Κρούσεις

Κινητική Ενέργεια – ορμή

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$$

Τα διανύσματα $\vec{p}, \vec{\upsilon}$ έχουν ίδια κατεύθυνση και ισχύει:

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

Ορμή συστήματος σωμάτων $(\vec{p}_{o\lambda})$

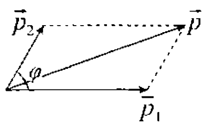
$$\vec{p}_{o\lambda} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \cdots$$

Διανύσματα ορμών **στην ίδια ευθεία** ⇒Χρησιμοποιούμε αλγεβρικές τιμές:

$$p_{o\lambda} = p_1 + p_2 + \cdots$$

Διανύσματα ορμών -ταχυτήτων **σχηματίζουν γωνία φ**

$$p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\,\sigma\upsilon\nu\varphi}$$



Αν η ορμή ενός συστήματος είναι μηδέν η κινητική ενέργεια μπορεί να είναι διάφορη του μηδενός.

Μεταβολή Ορμής ($\Delta\vec{p}$)

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi}$$

Αν ισχύει διατήρηση ορμής τότε: $\Delta\vec{p} = 0$

Η ορμή μπορεί να διατηρείται μόνο στον ένα άξονα (πχ στον xx) τότε θα ισχύει:

$$\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_y$$

Ρυθμός Μεταβολής Ορμής (2ος Νόμος Νεύτωνα)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

Όταν όλα τα διανύσματα είναι στην ίδια ευθεία, γράφουμε:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = ma$$

Για την κρούση δύο σωμάτων ισχύουν τα εξής:

- Διαρκεί πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
- Αρχίζει και τελειώνει στο ίδιο σημείο.
- Διατηρείται η ολική ενέργεια του συστήματος.
- Μεταβάλλεται η ορμή των σωμάτων που συγκρούονται.
- Οι δυνάμεις της κρούσης είναι Αντίθετες (Δράση-Αντίδραση)
- Διατηρείται η ορμή του συστήματος αν τα σώματα είναι ελεύθερα να κινηθούν μετά την κρούση:

Η ΑΔΟ γράφεται:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

Ή με αλγεβρικές τιμές όταν η κρούση είναι κεντρική.

$$p_{\alpha\rho\chi} = p_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$$

Ταξινόμηση Κρούσεων

α. Με κριτήριο τις διευθύνσεις που έχουν οι ταχύτητες πριν την κρούση.

Κεντρική: Οι ταχύτητες των σωμάτων πριν την κρούση είναι στην ίδια ευθεία.

Έκκεντρη: Οι ταχύτητες των σωμάτων πριν την κρούση σε παράλληλες ευθείες.

Πλάγια: Οι ταχύτητες των σωμάτων πριν την κρούση σχηματίζουν γωνία.

β. Με κριτήριο τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας.

Ελαστική κρούση

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \text{ και } \Delta K_1 = -\Delta K_2$$

Ανελαστική κρούση

$$K_{\pi\rho\iota\nu} > K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Υπάρχει απώλεια ενέργειας που γίνεται θερμότητα:

$$Q = K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Στην πλαστική κρούση (ανελαστική) τα σώματα, μετά την κρούση, αποτελούν συσσωμάτωμα.

Κεντρική Ελαστική Κρούση δύο σφαιρών

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad (A)$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad (B)$$

Στους τύπους (Α) και (Β) χρησιμοποιούμε αλγεβρικές τιμές για τις ταχύτητες,
Η επαλήθευση των υπολογισμών μπορεί να γίνει με τη σχέση:

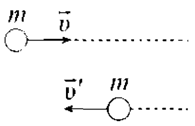
$$\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2 + \upsilon_2'$$

Διερεύνηση τύπων (Α) και (Β)

- Ίσες μάζες, $m_1 = m_2$: Συμβαίνει ανταλλαγή ταχυτήτων $\upsilon_1' = \upsilon_2$, $\upsilon_2' = \upsilon_1$
- Η μία σφαίρα είναι αρχικά ακίνητη: πχ $\upsilon_2 = 0$ τότε:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1\,, \quad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

Αν οι μάζες είναι ίσες $\boldsymbol{m_1 = m_2}$ τότε:
Το κινούμενο σώμα χάνει το 100% της κινητικής του ενέργειας και αυτό βρίσκει εφαρμογή στην επιβράδυνση νετρονίων.



Αν $\boldsymbol{m_1 \ll m_2}$ πχ κρούση σφαίρας με τοίχο τότε: $\upsilon' = -\upsilon$

Πλάγια Ελαστική Κρούση Σφαίρας - Τοίχου

Στον άξονα $x'x$ είναι $\Sigma F_x = 0$ και η ορμή διατηρείται:

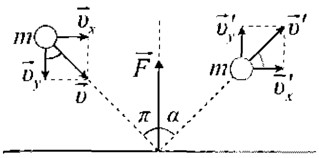
$$m\upsilon\eta\mu\pi = m\upsilon'\eta\mu\alpha \Rightarrow \upsilon\eta\mu\pi = \upsilon'\eta\mu\alpha \quad (1)$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική θα είναι:

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\upsilon'^2 \Rightarrow$$

$$\upsilon = \upsilon' \quad (2)$$



Λόγω της (2), η (1) γράφεται:

$$\eta\mu\pi = \eta\mu\alpha \Rightarrow \pi = \alpha \quad \text{(Νόμος Ανάκλασης)}$$

Ταλαντώσεις

Μηχανικές Ταλαντώσεις

Μεγέθη απλής αρμονικής ταλάντωσης

Απομάκρυνση(x): $-A \le x \le A$

Περίοδος (T) : είναι ο χρόνος που απαιτείται για μια πλήρη ταλάντωση.

Συχνότητα (f): ονομάζεται ο αριθμός των ταλαντώσεων σε 1 s.

$$f = \frac{N}{t}$$

Τα μεγέθη T, f είναι **αντίστροφα**.

$$f = \frac{1}{T} \Leftrightarrow T = \frac{1}{f}$$

Γωνιακή συχνότητα (ω):

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Φάση: (ωt) ή $(\omega t + \varphi_o)$: μας δίνει τη δυνατότητα να μετράμε γωνίες αντί για χρόνο.

Μεταβολή φάσης ($\Delta\varphi$): Είναι πάντα θετική και ισούται με: $\Delta\varphi = \omega \Delta t$

Αρχική φάση (φ_o): $0 \le \varphi_o < 2\pi$

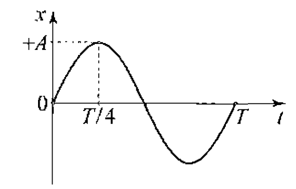
$\varphi_o = 0$ αν τη στιγμή $t_o = 0$ είναι $x = 0$ και $\upsilon > 0$

$\varphi_o = \pi/2$ αν τη στιγμή $t_o = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση με $x = +A$

Χρονικές εξισώσεις όταν ($\varphi_o = 0$)

α. Απομάκρυνση

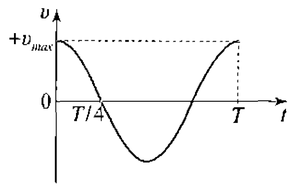
$$x = A\eta\mu\omega t \qquad (1)$$



β. Ταχύτητα

$$\upsilon = \omega A \sigma\upsilon\nu\omega t \qquad (2)$$

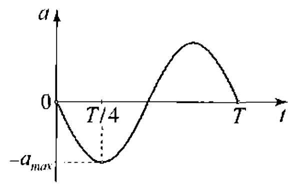
$$\upsilon_{max} = \omega A$$



γ. Επιτάχυνση

$$a = -\omega^2 A\eta\mu\omega t \qquad (3)$$

$$a_{max} = \omega^2 A$$



Στη θέση ισορροπίας: $\Sigma F = 0 \Rightarrow \upsilon = (max)$

Εξισώσεις απλής αρμονικής ταλάντωσης με αρχική φάση $\pi/2$

$$x = A\eta\mu(\omega t + \pi/2) \Rightarrow x = A\sigma\upsilon\nu\omega t \quad (1')$$

$$\upsilon = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \pi/2) \Rightarrow \upsilon = -\omega A\eta\mu\omega t \quad (2')$$

$$a = -\omega^2 A\eta\mu(\omega t + \pi/2) \Rightarrow a = -\omega^2 A\sigma\upsilon\nu\omega t \quad (3')$$

Διαφορά φάσης απομάκρυνσης – ταχύτητας

$$\left.\begin{aligned} x &= A\eta\mu\omega t \\ \upsilon &= \omega A\sigma\upsilon\nu\omega t = \upsilon_{max}\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta\varphi = \pi/2$$

Διαφορά φάσης απομάκρυνσης - επιτάχυνσης

$$\left.\begin{aligned} x &= A\eta\mu\omega t \\ a &= -\omega^2 A\eta\mu\omega t = a_{max}\eta\mu(\omega t + \pi) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta\varphi = \pi$$

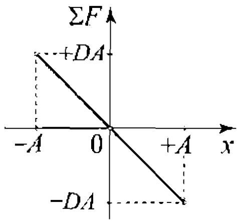
Εξισώσεις που δεν επηρεάζονται από την αρχική φάση

$$a = -\omega^2 A\eta\mu\omega t = -\omega^2 x \Rightarrow a = -\omega^2 x \quad (4)$$

$$\upsilon = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \quad (5)$$

Συνισταμένη Δύναμη

Για να κάνει ένα σώμα απλή αρμονική ταλάντωση πρέπει να δέχεται κατάλληλη συνισταμένη δύναμη:



$$\Sigma F = -Dx \quad (1) \qquad \begin{cases} x > 0 \Rightarrow \Sigma F < 0 \\ x < 0 \Rightarrow \Sigma F > 0 \end{cases}$$

Η συνισταμένη δύναμη ονομάζεται **δύναμη επαναφοράς** ($F_{\varepsilon\pi}$)

Η σταθερά D ονομάζεται **Σταθερά επαναφοράς** (N/m)

$$\Sigma F = ma \Rightarrow \Sigma F = m(-\omega^2 x) \Rightarrow \Sigma F = -m\omega^2 x \quad (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει η σχέση

$$D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \qquad (3)$$

Η περίοδος της ταλάντωσης δεν εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης.

