ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Ένα σώμα μάζας $m = 0{,}1\ kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση:

$$x = 0{,}2\eta\mu\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (S.I.)$$

α. Να βρεθεί η ολική ενέργεια του ταλαντωτή και να αποδειχθεί ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ η κινητική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια της δυναμικής.

β. Να υπολογιστεί ο ελάχιστος χρόνος που μεσολαβεί, έως ότου η κινητική ενέργεια να ξαναγίνει τριπλάσια της δυναμικής.

γ. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 2\ s$.

Για τις πράξεις: $\pi^2 \simeq 10$.

ΘΕΜΑ 2ο

Ένα σώμα μάζας $m = 5\ kg$ εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στην αρνητική ακραία θέση Γ της ταλάντωσής του και μετά από 40 s επανέρχεται στην ίδια θέση Γ, αφού έχει περάσει 8 φορές από τη θέση ισορροπίας του. Η απόσταση ανάμεσα στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης του σώματος είναι 4 m.

α. Να βρεθεί η γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.

β. Να υπολογιστεί η απόσταση ανάμεσα στις θέσεις όπου η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με την κινητική.

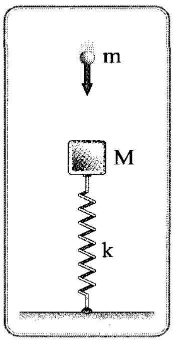
γ. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης $(x = f(t))$, της ταχύτητας $(\upsilon = f(t))$ και της επιτάχυνσης $(\alpha = f(t))$ του σώματος.

δ. Να υπολογιστεί η ελάχιστη χρονική διάρκεια μετάβασης του σώματος από τη θέση Β που έχει απομάκρυνση $x_1 = \sqrt{3}\ m$ στη θέση Γ που έχει απομάκρυνση $x_2 = -\sqrt{2}\ m$.

Να θεωρήσετε για τις πράξεις: $\pi^2 \simeq 10$.

ΘΕΜΑ 3ο

Ένα σώμα μάζας $M = 3\ kg$ είναι στερεωμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 100\ N/m$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αρχικά το σώμα μάζας Μ ισορροπεί. Μια μικρή πλαστική σφαίρα μάζας $m = 1\ kg$ που κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω συγκρούεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ κεντρικά και πλαστικά με το σώμα μάζας Μ. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης $\upsilon_{max} = 1\ m/s$.



α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Να βρεθεί η ταχύτητα της μικρής σφαίρας μάζας m, μόλις πριν την κρούση.

γ. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του συσσωματώματος, θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά προς τα πάνω.

δ. Να υπολογιστεί η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Δίνεται: $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4ο

Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας $m_1 = 2$ kg είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Εκτρέπουμε το σώμα $Σ_1$ από τη θέση ισορροπίας του, συσπειρώνοντας οριζόντια το ελατήριο κατά $A = 0,4\sqrt{3}$ m προς την αρνητική φορά και κατόπιν αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί χωρίς αρχική ταχύτητα. Τη στιγμή που το σώμα $Σ_1$ φτάνει για πρώτη φορά στο μέσο της μέγιστης αρνητικής απομάκρυνσής του, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 6$ kg, το οποίο κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_2 = 2$ m/s και αντίθετης φοράς απ' αυτής του σώματος $Σ_1$.

α. **Να υπολογιστεί ο χρόνος που μεσολάβησε από τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα $Σ_1$ να ταλαντωθεί μέχρι τη στιγμή της κρούσης.**

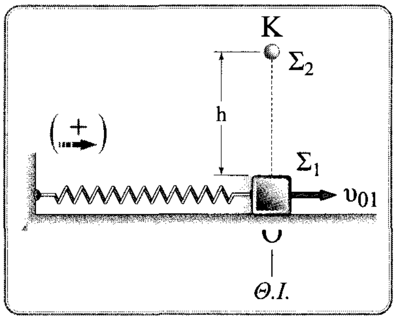
β. **Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$ ελάχιστα πριν την κρούση.**

γ. **Να βρεθεί το πλάτος των ταλαντώσεων του συσσωματώματος.**

δ. **Να γραφεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του συσσωματώματος, θεωρώντας ως $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$ πριν την κρούση.**

ΘΕΜΑ 5ο

2



Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας $m_1 = 1$ kg είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 400$ N/m, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,4$ m σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Από σημείο K που βρίσκεται στην κατακόρυφο που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας O αφήνουμε να πέσει ελεύθερα σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 3$ kg, τη στιγμή ακριβώς που το σώμα $Σ_1$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά τη στιγμή που το σώμα $Σ_1$ επιστρέφοντας διέρχεται πάλι από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά.

