναι σε απόσταση x από το μέσον της οριζόντιας ράβδου.

$$\Sigma\tau_{(Z)} = 0 \Rightarrow Mgx - Mg\left(\frac{l}{4} + \frac{l}{2} - x\right) + F'_{\varepsilon\lambda}\left(\frac{l}{2} + \frac{l}{2} - x\right) = 0 \Rightarrow$$

$$Mgx - Mg\left(\frac{3l}{4} - x\right) + F'_{\varepsilon\lambda}(l - x) = 0 \Rightarrow$$

$$Mgx - Mg\frac{3l}{4} + Mgx + F'_{\varepsilon\lambda}l - F'_{\varepsilon\lambda}x = 0 \Rightarrow -F'_{\varepsilon\lambda}x + 2Mgx = -F'_{\varepsilon\lambda}l + Mg\frac{3l}{4} \Rightarrow$$

$$(-F'_{\varepsilon\lambda} + 2Mg)x = -F'_{\varepsilon\lambda}l + Mg\frac{3l}{4} \Rightarrow x = \frac{-F'_{\varepsilon\lambda}l + Mg\frac{3l}{4}}{-F'_{\varepsilon\lambda} + 2Mg}$$

$$x \leq \frac{l}{2} \Rightarrow \frac{-F'_{\varepsilon\lambda}l + Mg\frac{3l}{4}}{-F'_{\varepsilon\lambda} + 2Mg} \leq \frac{l}{2}$$

Ο παρονομαστής είναι θετικός διότι αν $F'_{\varepsilon\lambda} > 2Mg$ θα είχαμε ανατροπή . Έτσι

$$-2F'_{\varepsilon\lambda} + 1{,}5Mg \leq 2Mg - F'_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow -F'_{\varepsilon\lambda} \leq \frac{1}{2}Mg \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} \geq -\frac{1}{2}Mg$$

$$ky - mg \geq -\frac{1}{2}Mg \Rightarrow ky \geq -2mg + mg \Rightarrow y \geq -\frac{mg}{k}$$

Από την τελευταία

$$-A \geq -\frac{mg}{k} \Rightarrow A \leq \frac{mg}{k}$$

Κύματα

2.128 Σωστό το **(β)**
Το σημείο Κ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή: $t_K = x_K/\upsilon = 2\lambda/\upsilon = 2T$. Από τη στιγμή $t_K = 2T$ ως τη στιγμή $t_1 = 8T$ έχει περάσει χρόνος $\Delta t = 6T$ στον οποίο το σημείο Κ έχει κάνει 6 πλήρεις ταλαντώσεις.

2.129 Σωστό το **(β)**
Το κύμα φτάνει στο Κ τη στιγμή $t_K = 0{,}8s$

$$t_K = \frac{x_K}{\upsilon} \Rightarrow \upsilon = \frac{x_K}{t_K} = \frac{8}{0{,}8} = 10m/s$$

Από $0{,}8s$ ως $1s$ η φάση του Κ αυξάνει κατά $\Delta\varphi = \pi$

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 2\Delta t = 2\cdot 0{,}2 = 0{,}4s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 2{,}5Hz$$

$$\upsilon = \lambda f \Rightarrow \lambda = \upsilon/f = 10/2{,}5 = 4m$$

2.130 Σωστό το **(α)**
Το κύμα διαδίδεται από το Κ προς το Λ προς την αρνητική κατεύθυνση θα είναι:

$$\varphi_K > \varphi_\Lambda \Rightarrow x_K > x_\Lambda$$

$$\varphi_K - \varphi_\Lambda = 2\pi\left(\frac{x_K - x_\Lambda}{\lambda}\right) \Rightarrow 7{,}5\pi = 2\pi\left(\frac{x_K - x_\Lambda}{\lambda}\right) \Rightarrow \frac{x_K - x_\Lambda}{\lambda} = \frac{7{,}5}{2} \Rightarrow$$

$$x_K - x_\Lambda = \frac{7{,}5}{2}\lambda \Rightarrow x_\Lambda = x_K - \frac{15}{4}\lambda = 2\lambda - \frac{15}{4}\lambda = -\frac{7}{4}\lambda = -1{,}75\lambda$$

2.131 Σωστό το **(γ)**
Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Κ και Λ είναι: $\varphi_K - \varphi_\Lambda = 2\pi\frac{5\lambda}{\lambda} = 5\cdot 2\pi$
Τη στιγμή t η φάση του Λ είναι $\varphi_\Lambda = 0$ οπότε: $\varphi_K - 0 = 5\cdot 2\pi = 10\pi \Rightarrow \varphi_K = 10\pi$

2.132 Σωστό το **(γ)**
Ανάμεσα στα σημεία Κ και Ο είναι: $\varphi_K - \varphi_o = 2\pi$
Ανάμεσα στα σημεία Ο και Λ είναι: $\varphi_O - \varphi_\Lambda = \pi$
Πρόσθεση κατά μέλη: $\varphi_K - \varphi_\Lambda = 3\pi$
Η διαφορά φάσης των σημείων Κ και Λ μετά τη στιγμή t_1 θα είναι ίση με 3π

2.133 Σωστό το **(β).**
Η απόσταση των θέσεων ισορροπίας των σημείων Κ και Λ είναι:

$$d = \upsilon\Delta t = \upsilon 3\frac{T}{2} = 3\frac{\lambda}{2} \quad \acute{\alpha}\rho\alpha \quad \Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda} = 3\pi \Rightarrow \text{αντίθεση φάσης}$$

Έτσι τα Κ και Λ έχουν κάθε στιγμή αντίθετη απομάκρυνση και αντίθετη ταχύτητα.

2.134 Σωστό το **(β).**

$$\varphi_K - \varphi_M = \varphi_M - \varphi_\Lambda \Rightarrow 2\varphi_M = \varphi_K + \varphi_\Lambda \Rightarrow$$

$$\varphi_M = \frac{\varphi_K + \varphi_\Lambda}{2} \Rightarrow \varphi_M = \frac{1}{2}4\pi = 2\pi$$

Άρα το Κ έχει μέγιστη ταχύτητα.

2.135 Σωστό το **(γ).**
Η διαφορά φάσης μεταξύ Α και Ο είναι: $\varphi_o - \varphi_A = 2\kappa\pi$
Η απόσταση των θέσεων ισορροπίας είναι: $d = \kappa\lambda$
Η απόσταση είναι ελάχιστη όταν $d = \lambda$. Τη στιγμή t_1 το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση $\Delta x = \lambda/4$ πέρα από το Α:

$$d = \lambda + \lambda/4 = 1{,}25\lambda$$

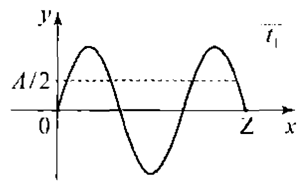
2.136 Σωστό το **(β)**
Σε χρόνο $\Delta t = T/2$ η φάση κάθε σημείου που έχει φτάσει το κύμα αυξάνει κατά

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T}\frac{T}{2} = \pi$$

Έτσι τη στιγμή t_2 η φάση του Β θα είναι: $\varphi_B = 3\pi/2 + \pi = 5\pi/2$
Την ίδια στιγμή η φάση του Γ είναι: $\varphi_\Gamma = 3\pi/2$
Έτσι έχουμε τις φάσεις των δύο σημείων την ίδια χρονική στιγμή.
Παρατηρούμε ότι είναι: $\varphi_B > \varphi_\Gamma \Rightarrow x_B < x_\Gamma \Rightarrow x_B - x_\Gamma < 0$
Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Β και Γ είναι ίση με π

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{x_\Gamma - x_B}{\lambda} \Rightarrow \pi = 2\pi\frac{x_\Gamma - x_B}{\lambda} \Rightarrow x_\Gamma - x_B = \lambda/2 \Rightarrow x_B - x_\Gamma = -\frac{\lambda}{2}$$

2.137 Σωστό το **(α)**
Το κύμα διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση. Στο σχήμα βλέπουμε το στιγμιότυπο του κύματος τη στιγμή t_1 που αντιστοιχεί σε τρία σημεία με μηδενική ταχύτητα και το Ο να βρίσκεται στην θέση ισορροπίας.
Υπάρχουν 4 σημεία που έχουν απομάκρυνση $y = A/2$



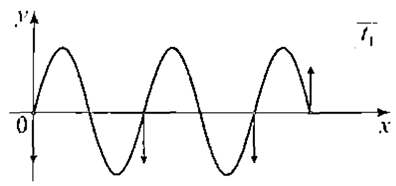
2.138 Σωστό το (γ)
Από το διάγραμμα προκύπτει ότι από τη στιγμή τ έως 2τ η αύξηση της φάσης του Α στη δεύτερη περίπτωση είναι διπλάσια από την αύξηση φάσης στην πρώτη περίπτωση.

$$\omega_2\Delta t = 2\omega_1\Delta t \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1 \Rightarrow f_2 = 2f_1$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι ίδια.

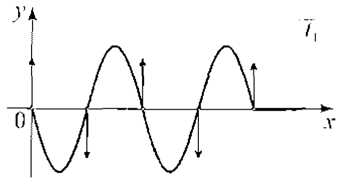
$$\lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow \lambda_1 f_1 = \lambda_2 2f_1 \Rightarrow \lambda_1 = 2\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$$

2.139 i. Σωστό το **(β), ii.** Σωστό το **(β)**
i. Σχεδιάζουμε το στιγμιότυπο που ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις του προβλήματος.
Τα σημεία Ο και Α έχουν αντίθεση φάσης και έτσι η ταχύτητα του Ο είναι αρνητική.
Τη στιγμή t_1 το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση 2,5λ.



$$\varphi_o - \varphi_A = 2\pi\frac{2{,}5\lambda}{\lambda} = 5\pi \Rightarrow \varphi_o = 5\pi$$

ii. Αν η συχνότητα ήταν



$$f' = 0{,}8f \Rightarrow \lambda' = \frac{\upsilon}{f'} = \frac{\lambda f}{0{,}8f} = \frac{5}{4}\lambda$$

Το κύμα θα έχει διαδοθεί σε απόσταση

$$d = \frac{5}{2}\lambda = \frac{5}{2}\frac{4}{5}\lambda' = 2\lambda'$$

Από το δεύτερο σχήμα προκύπτει ότι η ταχύτητα του μέσου Μ θα είναι μέγιστη.

2.140 Σωστό το **(γ)**

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$ η φάσης του σημείου $\Gamma(x = 0{,}8m)$ αυξήθηκε κατά $\pi/2$. Άρα είναι $\Delta t = T/4$. Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = T/4$ το κύμα προχώρησε κατά Δx

$$\Delta x = \upsilon\Delta t = \upsilon\frac{T}{4} = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4\Delta x = 4(1 - 0{,}8) = 4 \cdot 0{,}2 \Rightarrow \lambda = 0{,}8m$$

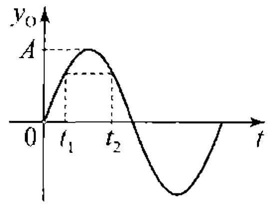
$$\upsilon = \lambda f = 0{,}8 \cdot 2{,}5 = 2m/s$$

2.141 Σωστό το (α)

$$\Delta x = \upsilon\Delta t \Rightarrow \frac{\lambda}{6} = \upsilon\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$$

Η αύξηση της φάσης της ταλάντωσης του Ο στο χρονικό διάστημα Δt είναι:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T}\frac{T}{6} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{T}{6}$$



Από το σχήμα: $t_2 + t_1 = T/2$

Από το σύστημα (1) και (2) : $t_1 = T/6 \quad και \quad t_2 = T/3$

$$\upsilon_1 = \omega A\sigma\upsilon\nu\omega t_1 = \omega A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} = \frac{\omega A}{2}$$

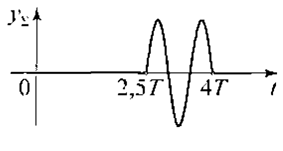
$$\upsilon_2 = \omega A\sigma\upsilon\nu\omega t_2 = \omega A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3} = -\frac{\omega A}{2}$$

$$\Delta\upsilon = -\frac{\omega A}{2} - \frac{\omega A}{2} = -\omega A \Rightarrow |\Delta\upsilon| = \omega A$$

2.142 Σωστό το **(β)**

$$r_2 - r_1 = 1{,}5\lambda = 3\frac{\lambda}{2} \Rightarrow ακυρωτική\ συμβολή$$

Η ταλάντωση του Σ αρχίζει τη χρονική στιγμή. $t_1 = r_1/\upsilon$



Και το Σ σταματά να κινείται τη στιγμή που αρχίζει η συμβολή. $t_2 = r_2/\upsilon$. Ο χρόνος ταλάντωσης του Σ είναι

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{r_2}{\upsilon} - \frac{r_1}{\upsilon} = \frac{r_2 - r_1}{\upsilon} = \frac{1{,}5\lambda}{\upsilon} = 1{,}5T$$

2.143 Σωστό το **(α)**

Όταν διπλασιαστεί η συχνότητα το μήκος κύματος υποδιπλασιάζεται.