Ενέργεια Ταλάντωσης (Ε)

$$E = Κινητική\ Ενέργεια(K) + δυναμική Ενέργεια\ (U)$$

$$U = \frac{1}{2}Dx^2\ ,K = \frac{1}{2}mv^2$$

Για την ενέργεια E της απλής αρμονικής ταλάντωσης ισχύουν τα εξής:

- Καθορίζει το πλάτος της ταλάντωσης.
- Παραμένει σταθερή. $E =$ σταθερή $\Rightarrow \Delta E = 0 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U$
- $E = U_{max} = \frac{1}{2}DA^2$
- $E = K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$
- Είναι η ενέργεια που προσφέρουμε στο σύστημα για να το διεγείρουμε

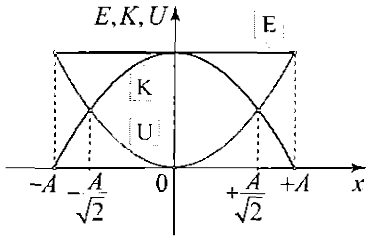
Αφού η ενέργεια ταλάντωσης παραμένει σταθερή, θα είναι ίδια κάθε στιγμή και μπορούμε να την υπολογίσουμε όποια στιγμή θέλουμε. Θα προτιμάμε τη χρονική στιγμή για την οποία έχουμε αρκετές πληροφορίες.

Γραφικές παραστάσεις $U, K, E = f(x)$

$U = \frac{1}{2}Dx^2$ $(παραβολή)$

$K = E - U = E - \frac{1}{2}Dx^2$ $(παραβολή)$

$E =$ σταθερή $\Rightarrow$ ευθεία



$$K = U \Rightarrow x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$$

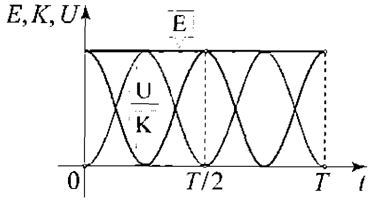
Γραφικές παραστάσεις $U, K, E = f(t)$ όταν $\varphi_0 = 0$

$x = A\eta\mu\omega t$ και $v = \omega A\sigma\upsilon\nu\omega t$

$$U = \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2\eta\mu^2\omega t = E\eta\mu^2\omega t$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t$$

$$E = K + U = \text{σταθερή}$$



$$U, K = f(t)$$

Είναι περιοδικές συναρτήσεις του χρόνου με περίοδο T' και συχνότητα f'.

$$T' = \frac{1}{2}T \Rightarrow f' = 2f$$

Έργο της Δύναμης Επαναφοράς σε απλή αρμονική ταλάντωση

Η δύναμη επαναφοράς είναι συντηρητική οπότε:

$$W_{F_{\varepsilon\pi}} = -\Delta U = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

Η δύναμη επαναφοράς είναι η συνισταμένη οπότε σύμφωνα με το ΘΜΚΕ:

$$W_{F_{\varepsilon\pi}} = \Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}$$

Ενεργειακοί ρυθμοί μεταβολής

Ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F dx}{dt} = \Sigma F \upsilon = -Dx\upsilon$$

Ρυθμός μεταβολής δυναμικής ενέργειας:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dK}{dt} = Dx\upsilon$$

Ελεύθερη ταλάντωση (Αμείωτη -Φθίνουσα)

Διεγείρουμε το σύστημα μία φορά) και το αφήνουμε ελεύθερο.
Έχει συχνότητα η οποία εξαρτάται από τα φυσικά γνωρίσματα (D, m)
Έχει **σταθερό πλάτος (αμείωτη)** όταν δεν υπάρχουν απώλειες μηχανικής ενέργειας
Το πλάτος της μειώνεται όταν υπάρχουν δυνάμεις απόσβεσης.

Συχνότητα ελεύθερης ταλάντωσης

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$$

Φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης ($F' = -b\upsilon$)

Το πλάτος μειώνεται με τον χρόνο και τελικά μηδενίζεται.
Το έργο των δυνάμεων απόσβεσης είναι αρνητικό.

$$W_{\alpha\nu\tau} = E_{\tau\varepsilon\lambda} - E_{\alpha\rho\chi} < 0$$

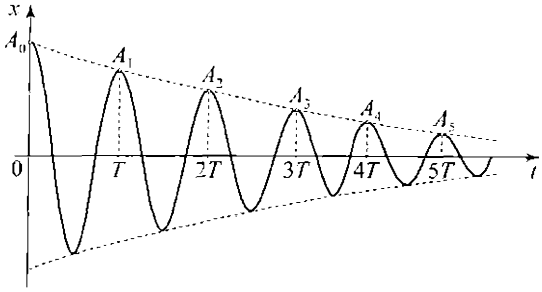
Το b ονομάζεται (σταθερά απόσβεσης) έχει μονάδες [1 kg/s] και εξαρτάται:

- από τις ιδιότητες του μέσου, στο οποίο ταλαντώνεται το σώμα
- από το σχήμα και το μέγεθος του σώματος που κινείται

Στα συστήματα ανάρτησης αυτοκινήτων επιδιώκουμε μεγάλο b.
Στα ρολόγια εκκρεμή χρειαζόμαστε μικρό b.
Αν η σταθερά b παίρνει πολύ μεγάλες τιμές η κίνηση γίνεται απεριοδική,

Εκθετική μείωση του πλάτους

Το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο και τελικά μηδενίζεται.
Ο ρυθμός μείωσης του πλάτους εξαρτάται από το b. Αν η σταθερά b αυξηθεί,το πλάτος μειώνεται πιο γρήγορα.



$$A = A_0 e^{-\Lambda t}$$

όπου A_0 το πλάτος τη χρονική στιγμή $t = 0$
Η σταθερά Λ εξαρτάται από τη σταθερά b και από τη μάζα m του σώματος.
Στο SI η μονάδα της σταθεράς Λ είναι το $1\ s^{-1}$.
Για τα πλάτη τις χρονικές στιγμές $0, T, 2T, \ldots$ ισχύει:

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \cdots = \frac{A_k}{A_{k+1}} = e^{\Lambda T} = \text{σταθερό}$$

Ενεργειακοί ρυθμοί μεταβολής στη φθίνουσα ταλάντωση

Ρυθμός μεταβολής δυναμικής Ενέργειας

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_{F_{\varepsilon\pi}}}{dt} = -\frac{F_{\varepsilon\pi}dx}{dt} = -F_{\varepsilon\pi}v = -(-Dx)v \Rightarrow \frac{dU}{dt} = Dxv$$

Ρυθμός μεταβολής Κινητικής Ενέργειας

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F dx}{dt} = \Sigma F v = (-Dx - bv)v \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -Dxv - bv^2$$

Ρυθμός παραγωγής θερμότητας

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{|dW_{F'}|}{dt} = |F'v| \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = bv^2$$

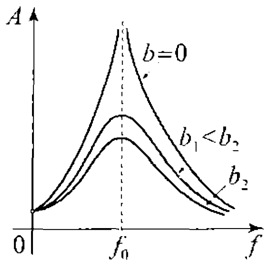
Ρυθμός μείωσης της ενέργειας του ταλαντωτή

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dW_{F'}}{dt} = F'v = -bv^2$$

Ποσό μείωσης ενέργειας και ποσοστό μείωσης Ενέργειας ανά περίοδο.

Η ενέργεια που χάνεται ανά περίοδο είναι μεγαλύτερη στην πρώτη περίοδο και σε κάθε επόμενη περίοδο χάνεται λιγότερη ενέργεια.

⋆ Το ποσοστό μείωσης της ενέργειας ή του πλάτους είναι ίδιο σε κάθε περίοδο.



Εξαναγκασμένη Ταλάντωση

- Έχει σταθερό πλάτος
- Έχει πάντα την συχνότητα του διεγέρτη.

$$f = f_\delta$$

- Η τιμή του πλάτους εξαρτάται από τη συχνότητα της.
- Στο συντονισμό ($f = f_o$) το πλάτος γίνεται μέγιστο

Η μέγιστη τιμή $\boldsymbol{A_{max}}$ που παίρνει το πλάτος κατά τον συντονισμό εξαρτάται από την τιμή της σταθεράς b. Όσο το b μειώνεται, το A_{max} αυξάνεται.[$b = 0 \Rightarrow A_{max} \to \infty$]

Προσφερόμενη ενέργεια- Απώλειες Ενέργειες σε χρόνο(T)

Ο διεγέρτης αναπληρώνει ανά περίοδο την απώλεια ενέργειας που προκαλεί η δύναμη απόσβεσης.

$$E_{\pi\rho(T)} = Q_{(T)} \to \text{το πλάτος παραμένει σταθερό}$$

Κατά τον συντονισμό: $E_{\pi\rho(T)} = (max) \Rightarrow Q_{(T)} = (max)$

Ενεργειακοί ρυθμοί μεταβολής

Ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας ή Ισχύς διεγείρουσας δύναμης

$$P_F = \frac{dE_{\pi\rho}}{dt} = \frac{dW_F}{dt} = \frac{Fdx}{dt} = Fv$$

Ρυθμός παραγωγής θερμότητας

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d|W_{F'}|}{dt} = |F'v| = |-bv^2| = bv^2$$

Δυναμική της εξαναγκασμένης ταλάντωσης

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι:

- Η δύναμη επαναφοράς $F_{\varepsilon\pi} = -Dx$
- Η δύναμη απόσβεσης $F' = -bv$
- Η εξωτερική περιοδική δύναμη (διεγείρουσα δύναμη) $F = F_{max}\eta\mu\omega_\delta t$

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής γράφεται:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F + F' + F_{\varepsilon\pi} = m(-\omega^2 x) \Rightarrow$$

$$F - bv - Dx = -m\omega^2 x \quad \Rightarrow$$

$$F - bv - m\omega_0^2 x = -m\omega^2 x \ (1)$$

Αν έχουμε συντονισμό ($\omega = \omega_o$) θα είναι:

$$F - bv \Rightarrow F = bv \quad (2)$$

Στερεό Σώμα

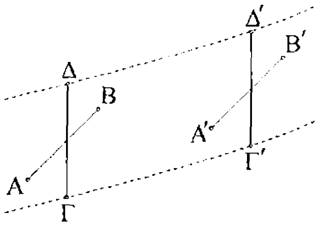
Μηχανική Στερεού Σώματος

Μεταφορική κίνηση

Στην μεταφορική Κίνηση όλα τα σημεία του στερεού:

- Διανύουν το ίδιο διάστημα (s) στον ίδιο χρόνο.
- Έχουν ίδια ταχύτητα.
- Έχουν ίδια επιτάχυνση.

Αρκεί να μελετήσουμε την κίνηση του κέντρου μάζας



Περιστροφική κίνηση

Στη στροφική κίνηση όλα τα σημεία του στερεού κάνουν κυκλική κίνηση (εκτός από τα σημεία του άξονα περιστροφής).

Η κυκλική κίνηση κάθε σημείου περιγράφεται με δύο είδη μεγεθών.