α. **Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ μόλις πριν την κρούση, καθώς και το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα $Σ_2$.**

β. **Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος, θεωρώντας ως χρονική στιγμή $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά τη φορά προς τα δεξιά.**

γ. **Να βρεθεί η συνάρτηση της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος σε σχέση με το χρόνο και να παρασταθεί γραφικά.**

δ. **Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης του ελατηρίου κατά την κίνηση του συσσωματώματος από την χρονική στιγμή $t_1 = π/30$ s, έως τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητά του για πρώτη φορά.**

Δίνεται: $g = 10\ m/s^2$ και $π^2 \simeq 10$.

ΘΕΜΑ 6^o

Σε ένα ιδανικό κύκλωμα $L - C$ που εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις τη χρονική στιγμή $t = 0$ το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο και ίσο με $Q = 4 \cdot 10^{-5}$ C. Η μέγιστη ενέργεια που αποθηκεύεται στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή είναι $U_{OE} = 5 \cdot 10^{-6}$ J και ο χρόνος που μεσολαβεί για να μετατραπεί πλήρως η ενέργεια αυτή του ηλεκτρικού πεδίου σε ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι $t = 2\pi$ ms.

α. **Να υπολογιστεί η γωνιακή συχνότητα ω των ηλεκτρικών ταλαντώσεων.**

β. **Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος.**

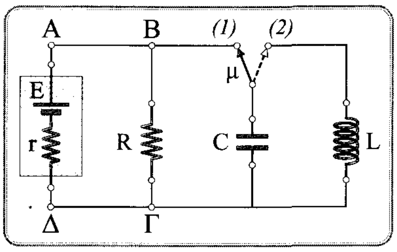
γ. **Να βρεθούν οι τιμές του συντελεστή αυτεπαγωγής L του πηνίου και της χωρητικότητας C του πυκνωτή.**

δ. **Να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή της τάσης που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου κατά τη διάρκεια των ηλεκτρικών ταλαντώσεων.**

ε. **Να γραφούν οι εξισώσεις της έντασης του ρεύματος και του φορτίου του πυκνωτή σε σχέση με το χρόνο.**

ΘΕΜΑ 7^o

Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται $E = 120$ V, $r = 4\,\Omega$, $R = 8\,\Omega$, $C = 4\,\mu F$ και $L = 10^{-2}$ H. Αρχικά ο μεταγωγός μ είναι τοποθετημένος στη θέση (1) και ο πυκνωτής είναι πλήρως φορτισμένος. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ συνδέουμε το μεταγωγό μ στη θέση (2), οπότε αρχίζουν να εκτελούνται ηλεκτρικές ταλαντώσεις στο ιδανικό κύκλωμα $L - C$.



α. **Να βρεθεί η μέγιστη τιμή του φορτίου και η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα $L - C$.**

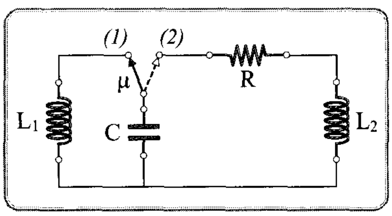
β. **Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα $L - C$ τη χρονική στιγμή $t = 0$.**

γ. **Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή τη στιγμή που για πρώτη φορά η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου γίνεται ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.**

δ. **Να παρασταθούν γραφικά σε κοινούς βαθμολογημένους άξονες οι ενέργειες του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου σε σχέση με το φορτίο q του πυκνωτή.**

ΘΕΜΑ 8^o

Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής χωρητικότητας $C = 2\,\mu F$ έχει τη δυνατότητα μέσω ενός μεταγωγού μ να συνδέεται είτε με πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής $L_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ H σε ιδανικό κύκλωμα $L_1 - C$ ή με άλλο πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής $L_2 = 5 \cdot 10^{-2}$ H σε μη ιδανικό κύκλωμα $L_2 - R - C$, που έχει αντίσταση $R = 10\,K\Omega$.