[Συχνότητα f , μήκος κύματος λ] έχουμε ενισχυτική συμβολή στο Σ που βρίσκεται σε αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές.

$$r_1 - r_2 = \kappa\lambda$$

Όταν το μήκος κύματος γίνει $\lambda' = \lambda/2$ δηλαδή $\lambda = 2\lambda'$ έχουμε:

$$r_1 - r_2 = \kappa\lambda = \kappa 2\lambda' = 2\kappa\lambda' = N\lambda' \Rightarrow \varepsilon\nu\iota\sigma\chi\upsilon\tau\iota\kappa\acute{\eta}\sigma\upsilon\mu\beta o\lambda\acute{\eta}.$$

2.144 Σωστό το **(β)**

$$r_2 - r_1 = 2\lambda \quad (1)$$

Από το πυθαγόρειο θεώρημα :

$$r_2^2 - r_1^2 = 16\lambda^2 \Rightarrow (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 16\lambda^2 \Rightarrow 2\lambda(r_2 + r_1) = 16\lambda^2 \Rightarrow$$

$$r_2 + r_1 = 8\lambda \quad (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει: $r_1 = 3\lambda$

2.145 Σωστό το (γ)

Η απόσταση των δύο πηγών είναι $d = 2a = 2{,}25\lambda$. Θα βρούμε πόσες καμπύλες τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ αρκεί να βρούμε το πλήθος των σημείων του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ στα οποία έχουμε ενισχυτική συμβολή.

$$x_1 - x_2 = \kappa\lambda \Rightarrow x - (d - x) = \kappa\lambda \Rightarrow 2x = d + \kappa\lambda \Rightarrow x = \frac{d}{2} + \kappa\frac{\lambda}{2}$$

$$0 < x < d \Rightarrow 0 < \frac{d}{2} + \kappa\frac{\lambda}{2} < d \Rightarrow -\frac{d}{2} < \kappa\frac{\lambda}{2} < \frac{d}{2} \Rightarrow -d < \kappa\lambda < d$$

$$\Rightarrow -2{,}25\lambda < \kappa\lambda < 2{,}25\lambda \Rightarrow -2{,}25 < \kappa < 2{,}25 \Rightarrow$$

$$\kappa = -2, -1, 0, 1, 2$$

Άρα 5 κλάδοι υπερβολής τέμνουν την περιφέρεια του κύκλου. Κάθε κλάδος τέμνει τον κύκλο σε 2 σημεία άρα στην περιφέρεια υπάρχουν 10 σημεία ενισχυτικής συμβολής.

2.146 Σωστό το **(β)**

[Συχνότητα $f \rightarrow$ μήκος κύματος λ] , [Συχνότητα $f' \rightarrow$ μήκος κύματος λ']

$$f' = f/2 \Rightarrow \lambda' = 2\lambda \Rightarrow \lambda = \lambda'/2$$

$$r_1 - r_2 = \left(\frac{d}{2} + \frac{\lambda}{2}\right) - \left(\frac{d}{2} + \frac{\lambda}{2}\right) = 2\frac{\lambda}{2} = \lambda = 1\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow \alpha\kappa\upsilon\rho\omega\tau\iota\kappa\acute{\eta}\ \sigma\upsilon\mu\beta\acute{\eta}$$

2.147 Σωστό το **(γ)**

Αρχικά η συχνότητα είναι f και το μήκος κύματος είναι λ. Τελικά $f' = 2f$, $\lambda' = \lambda/2$

Σημεία ενισχυτικής συμβολής:

$$x_1 - x_2 = \kappa\lambda \Rightarrow x - (d - x) = \kappa\lambda \Rightarrow 2x = d + \kappa\lambda \Rightarrow x = \frac{d}{2} + \kappa\frac{\lambda}{2}$$

$$0 < x < d \Rightarrow 0 < \frac{d}{2} + \kappa\frac{\lambda}{2} < d \Rightarrow -\frac{d}{2} < \kappa\frac{\lambda}{2} < \frac{d}{2} \Rightarrow -d < \kappa\lambda < d \Rightarrow$$

$$-0{,}75\lambda < \kappa\lambda < 0{,}75\lambda \Rightarrow -0{,}75 < \kappa < 0{,}75 \Rightarrow \kappa = 0$$

Άρα μόνο ένα σημείο κάνει ταλάντωση μέγιστου πλάτους.

Αν το μήκος κύματος γίνει λ' τότε προκύπτει η σχέση:

$$-0{,}75\lambda < \kappa\lambda' < 0{,}75\lambda \Rightarrow -0{,}75\lambda < \kappa\frac{\lambda}{2} < 0{,}75\lambda \Rightarrow -1{,}5 < \kappa < 1{,}5 \Rightarrow \kappa = -1, 0, 1$$

Άρα τρία σημεία ενισχυτικής συμβολής.

2.148 Σωστό το (β)

$$Ακίνητος\ φελλός\ :\ r_1 - r_2 = (2κ+1)\frac{λ}{2} \Rightarrow λ = 2\frac{(r_1 - r_2)}{2κ+1} \Rightarrow για\ κ = 0$$

$$λ = λ_{max} = 2\frac{(r_1 - r_2)}{2 \cdot 0 + 1} = 2(r_1 - r_2) = 2 \cdot 0{,}5 = 1m$$

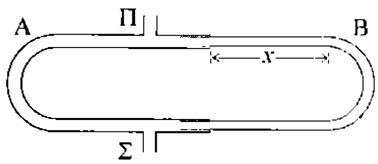
2.149 Σωστό το **(β)**

Θεωρούμε τυχαίο σημείο σε απόσταση x από το Κ

$$x - (d - x) = κλ \Rightarrow 2x = d + kλ \Rightarrow x = \frac{d}{2} + k\frac{λ}{2}, κ = 0, \pm 1, \pm 2..$$

$$\left.\begin{array}{l} κ = 0 \Rightarrow x_o = \dfrac{d}{2} \\ \\ κ = 1 \Rightarrow x_1 = \dfrac{d}{2} + \dfrac{λ}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow d_{ελ} = |x_1 - x_o| = \frac{λ}{2}$$

2.150 (β)



L το μήκος της διαδρομής του ήχου στον αριστερό σωλήνα. Η διαδρομή του ήχου στον δεξιό σωλήνα έχει μήκος $L + 2x$. Ενισχυτική συμβολή όταν:

$$L + 2x - L = κλ \Rightarrow 2x = κλ \Rightarrow x = κ\frac{λ}{2}$$

Όταν $x = x_o$ είναι $κ = N$: $x_o = N\frac{λ}{2}$, Η επόμενη τιμή του κ είναι $κ' = N + 1$

$$x = (N+1)\frac{λ}{2} = N\frac{λ}{2} + \frac{λ}{2} = x_o + \frac{λ}{2} \Rightarrow x = 0{,}4 + 0{,}15 = 0{,}55m = 55cm$$

2.151 Σωστό το **(β)**

Ανακλαστήρας στο Α : $r_1 = ΚΛ = α = 6λ$ και $r_2 = ΚΑΛ = 2α = 12λ$

Η διαφορά δρόμων είναι: $r_2 - r_1 = 6λ \Rightarrow r_2 = r_1 + 6λ$

Ανακλαστήρας στο Γ

Την ΚΓ θα τη βρούμε με το πυθαγόρειο θεώρημα: $ΚΓ = \sqrt{(3λ)^2 + (4λ)^2} = 5λ$

$$r_1' = ΚΛ = 6λ\ \ και\ \ r_2' = ΚΓΛ = 10λ$$

$$r_2' - r_1' = 10λ - 6λ = 4λ \Rightarrow r_2' = r_1' + 4λ$$

Οι τιμές της r_2 για τις οποίες έχουμε ενισχυτική συμβολή είναι:

$$r_2' = r_1' + 4λ$$
$$r_2 = r_1 + 6λ$$

Θα υπάρχει και κάποιο σημείο Β μεταξύ των Α και Γ στο οποίο αν βάλουμε τον ανακλαστήρα θα ισχύει

$$r_2 = r_1 + 5λ$$

Άρα πάνω στο τμήμα ΑΓ υπάρχουν συνολικά 3 θέσεις του ανακλαστήρα για τις οποίες προκύπτει ενισχυτική συμβολή.

2.152 Σωστό το **(β)**
Το σημείο Γ έχει για πρώτη φορά $\upsilon = 0$ τη στιγμή Τ/4 και θα είναι $y = \pm A_\Gamma$
Το Γ έχει ίδια φάση με το Ο και έτσι θα φτάσει πρώτα στην θέση $+A_\Gamma$

$$A_\Gamma = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{1}{6}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}\right| = 2A\frac{1}{2} = A$$

2.153 Σωστό το **(β)**

$$\textit{Μήκος Χορτδής}:\quad L = \frac{\lambda}{4} + (5-1)\frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4} + \frac{4\lambda}{2} = 9\frac{\lambda}{4}$$

Το μέσον της χορδής Μ βρίσκεται στην θέση: $x_M = L/2 = 9\lambda/8$

$$A_M = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{9}{8}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 9\frac{\pi}{4}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(8\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$\Rightarrow A_M = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}\right| = 2A\frac{\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2}$$

2.154 Σωστό το **(α)**
Οι κοιλίες βρίσκονται στις θέσεις $x = \kappa\lambda/2$. Η πρώτη κοιλία μετά το Ο που ταλαντώνεται έχοντας ίδια φάση με το Ο βρίσκεται στη θέση: $x = \lambda$
Όταν γίνει ο τρίτος δεσμός θα ισχύει: $x = \lambda'/4 + \lambda' = 5\lambda'/4$

$$\frac{5\lambda'}{4} = \lambda \Rightarrow 5\lambda' = 4\lambda \Rightarrow 5\frac{\upsilon}{f'} = 4\frac{\upsilon}{f} \Rightarrow f' = 1{,}25f \Rightarrow$$

$$\Delta f = 0{,}25f \Rightarrow \Delta f/f = 0{,}25 = +25\%$$

2.155 σωστό το **(α)**

$$\left.\begin{aligned} x_K &= \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12} \\ x_\Lambda &= \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3} \end{aligned}\right\} \frac{\upsilon_{max,K}}{\upsilon_{max,\Lambda}} = \frac{\omega|A'_K|}{\omega|A'_\Lambda|} = \frac{|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi x_K/\lambda|}{|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi x_\Lambda/\lambda|} = \frac{|\sigma\upsilon\nu 2\pi/12|}{|\sigma\upsilon\nu 2\pi/3|} = \frac{\sqrt{3}}{2}\Big/\frac{1}{2} = \sqrt{3}$$

2.156 Σωστό το **(γ)**

$$\textit{Η απόσταση του Μ από το } x = 0 \textit{ είναι}:\quad x = \frac{\lambda}{4} + \lambda + \frac{\lambda}{12} = \frac{4\lambda}{3}$$

$$A' = |2A\sigma\upsilon\nu(2\pi x/\lambda)| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{4\lambda}{3}/\lambda\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 8\frac{\pi}{3}\right|$$

$$\Rightarrow A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(6\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}\right| = 2A\left|-\frac{1}{2}\right| = A \Rightarrow A' = A$$

2.157 Σωστό το **(β)**
Το Ζ είναι κοιλία σε αντίθεση φάσης με το Ο

$$\left.\begin{aligned} y_Z &= 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{1{,}5\lambda}{3\lambda}\eta\mu\omega t = 2A\sigma\upsilon\nu\pi\eta\mu\omega t = -2A\eta\mu\omega t \\ y_M &= 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{\lambda}{3\lambda}\eta\mu\omega t = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}\eta\mu\omega t = -A\eta\mu\omega t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \textit{ίδια φάση}$$

Όταν $y_Z = +A_Z = 2A$ θα είναι $\eta\mu\omega t = -1$ και $y_M = -A(-1) = +A$

2.158 Σωστό το (**β**).

$$\Sigma \upsilon \chi \nu ό \tau \eta \tau \alpha \ \ (f) \ \Rightarrow 2 \ \delta \varepsilon \sigma \mu o ί \ \kappa \alpha \iota: \ \ L = \frac{\lambda}{2} = \frac{\upsilon}{2f}$$

$$\Sigma \upsilon \chi \nu ό \tau \eta \tau \alpha \ \ (4f) \ \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{4} \ \ \kappa \alpha \iota \ \kappa - \delta \varepsilon \sigma \mu o ί: \ \ L = (\kappa - 1)\frac{\lambda'}{2} = (\kappa - 1)\frac{\upsilon}{2f'}$$

$$(\kappa - 1)\frac{\upsilon}{2f'} = \frac{\upsilon}{2f} \Rightarrow (\kappa - 1)f = f' \Rightarrow (\kappa - 1)f = 4f \Rightarrow k - 1 = 4 \Rightarrow \kappa = 5$$

2.159 Σωστό το (γ)

Η δυναμική ενέργεια ενός στοιχειώδους τμήματος στη θέση $x = 0$ είναι:

$$U_o = \frac{1}{2}\Delta m\omega^2(\frac{A_O}{2})^2 = \frac{1}{4}E_o \Rightarrow K_o = \frac{3}{4}E_o \Rightarrow K_o = 3U_o$$

$$\Gamma \iota \alpha \ \tau o \ \sigma \eta \mu \varepsilon ί o \ O: \ y_o = A_o \eta \mu \omega t \Rightarrow \eta \mu \omega t = 1/2$$

$$T \upsilon \chi \alpha ί o \ \sigma \eta \mu \varepsilon ί o \ \Gamma(x): \ \ |y_\Gamma| = A_\Gamma \eta \mu \omega t = \frac{A_\Gamma}{2} \Rightarrow U_\Gamma = \frac{1}{4}E_\Gamma \Rightarrow K_\Gamma = \frac{3}{4}E_\Gamma$$

$$\Rightarrow K_\Gamma = 3U_\Gamma \ \ ά \rho \alpha \ \ K = 3U$$

2.160 Σωστό το (**β**)

$$\upsilon = \lambda f \Rightarrow \lambda = 12/7{,}2 = 5/3 \, Hz$$

Το συνολικό πλήθος των δεσμών είναι κ

$$L = (\kappa - 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{(\kappa - 1)}{2}\frac{5}{3} \Rightarrow \kappa - 1 = 3 \Rightarrow \kappa = 4 \ \delta \varepsilon \sigma \mu o ί.$$

Άρα στο μέσον Μ σχηματίζεται δεσμός (ακίνητο)

2.161 Σωστό το (**γ**)

Αν κ είναι το πλήθος των δεσμών τότε το μήκος της χορδής είναι:

$$L = (\kappa - 1)\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow L = (2\kappa - 1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow 4L = (2\kappa - 1)\frac{\upsilon}{f} \Rightarrow f = (2\kappa - 1)\frac{\upsilon}{4L}$$

Η ελάχιστη συχνότητα προκύπτει από την ελάχιστη τιμή του κ δηλαδή για $\kappa = 1$

$$f_{min} = \upsilon/4L$$

2.162 Σωστό το (**γ**)

Αποκλείεται να έχουμε στάσιμο κύμα διότι το Β θα ήταν δεσμός και τα Κ και Λ θα είχαν ταχύτητες με αντίθετα πρόσημα.