ΓΩΝΙΑΚΑ ΜΕΓΕΘΗ		ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ
Γωνιακή μετατόπιση (θ)	$s = R\theta$	Διάστημα (s)
Γωνιακή ταχύτητα ($\vec{\omega}$)	$\upsilon = R\omega$	Γραμμική ταχύτητα ($\vec{\upsilon}$)
Γωνιακή επιτάχυνση ($\vec{\alpha}_\gamma$)	$a_\varepsilon = R\alpha_\gamma$	Επιτρόχια επιτάχυνση ($\vec{a}_\varepsilon$)
		Κεντρομόλος επιτάχυνση ($\vec{a}_\kappa$)

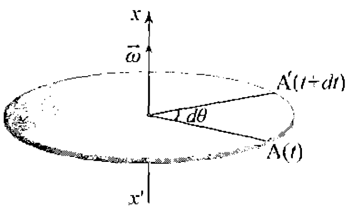
Τα γωνιακά μεγέθη θ, ω, α_γ είναι ίδια για όλα τα σημεία που περιστρέφονται.

Κάθε σημείο έχει τα δικά του γραμμικά μεγέθη (r, s, υ, a_ε).

Η γωνιακή ταχύτητα ($\vec{\omega}$) στερεού έχει:

Τη **διεύθυνση** του άξονα περιστροφής, **φορά** που τη βρίσκω με κανόνα δεξιού χεριού και μέτρο:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$



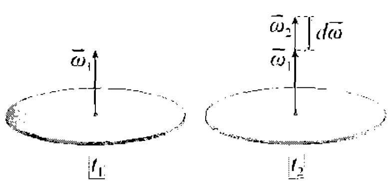
Ομαλή περιστροφική κίνηση.

$\omega = \text{σταθερή} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\theta = \omega\Delta t$ ή $\theta = \omega t$

Η γωνιακή επιτάχυνση ($\vec{\alpha}_\gamma$) στερεού έχει

την ίδια κατεύθυνση με το διάνυσμα $\Delta\vec{\omega}$ και η τιμή της είναι:

$$\alpha_\gamma = \frac{d\omega}{dt} \xrightarrow{\text{SI}} \text{rad/s}^2$$



Αν $\alpha_\gamma = \text{σταθερή}$ τότε η κίνηση ονομάζεται ομαλά μεταβαλλόμενη περιστροφική

Ομαλά μεταβαλλόμενη περιστροφή

$$\alpha_\gamma = \text{σταθερή} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$
$$\omega = \omega_0 + \alpha_\gamma t$$
$$\Delta\theta \text{ ή } \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha_\gamma t^2$$

Στην ομαλά επιβραδυνόμενη περιστροφική κίνηση ισχύουν και οι τύποι.

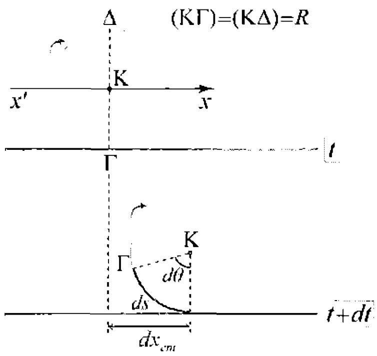
$$t_{max} = \frac{\omega_0}{|\alpha_\gamma|}$$
$$\theta_{max} = \frac{\omega_0^2}{2|\alpha_\gamma|}$$

Το εμβαδόν στο διάγραμμα $\omega - t$ ισούται με τη γωνιακή μετατόπιση $\Delta\varphi$

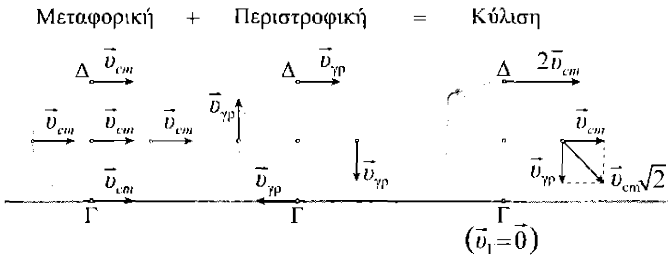
Σύνθετη κίνηση στερεού (πχ κύλιση τροχού)

Τα σημεία της περιφέρειας που έρχονται σε επαφή με το δάπεδο έχουν ίδια ταχύτητα με το δάπεδο. Αν το δάπεδο είναι ακίνητο έχουν ταχύτητα μηδέν $\upsilon_\Gamma = 0$.

«Η μετατόπιση dx_{cm} του κέντρου μάζας ισούται με το μήκος του τόξου ds των σημείων που ήρθαν σε επαφή με το δάπεδο».



$$dx_{cm} = ds = Rd\theta$$
$$\frac{dx_{cm}}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \upsilon_{cm} = R\omega \quad (2)$$
$$a_{cm} = R\alpha_\gamma \quad (3)$$



Κέντρο μάζας ενός στερεού σώματος ονομάζεται το σημείο που κινείται όπως ένα υλικό σημείο με μάζα ίση προς τη μάζα του σώματος που δέχεται όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

Η Ροπή δύναμης ως προς άξονα ($\vec{\tau}$)

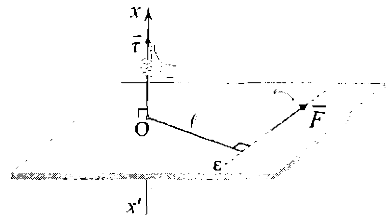
Είναι διάνυσμα που έχει **μέτρο**:

$$\tau = Fl$$

(Μονάδα μέτρησης στο SI: 1 Nm($\neq$ Joule)

Διεύθυνση, τον άξονα περιστροφής.

Φορά, που τη βρίσκω με κανόνα δεξιού χεριού.



Η ροπή μιας δύναμης ως προς άξονα είναι $\tau = 0$ όταν ο φορέας της δύναμης:

1. διέρχεται από τον άξονα περιστροφής.
2. είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.

Αλγεβρικό άθροισμα ροπών ($\Sigma\tau$)

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 + \cdots$$

Θετικές θεωρούμε τις ροπές που τείνουν να προκαλέσουν περιστροφή αντίθετη από την περιστροφή των δεικτών του ρολογιού.

Ζεύγος δυνάμεων

Ζεύγος ονομάζεται ένα σύστημα από δύο παράλληλες δυνάμεις που έχουν ίδιο μέτρο ($F_1 = F_2 = F$) αντίθετη φορά και η απόσταση τους είναι d.

$$\Sigma F = 0 \quad \kappa\alpha\iota \quad \Sigma\tau = Fd$$

Η ροπή $\vec{\tau}$ του ζεύγους είναι ίδια ως προς κάθε σημείο.

Ισορροπία Στερεού Σώματος

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow [\Sigma F_x = 0\,, \Sigma F_y = 0]$$

$$\Sigma\tau = 0 \ \ \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ \acute{\alpha}\xi o\nu\alpha$$

Στροφορμή Υλικού σημείου ($\vec{L}$) ως προς άξονα $x'x$

Διάνυσμα που βρίσκεται πάνω στον άξονα περιστροφής και έχει μέτρο:

$$L = mvr$$

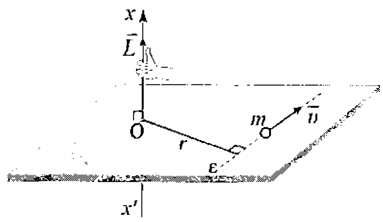
Ρυθμός μεταβολής στροφορμής συστήματος σωμάτων

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau_{\varepsilon\xi}$$

Οι εσωτερικές δυνάμεις έχουν ροπή:

$$\Sigma\tau_{\varepsilon\sigma} = 0$$

Αν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ενός σώματος είναι μηδέν τότε η στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.



Κύματα

Κύματα

Μηχανικά κύματα
Μεταφέρουν μηχανική ενέργεια και διαδίδονται σε κάποιο ελαστικό μέσον.

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα
Μεταφέρουν ενέργεια ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου, διαδίδονται και στο κενό.

Αρμονικό κύμα
Η αρχική διαταραχή είναι μία αρμονική ταλάντωση.

Στιγμιότυπο Κύματος
Εικόνα που δείχνει την θέση των σημείων του μέσου κάποια χρονική στιγμή.

Διάκριση Μηχανικών κυμάτων
α. Με κριτήριο τις διαστάσεις του ελαστικού μέσου τα κύματα διακρίνονται σε

Γραμμικά: Το ελαστικό μέσον είναι μία ευθεία (πχ ένα σχοινί).

Επιφανειακά: Το ελαστικό μέσον είναι ένα επίπεδο (πχ επιφάνεια υγρού)

Κύματα χώρου: (πχ ήχος στον αέρα).

β. Με κριτήριο το μηχανισμό διάδοσης
Εγκάρσια κύματα: Στο στιγμιότυπο έχουμε «όρη και κοιλάδες»
Διαδίδονται στα στερεά και στην επιφάνεια των υγρών.

Διαμήκη κύματα: Στο στιγμιότυπο παρατηρούμε «πυκνώματα και αραιώματα»
Διαδίδονται παντού (στερεά -υγρά και αέρια).
Τα ηχητικά κύματα στον αέρα είναι διαμήκη.

Μεγέθη ενός αρμονικού κύματος

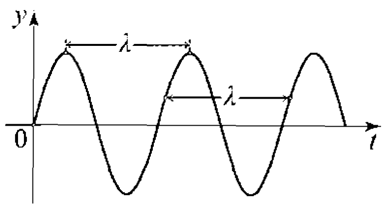
1. Ταχύτητα διάδοσης (υ)

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (1)$$

Όπου Δx μας δείχνει πόσο προχωράει το κύμα σε χρόνο Δt. Η ταχύτητα εξαρτάται από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου και είναι ανεξάρτητη από το πόσο ισχυρή είναι η διαταραχή.

2. Περίοδος (Τ) - Συχνότητα (f) :
Είναι η περίοδος -συχνότητα της αρμονικής ταλάντωσης που διαδίδεται.

3. Μήκος κύματος (λ)
Είναι η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.
Η απόσταση δύο διαδοχικών σημείων του ελαστικού μέσου που κάνουν την ίδια κίνηση είναι ίση με το μήκος κύματος λ.



Θεμελιώδης Εξίσωση κυματικής

Αν στην (1) πάρουμε $\Delta t = T$ προκύπτει: $\Delta x = \lambda$ οπότε:

$$\upsilon = \lambda \cdot f \quad (2)$$

Εξίσωση Κύματος (Εγκάρσιο Κύμα)

Θεωρούμε εγκάρσιο κύμα που διαδίδεται στον άξονα $x'x$.Τη στιγμή $t_o = 0$ αρχίζει να ταλαντώνεται το σημείο Ο($x = 0$) χωρίς αρχική φάση. Το τυχαίο σημείο Γ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή:

$$\tau = \frac{x}{\upsilon}$$

Αν το κύμα διαδίδεται προς την θετική φορά του $x'x$ η απομάκρυνση του τυχαίου σημείου Γ είναι:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Αν το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική φορά , η απομάκρυνση του σημείου Γ είναι:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

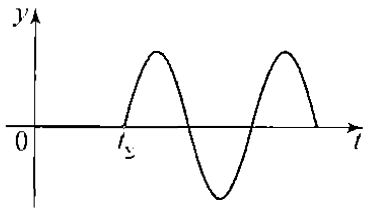
α. Απομάκρυνση ενός σημείου ($x = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho$ό)

Για ένα συγκεκριμένο σημείο Σ είναι:

$$x = x_\Sigma = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho ό$$

Και η εξίσωση κύματος γράφεται:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \sigma\tau\alpha\theta\right) \quad (1)$$



Στο σχήμα βλέπουμε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Σ.
Τη στιγμή που φτάνει το κύμα στο Σ η φάση της ταλάντωσης του είναι μηδέν.