3

Α. **Αρχικά ο μεταγωγός μ συνδέεται στη θέση (1), οπότε στο κύκλωμα $L_1 - C$ εκτελούνται αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Θεωρούμε ως χρονική στιγμή $t = 0$ τη στιγμή κατά την οποία η ένταση του ρεύματος είναι 10 mA και ο ρυθμός μεταβολής της είναι ίσος με μηδέν $(\Delta i / \Delta t = 0)$.**

α. Να βρεθούν οι χρονικές εξισώσεις του φορτίου του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος.

β. Να υπολογιστούν τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{6} \cdot 10^{-3}$ s οι ρυθμοί μεταβολής των ενεργειών του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή $(\Delta U_E / \Delta t)$ και του μαγνητικού πεδίου του πηνίου $(\Delta U_B / \Delta t)$.

Β. **Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{6} \cdot 10^{-3}$ s ο μεταγωγός μ μεταφέρεται στη θέση (2), οπότε αρχίζει μια φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση.**
Να βρεθεί η θερμότητα που αναπτύσσεται στην αντίσταση R μέχρι τη στιγμή που το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι $Q = 0{,}5\ \mu C$.

*ΘΕΜΑ 9^ο^*

Σώμα μάζας $m = 2$ kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που έχουν εξισώσεις απομάκρυνσης:

$$x_1 = A\eta\mu\omega t \quad \text{και} \quad x_2 = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{(S.I.)}$$

και εξελίσσονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας στην ίδια διεύθυνση. Η δύναμη επαναφοράς της συνισταμένης ταλάντωσης έχει μέγιστη τιμή $\Sigma F_{max} = 400$ N. Τη χρονική στιγμή $t = T/4$, όπου T η περίοδος της συνισταμένης ταλάντωσης, το σώμα διέρχεται από τη θέση $x = \sqrt{3}$ m.

α. **Να υπολογιστεί το πλάτος Α΄ της συνισταμένης ταλάντωσης.**

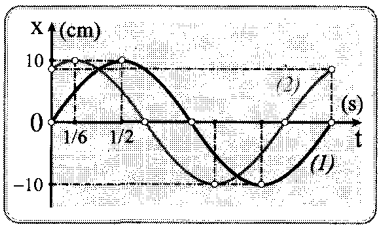
β. **Να βρεθεί η γωνιακή συχνότητα των συνιστωσών ταλαντώσεων.**

γ. **Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της συνισταμένης ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.**

δ. **Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που οι απομακρύνσεις των συνιστωσών ταλαντώσεων είναι αντίθετες.**

*ΘΕΜΑ 10^ο^*

Ένα σώμα μάζας $m = 0{,}5$ kg υποχρεώνεται να εκτελέσει ταυτόχρονα τις δύο ταλαντώσεις Α και Β που περιγράφονται από τις καμπύλες (1) και (2) του σχήματος αντίστοιχα. Οι ταλαντώσεις Α και Β εκτελούνται στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας του σώματος. Να βρεθούν:



α. **Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης Β.**

β. **Η ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος.**

γ. **Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος.**

Δίνεται: $\pi^2 \simeq 10$.

4

ΘΕΜΑ 11ο

Ένα υλικό σημείο υποχρεώνεται να εκτελέσει ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που περιγράφονται από τις εξισώσεις $x_1 = A\eta\mu\omega_1 t$ και $x_2 = A\eta\mu\omega_2 t$, οι οποίες εκτελούνται στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Η συνισταμένη κίνηση που εκτελεί το υλικό σημείο περιγράφεται από την εξίσωση $x = 0{,}2\sigma\upsilon\nu\pi t \cdot \eta\mu 101\pi t$ (S.I.).

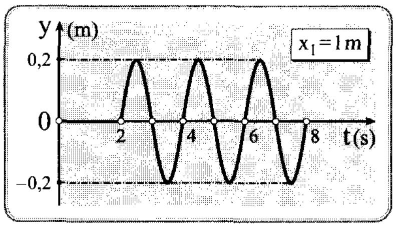
α. **Να βρεθούν οι εξισώσεις των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων.**

β. **Να υπολογιστεί ο αριθμός μηδενισμών του πλάτους της ταλάντωσης μέσα σε χρόνο $t = 10\,s$.**

γ. **Να υπολογιστεί ο αριθμός των μηδενισμών της απομάκρυνσης της ταλάντωσης μέσα σε χρόνο ίσο με την περίοδο του διακροτήματος.**

ΘΕΜΑ 12ο

Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο που συμπίπτει με τη διεύθυνση του άξονα x΄Ox διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή O του άξονα και τη χρονική στιγμή $t = 0$ ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα.



Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός υλικού σημείου K μάζας $m = 0{,}02\,kg$, που βρίσκεται στη θέση $x_1 = 1\,m$, σε συνάρτηση με το χρόνο.

α. **Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.**

β. **Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 4{,}5\,s$.**

γ. **Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σημείου K, όταν η ταχύτητα ταλάντωσής του είναι $\upsilon_\tau = 0{,}2\,m/s$.**

Δίνεται για τις πράξεις: $\pi^2 \simeq 10$.

ΘΕΜΑ 13ο

Πηγή αρμονικών κυμάτων βρίσκεται σε ένα σημείο O $(x = 0)$ ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 2\,cm$ και κυκλικής συχνότητας $\omega = \frac{\pi}{3}\,rad/s$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η πηγή διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα. Μέχρι την χρονική στιγμή που η πηγή περνά για δεύτερη φορά από τη θέση $y = +\sqrt{3}\,cm$, το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά κατά $x = 20\,cm$.

α. **Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.**

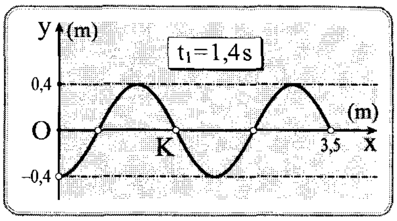
β. **Να γραφεί η εξίσωση του αρμονικού κύματος.**

γ. **Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο ενός σημείου M που βρίσκεται σε απόσταση $x_1 = 75\,cm$ δεξιά από το σημείο O, σε βαθμολογημένους άξονες.**

δ. **Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει στο σημείο M.**

ΘΕΜΑ 14ο

Ένα αρμονικό κύμα διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο που ταυτίζεται με τον άξονα x΄Ox προς τη θετική κατεύθυνση. Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1{,}4$ s φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σημείο O αρχίζει να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

α. **Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.**

β. **Να εξηγηθεί προς τα πού θα κινηθεί το σημείο K του σχήματος αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t_1.**

γ. **Να υπολογιστεί η διαφορά φάσης μεταξύ του σημείου K και του πιο μακρινού σημείου M από το σημείο O ($x = 0$) του ελαστικού μέσου, που μπαίνει σε ταλάντωση τη χρονική στιγμή $t_2 = 2$ s.**

δ. **Να βρεθεί η επιτάχυνση της ταλάντωσης του σημείου K τη χρονική στιγμή $t_3 = 2{,}4$ s.**

Δίνεται για τις πράξεις: $\pi^2 \simeq 10$.

ΘΕΜΑ 15ο

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1, Π_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ κάθετα στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού. Κάθε πηγή έχει εξίσωση ταλάντωσης $y = 0{,}04\eta\mu 8\pi t$ (S.I.). Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού που απέχει από τις πηγές Π_1, Π_2 αποστάσεις $r_1 = 0{,}8$ m και $r_2 = 1{,}6$ m αντίστοιχα, αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}5$ s.

α. **Να βρεθεί το μήκος κύματος των παραγομένων κυμάτων και να διερευνήσετε αν στο σημείο Σ συμβαίνει ενίσχυση ή απόσβεση κατά τη συμβολή των κυμάτων.**

β. **Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης $y = f(t)$ του σημείου Σ μετά τη συμβολή των κυμάτων στο σημείο αυτό.**

γ. **Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Σ τη στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y = -0{,}04\sqrt{3}$ m.**

δ. **Να παρασταθεί γραφικά η απομάκρυνση της ταλάντωσης του σημείου Σ σε σχέση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες.**

ΘΕΜΑ 16ο

Δύο σύγχρονες πηγές Π_1, Π_2 ταλαντώνονται με πλάτος 0,2 m και συχνότητα 10 Hz και παράγουν στην επιφάνεια ενός υγρού αρμονικά κύματα. Σ' ένα σημείο M στο οποίο παρατηρείται ακυρωτική συμβολή η διαφορά των αποστάσεών του από τις δύο πηγές είναι η ελάχιστη και ίση με 0,1 m.