Αν πήγαινε προς τα δεξιά το Κ θα κινείτο προς ακραία θέση

Άρα πρόκειται για τρέχον κύμα που οδεύει προς τα αριστερά. Και μπορούμε να το επαληθεύσουμε αν σχεδιάσουμε το στιγμιότυπο τη στιγμή t_1 και τη στιγμή $t_1 + \Delta t$ που φαίνεται ότι το Κ κινείται προς τα κάτω δηλαδή έχει αρνητική ταχύτητα.

2.163 Σωστό το (**γ**)

Έστω Ν το πλήθος των δεσμών και L το μήκος της χορδής. $L = (N - 1)\,\lambda/2$

$$(N - 1)\frac{\lambda}{2} = (N' - 1)\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow (6 - 1)\frac{\lambda}{2} = (8 - 1)\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow 5\lambda = 7\lambda' \Rightarrow$$

$$5\,\frac{\upsilon}{f} = 7\,\frac{\upsilon}{f'} \Rightarrow f' = \frac{7}{5}f = 1{,}4f \Rightarrow \Delta f = 0{,}4f \Rightarrow \frac{\Delta f}{f} = 0{,}4 = 40\%$$

Ηλεκτρομαγνητισμός

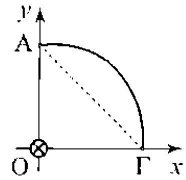
2.164 Σωστό το **(γ)**

Οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ που δημιουργούν τα ρεύματα I_1 και I_2 είναι αντίρροπες και έχουν μέτρα B_1 και B_2 που υπολογίζουμε εφαρμόζοντας το νόμο Biot-Savart.

$$B = \Sigma dB = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{\alpha^2}\Sigma dl\eta\mu 90 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{\alpha^2}\Sigma dl \rightarrow \begin{cases} B_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{I_1 \Sigma dl}{\alpha^2} = \dfrac{1}{4}\dfrac{\mu_o}{2\alpha}I_1 \\ B_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{I_2 \Sigma dl}{\alpha^2} = \dfrac{1}{4}\dfrac{\mu_o}{2\alpha}I_2 \end{cases}$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{1}{4}\frac{\mu_o}{2\alpha}I_1 \Big/ \frac{3}{4}\frac{\mu_o}{2\alpha}I_2 = \frac{1}{3}\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{3}\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{3}\cdot\frac{l_2}{l_1} = \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{1} = 1 \Rightarrow B_1 = B_2 \Rightarrow B = 0$$

2.165 Σωστό το **(γ)**



Θεωρούμε τόξο ΑΓ το οποίο θα είναι τεταρτοκύκλιο.
Για ολόκληρο τον κύκλο ακτίνας α ισχύει:

$$\Sigma B\Delta l = \mu_o I$$

Για την κλειστή καμπύλη τόξου και η χορδής θα είναι:

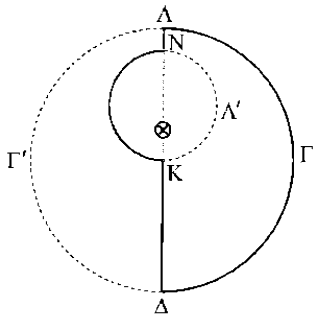
$$\Sigma B\Delta l = 0 \Rightarrow (\Sigma B\Delta l)_{\chi o\rho\delta\acute{\eta}(A\Gamma)} + (\Sigma B\Delta l)_{\tau\acute{o}\xi o(\Gamma A)} = 0 \Rightarrow$$

$$(\Sigma B\Delta l)_{\chi o\rho\delta\acute{\eta}(A\Gamma)} - (\Sigma B\Delta l)_{\tau\acute{o}\xi o(A\Gamma)} = 0 \Rightarrow (\Sigma B\Delta l)_{\chi o\rho\delta\acute{\eta}(A\Gamma)} = (\Sigma B\Delta l)_{\tau\acute{o}\xi o(A\Gamma)} \quad (1)$$

Κατά μήκος του τόξου ΑΓ η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει σταθερό μέτρο B'

$$B' = \frac{\mu_o I}{2\pi\alpha} \Rightarrow (\Sigma B\Delta l)_{\tau\acute{o}\xi o(A\Gamma)} = B' l_{\tau\acute{o}\xi o\upsilon} = \frac{\mu_o I}{2\pi\alpha}\frac{1}{4}2\pi\alpha = \frac{1}{4}\mu_o I$$

2.166 Σωστό το **(γ)**



Θεωρούμε την κλειστή διαδρομή $A\Gamma\Delta\Gamma'A$ στην οποία:

$$\sum \vec{B}dl = 2A_1 = \mu_o I \Rightarrow A_1 = \frac{\mu_o I}{2}$$

Όμοια θεωρούμε την κλειστή διαδρομή $K\Lambda N\Lambda' K$

$$\sum \vec{B}dl = 2A_2 = \mu_o I \Rightarrow A_2 = \frac{\mu_o I}{2}$$

$$A_1 = A_2 = \frac{\mu_o I}{2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 1$$

2.167 Σωστό το **(α)**

Από το νόμο του Ampere στην κλειστή διαδρομή (1) προκύπτει

$$A_1 = \sum \vec{B}d\vec{l} = 0 \Rightarrow \mu_o(I_1 + I_2 + I_3) = 0 \Rightarrow 2I_1 + I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = -2I_1$$

$$A_2 = \sum \vec{B}d\vec{l} = \mu_o(I_2 + I_3) = \mu_o(I_1 - 2I_1) = -\mu_o I_1$$

$$A_3 = \sum \vec{B}d\vec{l} = \mu_o(I_1 + I_2) = \mu_o(I_1 + I_1) = 2\mu_o I_1$$

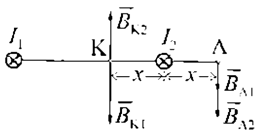
$$\frac{A_2}{A_3} = \frac{-\mu_o I_1}{2\mu_o I_1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow A_3 = -2A_2$$

2.168 Σωστό το **(α)**

$$B_K = B_\Lambda \Rightarrow B_{K1} - B_{K2} = B_{\Lambda 1} + B_{\Lambda 2} \Rightarrow \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{d-x} - \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{x} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{d+x} + \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{x} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{d-x}-\frac{1}{d+x}=\frac{2}{x}\Rightarrow\frac{2x}{d^2-x^2}=\frac{2}{x}\Rightarrow$$

$$x^2=d^2-x^2\Rightarrow 2x^2=d^2\Rightarrow x=\frac{d\sqrt{2}}{2}$$



Επομένως η απόσταση των σημείων Κ και Λ είναι:

$$(\text{ΚΛ})=2x=2\frac{d\sqrt{2}}{2}\Rightarrow(\text{ΚΛ})=d\sqrt{2}$$

2.169 Σωστό το (γ)

Έστω R η ακτίνα του κυκλικού αγωγού και r η ακτίνα του κυκλικού πλαισίου. Στο κέντρο του κυκλικού αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο: $B=\frac{\mu_o}{2}\frac{I}{R}$

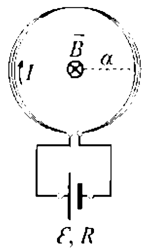
Για τα μήκη του κυκλικού αγωγού και του πλαισίου ισχύει: $2\pi R=2\cdot 2\pi r\Rightarrow r=\frac{R}{2}$

Στο κέντρο του κυκλικού πλαισίου η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο:

$$B'=\frac{\mu_o}{2}\frac{I}{r}N=\frac{\mu_o}{2}\frac{I}{R/2}2=\mu_o\frac{I}{R}2\Rightarrow B'=4B$$

2.170 Σωστό το (**α**).

Με τον διπλασιασμό του αριθμού σπειρών, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του πλαισίου είναι:



$$B'=1{,}2B\Rightarrow\frac{\mu_o}{2}\frac{I'}{\alpha}2N=1{,}2\frac{\mu_o}{2}\frac{I}{\alpha}N\Rightarrow 2I'=1{,}2I\Rightarrow$$

$$2\frac{\mathcal{E}}{2NR+r}=1{,}2\frac{\mathcal{E}}{NR+r}\Rightarrow\frac{1}{(2N+1)R}=0{,}6\frac{1}{(N+1)R}\Rightarrow$$

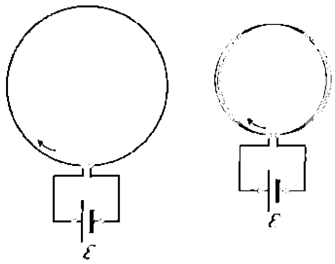
$$N+1=0{,}6(2N+1)\Rightarrow N+1=1{,}2N+0{,}6\Rightarrow 0{,}4=0{,}2N\ \Rightarrow N=2$$

2.171 Σωστό το (**α**)

Αν R η αντίσταση του σύρματος τότε ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης: $I=\mathcal{E}/R$

Και η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο είναι:

$$B=\mu_o I/2\alpha$$



Στο δεύτερο σχήμα οι κυκλικοί αγωγοί έχουν ακτίνα $\alpha'=\alpha/2$ και αντίσταση $R/2$ ο καθένας . Έτσι ο καθένας διαρρέεται από ρεύμα έντασης

$$I_1=I_2=\mathcal{E}/(R/2)=2I$$

Οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων στα κέντρα των δύο αγωγών έχουν ίδιο μέτρο

$$B_1=B_2=\frac{\mu_o}{2}\frac{I_1}{\alpha/2}=\mu_o\frac{2I}{\alpha}=4B$$

$$B'=B_1+B_2=8B$$

2.172 (**β**)

$$B=\mu_o\frac{N}{l}I\quad\Rightarrow\begin{cases}B_1=\mu_o\dfrac{N_1}{l_1}I_1\\ B_2=\mu_o\dfrac{N_2}{l_2}I_2\end{cases}$$

$$\text{Όταν } I_1 = I_2 \text{ είναι: } B_2 = 2\,B_1 \Rightarrow \mu_o \frac{N_2}{l_2} I_2 = 2\mu_o \frac{N_1}{l_1} I_1 \Rightarrow \frac{N_2}{l_2} = 2\frac{N_1}{l_1} \Rightarrow$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{2l_2}{l_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{2l_2}{2l_2} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{1}$$

2.173 Σωστό το (β)

Διακόπτης ανοιχτός: *Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα:* $I = \mathcal{E}/3R \Rightarrow B = \mu_o \frac{N}{l} I$

Διακόπτης κλειστό: $B' = \frac{3}{4}B \Rightarrow I' = \frac{3}{4}I \Rightarrow I' = \frac{3}{4}\frac{\mathcal{E}}{3R} = \frac{\mathcal{E}}{4R}$

Η τάση στα άκρα Α και Γ της συσκευής είναι:

$$V_{A\Gamma} = I'2R = \frac{\mathcal{E}}{4R}2R = \frac{\mathcal{E}}{2}$$

Η ισχύς κανονικής λειτουργίας της συσκευής είναι: $P_K = V_K I_K$ (1)

$$V_K = \mathcal{E}/2$$

Τα άκρα Α και Γ είναι πόλοι της πηγής άρα $V_{A\Gamma} = V_\pi$

$$V_\pi = \mathcal{E} - I_\pi r \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2} = \mathcal{E} - I_\pi R \Rightarrow I_\pi R = \frac{\mathcal{E}}{2} \Rightarrow I_\pi = \frac{\mathcal{E}}{2R}$$

$$I_\pi = I' + I_\Sigma \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{\mathcal{E}}{4R} + I_\Sigma \Rightarrow I_\Sigma = \frac{\mathcal{E}}{4R}$$

$$(1) \Rightarrow P_K = \frac{\mathcal{E}}{2}\cdot\frac{\mathcal{E}}{4R} = \frac{\mathcal{E}^2}{8R}$$

2.174 Σωστό το (α)

Στο κύκλωμα (α) η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R/2} = \frac{\mathcal{E}}{3R/2} = \frac{2}{3}\frac{\mathcal{E}}{R}$$

Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I_\pi = \frac{1}{2}I = \frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{3R}$$

Στο κύκλωμα (β) η πηγή διαρρέεται από ρεύμα: $I' = \mathcal{E}/3R$

Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα: $I'_\pi = I' = \mathcal{E}/3R$

Παρατηρούμε ότι: $I_\pi = I'_\pi$ άρα θα είναι $B = B'$

2.175 Σωστό το **(β)**

$$\frac{R_\alpha}{R_p} = \frac{m_\alpha v_\alpha}{Bq_\alpha} \Big/ \frac{m_p v_p}{Bq_p} = \frac{m_\alpha}{m_p}\cdot\frac{q_p}{q_\alpha}\cdot\frac{v_\alpha}{v_p} = 4\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{v_\alpha}{v_p} = 2\cdot\frac{v_\alpha}{v_p} \qquad (1)$$

Την ταχύτητα κάθε σωματιδίου την βρίσκουμε εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ

$$1/2\, mv^2 = qV \Rightarrow v = \sqrt{2qV/m}$$

$$\frac{v_\alpha}{v_p} = \sqrt{\frac{2q_\alpha V}{m_\alpha} \Big/ \frac{2q_p V}{m_p}} = \sqrt{\frac{q_\alpha m_p}{q_p m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2q_p m_p}{q_p 4m_p}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad (2)$$

$$(1) \Rightarrow \frac{R_\alpha}{R_p} = 2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