β. Στιγμιότυπο κύματος

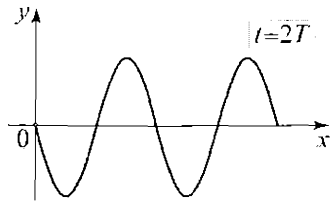
Το στιγμιότυπο κύματος είναι η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης των σημείων του μέσου κάποια χρονική στιγμή ($\boldsymbol{t = \sigma\tau\alpha\theta}$). Η εξίσωση στιγμιότυπου είναι:

$$y = f(t) = A\eta\mu 2\pi\left(\sigma\tau\alpha\theta - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Παράδειγμα: $(t = 2T)$

Η εξίσωση του στιγμιότυπου η οποία είναι :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(2 - \frac{x}{\lambda}\right)$$



$$\varphi \geq 0 \Rightarrow 2\pi\left(2 - \frac{x}{\lambda}\right) \geq 0 \Rightarrow x \leq 2\lambda$$

$$x = 0 \Rightarrow y = A\eta\mu 2\pi(2 - 0) = A\eta\mu 4\pi = 0$$

$$x = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow y = A\eta\mu 2\pi\left(2 - \frac{1}{4}\right) = A\eta\mu 3{,}5\pi = A\eta\mu\left(2\pi + 3\frac{\pi}{2}\right) = A\eta\mu 3\frac{\pi}{2} = -A$$

$$x = 2\lambda \Rightarrow y = A\eta\mu 0 = 0$$

⋆Αν το κύμα διαδίδεται προς τον αρνητικό ημιάξονα τότε θα είναι: $x \geq 2\lambda$

Φάση Κύματος (φ)

Για αρμονικό κύμα με εξίσωση

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{\tau}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

η φάση του κύματος είναι

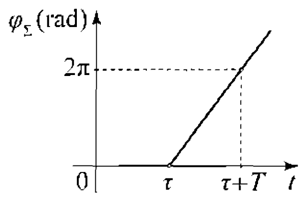
$$\varphi = 2\pi\left(\frac{\tau}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{ή} \quad \varphi = 2\pi\left(\frac{\tau}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

Και είναι συνάρτηση δύο μεταβλητών (x, t)

Φάση ενός σημείου $\varphi = f(t)$

Για ένα σημείο Σ είναι $(x = x_\Sigma = \sigma\tau\alpha\theta)$

$$\varphi_\Sigma = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Sigma}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \sigma\tau\alpha\theta\right) = f(t)$$



Τη στιγμή $\tau = x/\upsilon$ που αρχίζει το σημείο Σ να ταλαντώνεται η φάση του είναι:

$$\varphi_\Sigma = 0$$

Για $t \geq \tau$ η φάση της ταλάντωσης του Σ είναι θετική $\varphi_\Sigma > 0$

Φάση κάποια χρονική στιγμή $\boldsymbol{\varphi = f(x)}$

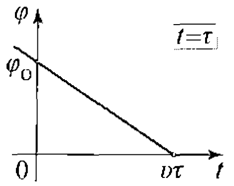
$$t = \tau \Rightarrow \varphi = 2\pi\left(\frac{\tau}{T} - \frac{x_\Sigma}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\sigma\tau\alpha\theta - \frac{x}{\lambda}\right) = f(x)$$

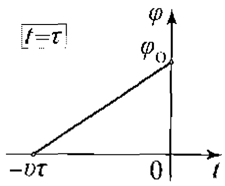
Τις τιμές του x για τις οποίες έχει νόημα να μιλάμε για φάση της ταλάντωσης του σημείου Σ μπορούμε να τις βρούμε και από τη σχέση $\varphi \geq 0$

$$2\pi\left(\frac{\tau}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{\tau}{T}\lambda \Rightarrow x \leq \frac{\tau}{T}\upsilon T \Rightarrow \boldsymbol{x \leq \upsilon\tau}$$

Αν το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση τότε

$$2\pi\left(\frac{\tau}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \geq 0 \Rightarrow -x \leq \frac{\tau}{T}\lambda \Rightarrow -x \leq \frac{\tau}{T}\upsilon T \Rightarrow \boldsymbol{x \geq -\upsilon\tau}$$





Διαφορά φάσης δύο σημείων

$$\Delta\varphi = \varphi_\Gamma - \varphi_\Delta = 2\pi\frac{x_\Delta - x_\Gamma}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda}$$

Αν το κύμα πάει από το Γ στο Δ σε χρόνο Δt, η διαφορά φάσης $\varphi_\Gamma - \varphi_\Delta$ είναι:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t$$

Συμφωνία – Αντίθεση φάσης

1. Συμφωνία φάσης δύο σημείων

$$\Delta\varphi = 2\kappa\pi \ , \kappa = 1,2.. \quad \Rightarrow \quad d = \kappa\lambda \ , \kappa = 1,2,$$

2. Αντίθεση φάσης

$$\Delta\varphi = (2\kappa + 1)\pi \ , \kappa = 0,1,2.. \ \Rightarrow d = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2} \ , \kappa = 0,1,2, \ (2)$$

Όπου d είναι η απόσταση των θέσεων ισορροπίας των δύο σημείων

Συμβολή Κυμάτων

Συμβολή ονομάζεται η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου.

Τα δύο κύματα διαδίδονται με ίδια ταχύτητα αφού διαδίδονται στο ίδιο μέσον.

Το ένα κύμα δεν επηρεάζει την διάδοση του άλλου

Ισχύει η **αρχή της επαλληλίας** σύμφωνα με την οποία:

$$y = y_1 + y_2$$

Δεν ισχύει όταν τα κύματα είναι πάρα πολύ ισχυρά (πχ. Έκρηξη)

Συμβολή από σύγχρονες πηγές O_1 και O_2

Έστω δύο πηγές στην επιφάνεια υγρού που ταλαντώνονται με εξισώσεις:

$$y_{o1} = A\eta\mu\omega t \quad \kappa\alpha\iota \quad y_{o2} = A\eta\mu\omega t$$

Σε ένα σημείο Σ που βρίσκεται σε αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές τα δύο κύματα φτάνουν τις χρονικές στιγμές.

$$t_1 = \frac{r_1}{\upsilon} \quad , \quad t_2 = \frac{r_2}{\upsilon}$$

Μετά την άφιξη και των δύο κυμάτων στο Σ, η απομάκρυνση του Σ είναι:

$$y = y_1 + y_2 \Rightarrow$$

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) + A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)$$

Η διαφορά φάσης $\varphi_2 - \varphi_1$ των δύο ταλαντώσεων είναι:

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{(r_1 - r_2)}{\lambda}$$

Συμφωνία φάσης:

$$\Delta\varphi = 2\kappa\pi \Rightarrow \eta\mu\varphi_2 = \eta\mu\varphi_1 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow y = 2A\eta\mu\varphi_1$$

Μέγιστο πλάτος ταλάντωσης $A' = (max) = 2A$ (Ενισχυτική Συμβολή)

Αντίθεση φάσης:

$$\Delta\varphi = 2\kappa\pi + \pi \Rightarrow \eta\mu\varphi_2 = -\eta\mu\varphi_1 \Rightarrow y_1 = -y_2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow$$

$A' = 0 \Rightarrow To\ \Sigma\ \mu\acute{\varepsilon}\nu\varepsilon\iota\ \alpha\kappa\acute{\iota}\nu\eta\tau o$ (Ακυρωτική Συμβολή)

Σημεία Ενισχυτικής Συμβολής ($A' = 2A$) :
Ενισχυτική συμβολή συμβαίνει όταν:

$$\Delta\varphi = 2\kappa\pi \Rightarrow 2\pi\frac{(r_1 - r_2)}{\lambda} = 2\kappa\pi$$

$$\Rightarrow r_1 - r_2 = \kappa\lambda\,, \kappa = 0, \pm1, \pm2, \ldots \quad (A)$$

Για κάθε τιμή του κ στην εξίσωση (Α) προκύπτει μία καμπύλη της οποίας όλα τα σημεία ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Σημεία Ακυρωτικής Συμβολής ($A' = 0$) :

Ακυρωτική συμβολή συμβαίνει όταν:

$$\Delta\varphi = 2\kappa\pi + \pi \Rightarrow 2\pi\frac{(r_1 - r_2)}{\lambda} = 2\kappa\pi + \pi \Rightarrow$$

$$r_1 - r_2 = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2}\,, \kappa = 0, \pm1, \pm2, \ldots \quad (B)$$

Για κάθε τιμή του κ στην εξίσωση (Β) προκύπτει μία καμπύλη της οποίας όλα τα σημεία παραμένουν ακίνητα.
Τα **υπόλοιπα σημεία** που δεν ανήκουν σε καμπύλες ενισχυτικής-ακυρωτικής συμβολής ταλαντώνονται με πλάτος A' που είναι: $0 \leq A' \leq 2A$

Στάσιμα κύματα
Στάσιμο κύμα είναι το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων που έχουν:
- Ίδιο πλάτος -Ίδια συχνότητα - Ίδια διεύθυνση διάδοσης και
- Αντίθετες ταχύτητες διάδοσης.

Οι εξισώσεις των δύο κυμάτων που συμβάλλουν για να δημιουργήσουν στάσιμο κύμα είναι:

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \;,\; y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

Το σημείο Ο κάνει ταλάντωση με εξίσωση

$$y_o = 2A\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$$

Η απομάκρυνση τυχαίου Γ(x) προκύπτει από την αρχή της επαλληλίας και είναι:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$$

Παρατηρούμε ότι το τυχαίο σημείο κάνει αρμονική ταλάντωση με με πλάτος

$$|A'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\right|$$

Η φάση της ταλάντωσης είναι ωt ή $\omega t + \pi$

Εξίσωση ταχύτητας:

$$V = \omega 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{T}t \quad (2)$$

Δεσμοί και κοιλίες

Δεσμοί ονομάζονται τα σημεία α παραμένουν συνεχώς ακίνητα.