α. **Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου K, το οποίο απέχει $d_1 = 1$ m και $d_2 = 0{,}75$ m από τις πηγές Π_1, Π_2 αντίστοιχα, από τη στιγμή που άρχισε η συμβολή των κυμάτων στο σημείο αυτό.**

β. **Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου K σε σχέση με το χρόνο μετά τη χρονική στιγμή της συμβολής των δύο κυμάτων στο σημείο αυτό.**

γ. Να υπολογιστεί η απόσταση d των δύο πηγών, αν είναι γνωστό ότι στο ευθύγραμμο τμήμα που ορίζουν παρατηρείται ακυρωτική συμβολή σε 6 σημεία συνολικά και το πλησιέστερο σημείο απ' αυτά στην πηγή $Π_1$ απέχει απ' αυτή απόσταση $x_1 = 0{,}05$ m.

*ΘΕΜΑ 17^ο^*

Δύο μεγάφωνα $Π_1$ και $Π_2$ που τροφοδοτούνται από την ίδια γεννήτρια συχνοτήτων αποτελούν δύο σύγχρονες πηγές ηχητικών κυμάτων με εξίσωση:

$$y = Αημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ}\right)$$

Τα μεγάφωνα $Π_1$ και $Π_2$ τοποθετούνται στις θέσεις (0, 0) και (4 m, 0) αντίστοιχα ενός συστήματος ορθογωνίων αξόνων xOy. Ένας ανιχνευτής ήχου τοποθετείται στη θέση Σ(0, 3 m). Καθώς η συχνότητα της γεννήτριας μεταβάλλεται από την τιμή $f_1 = 200$ Hz στην τιμή $f_2 = 1000$ Hz, ο ανιχνευτής καταγράφει μια σειρά μεγίστων και ελαχίστων του ήχου. Να υπολογιστούν:

α. Η διαφορά φάσης των ηχητικών κυμάτων που φτάνουν ταυτόχρονα στο σημείο Σ και έχουν συχνότητα f = 300 Hz.

β. Η συχνότητα της γεννήτριας, όταν ο ανιχνευτής καταγράφει το πρώτο μέγιστο του ήχου.

γ. Ο αριθμός των ελαχίστων του ήχου που μπορεί να καταγράψει ο ανιχνευτής.

δ. Η συχνότητα της γεννήτριας, όταν ο ανιχνευτής καταγράφει το τελευταίο ελάχιστο του ήχου.

Δίνεται ότι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 300 m/s.

*ΘΕΜΑ 18^ο^*

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους 0,08 m και μήκους κύματος 2 m διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x΄x. Θεωρούμε ότι το σημείο της χορδής στη θέση x = 0 τη χρονική στιγμή t = 0 έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και θετική ταχύτητα. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι 100 m/s.

α. Να υπολογιστεί η συχνότητα με την οποία ταλαντώνονται τα σημεία της χορδής.

β. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος στο S.I.

γ. Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης στοιχειώδους τμήματος της χορδής μάζας 0,002 kg. (Να θεωρηθεί το στοιχειώδες τμήμα της χορδής ως υλικό σημείο.)

δ. Έστω ότι στην παραπάνω χορδή διαδίδεται ταυτόχρονα άλλο ένα κύμα πανομοιότυπο με το προηγούμενο, αλλά αντίθετης φοράς και δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση x = 0. Να υπολογιστεί στο θετικό ημιάξονα η θέση του 11ου δεσμού του στάσιμου κύματος από τη θέση x = 0.

Δίνεται: $π^2 = 10$.

Πανελλαδικές Επαναληπτικές εξετάσεις, Ιούλιος 2003

ΘΕΜΑ 19^o

Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής η οποία συμπίπτει με τον άξονα x΄Ox δημιουργείται στάσιμο κύμα το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 8συν\frac{πx}{5}ημ8πt \quad (x, y \text{ σε cm και } t \text{ σε s})$$

Α. α. Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης των δύο αρμονικών κυμάτων από τη συμβολή των οποίων δημιουργήθηκε στη χορδή το στάσιμο κύμα.