2.176 Σωστό το **(β)**

Αν διπλασιαστεί η ταχύτητα τότε θα διπλασιαστεί και η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Έτσι το σημείο Γ θα είναι το κέντρο της νέας κυκλικής τροχιάς. Το σωματίδιο θα διαγράψει τεταρτοκύκλιο. Περίοδος ανεξάρτητη της ακτίνας.

$$\Delta t_1 = \frac{T}{2},\ \ \Delta t_2 = \frac{T}{4} \ \ \Rightarrow \ \Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{2} \Rightarrow \Delta t_1 = 2\Delta t_2$$

2.177 Σωστό το **(γ)**

Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου αναλύεται σε 2 συνιστώσες την $\vec{v}_x$ που έχει την διεύθυνση του άξονα $x'x$ και την $\vec{v}_\kappa$ που είναι κάθετη στον άξονα $x'x$.

$$v_x = v\sigma\upsilon\nu 30 = v\sqrt{3}/2 \quad \kappa\alpha\iota \quad v_\kappa = v\eta\mu 30 = v/2$$

Λόγω της v_κ το ηλεκτρόνιο κάνει ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνα R και σε χρόνο T θα διανύσει διάστημα ίσο με: $s' = v_\kappa T = 2\pi R$

Όταν το ηλεκτρόνιο συναντήσει ξανά τον άξονα $x'x$ έχει περάσει χρόνος $\Delta t = T$ και θα έχει διανύσει διάστημα s. Το μαγνητικό πεδίο δεν προκαλεί μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας οπότε θα είναι $v = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$ που σημαίνει ότι η στιγμιαία τιμή του μέτρου της ταχύτητας είναι ίση με την μέση τιμή του μέτρου της.

$$v = s/\Delta t \Rightarrow s = v\Delta t = vT = 2v_\kappa T = 2 \cdot 2\pi R = 4\pi R$$

2.178 Σωστό το (β)

$$\Delta t_2 = 4\Delta t_1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi m_2}{Bq} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi m_1}{Bq} \Rightarrow m_2 = 4m_1 \quad (1)$$

Από το ΘΜΚΕ για την κίνηση στο ηλεκτρικό πεδίο

$$K - 0 = qV \Rightarrow K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}4m_1 v_2^2 \Rightarrow v_1 = 2v_2 \quad (2)$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} = \frac{m_1 2v_2}{4m_1 v_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_2 = 2R_1$$

$$L_1 = m_1 v_1 2R_1, \quad L_2 = m_2 v_2 2R_2 = 4m_1 \frac{1}{2} v_1 2 \cdot 2R_1 = 4m_1 v_1 2R_1 = 4L_1$$

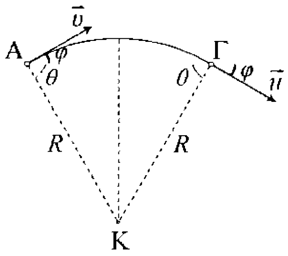
2.179 **i** Σωστό το **(α)**, **ii** Σωστό το **(β)**

i. Από το σχήμα προκύπτει ότι το τρίγωνο ΚΑΓ είναι ισόπλευρο. Διότι οι δύο γωνίες είναι

$$\widehat{K A \Gamma} = \widehat{K \Gamma A} = \theta = 60^o$$

άρα $KA = K\Gamma = d$

$$R = d$$

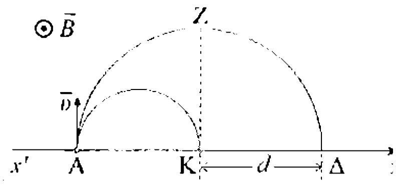


ii. Η γωνιακή μετατόπιση είναι $\Delta\varphi = \widehat{AK\Gamma} = \pi/3$

$$\Delta\varphi = \omega\tau \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T}\tau \Rightarrow T = 6\tau$$

2.180 Σωστό το (γ)

Τα δύο σωματίδια εξέρχονται από το πεδίο αφού διαγράψουν ημικύκλια ακτινών R_1 και R_2



$$K\Delta = 2R_2 - 2R_1 \Rightarrow 2R = 2R_2 - 2R \Rightarrow$$
$$2R_2 = 4R \Rightarrow R_2 = 2R$$
$$\Rightarrow \frac{m_2 \upsilon}{Bq} = 2\frac{m_1 \upsilon}{Bq} \Rightarrow m_2 = 2m_1 \Rightarrow T_2 = 2T_1$$

Το σωματίδιο μάζας m_1 έχει μικρότερη περίοδο και άρα εξέρχεται πρώτο από το μαγνητικό πεδίο έχοντας κινηθεί εντός του μαγνητικού για χρονικό διάστημα

$$\Delta t = 1/2\, T_1 = \pi m_1/Bq$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το σωματίδιο μάζας m_2 έχει γωνιακή μετατόπιση

$$\varphi = \omega_2 \Delta t = \frac{2\pi}{T_2}\Delta t = \frac{2\pi}{T_2}\cdot\frac{T_1}{2} = \frac{2\pi}{2T_1}\cdot\frac{T_1}{2} = \frac{\pi}{2}$$

Και θα βρίσκεται στο σημείο Ζ. Από το σχήμα προκύπτει ότι η απόσταση των δύο σωματιδίων θα είναι τότε ίση με: $R_2 = 2R$

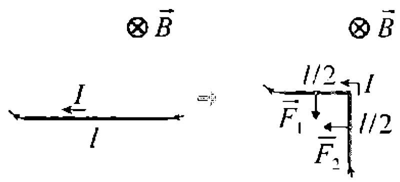
2.181 Σωστό το **(β)**

$$\textit{Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση}: \ \Sigma F = 0 \Rightarrow B\upsilon|q| = |q|E \Rightarrow \upsilon = E/B$$

Και δεν εξαρτάται από το φορτίο , άρα και το ηλεκτρόνιο θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα και θα χρειαστεί τον ίδιο χρόνο. ($\tau_e = \tau_p$)

2.182 Σωστό το **(γ)**

Το μέτρο της δύναμης που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο είναι:



$$F = BIl$$

Όταν ο αγωγός λυγίσει στο μέσον του, οι δυνάμεις Laplace σε κάθε τμήμα μήκους $l/2$ έχουν τις κατευθύνσεις που φαίνονται στο σχήμα και μέτρα:

$$F_1 = F_2 = BI\, l/2$$

Ο αγωγός δέχεται τότε από το μαγνητικό πεδίο δύναμη F', η οποία έχει μέτρο:

$$F' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = F_1\sqrt{2} = \sqrt{2}BI\frac{l}{2} \Rightarrow F' = \frac{\sqrt{2}}{2}F$$

1.183 Σωστό το **(β)**

$$\textit{Ισορροπία}: \ F_{L1} = m_1 g \Rightarrow BI_1 l = m_1 g \ \ \textit{και} \ \ F_{L2} = m_2 g \Rightarrow BI_2 l = m_2 g$$

$$\textit{Διαίρεση κατά μέλη}: \ \frac{BI_1 l}{BI_2 l} = \frac{m_1 g}{m_2 g} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{m_1}{m_2} \quad (1)$$

Τα σύρματα $K\Lambda$ και MN συνδέονται παράλληλα και έχουν ίδια τάση

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{V_1}{R_1}\Big/\frac{V_2}{R_2} \xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (2)$$

$$\textit{Από } (1) \textit{και } (2): \ \frac{m_1}{m_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

1.184 Σωστό το **(β)**
Για να ισορροπεί ο αγωγός (2) πρέπει οι αγωγοί (1) και (3) να διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα ίδιας έντασης ώστε η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στα σημεία του αγωγού (2) να είναι μηδέν.
Για να ισορροπεί ο αγωγός (3) πρέπει οι δυνάμεις που δέχεται από τους αγωγούς (1) και (2) να είναι αντίθετες , δηλαδή να έχουν ίσα μέτρα.

$$\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_3}{2d}l = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_2 I_3}{d}l \Rightarrow \frac{I_1}{2} = \frac{I_2}{1} \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

1.185 Σωστό το **(α)**
Είναι Δl την αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου. Όταν αρχίζει η ταλάντωση το σώμα ξεκινάει από ακραία θέση έχει απομάκρυνση με $|x| = A$. Μετά την κατάργηση της δύναμης η ΘΙ ανεβαίνει κατά A. Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι: $D = 2k$

$$E = \frac{1}{4}U_{ελ(αρχ)} \Rightarrow \frac{1}{2}2kA^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}k\Delta l^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2\right) \Rightarrow A^2 = \frac{1}{4}\Delta l^2 \Rightarrow A = \frac{1}{2}\Delta l \Rightarrow \Delta l = 2A$$

Όταν φτάσει στην άνω ακραία θέση το σώμα θα έχει διανύσει διάστημα $s = 2A$

$$2A = \Delta l$$

Άρα η άνω ακραία θέση είναι η θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου οπότε.

$$2k\frac{\Delta l}{2} = mg \Rightarrow k\Delta l = mg$$

Στην αρχική θέση ισορροπίας:

$$F_L + mg = 2k\Delta l \Rightarrow F_L = 2mg - mg \Rightarrow BIl = mg \Rightarrow I = \frac{mg}{Bl}$$

2.186 Σωστό το **(α)**
Όταν συνδέσουμε αντίσταση R

- Η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_π και ο αγωγός ΚΛ από ρεύμα I

$$I_\pi = \frac{\mathcal{E}}{R/2 + r} = \frac{2\mathcal{E}}{R + 2r} \Rightarrow I = \frac{1}{2}\cdot\frac{2\mathcal{E}}{R + 2r} = \frac{\mathcal{E}}{R + 2r} = \frac{2\mathcal{E}}{2R + 4r}$$

- Όταν συνδέσουμε αντίσταση $2R$

Η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης I'_π και ο αγωγός ΚΛ από ρεύμα I'

$$I'_\pi = \mathcal{E}/\frac{2R}{3} + r = \frac{3\mathcal{E}}{2R + 3r}$$

$$I' = \frac{2}{3}\frac{3\mathcal{E}}{2R + 3r} = \frac{2\mathcal{E}}{2R + 3r}$$

Ο λόγος I'/I είναι:

$$\frac{I'}{I} = \frac{2R + 4r}{2R + 3r} > 1 \Rightarrow Άρα\ η\ ένταση\ αυξήθηκε$$

$$F'_L = 1{,}2F_L \Rightarrow BI'l = 1{,}2BIl \Rightarrow I' = 1{,}2I \Rightarrow \frac{2\mathcal{E}}{2R + 3r} = \frac{6}{5}\cdot\frac{\mathcal{E}}{R + 2r} \Rightarrow$$

$$10R + 20r = 12R + 18r \Rightarrow 2r = 2R \Rightarrow r = R$$

2.187 Σωστό το **(β)**
F_1, F_2 τα μέτρα των δυνάμεων που δέχονται οι πλευρές ΑΓ και ΔΖ . ($F_1 > F_2$)
Οι δυνάμεις στις πλευρές ΓΔ και ΑΖ εξουδετερώνονται λόγω συμμετρίας.

$$F_1 - F_2 = F_2 \Rightarrow F_1 = 2F_2 \Rightarrow B_1 I\alpha = 2B_2 I\alpha \Rightarrow$$

$$B_1 = 2B_2 \Rightarrow \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{x} = 2\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{a+x} \Rightarrow 2x = x + a \Rightarrow x = a$$

2.188 Σωστό το (γ)
Οι δύο αγωγοί συνδέονται σε σειρά οπότε διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης.
Α περίπτωση . Η μεταξύ τους ελκτική δύναμη είναι αμελητέα
Οι δύο αγωγοί έχουν ίδιο μήκος και διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα , οπότε οι δυνάμεις που δέχονται από το μαγνητικό πεδίο είναι αντίθετες (ίδιο μέτρο)

$$Ανω\ \ αγωγός:\ \ F_L - mg = m\frac{g}{2} \Rightarrow F_L = \frac{3}{2}mg \qquad (1)$$

$$Κάτω\ \ αγωγός:\ \frac{m}{2}\,g + F_L = \frac{m}{2}\alpha \Rightarrow m\frac{g}{2} + \frac{3}{2}mg = \frac{m}{2}\alpha \Rightarrow \alpha = 4g \quad (2)$$

Β περίπτωση . Η μεταξύ τους ελκτική δύναμη *F* δεν είναι αμελητέα
Οι δύο αγωγοί απωθούνται με δύναμη μέτρου F

$$Ανω\ \ αγωγός:\ \ F_L - mg + F = m\frac{g}{2} \Rightarrow F_L + F = \frac{3}{2}mg$$

$$Κάτω\ \ αγωγός:\ \frac{m}{2}\,g + F_L + F = \frac{m}{2}\alpha \Rightarrow m\frac{g}{2} + \frac{3}{2}mg = \frac{m}{2}\alpha \Rightarrow \alpha = 4g \quad (2)$$

2.189 Σωστό το **(γ)**
Η αρχική μαγνητική ροή είναι: $\Phi_{αρχ} = BAσυνθ$
Αν στρέψουμε το επίπεδο του πλαισίου κατά -120^o και το κάθετο διάνυσμα θα στραφεί κατά -120^o και η γωνία που θα σχηματίζει με τις Δ.Γ. θα γίνει: $\theta - 120^o$

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R_{ολ}} = 0 \Rightarrow \Delta\Phi = 0 \Rightarrow \Phi_{τελ} = \Phi_{αρχ} \Rightarrow BAσυν(\theta - 120) = BAσυνθ \Rightarrow$$

$$συν(\theta - 120) = συνθ \Rightarrow \theta - 120 = -\theta \Rightarrow 2\theta = 120 \Rightarrow \theta = 60^o$$

α. $\theta = 60^o$ είναι $\Phi_{αρχ} = BA/2$
Γωνία στροφής είναι $\Delta\theta = 60^o$ είναι $\theta_{τελ} = 120^o$ και η τελική ροή θα είναι:

$$\Phi_{τελ} = BSσυν120 = BS\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{BS}{2}$$

$$\Delta\Phi = -\frac{BS}{2} - \frac{BS}{2} = -BS \Rightarrow |q| = \frac{BS}{R}$$