Οι δεσμοί βρίσκονται στις θέσεις:

$$x_{\Delta} = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{4}, \quad \kappa = 0,1, \ldots$$

Κοιλίες ονομάζονται που το πλάτος ταλάντωσης τους είναι μέγιστο ίσο με 2Α

Οι κοιλίες βρίσκονται στις θέσεις:

$$x_K = \kappa\frac{\lambda}{2}, \quad \kappa = 0,1 \ldots$$

Στιγμιότυπο στάσιμου κύματος

Από τις (1) και (2) βρίσκουμε τις τιμές των y, V τη στιγμή που μας ενδιαφέρει:

Ενεργειακή προσέγγιση

Στο στάσιμο κύμα δεν συμβαίνει μεταφορά ενέργειας από το ένα σημείο του ελαστικού μέσου στο άλλο. Σε μία χορδή που έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα συμβαίνει περιοδική μετατροπή της κινητικής ενέργειας σε δυναμική ενέργεια.

Στάσιμα κύματα σε χορδή

- **Αν τα άκρα της χορδής στερεωμένα**

Αν κ είναι το πλήθος των δεσμών και φτιάξουμε ένα στιγμιότυπο για κάποια στιγμή που τα σημεία της χορδής βρίσκονται σε ακραία θέση βρίσκουμε τη σχέση.

$$L = (k-1)\frac{\lambda}{2}$$

Από την οποία μπορούμε να υπολογίσουμε τις συχνότητες ταλάντωσης της χορδής.

$$2L = (k-1)\frac{v}{f} \Rightarrow f = (k-1)\frac{v}{2L}, k = 2,3 \ldots$$

Η ελάχιστη τιμή της συχνότητας είναι:

$$f_{min} = \frac{v}{2L}$$

- **Το ένα άκρο της χορδής είναι δέσμιο και στο άλλο σχηματίζεται κοιλία.**

Αν φτιάξουμε το στιγμιότυπο για κάποια στιγμή που τα σημεία της χορδής βρίσκονται σε ακραία θέση βρίσκουμε τη σχέση:

$$L = (k-1)\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$$

Ηλεκτρομαγνητισμός

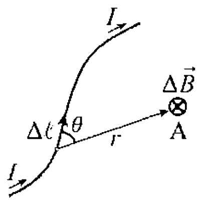
Ηλεκτρομαγνητισμός

Μαγνητικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος στον οποίο αν βρεθεί το κατάλληλο υπόθεμα δέχεται δύναμη. Το υπόθεμα του μαγνητικού πεδίου μπορεί να είναι:

- Ένα ρευματοφόρος αγωγός που δέχεται λέγεται δύναμη Laplace
- Ένα κινούμενο φορτίο που δέχεται λέγεται δύναμη Lorentz

Ένταση μαγνητικού πεδίου ($\vec{B}$):
Είναι διάνυσμα που μας δείχνει πόσο ισχυρό ή ασθενές είναι το μαγνητικό πεδίο. Μονάδα έντασης 1 Tesla(1 T = 1 N/Am).
Μαγνητικές δυναμικές γραμμές:
Είναι κλειστές γραμμές που σε κάθε σημείο τους το διάνυσμα $\vec{B}$ είναι εφαπτόμενο.
Ομογενές μαγνητικό πεδίο ($\vec{B} = σταθ$) οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες.

Νόμος Biot-Savart
Σε ένα σημείο Α που βρίσκεται σε απόσταση r από ένα στοιχειώδες τμήμα $Δl$ ρευματοφόρου αγωγού ,η συνιστώσα $Δ\vec{B}$ της έντασης του μαγνητικού που δημιουργεί το τμήμα $Δl$ έχει μέτρο:



$$ΔB = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{IΔl}{r^2}ημφ$$

Το διάνυσμα $Δ\vec{B}$ είναι κάθετο στα διανύσματα $Δ\vec{l}, \vec{r}$
Τη φορά του διανύσματος $Δ\vec{B}$ τη βρίσκουμε με κανόνα δεξιού χεριού.

$$\left.\begin{array}{r} Αντίχειρας \rightarrow διάνυσμα\ Δ\vec{l} \\ \\ Δείκτης \rightarrow διάνυσμα\ \vec{r} \end{array}\right\} \Rightarrow μεσαίο\ δάκτυλο \rightarrow Δ\vec{B}$$

Ένταση μαγνητικού πεδίου στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού.
Κάθε στοιχειώδες τμήμα δημιουργεί στο κέντρο μαγνητικό πεδίο έντασης $Δ\vec{B}$ η οποία είναι κάθετη στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού και έχει μέτρο.

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{IΔl_1}{r^2} + \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{IΔl_2}{r^2} + \cdots + \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{IΔl_ν}{r^2} \Rightarrow$$

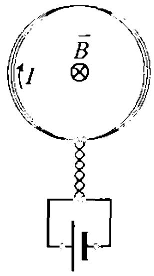
$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{r^2}(Δl_1 + Δl_2 + \cdots + Δl_ν) \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{r^2}2\pi r \Rightarrow B = \frac{\mu_o I}{2r}$$

Κυκλικό πλαίσιο

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο πλαισίου έχει μέτρο:

$$B = \frac{\mu_o I}{2r} \cdot N$$



Στο κυκλικό πλαίσιο τα κέντρα των δύο ακριανών σπειρών σχεδόν συμπίπτουν.

Νόμος Ampere: Κατά μήκος κλειστής καμπύλης:

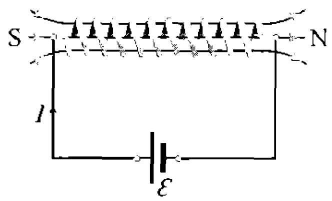
$$\Sigma\vec{B}d\vec{l} = \mu_o \Sigma i \Rightarrow \Sigma B_{\varepsilon\varphi} dl = \mu_o \Sigma i$$

$$\Sigma B \Delta l \sigma\upsilon\nu\varphi = \mu_o \Sigma I$$

Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς

Στην κεντρική περιοχή του σωληνοειδούς το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές.

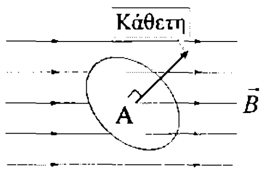
$$B = \mu_o \frac{N}{l} I$$



Στο σωληνοειδές πηνίο τα κέντρα των δύο ακριανών σπειρών βρίσκονται σε απόσταση l (μήκος πηνίου)

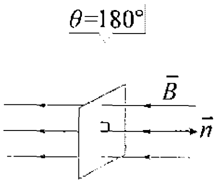
Μαγνητική ροή (Φ)

Η μαγνητική ροή (Φ) που διέρχεται από μία επιφάνεια δείχνει το πλήθος των δυναμικών γραμμών που διαπερνούν την επιφάνεια και είναι μέγεθος μονόμετρο.

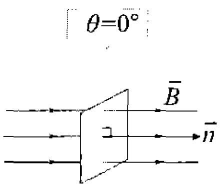


$$\Phi = BS\sigma\upsilon\nu\theta \qquad 0° \leq \theta \leq 180°$$

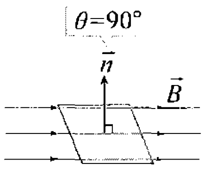
Η μονάδα της στο SI είναι το 1 weber (1 Wb = 1 Tm^2).
Επιφάνεια κάθετη στις δυναμικές γραμμές: $\boldsymbol{\Phi = \pm BS}$



Φ=−BS



Φ=+BS



Φ=0

Επιφάνεια παράλληλη στις δυναμικές γραμμές: $\boldsymbol{\Phi = 0}$

Δύναμη Lorentz

Η Δύναμη σε κινούμενο φορτίο από μαγνητικό πεδίο. Έχει μέτρο:

$$F_L = B|q|υημφ$$

Το διάνυσμα $\vec{F}_L$ της δύναμης Lorentz είναι κάθετο στα διανύσματα $\vec{υ}$ και $\vec{B}$
Την κατεύθυνση την βρίσκουμε με κανόνα δεξιού χεριού ως εξής:

$$\left.\begin{matrix} αντίχειρας\ (i) \\ δείκτης\ (\vec{B}) \end{matrix}\right\} \Rightarrow μεσαίο\ δάκτυλο\ \ (\vec{F}_L)$$

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε ομογενές μαγνητικό πεδίο

Αν η δύναμη Lorentz είναι συνισταμένη η κίνηση εξαρτάται από την γωνία $φ$.

- **Αρχική ταχύτητα παράλληλη στις δυναμικές γραμμές ($φ = 0$ ή 180^o)**

Το σωματίδιο δεν δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο

$$ΣF = F_L = 0 \Rightarrow ευθύγραμμη\ ομαλή\ κίνηση$$

- **Αρχική ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές ($φ = 90^o$)**

Η $\vec{F}_L$ είναι κάθετη στην ταχύτητα $\vec{υ}$ και το σωματίδιο κάνει ομαλή κυκλική κίνηση .
Το κέντρο της κυκλικής τροχιάς είναι το σημείο που τέμνονται δύο ακτίνες. Για να βρούμε το κέντρο αρκεί να σχεδιάσουμε την κεντρομόλο δύναμη $\vec{F}_L$ σε δύο διαφορετικά σημεία .

Ακτίνα και περίοδος φορτισμένου Σωματιδίου.

$$ΣF_{ακτ} = m\frac{υ^2}{R} \Rightarrow F_L = m\frac{υ^2}{R} \Rightarrow B|q|υ = m\frac{υ^2}{R}$$
$$\Rightarrow R = \frac{mυ}{B|q|}$$

Την περίοδο της ομαλής κυκλικής κίνησης θα την υπολογίσουμε από τη σχέση:

$$υ = \frac{2πR}{T} \Rightarrow T = \frac{2π}{υ}R = \frac{2π}{υ}\frac{mυ}{B|q|}$$
$$\Rightarrow T = \frac{2πm}{B|q|}$$

Παρατηρούμε ότι η περίοδος περιστροφής, δεν εξαρτάται από την ταχύτητα ή την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς αλλά μόνο από το είδος του σωματιδίου (μάζα και φορτίο).

- **Κίνηση με τυχαία γωνία ως προς τις δυναμικές γραμμές**

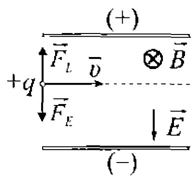
Η ταχύτητα του αναλύεται σε δύο συνιστώσες , την $\vec{\upsilon}_\pi$ που είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές και την $\vec{\upsilon}_\kappa$ που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές.
Μελετάμε ανεξάρτητα τις δύο κινήσεις που θα έκανε το σωματίδιο εξ αιτίας κάθε συνιστώσας. Από σύνθεση των δύο κινήσεων προκύπτει μια ελικοειδής κίνηση.

- **Κίνηση σε ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο**

Αν η ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές των δύο πεδίων
Οι δυνάμεις που δέχεται το θετικά φορτισμένο σωματίδιο του σχήματος έχουν μέτρα:

$$F_{\eta\lambda} = |q|E = qE$$

$$F_L = B\upsilon|q| = B\upsilon q$$



Αν τα διανύσματα $\vec{E}, \vec{B}$ είναι κάθετα μεταξύ τους όπως φαίνεται στο σχήμα, τότε το σωματίδιο μπορεί να κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση αν έχει ταχύτητα

$$\upsilon = \frac{E}{B}$$

Το ίδιο θα συνέβαινε και αν είχαμε αρνητικό φορτίο.
Μία τέτοια διάταξη ονομάζεται **φίλτρο ταχυτήτων** και έχει εφαρμογή στην μέτρηση του λόγου e/m του ηλεκτρονίου (Thomson)
Σε ένα καθοδικό σωλήνα τα ηλεκτρόνια που βγαίνουν από την κάθοδο (καθοδικές ακτίνες) επιταχύνονται με διαφορά δυναμικού V και φτάνουν στην άνοδο με ταχύτητα υ την οποία υπολογίζουμε με το ΘΜΚΕ.

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = eV \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

όπου e το φορτίο του ηλεκτρονίου κατ' απόλυτη τιμή.
Αν δέσμη των ηλεκτρονίων (καθοδικές ακτίνες) εισέρχεται σε φίλτρο ταχυτήτων τότε:

$$\upsilon = \frac{E}{B} \Rightarrow \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \frac{E}{B} \Rightarrow$$

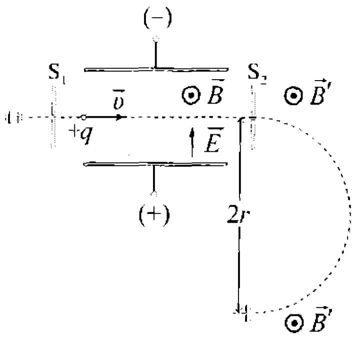
$$\frac{2eV}{m} = \frac{E^2}{B^2} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{E^2}{2VB^2}$$

Τα E, V και B μπορούν να μετρηθούν και έτσι να προσδιοριστεί το πηλίκο e/m το οποίο προκύπτει πάντα το ίδιο ανεξάρτητα από το υλικό της καθόδου

Φασματογράφος μάζας

Όπως ένας πρίσμα διαχωρίζει τα χρώματα έτσι και το μαγνητικό πεδίο διαχωρίζει ιόντα ίδιου φορτίου και διαφορετικής μάζας. πχ ισότοποι πυρήνες.

Στο επίπεδο όριο ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου φτάνουν τα ιόντα με ίδια ταχύτητα που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του αφού περάσουν από ένα φίλτρο ταχυτήτων. (σχήμα)



$$\upsilon = \frac{E}{B}$$

Τα ιόντα κάνουν ημικυκλική τροχιά και τελικά πέφτουν πάνω σε μια φωτογραφική πλάκα. Αν τα ιόντα έχουν ίδιο φορτίο και διαφορετικές μάζες οι ακτίνες τους θα είναι διαφορετικές και έτσι διαχωρίζονται.

$$R = \frac{m\upsilon}{B'q} \Rightarrow \frac{m}{q} = \frac{RBB'}{E}$$

Η ακτίνα R υπολογίζεται από το ίχνος που αφήνουν τα ιόντα στη φωτογραφική πλάκα ενώ τα πεδία E, B και B' είναι γνωστά.

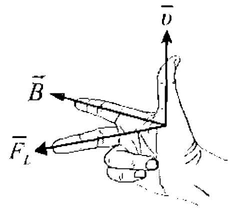
Δύναμη σε ρευματοφόρο αγωγό από μαγνητικό πεδίο (Δύναμη Laplace)

Η δύναμη Laplace έχει μέτρο:

$$F_L = Bil\eta\mu\varphi$$

Το διάνυσμα $\vec{F}_L$ είναι κάθετο στον αγωγό και στο $\vec{B}$

$$\left.\begin{matrix} \alpha\nu\tau\acute{\iota}\chi\varepsilon\iota\rho\alpha\varsigma\ (i) \\ \delta\varepsilon\acute{\iota}\kappa\tau\eta\varsigma\ (\vec{B}) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \mu\varepsilon\sigma\alpha\acute{\iota}o\ (\vec{F}_L)$$



Αγωγός παράλληλος προς τις δυναμικές γραμμές ($\varphi = 0°$ ή $180°$):

$$F_L = 0$$

Αγωγός κάθετος προς τις δυναμικές γραμμές ($\varphi = 90°$):

$$F_{L(max)} = Bil$$

2. Ορισμός έντασης μαγνητικού πεδίου

Πρώτα βρίσκουμε πειραματικά τη διεύθυνση της έντασης που είναι η διεύθυνση στην οποία αν τοποθετήσουμε τον ρευματοφόρο αγωγό δε δέχεται δύναμη.
Στη συνέχεια τοποθετούμε τον αγωγό κάθετα στις δυναμικές γραμμές και τότε:

$$B = \frac{F_L}{il}$$

Η μονάδα της έντασης στο SI είναι το 1 tesla ($1\ \mathrm{T} = 1\ \mathrm{N/Am}$).

Δύναμη μεταξύ παραλλήλων ρευματοφόρων αγωγών

Αν δύο παράλληλοι αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα εντάσεων $i_1 i_2$ και βρίσκονται σε απόσταση r η δύναμη που ασκεί ο ένας στον άλλο έχει μέτρο.

$$F = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2i_1 i_2}{r} l$$

Ελκτική δύναμη όταν οι αγωγοί διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα.

Απωστική δύναμη όταν οι αγωγοί διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα.

Ο ορισμός του Ampere

Το 1 A είναι η ένταση του σταθερού ρεύματος που όταν διαρρέει δύο ευθύγραμμους παράλληλους αγωγούς απείρου μήκους, οι οποίοι βρίσκονται στο κενό και σε απόσταση $r = 1\ \mathrm{m}$ ο ένας από τον άλλο, τότε σε τμήμα μήκους $l = 1\ \mathrm{m}$ ο ένας ασκεί στον άλλο δύναμη $F = 2 \cdot 10^{-7}\mathrm{N}$

Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή

Επαγωγή ονομάζεται το φαινόμενο που αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ σε ένα κύκλωμα όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το κύκλωμα.
Με το φαινόμενο επαγωγής γίνεται μετατροπή μηχανική ενέργειας σε ηλεκτρική.

$$E_{\mu\eta\chi} \xrightarrow{\varphi\alpha\iota\nu\acute{o}\mu\varepsilon\nu o\ \varepsilon\pi\alpha\gamma\omega\gamma\acute{\eta}\varsigma} E_{\eta\lambda}$$

Μέση και στιγμιαία επαγωγική ΗΕΔ ή Επαγωγική ΗΕΔ

Η μέση επαγωγική ΗΕΔ αναφέρεται σε κάποιο χρονικό διάστημα και είναι

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi(\mu)} = \mathrm{N}\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \quad (1)$$

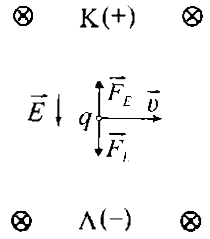
Η στιγμιαία επαγωγική ΗΕΔ αναφέρεται σε κάποια χρονική στιγμή και είναι

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \mathrm{N}\frac{|d\Phi|}{dt} \quad (2)$$

Όταν η μαγνητική ροή μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό τότε η μέση και η στιγμιαία επαγωγική ΗΕΔ συμπίπτουν.

Φαινόμενο επαγωγής σε κινούμενο αγωγό

α. Αγωγός δεν παίρνει μέρος σε κύκλωμα

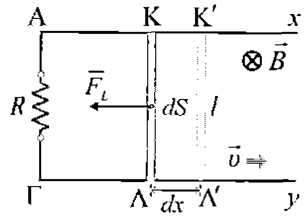


Κάθε ελεύθερο ηλεκτρόνιο δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη Lorentz. Από την φορά της δύναμης Lorentz μπορούμε να καθορίσουμε την πολικότητα της επαγωγικής ΗΕΔ η οποία είναι ίση με την τάση στα άκρα του αγωγού.

$$V_{K\Lambda} = \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = B\upsilon l$$

β. Ο αγωγός ΚΛ παίρνει μέρος σε κύκλωμα

Σε χρόνο dt ο αγωγός θα προχωρήσει κατά dx και η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι:



$$d\Phi = BdS = Bldx$$

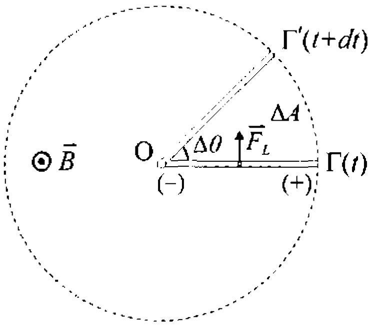
$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{|d\Phi|}{dt} = \frac{BdS}{dt} = \frac{Bldx}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = Bl\upsilon$$

Αν υ = σταθερή, τότε ισχύει:

$$\upsilon = \upsilon_\mu = \frac{\Delta x}{\Delta t} \;\Rightarrow\; \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \mathcal{E}_{\varepsilon\pi(\mu)} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = Bl\upsilon$$

Την πολικότητα της επαγωγικής ΗΕΔ την βρίσκουμε αν βρούμε την κατεύθυνση της δύναμης Lorenz στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού.

Φαινόμενο επαγωγής σε αγωγό που κάνει περιστροφική κίνηση



Ο αγωγός ΟΓ περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο που είναι παράλληλος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης Β
Σε χρόνο dt ο αγωγός ΟΓ διαγράφει γωνία $d\theta$ και σαρώνει εμβαδόν dA

$$dA = \frac{1}{2}l^2 d\theta$$

η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι:

$$d\Phi = BdA = B\frac{1}{2}l^2 d\theta$$

Έτσι η επαγωγική ΗΕΔ είναι:

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{|d\Phi|}{dt} = \frac{B\frac{1}{2}l^2 d\theta}{dt} = \frac{1}{2}Bl^2\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2}Bl^2\omega$$

Προσοχή ! η γωνία να εκφράζεται σε ακτίνια για να ισχύει ο τύπος $dA = \frac{1}{2}l^2 d\theta$

Κλειστό Κύκλωμα Επαγωγικό Ρεύμα- Επαγωγικό φορτίο

Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος (μέση ή στιγμιαία) υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα:

$$i_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}$$

Η φορά του επαγωγικού ρεύματος καθορίζεται από τον κανόνα του Lenz.