β. $\theta = 60^o$ είναι $\Phi_{αρχ} = BS/2$
Γωνία στροφής $\Delta\theta = -60^o$ η τελική γωνία είναι $\theta_{τελ} = 0^o$ και η τελική ροή θα είναι:

$$\Phi_{τελ} = BSσυν0 = BS$$

$$\Delta\Phi = BS - \frac{BS}{2} = \frac{BS}{2} \Rightarrow |q| = \frac{BS}{2R}$$

γ. $\theta = 60^o$ είναι $\Phi_{αρχ} = BS/2$
Γωνία στροφής είναι $\Delta\theta = 120^o$ η τελική γωνία είναι $\theta_{τελ} = 180^o$ και

$$\Phi_{\tau\epsilon\lambda} = BS\sigma\upsilon\nu(180) = BS(-1) = -BS$$
$$\Delta\Phi = -BS - \frac{BS}{2} = 0 = -\frac{3}{2}BS \Rightarrow |q| = \frac{3BS}{2R}$$

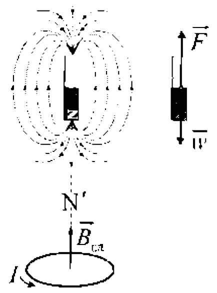
2.190 Σωστό το (γ)
Η μέση επαγωγική ΗΕΔ σε κάποιο χρονικό διάστημα υπολογίζεται από τον τύπο:
$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$
Το $-\Delta\Phi$ μπορούμε να το υπολογίσουμε από το διάγραμμα με εμβαδομέτρηση
$$-\Delta\Phi = \frac{(5t_1 + 3t_1)\mathcal{E}_o}{2} \Rightarrow -\Delta\Phi = 4\mathcal{E}_o t_1$$
$$Άρα: \quad \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{4\mathcal{E}_o t_1}{5t_1} = 0{,}8\mathcal{E}_o$$

2.191 Σωστό το **(β)**.
Στο πηνίο εμφανίζεται επαγωγική ΗΕΔ διότι μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του, αλλά το κύκλωμα δεν είναι κλειστό , έτσι δεν διαρρέεται από ρεύμα. Με τον κανόνα του Lenz μπορούμε να βρούμε τη φορά του επαγωγικού ρεύματος και στη συνέχεια να βρούμε την πολικότητα της επαγωγικής ΗΕΔ. Επειδή τώρα δεν έχουμε επαγωγικό ρεύμα για να καθορίσουμε την πολικότητα της επαγωγικής ΗΕΔ θα εξετάσουμε τι θα γινόταν αν το κύκλωμα ήταν κλειστό.
Αν το κύκλωμα ήταν κλειστό το επαγωγικό ρεύμα θα είχε φορά από το Δ προς το Γ ώστε στο άκρο Γ του πηνίου να εμφανιστεί βόρειος πόλος και έτσι ο θετικός πόλος της επαγωγικής ΗΕΔ θα ήταν στο Γ , άρα: $V_\Gamma > V_\Delta$
Όταν το κύκλωμα είναι ανοιχτό τότε $V_\Gamma = V_A$ και $V_\Delta = V_B$
$$V_A > V_B \Rightarrow V_A - V_B > 0$$

2.192 Σωστό το **(β)**
$$Ίδια\ σύρματα\ άρα\ έχουν\ ίδιο\ μήκος: \quad N_1 2\pi\alpha_1 = N_2 2\pi\alpha_2 \Rightarrow \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{N_2}{N_1}$$
$$q_1 = -N_1\frac{B\pi\alpha_1^2}{R}, \quad q_2 = -N_2\frac{B\pi\alpha_2^2}{R} \quad και \quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{N_1}{N_2}(\frac{\alpha_1}{\alpha_2})^2 = \frac{N_1}{N_2}(\frac{N_2}{N_1})^2 = \frac{N_2}{N_1}$$

2.193 i. Σωστό το **(γ), ii.** Σωστό το **(γ)**
i. Το επαγωγικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο B' που έχει ίδια φορά με το μαγνητικό πεδίο που προκάλεσε το φαινόμενο της επαγωγής. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz θα πρέπει η μαγνητική ροή να μειώνεται ώστε το $\vec{B}' \upuparrows \vec{B}$ και αυτό συμβαίνει στο χρονικό διάστημα $2t_1$ έως $3t_1$
ii. Όπως προκύπτει από το σχήμα η επαγωγική ΗΕΔ έχει ίδιο μέτρο στα χρονικά διαστήματα 0 *έως* t_1 και $2t_1$ *έως* $3t_1$ το ίδιο ισχύει και για την ένταση του Η.Ρ. και έτσι η συσκευή λειτουργεί κανονικά και στα δύο αυτά χρονικά διαστήματα.
$$W_{\eta\lambda} = P_K t_1 + 0 + P_K t_1 = 2P_K t_1$$

2.194 Σωστό το (γ).
Σε κάθε δακτύλιο θα εμφανιστεί επαγωγική ΗΕΔ διότι η κάθοδος του μαγνήτη συνεπάγεται μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τον δακτύλιο.
Στο σχήμα (α) ο δακτύλιος διαρρέεται από ρεύμα και δημιουργεί μαγνητικό πεδίο που αντιστέκεται στην κίνηση του μαγνήτη ασκώντας του δύναμη $\vec{F}$ προς τα πάνω .Έτσι, από τον 2ο νόμο του Newton έχουμε:



$$mg - F = ma \Rightarrow a < g$$

Επομένως θα είναι $\upsilon_1 < \sqrt{2gh}$.
Μπορούμε να το αντιμετωπίσουμε και ενεργειακά . Αν πάρουμε ως επίπεδο αναφοράς στο έδαφος και εφαρμόσουμε την ΑΔΕ σε κάθε περίπτωση έχουμε :
(α) : $U_{αρχ} = K_{τελ} + W_{ηλ} \Rightarrow K_{τελ} < U_{αρχ} \Rightarrow \upsilon_1 < \sqrt{2gh}$
(β) : Ο δακτύλιος δεν διαρρέεται από ρεύμα και κάνει ελεύθερη πτώση.

$$U_{αρχ} = K_{τελ} \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2gh}$$

2.195 Σωστό το (γ)
Η φορά του επαγωγικού ρεύματος καθορίζεται από τον κανόνα του Lenz
Όταν η μαγνητική ροή μειώνεται τότε το επαγωγικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο το οποίο αντιστέκεται στην μείωση άρα $\vec{B}' \upuparrows \vec{B}$ και το επαγωγικό ρεύμα θα έχει τη φορά του σχήματος
Μετά τη στιγμή t_1 η ένταση του μαγνητικού πεδίου αλλάζει φορά και ο δακτύλιος αντιλαμβάνεται να πυκνώνουν οι Δ.Γ. δηλαδή να αυξάνει η μαγνητική ροή. Έτσι το $\vec{B}'$ θα έχει κατεύθυνση αντίθετη του $\vec{B}$ δηλαδή την ίδια που είχε και πριν το μηδενισμό του B
Ή Επειδή ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής είναι σταθερός , η επαγωγική ΗΕΔ θα έχει συνέχεια την ίδια πολικότητα , άρα και η φορά του ρεύματος είναι σταθερή.

2.196 Σωστό το (γ)
Στον αγωγό ΚΛ εμφανίζεται επαγωγική ΗΕΔ $\mathcal{E}_{επ} = B\upsilon l$ σε κάθε περίπτωση
Κλειστός διακόπτης : Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα $I = B\upsilon l/2R$
Η τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι:

$$V_{ΚΛ} = V_{ΑΓ} = IR = \frac{B\upsilon l}{2R}R = \frac{1}{2}B\upsilon l = V$$

Διακόπτης ανοιχτός : $V'_{ΚΛ} = B\upsilon l = 2V$

2.197 **i.** Σωστό το (γ), **ii.** Σωστό το (γ), **iii.** Σωστό το (α)
i. Στο κύκλωμα (α) οι αντιστάσεις συνδέονται στη σειρά

$$Q_1 = \frac{3}{4}Q = \frac{3}{4}E_{πρ} \Rightarrow Q_2 = \frac{1}{4}Q_a = \frac{1}{4}E_{πρ}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{1} \Rightarrow R_1 = 3R_2$$

Στο κύκλωμα (β) οι αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα

$$\frac{Q_1'}{Q_2'} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow Q_2' = 3Q_1'$$

$$E_{\pi\rho}' = Q' = Q_1' + Q_2' = 4Q_1' \Rightarrow Q_1' = \frac{1}{4}E_{\pi\rho}' = 25\%E_{\pi\rho}'$$

ii.

$$Q_\alpha = E_{\pi\rho(\alpha)} = F\Delta x = F_L\upsilon\Delta t = BIl\upsilon\Delta t = \frac{B^2l^2\upsilon^2}{R_{o\lambda}}\Delta t$$

$$Q_\beta = E_{\pi\rho(\beta)} = F'\Delta x = F_L'\upsilon\Delta t = BI'l\upsilon\Delta t = \frac{B^2l^2\upsilon^2}{R_{o\lambda}'}\Delta t$$

$$\frac{Q_\alpha}{Q_\beta} = \frac{R_{o\lambda}'}{R_{o\lambda}} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}/R_1 + R_2 = \frac{R_1R_2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{1 \cdot 3}{(1 + 3)^2} = \frac{3}{16}$$

iii.

$$\upsilon_{o\rho} = \frac{FR_{o\lambda}}{B^2l^2}$$

$$\frac{\upsilon_{o\rho}}{\upsilon_{o\rho}'} = 4 \Rightarrow \frac{FR_{o\lambda}}{B^2l^2} = 4\frac{FR_{o\lambda}'}{B^2l^2} \Rightarrow R_{o\lambda} = 4R_{o\lambda}' \Rightarrow R_1 + R_2 = 4\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow$$

$$(R_1 + R_2)^2 = 4R_1 \cdot R_2 \Rightarrow (R_1 - R_2)^2 = 0 \Rightarrow R_1 = R_2$$

2.198 **i.** Σωστό το (γ), **ii.** Σωστό το **(α)**

i. Οριακή ταχύτητα στο κύκλωμα (α):

$$F = BIl = B\frac{B\upsilon l}{3R}l = \frac{B^2l^2}{3R}\upsilon$$

Η οριακή ταχύτητα στο κύκλωμα (β) είναι :

$$F' = BI'\frac{l}{2} = B\frac{B\upsilon l'}{2R}l' = B\frac{B\upsilon\frac{l}{2}}{2R}\frac{l}{2} = \frac{1}{8}\frac{B^2l^2}{R}\upsilon = \frac{3}{8}\frac{B^2l^2}{3R}\upsilon = \frac{3}{8}F$$

ii.

$$\textit{Στο κύκλωμα } (\alpha):\ V = IR = \frac{B\upsilon l}{3R}R = \frac{B\upsilon l}{3}$$

$$\textit{Στο κύκλωμα } (\beta):\quad V' = I'R = \frac{B\upsilon\frac{l}{2}}{2R}R = \frac{B\upsilon l}{4}$$

$$V'/V = 3/4$$

2.199 Σωστό το (γ).

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον εσωτερικό δακτύλιο ακτίνας x είναι: $\Phi_1 = B\pi x^2$

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον εξωτερικό δακτύλιο ακτίνας y είναι όση διέρχεται και από μια σπείρα του πηνίου. $\Phi_2 = B\pi\alpha^2$

Η επαγωγική ΗΕΔ σε κάθε δακτύλιο είναι: $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = d\Phi/dt = SdB/dt$

Οι δύο δακτύλιοι διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi1}}{R_1} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi2}}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R^*2\pi x}\pi x^2\frac{dB}{dt} = \frac{1}{R^*2\pi y}\pi\alpha^2\frac{dB}{dt} \Rightarrow x = \frac{\alpha^2}{y} \Rightarrow \alpha = \sqrt{x \cdot y}$$

2.200 Σωστό το **(β).**
Διακόπτης κλειστός η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης I

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R/2+r}=\frac{\mathcal{E}}{R}\Rightarrow V_{K\Lambda}=I\frac{R}{2}=\frac{\mathcal{E}}{R}\frac{R}{2}=\frac{\mathcal{E}}{2}$$

Ο ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα έντασης: $I_{K\Lambda}=\mathcal{E}/2R$

$$Ισορροπία\ του\ ΚΛ: BI_{K\Lambda}l=mg\Rightarrow B\frac{\mathcal{E}}{2R}l=mg\Rightarrow\frac{\mathcal{E}}{2}=\frac{mg}{Bl}R\Rightarrow V_{K\Lambda}=\frac{mg}{Bl}R$$

Όταν ανοίξουμε το διακόπτη μετά από λίγο ο αγωγός θα αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα ίση με υ_{op} τότε η τάση στα άκρα του θα γίνει μέγιστη ίση με $V'_{K\Lambda}$

$$\upsilon=max\quad όταν\ \Sigma F=0\Rightarrow BIl=mg\Rightarrow I=\frac{mg}{Bl}$$

$$V'_{K\Lambda}=IR=\frac{mg}{Bl}R\quad\Rightarrow Είναι: V'_{K\Lambda}=V_{K\Lambda}$$

2.201 Σωστό το (γ).
Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο δακτύλιο έγινε ηλεκτρική λόγω φαινομένου επαγωγής και ένα μέρος της προκάλεσε την αύξηση της δυναμικής ενέργειας του δακτυλίου.

$$E=Q+\Delta U\Rightarrow E>\Delta U\Rightarrow E>mgh$$

2.202 Σωστό το **(α)**
Ισορροπία του αγωγού ΚΛ :