Επαγωγικό Φορτίο – Νόμος Neumann

Όταν ένα κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα συμβαίνει μετακίνηση φορτίου το οποίο ονομάζεται επαγωγικό φορτίο και υπολογίζεται με δύο τρόπους:

α. Από την μέση ένταση του επαγωγικού ρεύματος (Τύπος Neumann)

$$q = i_{\varepsilon\pi}\Delta t = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}\Delta t = -\mathrm{N}\frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}\Delta t}\Delta t = -\frac{N\Delta\Phi}{R_{o\lambda}\Delta t}$$

β. Από την στιγμιαία ένταση $\boldsymbol{i = f(t)}$

Αν έχουμε την ένταση του ρεύματος ως συνάρτηση του χρόνου τότε φτιάχνουμε το διάγραμμα $I - t$ και υπολογίζουμε το φορτίο με εμβαδομέτρηση

Κανόνας του Lenz και η αρχή διατήρησης της Ενέργειας

Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz

«Το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά ώστε να αντιστέκεται μεταβολή της μαγνητικής ροής»

Ο νόμος της επαγωγής γράφεται και ως εξής

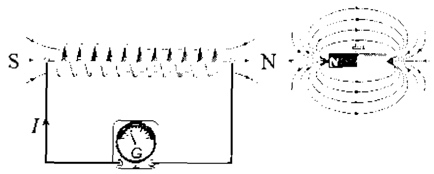
$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

Το (-) οφείλεται στον κανόνα του Lenz

Ο κανόνας του Lenz ως συνέπεια της ΑΔΕ

1. Ακίνητο πηνίο

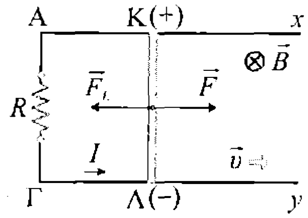
Όταν πλησιάζουμε τον μαγνήτη στο πηνίο:



- Αυξάνει η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πηνίο
- Αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή ($\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}$).
- Το πηνίο συμπεριφέρεται σαν ένας μαγνήτης που αντιστέκεται στην κίνηση του άλλου μαγνήτη.
- Για την κίνηση του μαγνήτη πρέπει να δαπανάμε μηχανική ενέργεια (ΑΔΕ).

2. Κύκλωμα με κινούμενο αγωγό

Αν ο αγωγός ΚΛ κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}$



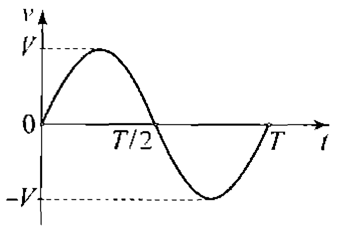
- Αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ, $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}$ στον ΚΛ
- Το κύκλωμα, διαρρέεται από ρεύμα.
- Ο αγωγός ΚΛ δέχεται δύναμη Laplace
- Η δύναμη Laplace είναι αντίρροπη της ταχύτητας
- Στον αγωγό ΚΛ πρέπει να ασκείται δύναμη $\vec{F}$ αντίθετη της δύναμης Laplace και αυτό συνεπάγεται δαπάνη ενέργειας

Εναλλασσόμενο Ρεύμα

Εναλλασσόμενη τάση είναι η τάση της οποίας η τιμή και η πολικότητα μεταβάλλονται περιοδικά με τον χρόνο. Αν:

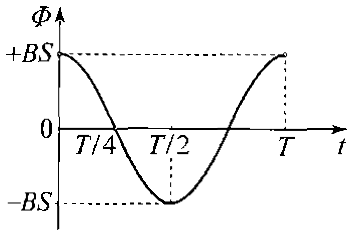
$$v = V\eta\mu\omega t$$

η τάση ονομάζεται ημιτονοειδής εναλλασσόμενη τάση



Παραγωγή εναλλασσόμενης τάσης

Η παραγωγή εναλλασσόμενης τάσης στηρίζεται στο φαινόμενο της επαγωγής. Περιστρέφουμε ένα πλαίσιο εμβαδού A με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ έτσι ώστε η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα του πλαισίου να είναι:



$$\Phi = BS\sigma\upsilon\nu\theta = BS\sigma\upsilon\nu\omega t$$

Στοιχεία Εναλλασσόμενης Τάσης

Στιγμιαία τιμή (v): παίρνει τιμές στο διάστημα $-V \leq v \leq V$.

Πλάτος (V): ονομάζεται η μέγιστη τιμή της.

Περίοδος (T): είναι ο χρόνος για μία πλήρη εναλλαγή.

Συχνότητα (f): είναι ο αριθμός N των εναλλαγών ανά μονάδα χρόνου:

Γωνιακή συχνότητα (ω): είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου

$$\omega = 2\pi f \text{ και } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

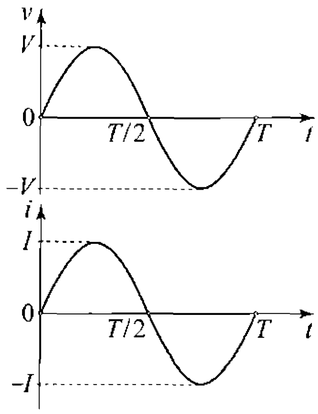
Φάση (ωt): είναι η γωνιακή θέση του περιστρεφόμενου πλαισίου σε rad.

Κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος

Ο νόμος του Ohm ισχύει κάθε στιγμή.

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V}{R}\eta\mu\omega t \Rightarrow i = I\eta\mu\omega t$$

Γραφικές παραστάσεις $v = f(t)$ και $i = f(t)$



Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$v = V\eta\mu\omega t \quad \text{και} \quad i = I\eta\mu\omega t$$

Από τα διαγράμματα, παρατηρούμε πως οι στιγμιαίες τιμές τάσης και έντασης ρεύματος έχουν ίδια χρονική εξέλιξη (ίδια φάση).
Λέμε ότι οι στιγμιαίες τιμές τάσης και έντασης ρεύματος βρίσκονται σε φάση.

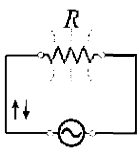
Ενεργός ένταση $I_{εν}$ ενός εναλλασσόμενου ρεύματος ονομάζεται η ένταση του συνεχούς σταθερού ρεύματος το οποίο προκαλεί το ίδιο ποσό θερμότητας με το εναλλασσόμενο ρεύμα, όταν διαρρέει την ίδια αντίσταση στον ίδιο χρόνο.

$$I_{εν} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$

Ενεργός τάση $V_{εν}$ μιας εναλλασσόμενης τάσης ονομάζεται η συνεχής σταθερή τάση που αν εφαρμοστεί στα άκρα αντιστάτη, προκαλεί συνεχές ρεύμα που έχει ένταση ίση με την ενεργό ένταση.

$$V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

5. Ενέργεια και Ισχύς εναλλασσόμενου ρεύματος



Όταν μια αντίσταση R τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση τότε στην αντίσταση εκδηλώνεται το φαινόμενο Joule. Η θερμότητα Q που αναπτύσσεται στην αντίσταση R σε χρόνο Δt υπολογίζεται ως εξής:
Υπάρχει ένα συνεχές ρεύμα ($I_{εν}$) το οποίο σε χρόνο t προκαλεί θερμότητα Q στην αντίσταση R. Ισχύει:

$$Q = I_{εν}^2 R \Delta t$$

Στιγμιαία και Μέση Ισχύς

Η Στιγμιαία Ισχύς (p) λέγεται και ρυθμός κατανάλωσης ενέργειας η ρυθμός παραγωγής θερμότητας και ορίζεται με τον τύπο:

$$p = \frac{dW}{dt}$$

Η ενέργεια dW που απορροφά οποιαδήποτε συσκευή από το ηλεκτρικό ρεύμα είναι:

$$dW = vidt$$

Οπότε για κάθε συσκευή είναι: $p = vi$

Αν η συσκευή είναι αντιστάτης γνωρίζουμε τις σχέσεις:

$$v = iR \quad \text{και} \quad i = v/R$$

Και έτσι προκύπτουν οι σχέσεις:

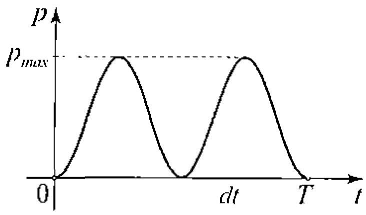
$$p = i^2 R \quad και \quad p = \frac{v^2}{R}$$

Η στιγμιαία ισχύς αναφέρεται σε κάποια χρονική στιγμή.
Η μέγιστη τιμή που παίρνει η στιγμιαία ισχύς είναι: $p_{max} = I^2 R$

Διάγραμμα $p = \mathrm{f}(t)$ για τη στιγμιαίας ισχύ

Το στοιχειώδες εμβαδό εκφράζει την θερμότητα σε χρόνο dt
Η στιγμιαία ισχύς είναι περιοδική συνάρτηση του χρόνου με περίοδο T' και συχνότητα f'

$$T' = \frac{T}{2} \Rightarrow f' = 2f$$



Η μέση Ισχύς $\boldsymbol{P}$ ή $\boldsymbol{P_\mu}$ αναφέρεται σε κάποιο χρονικό διάστημα Δt.

Αν πάρουμε $\Delta t = T$ γράφουμε:

$$P = \frac{W}{T}$$

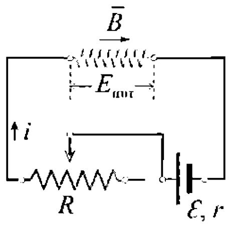
όπου W η ενέργεια που μεταφέρει το ηλεκτρικό ρεύμα σε χρόνο $\Delta t = T$.

Σ' έναν αντιστάτη αντίστασης R, σε χρόνο T, ισχύουν:

$$W = Q = V_{\varepsilon\nu} I_{\varepsilon\nu} T = I_{\varepsilon\nu}^2 RT = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R}$$

$$\Rightarrow P = V_{\varepsilon\nu} I_{\varepsilon\nu} = I_{\varepsilon\nu}^2 RT = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R}$$

Αυτεπαγωγή



Αυτεπαγωγή ονομάζεται το φαινόμενο που αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ ($\mathcal{E}_{αυτ}$) σε ένα κύκλωμα όταν μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος στο ίδιο το κύκλωμα. Το φαινόμενο της αυτεπαγωγής εκδηλώνεται πιο έντονα στα πηνία.
Στο κύκλωμα του σχήματος είναι: $\Delta i > 0$
Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή έχει τέτοια πολικότητα ώστε να αντιστέκεται στην αύξηση του ρεύματος δηλαδή τείνει να προκαλέσει ρεύμα αντίθετης φοράς.

Ο νόμος της αυτεπαγωγής

Για την ΗΕΔ από αυτεπαγωγή ισχύει ο νόμος της επαγωγής γράφεται:

$$\mathcal{E}_{αυτ} = -L\frac{di}{dt}$$

L είναι ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου, μονάδα του είναι το $1H$ $(Henry)$
Ο οποίος εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πηνίου και από τη μαγνητική διαπερατότητα του υλικού που βρίσκεται στο εσωτερικό του.
Το φαινόμενο αυτεπαγωγής εκδηλώνεται σε ένα κύκλωμα με πηνίο και αντίσταση και όταν ανοίγουμε ή κλείνουμε το κύκλωμα.
Σημείωση: Η αυτεπαγωγή είναι ιδιότητα αντίστοιχη με την αδράνεια των σωμάτων.

Ενέργεια μαγνητικού πεδίου

Ένα πηνίο που διαρρέεται από ρεύμα έχει αποθηκευμένη ενέργεια στο μαγνητικό του πεδίο που συμβολίζεται με (U)

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

Υπολογισμός του συντελεστή αυτεπαγωγής πηνίου

Κάποια στιγμή το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης i και η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα του πηνίου είναι:

$$\Phi = BA = \mu_o\frac{N}{l}iA$$

$$d\Phi = dBA = \mu_o\frac{N}{l}Adi$$

$$\left.\begin{array}{c} \mathcal{E}_{επ} = -N\dfrac{d\Phi}{dt} = -N\mu_o\dfrac{N}{l}A\dfrac{di}{dt} = -\dfrac{\mu_o N^2 A}{l}\dfrac{di}{dt} \\ \mathcal{E}_{επ} = -L\dfrac{di}{dt} \end{array}\right\} \Rightarrow L = \frac{\mu_o N^2 A}{l}$$

Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα

Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα

Γύρω από ταλαντούμενο ηλεκτρικό δίπολο (κεραία) δημιουργούνται ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο που οι εντάσεις τους ($\vec{E}, \vec{B}$) είναι κάθετες μεταξύ τους. Τα δύο πεδία μεταβάλλονται περιοδικά στο χώρο και στο χρόνο.

Η **περίοδος (T)** δείχνει την χρονική περιοδικότητα

Το **μήκος κύματος (λ)** δείχνει την περιοδικότητα στο χώρο.

Κοντά στο δίπολο(κεραία)

Οι εντάσεις των δύο πεδίων παρουσιάζουν διαφορά φάσης $\pi/2$

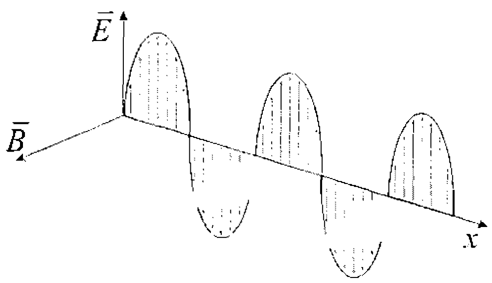
Μακριά από την κεραία

Οι εντάσεις των δύο πεδίων έχουν την ίδια φάση.

- Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό κύμα είναι εγκάρσια και έχουν ίδια περίοδο και ίδιο μήκος κύματος
- Οι μεταβολές τους διαδίδονται στο κενό με την ταχύτητα του φωτός (c) και περιγράφονται με τις εξισώσεις:

$$E = E_{max}\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

$$B = B_{max}\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$



- Τα μέτρα των εντάσεων είναι ανάλογα (έχουν σταθερό λόγο)

$$\frac{E}{B} = c = \tau\alpha\chi\acute{\upsilon}\tau\eta\tau\alpha\ \varphi\omega\tau\acute{o}\varsigma$$

- ισχύει η θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής. $c = \lambda f$

Ηλεκτρομαγνητικό Φάσμα

Τα ΗΜ κύματα μεταφέρουν ενέργεια ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου και παράγονται από ηλεκτρονικά κυκλώματα ή από ανακατανομή ηλεκτρονίων στα άτομα καθώς και από επιταχυνόμενα ή επιβραδυνόμενα φορτία.

Ηλεκτρομαγνητικό φάσμα ονομάζεται το σύνολο των ακτινοβολιών που μεταφέρουν ενέργεια με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

Το φως είναι ηλεκτρομαγνητικό κύμα

Το **ορατό** τμήμα του φάσματος περιλαμβάνει ακτινοβολίες που έχουν μήκη κύματος

400nm έως 700nm.

Η τιμή $\lambda = 700nm$ αντιστοιχεί σε ερυθρό χρώμα.

Η τιμή $\lambda = 400nm$ αντιστοιχεί σε ιώδες χρώμα.

Αν απομονώσουμε μία πολύ στενή περιοχή ακτινοβολιών του φάσματος, τότε έχουμε μία **μονοχρωματική ακτινοβολία.**

Κβαντομηχανική

Στοιχεία Κβαντομηχανικής

Ακτινοβολία Μέλανος Σώματος

Το **φάσμα εκπομπής** ενός μέλανος σώματος είναι συνεχές και περιέχει όλα τα μήκη κύματος.

Παγκόσμιος χαρακτήρας ακτινοβολίας

« Όλα τα (μέλανα) σώματα έχουν το ίδιο φάσμα εκπομπής αν βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία, ανεξάρτητα από τις χημικές ή φυσικές τους ιδιότητες.

Νόμος μετατόπισης του Wien

Το μήκος κύματος μέγιστης εκπομπής λ_{max} είναι αντιστρόφως ανάλογο της απόλυτης θερμοκρασίας. Δηλαδή τα μεγέθη T και λ_{max} έχουν σταθερό γινόμενο.

$$\lambda_{max} \cdot T = \sigma\tau\alpha\theta$$

Οι δύο υποθέσεις του Plank:

1η υπόθεση: Οι τιμές της ενέργειας E που μπορεί να έχει το ταλαντούμενο άτομο είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας ελάχιστης τιμής.

$$E = nhf$$

n ένας θετικός ακέραιος αριθμός που ονομάζεται κβαντικός αριθμός.
f είναι η συχνότητα ταλάντωσης του ατόμου.
h είναι μια σταθερά που ονομάζεται σταθερά του Planck. $h = 6{,}626\ x\ 10^{-34}\ j \cdot s$

2η υπόθεση: Το ποσό ενέργειας E, που μπορεί να απορροφήσει ή να εκπέμψει ένα άτομο, υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, μπορεί να πάρει μόνο διακριτές τιμές οι οποίες είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας ελάχιστης τιμής E_o.

$$E = nE_o = nhf \ , n = 1,2, \ldots$$

Σωματιδιακή φύση φωτός (Κβάντα φωτός ή Φωτόνια)

Ο Albert Einstein θεώρησε ότι το φως παρουσιάζει ιδιότητες σωματιδίων τα οποία ονόμασε κβάντα φωτός ή φωτόνια. Η ενέργεια κάθε φωτονίου είναι:

$$E = hf$$

Τα φωτόνια έχουν ορμή p η οποία συνδέεται με την ενέργεια τους E με τη σχέση

$$E = pc$$

Από την τελευταία προκύπτει:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\frac{c}{\lambda}}{c} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda}$$

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

Το φαινόμενο εκδηλώνεται όταν η συχνότητα της ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη από κάποια τιμή που ονομάζεται **συχνότητα κατωφλίου** και είναι διαφορετική για κάθε μέταλλο.
Αν Κ η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων όταν εξέρχονται από το μέταλλο και f η συχνότητα των φωτονίων που προσπίπτουν στο μέταλλο τότε:

$$hf = K + \varphi$$

φ είναι το έργο εξαγωγής που είναι διαφορετικό για κάθε μέταλλο.

Η κινητική ενέργεια με την οποία εξέρχονται τα ηλεκτρόνια δεν εξαρτάται από την ένταση της ακτινοβολίας.
Όσο μεγαλύτερη είναι η ένταση του φωτός, τόσο περισσότερα ηλεκτρόνια εξέρχονται και επομένως η ένταση του ρεύματος αυξάνει.
Τα ηλεκτρόνια που απορροφούν την ενέργεια των φωτονίων είναι δέσμια.

Φαινόμενο Compton

Όταν φωτόνια υψηλής ενέργειας και ορμής χτυπάνε σε ελεύθερα ηλεκτρόνια τότε συμβαίνει σκέδαση της ακτινοβολίας και η σκεδαζόμενη ακτινοβολία έχει μεγαλύτερο μήκος από την προσπίπτουσα ακτινοβολία.
Το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας εξαρτάται από την γωνία εκτροπής της αρχικής ακτινοβολίας η οποία ονομάζεται γωνία σκέδασης (φ).
Αν λ, λ' είναι τα μήκη κύματος της προσπίπτουσας και της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας ισχύει:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$$

Η σκέδαση Compton εκδηλώνεται όταν τα φωτόνια σκεδάζονται σε Ελεύθερα ηλεκτρόνια. Η μεταβολή του μήκους κύματος δεν εξαρτάται από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

Η κυματική φύση της ύλης

Ένα κινούμενο σωματίδιο πχ ένα ηλεκτρόνιο ή ένα πρωτόνιο μπορεί να θεωρηθεί και σαν υλικό κύμα. Το μήκος κύματος λ ενός υλικού κύματος ονομάζεται μήκος κύματος de Broglie και είναι αντιστρόφως ανάλογο της ορμής p του σωματιδίου

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Το φαινόμενο της περίθλασης (καθαρά κυματικό φαινόμενο) παρατηρείται όταν ηλεκτρόνια φτάνουν σε μία πολύ μικρή σχισμή και έτσι επαληθεύεται πειραματικά η θεωρία de Broglie

Αρχή της αβεβαιότητας (Heisenberg)

Δεν είναι δυνατόν να μετρήσουμε ταυτόχρονα και με απόλυτη ακρίβεια την ορμή και την θέση ενός σωματιδίου .Οι αβεβαιότητες θέσης (Δx) και ορμής (Δp) ενός σωματιδίου συνδέονται με την μαθηματική σχέση:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

Η οποία εκφράζει την αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg.

Αντίστοιχα υπάρχει αβεβαιότητα ανάμεσα στην ενέργεια ενός σωματιδίου και την χρονική διάρκεια που το σωματίδιο βρίσκεται στην δεδομένη ενεργειακή κατάσταση.

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$

Η αβεβαιότητα δεν σχετίζεται με τις ατέλειες των οργάνων ή των πειραματικών μετρήσεων αλλά είναι αποτέλεσμα του κυματοσωματιδιακού δυισμού.

Κυματοσυνάρτηση Ψ

Η κυματοσυνάρτηση Ψ είναι μία συνάρτηση θέσης και χρόνου που περιγράφει μαθηματικά ένα υλικό κύμα.
Από την κυματοσυνάρτηση προκύπτει μία άλλη συνάρτηση η οποία ονομάζεται πυκνότητα πιθανότητας και συμβολίζεται με $|\Psi|^2$.
Η ολική πιθανότητα να βρούμε το σωματίδιο σε όλο το χώρο είναι $P_{ολ} = 1$. Άρα

$$\sum |\Psi|^2 \, dV = 1$$

Η τελευταία σχέση ονομάζεται « **Συνθήκη κανονικοποίησης**».

★★ Σημείωση
Το καθαρά κυματικό μέγεθος είναι το μήκος κύματος (λ)

Το καθαρά σωματιδιακό μέγεθος είναι η ορμή (p)

Ο τύπος του de Broglie συσχετίζει το μήκος κύματος με το μέτρο της ορμής

$$\lambda = \frac{h}{p}$$