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R_{\varepsilon\xi}+r}=\frac{\mathcal{E}}{R+R}=\frac{\mathcal{E}}{2R}$$

$$I_{K\Lambda}=\frac{I}{2}=\frac{\mathcal{E}}{4R}\quad και\quad BI_{K\Lambda}l=mg\Rightarrow B\frac{\mathcal{E}}{4R}l=mg\quad(1)$$

$$Οριακή\ ταχύτητα:\quad BI'_{K\Lambda}Il=mg\Rightarrow B\frac{B\upsilon l}{4R}l=mg\quad(2)$$

$$B\frac{B\upsilon l}{4R}l=B\frac{\mathcal{E}}{4R}l\Rightarrow\upsilon=\frac{\mathcal{E}}{Bl}$$

2.203 Σωστό το (γ)
Πριν συνδέσουμε το βολτόμετρο η τάση στα άκρα του πλαισίου είναι

$$\upsilon=\varepsilon=N\omega BA\eta\mu\omega t$$

Όταν συνδέσουμε το βολτόμετρο το κύκλωμα διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα

$$i=\frac{N\omega BA\eta\mu\omega t}{R+R_V}=\frac{N\omega BA\eta\mu\omega t}{2R}$$

Η τάση στα άκρα του βολτομέτρου είναι

$$\upsilon_V=iR_\upsilon=\frac{N\omega BA\eta\mu\omega t}{2R}R=\frac{N\omega BA\eta\mu\omega t}{2}$$

$$Το\ πλάτος\ της\ τάσης\ είναι: V_V=\frac{N\omega BA}{2}$$

$$Η\ ενεργός\ τιμή\ της\ θα\ είναι: V_{V\varepsilon\nu}=\frac{N\omega BA}{2\sqrt{2}}=\frac{N\omega B\alpha^2}{2\sqrt{2}}$$

2.204 Σωστό το (β).
Σε χρόνο $t = T/4$ το πλαίσιο γίνεται παράλληλο στις δυναμικές γραμμές, οπότε το επαγωγικό φορτίο θα είναι:

$$q = -\frac{\Delta\Phi}{R} = -\frac{0 - NBA}{R} = \frac{NBA}{R} \Rightarrow NBA = qR$$

Η ενεργός ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος θα είναι:

$$I_{\varepsilon\nu} = \frac{V_{\varepsilon\nu}}{R} = \frac{V}{R\sqrt{2}} = \frac{N\omega BA}{R\sqrt{2}} = \frac{\omega qR}{R\sqrt{2}} \Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = \frac{\omega q}{\sqrt{2}}$$

2.205 Σωστό το **(β)**
α. Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά : $R_{o\lambda} = 2R$ και $P_\mu = V_{\varepsilon\nu}^2/2R$

β. Σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα : $R'_{o\lambda} = R/2$ και $P'_\mu = V'^2_{\varepsilon\nu}/(R/2) = 2V'^2_{\varepsilon\nu}/R$

$$P'_\mu = P_\mu \Rightarrow 2\frac{V'^2_{\varepsilon\nu}}{R} = \frac{V^2_{\varepsilon\nu}}{2R} \Rightarrow 4V'^2_{\varepsilon\nu} = V^2_{\varepsilon\nu} \Rightarrow V'_{\varepsilon\nu} = \frac{1}{2}V_{\varepsilon\nu} \Rightarrow$$

$$V' = \frac{1}{2}V \Rightarrow N\omega' BA = \frac{1}{2}N\omega BA \Rightarrow \omega' = \frac{1}{2}\omega \Rightarrow \frac{\Delta\omega}{\omega} = -50\%$$

2.206 Σωστό το **(β)**.
Η τάση v στα άκρα του πλαισίου είναι ίση με την επαγωγική ΗΕΔ στο πλαίσιο.

$$v = N\omega BA\eta\mu\omega t$$

Η θερμότητα Q που αναπτύσσεται στο σύρμα σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T$ είναι :

$$Q = V_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu} \cdot \Delta t = \frac{V^2_{\varepsilon\nu}}{R} \cdot T = \frac{V^2}{2R} \cdot T = \frac{(N\omega BA)^2}{2R} \cdot T = \frac{(NBA)^2}{2R}\omega^2 T$$

$$\Rightarrow Q = \frac{(NBA)^2}{2R}\omega^2\frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\frac{(NBA)^2}{2R}\omega = 4\pi\frac{(NBA)^2}{2R}f$$

$$f' = 2f \Rightarrow Q' = 4\pi\frac{(NBA)^2}{2R}f' \Rightarrow Q' = 2Q$$

2.207 Σωστό το **(γ)**

$$\omega = \frac{200\pi}{3} \Rightarrow 2\pi f = \frac{200\pi}{3} \Rightarrow f = \frac{100}{3}Hz \Rightarrow T = \frac{3}{100}s$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega\Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}\Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} = \frac{1}{100}s \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{T}{3} \quad (1)$$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow I\eta\mu(\omega t_2) = I\eta\mu(\omega t_1) \Rightarrow \omega t_2 + \omega t_1 = \pi \Rightarrow \omega(t_2 + t_1) = \pi \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi}{T}(t_2 + t_1) = \pi \Rightarrow t_2 + t_1 = \frac{T}{2} \quad (2)$$

(1) +(2):

$$2t_2 = \frac{T}{2} + \frac{T}{3} \Rightarrow 2t_2 = 5\frac{T}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{12}T \quad \text{και} \quad t_1 = \frac{1}{12}T$$

$$i = I\eta\mu\omega t \xrightarrow{t=t_1} i = I\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{I}{2} \Rightarrow I = 2i \Rightarrow I = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = 10A$$

2.208 Σωστό το (γ)
Η θερμότητα στην αντίσταση R σε χρόνο μιας περιόδου $(\Delta t = T)$

$$Q_{(T)} = 4I^2R\frac{T}{4} + 4I^2R\frac{T}{4} = 2I^2RT$$

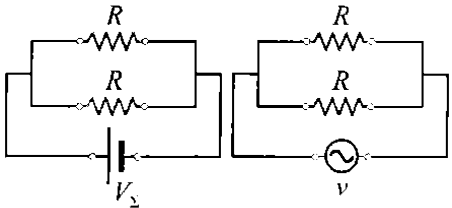
Ένα συνεχές σταθερό ρεύμα I_σ στην ίδια αντίσταση και στον ίδιο χρόνο T προκαλεί:

$$Q_{\sigma(T)} = I_\sigma^2RT$$

Αν $Q_{\sigma(T)} = Q_{(T)}$ τότε από τον ορισμό θα είναι: $I_\sigma = I_{\varepsilon\nu}$

$$Q_{\sigma(T)} = Q_{(T)} \Rightarrow I_\sigma^2RT = 2I^2RT \Rightarrow I_\sigma^2 = 2I^2 \Rightarrow I_\sigma = I\sqrt{2} \Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = \sqrt{2}I$$

2.209 Σωστό το **(α)**
Θα εφαρμόσουμε τον νόμο του Joule σε κάθε περίπτωση. Στην παράλληλη σύνδεση η ισοδύναμη αντίσταση είναι $R_{o\lambda} = R/2$ και ισχύει:



$$Q_1 = \frac{V_\Sigma^2}{R_{o\lambda}}t = \frac{V_\Sigma^2}{R/2}t = 2\frac{V_\Sigma^2}{R}t$$

Στη σύνδεση σε σειρά η ισοδύναμη αντίσταση είναι $R_{o\lambda} = 2R$ και ισχύει:

$$Q_2 = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R_{o\lambda}}t = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{2R}t$$

Η συνολική θερμότητα στους αντιστάτες είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow 2\frac{V_\Sigma^2}{R}t = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{2R}t \Rightarrow V_{\varepsilon\nu} = 2V_\Sigma$$

]**2.210** Σωστό το **(β)** 56
Το σύμβολο P εκφράζει μέση ισχύ και το p εκφράζει στιγμιαία ισχύ.

Για την αρχική μέση ισχύ του λαμπτήρα ισχύει:

$$P = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R} = \frac{1}{2}\frac{V^2}{R} = \frac{1}{2R}(N\omega BA)^2$$

$$P_{\tau\varepsilon\lambda} = P_\kappa = \frac{V'^2_{\varepsilon\nu}}{R} = \frac{V_\kappa^2}{R} = \frac{1}{2R}(N2\omega BA)^2 = 4P$$

$$P_\kappa = 4P \Rightarrow P = \frac{1}{4}P_\kappa$$

2.211 Σωστό το **(β)**
Σύμφωνα με τον ορισμό

$$I_\mu = \frac{q}{\Delta t} = \frac{q}{\frac{T}{2}} = 2\frac{q}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{\pi}q$$

$$Από\ τύπο\ Neumman: \quad q = -N\frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}} = -N\frac{-2BA}{R_{o\lambda}} = \frac{NBA}{R_{o\lambda}}$$

$$I_\mu = \frac{\omega}{\pi}\frac{NBA}{R_{o\lambda}} = \frac{V}{\pi R_{o\lambda}} = \frac{I}{\pi}$$

2.212 Σωστό το **(γ)**
Η τελική τιμή της έντασης του ρεύματος είναι

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Ο χρόνος που απαιτείται εξαρτάται από την τελική τιμή της έντασης . Όσο πιο μικρή είναι η τελική τιμή της I τόσο πιο γρήγορα το ρεύμα θα την αποκτήσει.
Η τελική τιμή του Ι μικραίνει αν αυξηθεί η R. Άρα η αύξηση της R συνεπάγεται μείωση του I οπότε και μείωση του χρόνου Δt.
Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι η αιτία που καθυστερεί η ένταση του ρεύματος να πάρει την μέγιστη τελική της τιμή. Όσο μεγαλύτερη είναι η $\mathcal{E}_{αυτ}$ τόσο πιο πολύς χρόνος θα χρειαστεί για να φτάσει η ένταση του ρεύματος στην τελική της τιμή. Οπότε αύξηση του L συνεπάγεται αύξηση του χρόνου Δt
Όταν αυξήσουμε το R και μειώσουμε το L θα έχουμε μείωση του Δt.

⋆ **Σχόλιο** Τι συμβαίνει όμως όταν $L = 0$ ή όταν $R = 0$
Όταν $R = 0$ τότε το ρεύμα θα φτάσει στο άπειρο οπότε θα χρειαστεί άπειρο χρόνο.
Από το 2ο κανόνα Kirchhoff προκύπτει τότε:

$$\mathcal{E} = iR + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} = σταθ$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{\mathcal{E}}{L} \Rightarrow \frac{i-0}{t-0} = \frac{\mathcal{E}}{L} \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{L}t$$

Παρατηρούμε ότι η ένταση αυξάνει συνεχώς και με σταθερό ρυθμό. Η γραφική παράσταση $i = f(t)$ είναι ευθεία.
Όταν $L = 0$ τότε δεν υπάρχει ΗΕΔ από αυτεπαγωγή και η ένταση του ρεύματος αποκτά την τελική της τιμή ακαριαία.

2.213 Σωστό το (γ)
Το αρχικό πηνίο διαρρέεται τελικά από ρεύμα έντασης: $I = E/R$
Και η ενέργεια που αποθηκεύεται στο πηνίο είναι : $U = 1/2\, LI^2$
Όταν κόψουμε το πηνίο στη μέση τότε τα δύο πηνία έχουν ίδια αντίσταση και ίδιο L

$$R_1 = R_2 = R/2$$

$$L_1 = L_2 = \mu_o \frac{N_1^2}{l_1} A = \mu_o \frac{(\frac{N}{2})^2}{l/2} A = \frac{1}{2}\mu_o \frac{N}{l} A = \frac{1}{2}L$$

Οι τελικές εντάσεις στα πηνία είναι $I_1 = I_2$

$$I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R/2} = 2I$$

$$U_1 = U_2 = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}L(2I)^2 = LI^2 = 2U$$

$$U_{12} = U_1 + U_2 = 4U$$

2.214 Σωστό το **(γ)**
Προφανώς κ,λ είναι αριθμοί μικρότεροι του 1

$$\mathcal{E} = iR + ir + iR_\pi + L\frac{di}{dt} = i(R + r + R_\pi) + L\frac{di}{dt}$$

Όταν η ένταση του ρεύματος αποκτά την μέγιστη τιμή I είναι $di/dt = 0$ και

$$i = I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_\pi + r}$$

$$i = kI \Rightarrow \mathcal{E} = \kappa\frac{\mathcal{E}}{R + R_\pi + r}(R + r + R_\pi) + L\frac{di}{dt} \Rightarrow$$

$$\mathcal{E} = \kappa\mathcal{E} + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = (1-\kappa)\frac{\mathcal{E}}{L} \Rightarrow \lambda\frac{\mathcal{E}}{L} = (1-\kappa)\frac{\mathcal{E}}{L} \Rightarrow \lambda = 1 - \kappa \Rightarrow \kappa + \lambda = 1$$

1.215 Σωστό το **(γ).**
Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος είναι: $I = \mathcal{E}/R$ (1)
Το πηνίο είναι ιδανικό , η τάση στα άκρα του θα είναι ίση με την ΗΕΔ από αυτεπαγωγή

$$V_L = \mathcal{E}_{\alpha\upsilon\tau} = L\frac{di}{dt} \quad (2)$$

Κάποια τυχαία στιγμή η ένταση του ρεύματος είναι i και ισχύει:

$$\mathcal{E} = iR + V_L \Leftrightarrow V_L = \mathcal{E} - iR$$

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = R\frac{di}{dt} + \frac{dV_L}{dt} \Rightarrow 0 = R\frac{di}{dt} + \frac{dV_L}{dt} \Rightarrow \frac{dV_L}{dt} = -R\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}L\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}V_L \Rightarrow$$

$$\frac{dV_L}{dt} = -\frac{R}{L}(\mathcal{E} - iR) \qquad (3)$$

$$\acute{o}\tau\alpha\nu\colon \quad i = \frac{25}{100}I = \frac{1}{4}\frac{\mathcal{E}}{R} \xRightarrow{(3)} \frac{dV_L}{dt} = -\frac{R}{L}\left(\mathcal{E} - \frac{1}{4}\frac{\mathcal{E}}{R}R\right) = -\frac{3}{4}\frac{R}{L}\mathcal{E}$$

1.216 Σωστό το (β)
Μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος την συμβολίζω με I και είναι:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{o\lambda}}$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\alpha\upsilon\tau} + iR_{o\lambda} = 0 \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\alpha\upsilon\tau}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow$$

$$\Delta\acute{\iota}\delta\varepsilon\tau\alpha\iota\colon \quad i = \frac{1}{2}I \Rightarrow \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\alpha\upsilon\tau}}{R_{o\lambda}} = \frac{1}{2}\frac{\mathcal{E}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_{\alpha\upsilon\tau}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{\alpha\upsilon\tau} = \frac{\mathcal{E}}{2} \Rightarrow L\frac{|di|}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{2} \Rightarrow \frac{|di|}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{2L} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{2L}$$

1.217 i. Σωστό το **(γ), ii.** Σωστό το **(β)**

Μεταγωγός στη θέση (1) : Αρχικά η ένταση του ρεύματος έχει σταθεροποιηθεί στην τιμή I και το πηνίο συμπεριφέρεται ως αντιστάτης.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_\pi}$$

$$V_R = V_\pi \Rightarrow IR = IR_\pi \Rightarrow R = R_\pi$$

Μεταγωγός στη θέση (2) : Πηνίο και αντιστάτης διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα i
Κάθε στιγμή ισχύει ο 2ος κανόνας του Kirchhoff. Η μόνη ΗΕΔ στο κύκλωμα είναι η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή.

$$\mathcal{E}_{αυτ} = iR_{ολ} \Rightarrow L\frac{|di|}{dt} = i2R \Rightarrow \frac{|di|}{dt} = \frac{2R}{L}i \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{2R}{L}i$$

Η αρχική τιμή είναι

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_o = -\frac{2R}{L}I$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{di}{dt}\right)_o \Rightarrow -\frac{2R}{L}i = \frac{1}{2}\left(-\frac{2R}{L}I\right) \Rightarrow i = \frac{1}{2}I \Rightarrow U = \frac{1}{4}U_{max}$$

Άρα έχει μειωθεί κατά 75%

ii. Από διατήρηση ενέργειας:

$$U + Q = σταθ \Rightarrow \frac{dU}{dt} + \frac{dQ}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dU}{dt} + i^2R_{ολ} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -i^2R_{ολ} \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -\frac{1}{4}I^2R_{ολ} = -\frac{1}{4}\left(\frac{\mathcal{E}}{2R}\right)^2 2R = -\frac{\mathcal{E}^2}{8R}$$

2.218 Σωστό το (γ)
Λίγο πριν το άνοιγμα του διακόπτη η αντίσταση και το πηνίο διαρρέονται από σταθερά ρεύματα που έχουν ένταση I_1 και I_2 αντίστοιχα.

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_\pi} \quad και \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Και η τάση στα άκρα του αντιστάτη είναι: $V_A - V_\Gamma = \mathcal{E}$
Μετά το άνοιγμα του διακόπτη το ρεύμα στο πηνίο μειώνεται αρχίζοντας από την τιμή I_1.
Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη το πηνίο και ο αντιστάτης διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα έντασης I_1 και η τάση στα άκρα του αντιστάτη είναι:

$$V_A' - V_\Gamma' = -I_1R = -\frac{\mathcal{E}}{R_\pi}R$$

$$Δίδεται\ ότι:\ V_A' - V_\Gamma' = -(V_A - V_\Gamma) \Rightarrow -\frac{\mathcal{E}}{R_\pi}R = -\mathcal{E} \Rightarrow R_\pi = R$$

Κάθε στιγμή ισχύει ο δεύτερος κανόνας Kirchhoff.

$$\mathcal{E}_{αυτ} = iR_{ολ} \Rightarrow L\frac{|di|}{dt} = iR_{ολ} \Rightarrow \frac{|di|}{dt} = \frac{R_{ολ}}{L}i$$

Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη είναι $i = I_1$

$$\frac{|di|}{dt} = \frac{R_{ολ}}{L}I_1 = \frac{2R}{L}\cdot\frac{\mathcal{E}}{R_π} = 2\frac{\mathcal{E}}{L}$$

Επειδή το i μειώνεται θα είναι $|di| = -di$ και έτσι γράφουμε:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{2\mathcal{E}}{L}$$

2.219 Σωστό το (**β**)

Ο ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο πηνίο συμβολίζεται με

$$P_L = \frac{dU_L}{dt} \quad (1)$$

Από διατήρηση ενέργειας έχουμε :

$$dE_{προσφ} = dQ_R + dU_L \Rightarrow \mathcal{E}i = i^2R + P_L \Rightarrow$$

$$i^2R - \mathcal{E}i + P_L = 0 \quad (2)$$

Η τελευταία είναι δευτέρου βαθμού ως προς i και επειδή το i παίρνει πραγματικές τιμές για την διακρίνουσα $Δ$ θα είναι:

$$Δ \geq 0 \Rightarrow \mathcal{E}^2 - 4RP_L \geq 0 \Rightarrow P_L \leq \frac{\mathcal{E}^2}{4R} \quad (3)$$

Η μέγιστη τιμή της P_L είναι

$$P_L = \frac{\mathcal{E}^2}{4R} \quad (4)$$

Και αντιστοιχεί σε $Δ = 0$ οπότε η εξίσωση (2) έχει διπλή ρίζα την:

$$i = -\frac{β}{2α} = -\frac{-\mathcal{E}}{2R} = \frac{\mathcal{E}}{2R} \quad (5)$$

Η τάση V_R στα άκρα της αντίστασης είναι:

$$V_R = iR \Rightarrow \frac{dV_R}{dt} = \frac{di}{dt}R = \frac{R}{L}L\frac{di}{dt} = \frac{R}{L}V_L \quad (6)$$

Από τον δεύτερο κανόνα του Kirchhoff

$$\mathcal{E} = iR + V_L \Rightarrow V_L = \mathcal{E} - iR \quad (7)$$

Η (6) λόγω της (7)

$$\frac{dV_R}{dt} = \frac{R}{L}(\mathcal{E} - iR) \xRightarrow{(5)}$$

$$\frac{dV_R}{dt} = \frac{R}{L}\left(\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2R}R\right) \Rightarrow \frac{dV_R}{dt} = \frac{R}{L}\left(\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2}\right) \Rightarrow \frac{dV_R}{dt} = \frac{R}{L}\frac{\mathcal{E}}{2}$$

Κβαντομηχανική

2.220 Σωστό το (**α**)

$$\lambda T = \sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow \lambda' T' = \lambda T \Rightarrow \lambda' = \frac{T}{T'}\lambda = \frac{6000}{4800}\lambda = 1{,}25\lambda = 1{,}25 \cdot 540nm = 675nm$$
$$\Rightarrow \text{ορατό (ερυθρό)}$$

2.221 Σωστό το (**γ**)
Η σχέση που συνδέει την κινητική ενέργεια Κ με την συχνότητας f είναι 1[ου] βαθμού.

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$
$$K = hf - \varphi \Rightarrow K = h\frac{f_1 + f_2}{2} - \varphi \Rightarrow K = \frac{hf_1}{2} + \frac{hf_2}{2} - 2\frac{\varphi}{2}$$
$$\Rightarrow K = \frac{hf_1 - \varphi}{2} + \frac{hf_2 - \varphi}{2} \Rightarrow K = \frac{K_1}{2} + \frac{K_2}{2} = \frac{K_1 + K_2}{2}$$

2.222 Σωστό το (**α**)

$$E_\varphi = K + \varphi$$
$$\lambda' = \lambda - 0{,}2\lambda = 0{,}8\lambda \Rightarrow \frac{c}{f'} = 0{,}8\frac{c}{f} \Rightarrow f' = 1{,}25f \Rightarrow E'_\varphi = 1{,}25E_\varphi$$

Όταν η συχνότητα γίνει f' η κινητική ενέργεια των εξερχομένων φωτονίων είναι:

$$K' = K + 0{,}5K = 1{,}5K$$
$$E'_\varphi = K' + \varphi \Rightarrow 1{,}25E_\varphi = 1{,}5K + \varphi \Rightarrow 1{,}25(K + \varphi) = 1{,}5K + \varphi \Rightarrow$$
$$1{,}25K + 1{,}25\varphi = 1{,}5K + \varphi \Rightarrow 0{,}25\varphi = 0{,}25K \Rightarrow \varphi = K$$

2.223 Σωστό το (**γ**)

$$E_\varphi = K + \varphi$$
$$E'_\varphi = K' + \varphi \Rightarrow 1{,}25E_\varphi = 2\varphi \Rightarrow 1{,}25(K + \varphi) = 2\varphi$$
$$\Rightarrow 1{,}25K + 1{,}25\varphi = 2\varphi \Rightarrow 0{,}75\varphi = 1{,}25K \Rightarrow \varphi = \frac{1{,}25}{0{,}75}K = \frac{5}{3}K = 5eV$$

2.224 Σωστό το (**β**)

$$h\frac{c}{\lambda} = K + \varphi \Rightarrow \varphi = h\frac{c}{\lambda} - K$$
$$\varphi_1 = 4\varphi_2 \Rightarrow h\frac{c}{\lambda_1} - K_1 = 4\left(h\frac{c}{\lambda_2} - K_2\right) \Rightarrow h\frac{c}{\lambda_1} - K_1 = 4h\frac{c}{\lambda_2} - 4K_2$$
$$\Rightarrow h\frac{c}{\lambda_1} = 4h\frac{c}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = 4\lambda_1$$

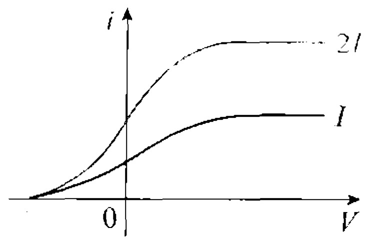
2.225 Σωστό το (**β**)
Αν διπλασιαστεί ή ισχύς της ακτινοβολίας σημαίνει πως θα διπλασιαστεί ο αριθμός των προσπιπτόντων φωτονίων

$$p = \frac{NE_\varphi}{\Delta t}$$

Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που εξέρχονται από το μέταλλο είναι ανάλογος του αριθμού φωτονίων που πέφτουν στο μέταλλο . $N_e = \kappa N$

$$I_{max} = \frac{N_e e}{\Delta t} = \frac{\kappa N e}{\Delta t}$$

Αν διπλασιαστεί η ισχύς της ακτινοβολίας διπλασιάζεται και ο αριθμός των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων δηλαδή διπλασιάζεται η μέγιστη ένταση του ρεύματος.



2.226 Σωστό το (γ)

Η ένταση του ρεύματος μηδενίζεται διότι τα ηλεκτρόνια φτάνουν στην άνοδο με μηδενική ταχύτητα. Η τάση αποκοπής είναι:

$$V_a = \frac{hf - \varphi}{e}$$

Και δεν εξαρτάται από την ένταση της ακτινοβολίας.
Άρα αν μεταβάλλουμε την ένταση της ακτινοβολίας θα παραμείνει μηδέν.
Αν μειώσουμε τη συχνότητα η τάση αποκοπής θα μειωθεί και άρα η εφαρμοζόμενη τάση είναι μεγαλύτερη από την τάση αποκοπής οπότε η ένταση του ρεύματος θα παραμείνει μηδέν.
Αν αυξήσουμε τη συχνότητα η τάση αποκοπής θα αυξηθεί και άρα η εφαρμοζόμενη τάση είναι μικρότερη από την τάση αποκοπής οπότε η ένταση του ρεύματος θα πάψει να είναι μηδέν.

2.227 Σωστό το **(β).**

$$V_o = \frac{hf}{e} - \frac{\varphi}{e} \quad (1)$$

Ίδια συχνότητα και ίδιο μέταλλο $\Rightarrow$ ίδια V_o και αντίστροφα
Ίδια V_o μπορεί να προκύψει από ίδιο μέταλλο για ίδια συχνότητα
α. ίδια συχνότητα ακτινοβολίας, διαφορετικά μέταλλα και $V_{o1} = V_{o2}$.

$$V_{o1} = V_{o2} \Rightarrow \frac{hf_1}{e} - \frac{\varphi_1}{e} = \frac{hf_2}{e} - \frac{\varphi_2}{e} \xrightarrow{f_1=f_2} \varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \alpha\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\tau o$$

Άρα το (α) αποκλείεται.

β. ίδιο μέταλλο , ίδια συχνότητα και $V_{o1} = V_{o2}$

$$\frac{hf_1}{e} - \frac{\varphi_1}{e} = \frac{hf_2}{e} - \frac{\varphi_2}{e} \xrightarrow{f_1=f_2} \varphi_1 = \varphi_2$$

Άρα το (β) μπορεί να ισχύει.
Η μέγιστη ένταση του ρεύματος εξαρτάται από την ένταση της ακτινοβολίας, και προκύπτει ότι η ένταση της ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση της καμπύλης (2)

γ. Ίδιο μέταλλο ($\varphi_1 = \varphi_2$) , διαφορετικές συχνότητες και $V_{o1} = V_{o2}$.

$$V_{o1} = V_{o2} \Rightarrow \frac{hf_1}{e} - \frac{\varphi_1}{e} = \frac{hf_2}{e} - \frac{\varphi_2}{e} \xrightarrow{\varphi_1=\varphi_2} f_1 = f_2 \Rightarrow αδύνατο$$

2.228 i. Σωστό το (γ) **ii.** Σωστό το (γ)

i. Η μέγιστη ένταση του ρεύματος είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις. Έτσι το πλήθος των ηλεκτρονίων $N/\Delta t$ που φτάνουν στην άνοδο ανά δευτερόλεπτο είναι ίδιο και στα δύο πειράματα. Αυτό σημαίνει πως και το πλήθος των φωτονίων που χτυπάνε στην άνοδο είναι το ίδιο σε κάθε δευτερόλεπτο.

$$\frac{N_1}{\Delta t} = \frac{N_2}{\Delta t}$$

$$I_{\lambda 1} = I_{\lambda 2} \Rightarrow \frac{N_1 h f_1}{A_1 \Delta t} = \frac{N_2 h f_2}{A_2 \Delta t} \Rightarrow \frac{N_1}{\Delta t} \Big/ \frac{N_2}{\Delta t} = \frac{h f_2 A_1}{h f_1 A_2} \Rightarrow 1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{A_1}{A_2} = 2$$

ii. Όπως φαίνεται από το διάγραμμα για τις τάσεις αποκοπής είναι:

$$V_1 > V_1 \Rightarrow \frac{K_1}{e} > \frac{K_2}{e} \Rightarrow K_1 > K_2$$

2.229 Σωστό το **(β)**

Η ένταση του ρεύματος είναι μέγιστη και αυτό σημαίνει ότι τα εξερχόμενα ηλεκτρόνια ανά δευτερόλεπτο φτάνουν όλα στην άνοδο.

$$i = \frac{N_e e}{\Delta t} = a \frac{N_\varphi}{\Delta t} = a \frac{N}{\Delta t}$$

$$p' = 2p \Rightarrow \frac{N' E'_\varphi}{\Delta t} = 2 \frac{N E_\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{N' h 2f}{\Delta t} = 2 \frac{N h f}{\Delta t} \Rightarrow \frac{N'}{\Delta t} = \frac{N}{\Delta t}$$

Άρα η ένταση του ρεύματος μένει η ίδια

2.230 i. Σωστό το **(α)** **ii.** Σωστό το (γ)

i. Γνωρίζουμε ότι: $K = hf - \varphi$

$$Για\ f = 0\ \ είναι\ K = -\varphi\ \ άρα\ -1{,}540 = -\varphi \Rightarrow \varphi = 1{,}540 eV$$

$$E_{\varphi\varepsilon\lambda} = \varphi = 1{,}540 eV$$

ii. Η συνάρτηση είναι πρώτου βαθμού ως προς f και η γραφική της παράσταση είναι ευθεία η οποία έχει σταθερή κλίση ίση με την σταθερά του Planck.

$$Κλίση = \frac{\Delta K}{\Delta f} = \frac{K_2 - K_1}{\Delta f} = \frac{hf_2 - hf_1}{\Delta f} = \frac{h\Delta f}{\Delta f} = h$$

Για τα σημεία με συντεταγμένες ($0, -1{,}54 eV$) και ($522 \cdot 10^{12} Hz, 0{,}205 eV$)
τα οποία ανήκουν στην γραφική παράσταση μπορούμε να υπολογίσουμε την κλίση της γραφικής παράστασης της κινητικής ενέργειας με τη συχνότητα και έτσι θα υπολογίσουμε τη σταθερά του Planck.

$$Κλίση = \frac{ΔK}{Δf} = \frac{(0{,}205 - (-1{,}54) \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} j}{522 \cdot 10^{12} s^{-1}} \Rightarrow h = 6{,}71 \cdot 10^{-34} js$$

δ. Η τιμή του έργου εξαγωγής είναι :

$$\varphi = hf_o = 6{,}6 \cdot 10^{-34} js \ \cdot 340 \cdot 10^{12} s^{-1} = 1{,}40 eV$$

$$\frac{Δ\varphi}{\varphi} = \frac{1{,}54eV - 1{,}40eV}{1{,}40eV} = \frac{0{,}14}{1{,}40} = 0{,}1 = 10\%$$

3.231 Σωστό το **(α)**

Η κινητική ενέργεια που αποκτά το ηλεκτρόνιο ισούται με την απώλεια ενέργειας του φωτονίου

$$K = |ΔE_\varphi|$$

$$\frac{K}{E_\varphi} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{E_\varphi - E'_\varphi}{E_\varphi} = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{E'_\varphi}{E_\varphi} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{E'_\varphi}{E_\varphi} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{E'_\varphi}{E_\varphi} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda' = 2\lambda$$

3.232 Σωστό το **(γ)**

$$1{,}01\lambda - \lambda = \lambda_c(1 - συν\varphi) \Rightarrow 0{,}01\lambda = \lambda_c(1 - συν\varphi)$$

$$\Rightarrow (1 - συν\varphi) = 0{,}01\frac{\lambda}{\lambda_c} = 0{,}01\frac{121{,}5 \cdot 10^{-12}}{2{,}43 \cdot 10^{-12}} = \frac{1{,}215}{2{,}43} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1 - συν\varphi = 0{,}5 \Rightarrow συν\varphi = 0{,}5 \Rightarrow \varphi = 60^o$$

3.233 Σωστό το **(β)**

Σε κάθε σκέδαση η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση κίνησης αρχικού – τελικού φωτονίου είναι ίδια και ίση με 90^o.

Η μεταβολή του μήκους κύματος είναι ίδια για ίδιες γωνίες .

$$\lambda - \lambda_1 = \lambda_2 - \lambda \Rightarrow 2\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$$

3.234 Σωστό το **(γ)**

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - συν\varphi)$$

$$συν\varphi = 0 \ \Rightarrow \lambda' = \lambda + \frac{h}{mc} = \ 5\lambda_c$$

Η αρχική ενέργεια του φωτονίου είναι

$$E_\varphi = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{4\,h/mc} = \frac{1}{4}mc^2$$

$$E'_\varphi = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{5\frac{h}{mc}} = \frac{1}{5}mc^2$$

$$K = E_\varphi - E'_\varphi = \frac{1}{4}mc^2 - \frac{1}{5}mc^2 \Rightarrow K = \frac{1}{20}mc^2$$
$$\pi = \frac{K}{E_\varphi} = \frac{\frac{1}{20}mc^2}{\frac{1}{4}mc^2} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{20} = 20\%$$

3.235 Σωστό το **(γ).**
Αν E, E' η αρχική και η τελική ενέργεια του φωτονίου , η κινητική ενέργεια K που αποκτά το ηλεκτρόνιο είναι ίση με την ενέργεια που χάνει το φωτόνιο.
$$K = E - E'$$
$$\lambda_1 - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) \Rightarrow \lambda_1 = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$$
$$\lambda_2 - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) \Rightarrow \lambda_2 = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$$
$$\varphi_2 > \varphi_1 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_2 < \sigma\upsilon\nu\varphi_2 \Rightarrow \lambda_2 > \lambda_1 \Rightarrow$$
$$E_2 < E_1 \Rightarrow E_2 - E < E_1 - E \Rightarrow E - E_2 > E - E_1 \Rightarrow K_2 > K_1$$

3.236 Σωστό το **(β).**
$\sigma\upsilon\nu 60^o = 1/2$ έτσι για για γωνία σκέδασης $60\ ^o$ προκύπτει:
$$\lambda_1 = \lambda + \frac{h}{mc}\frac{1}{2}$$
$\sigma\upsilon\nu 90^o = 0$, έτσι για γωνία σκέδασης $90\ ^o$ προκύπτει:
$$\lambda_2 = \lambda + \frac{h}{mc}$$
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4\lambda_1 = 3\lambda_2 \Rightarrow 4\left(\lambda + \frac{h}{mc}\frac{1}{2}\right) = 3\left(\lambda + \frac{h}{mc}\right) \Rightarrow$$
$$4\lambda + 2\frac{h}{mc} = 3\lambda + 3\frac{h}{mc} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mc}$$
Για γωνία $\varphi_3 = 180^o$
$$\varphi_3 = 180^o \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_3 = -1 \ \Rightarrow$$
$$\lambda_3 = \lambda + \frac{h}{mc}[1 - (-1)] \Rightarrow \lambda_3 = \lambda + 2\lambda = 3\lambda$$

2.237 Σωστό το (γ)
$$E = 0{,}125mc^2 \Rightarrow h\frac{c}{\lambda} = \frac{1}{8}mc^2 \Rightarrow \lambda = 8\frac{h}{mc} = 8\lambda_c$$
$$\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) \Rightarrow \lambda' = \lambda + 2\lambda_c \Rightarrow \lambda' = 10\lambda_c$$
ΑΔΟ:
$$\frac{h}{\lambda} = -\frac{h}{\lambda'} + \frac{h}{\lambda_e} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = -\frac{1}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda_e} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_e} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_e} = \frac{1}{10\lambda_c} + \frac{1}{8\lambda_c} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{\lambda_e} = \frac{9}{40\lambda_c} \Rightarrow \lambda_e = \frac{40}{9}\frac{\lambda}{8} = \frac{5}{9}\lambda$$

2.238 Σωστό το **(β)**
Η ενέργεια του αρχικού φωτονίου είναι $E = pc = 3mc^2$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) \Rightarrow \lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}\frac{1}{2} \Rightarrow \lambda' = \frac{h}{p} + \frac{h}{mc}\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \lambda' = \frac{h}{3mc} + \frac{h}{mc}\frac{1}{2} = \frac{5h}{6mc} \Rightarrow E' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\frac{5h}{6mc}} = \frac{6}{5}mc^2 = 1{,}2mc^2$$

$$K = E - E' = 1{,}8mc^2$$

$$\frac{K}{E} = \frac{1{,}8mc^2}{3mc^2} = 0{,}6 = 60\%$$

2.239 Σωστό το **(α).**
ΘΜΚΕ για την κίνηση των σωματιδίων

$$K = qV \Rightarrow \frac{p^2}{2m} = qV \Rightarrow p = \sqrt{2mqV}$$

$$q_a = 2q_p, m_a = 4m_p$$

$$p_a = \sqrt{2m_\alpha q_\alpha V} = \sqrt{2 \cdot 4m_p \cdot 2q_p V} = \sqrt{8} \cdot \sqrt{2 \cdot m_p \cdot q_p V} \Rightarrow p_a = 2\sqrt{2}p_p$$

$$\Rightarrow \frac{h}{\lambda_\alpha} = 2\sqrt{2}\frac{h}{\lambda_p} \Rightarrow \lambda_p = 2\sqrt{2}\lambda_\alpha$$

2.240 Σωστό το **(γ)**

$$\lambda' = \frac{4}{3}\lambda \Rightarrow \frac{h}{p'} = \frac{4}{3}\frac{h}{p} \Rightarrow p' = \frac{3}{4}p$$

$$P_e = \sqrt{P^2 + P'^2} = \sqrt{P^2 + \frac{9}{16}P^2} \Rightarrow P_e = \sqrt{\frac{25}{16}P^2} = \frac{5}{4}p \Rightarrow \lambda_e = \frac{h}{P_e} = \frac{4}{5}\frac{h}{p} = \frac{4}{5}\lambda$$

2.241 Σωστό το **(γ)**

$$\lambda' = \lambda + \frac{1}{2}\lambda = \frac{3}{2}\lambda$$

Η αρχική και τελική ορμή του φωτονίου έχουν μέτρα

$$P = \frac{h}{\lambda} \quad , p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\frac{3}{2}\lambda} = \frac{2}{3}\frac{h}{\lambda}$$

Από διατήρηση ορμής

$$p = p_e - |p'| \Rightarrow p + p' = p_e \Rightarrow$$

$$\frac{h}{\lambda} + \frac{2}{3}\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda_e} \Rightarrow \frac{5}{3}\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda_e} \Rightarrow \lambda_e = \frac{3}{5}\lambda$$

2.242 Σωστό το **(β)**

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} \Rightarrow p_e = \frac{h}{\lambda_e}$$
$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda_e^2} \Rightarrow K' = \frac{K}{4}$$
$$h\frac{c}{\lambda} = K + \varphi \quad (1)$$
$$h\frac{c}{2\lambda} = K' + \varphi \Rightarrow \frac{1}{2}h\frac{c}{\lambda} = K' + \varphi \Rightarrow \frac{1}{2}(K + \varphi) = K' + \varphi \Rightarrow$$
$$K + \varphi = 2K' + 2\varphi \Rightarrow K + \varphi = \frac{K}{2} + 2\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{K}{2} \Rightarrow K = 2\varphi \quad (2)$$

Από την (1)

$$h\frac{c}{\lambda} = 2\varphi + \varphi \quad \Rightarrow 3\varphi = h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow \varphi = h\frac{c}{3\lambda}$$

2.243 Σωστό το **(δ)**

$$K_1 = K + \frac{75}{100}K = K + \frac{3}{4}K \Rightarrow K_1 - K = \frac{3}{4}K$$
$$K_1 - K = eV \Rightarrow eV = \frac{3}{4}K$$

Για την επιβραδυνόμενη κίνηση

$$K_2 - K = -eV \Rightarrow K_2 = K - \frac{3}{4}K = \frac{1}{4}K$$
$$K_2 = \frac{1}{4}K \Rightarrow \frac{p_2^2}{2m} = \frac{1}{4}\frac{p^2}{2m} \Rightarrow p_2 = \frac{p}{2} \Rightarrow \lambda' = 2\lambda \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 100\%$$

4.244 Σωστό το **(α)**

$$E_\varphi = K + \varphi \quad (1)$$
$$\frac{\lambda_\varphi}{\lambda_e} = \frac{c}{\upsilon} \Rightarrow \lambda_\varphi = \frac{c}{\upsilon}\lambda_e \Rightarrow \frac{hc}{E_\varphi} = \frac{c}{\upsilon}\frac{h}{m\upsilon} \Rightarrow E_\varphi = m\upsilon^2 \Rightarrow \frac{1}{2}E_\varphi = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow$$
$$E_\varphi = 2K \quad (2)$$
$$(1) \Rightarrow 2K = K + \varphi \Rightarrow \frac{K}{\varphi} = 1$$

2.245 Σωστό το **(γ)**

Η πιθανότητα P_1 να βρεθεί το ηλεκτρόνιο (1) στην περιοχή μήκους Δx είναι μικρότερη του (1) ενώ η πιθανότητα να βρεθεί το ηλεκτρόνιο (2) στην ίδια περιοχή είναι ίση με 1 άρα

$$P_1 < P_2$$