β. Να γραφούν οι εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων που με τη συμβολή τους δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

γ. Να υπολογιστεί το πλάτος ταλάντωσης δύο σημείων Κ και Λ της χορδής που βρίσκονται αντίστοιχα στις θέσεις $x_K = 25\,cm$ και $x_Λ = 42{,}5\,cm$.

δ. Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος μεταξύ του Ο και του σημείου Λ, τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σημείο Κ βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνσή του.

Β. Μεταβάλλουμε κατάλληλα τη συχνότητα των αρμονικών κυμάτων που συμβάλλουν, οπότε δημιουργείται κατά μήκος της χορδής ένα νέο στάσιμο κύμα με κοιλία στο σημείο Ο. Η κινητική κατάσταση των σημείων Κ και Λ της χορδής δεν μεταβάλλεται, αλλά ανάμεσά τους σχηματίζονται τώρα δύο μόνο κοιλίες. Να βρεθεί η εξίσωση του νέου στάσιμου κύματος.

ΘΕΜΑ 20^o

Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x΄Ox διαδίδονται δύο τρέχοντα κύματα με εξισώσεις:

$$y_1 = 0{,}2ημπ(20t - x) \quad \text{και} \quad y_2 = 0{,}2ημπ(20t + x) \quad (x, y \text{ σε m, } t \text{ σε s})$$

Τα δύο κύματα συμβάλλουν και δημιουργείται στάσιμο κύμα. Θεωρούμε ότι το ένα άκρο της χορδής συμπίπτει με την αρχή του άξονα το σημείο Ο $(x = 0)$ και ότι το άκρο αυτό μπαίνει σε ταλάντωση την $t = 0$ από τα δύο κύματα συγχρόνως και προς τη θετική κατεύθυνση.

α. Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος και να προσδιοριστούν οι θέσεις των κοιλιών και των δεσμών.

β. Να σχεδιαστούν τα στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος τις χρονικές στιγμές $t_1 = 1/40\,s$ και $t_2 = 1/20\,s$ από $x = 0$ μέχρι $x = 3{,}5\,m$.

γ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα ταλάντωσης των υλικών σημείων Κ και Λ που βρίσκονται στις θέσεις $x_K = 2{,}25\,m$ και $x_Λ = 2{,}75\,m$, τη χρονική στιγμή $t_3 = 1/80\,s$.

δ. Να γίνει η γραφική παράσταση της μέγιστης ταχύτητας σε συνάρτηση με την απόσταση x από το σημείο Ο σε βαθμολογημένους άξονες.

ΘΕΜΑ 21^o

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού (Η/Μ) κύματος περιγράφεται από την εξίσωση:

$$E = 3 \cdot 10^{-2}ημ\left(π \cdot 10^{15}t - \frac{2π}{3} \cdot 10^{7}x\right) \quad (S.I.)$$

α. Το Η/Μ κύμα διαδίδεται στο κενό; Να δικαιολογηθεί η απάντησή σας.

β. **Ποιος είναι ο δείκτης διάθλασης του μέσου στο οποίο διαδίδεται το Η/Μ κύμα;**

γ. **Το Η/Μ κύμα ανήκει στην ορατή περιοχή του Η/Μ φάσματος; Να δικαιολογηθεί η απάντησή σας.**

δ. **Ποια είναι η εξίσωση που περιγράφει την ένταση του μαγνητικού πεδίου του Η/Μ κύματος;**

ε. **Ποια είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων του μέσου τα οποία παρουσιάζουν διαφορά φάσης της έντασης ίση με $\Delta\varphi = 3\pi$ rad;**

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

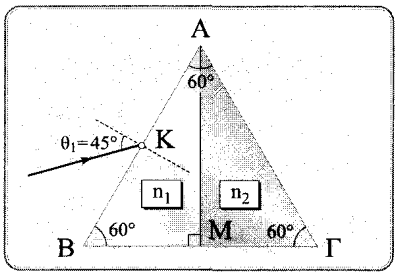
ΘΕΜΑ 22^ο^

Η κάθετος τομή ενός διπλού πρίσματος που βρίσκεται στον αέρα είναι το ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ που φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Το διπλό αυτό πρίσμα αποτελείται από δύο υλικά (1) και (2) που έχουν αντίστοιχα δείκτες διάθλασης $n_1 = \sqrt{2}$ και $n_2 = \sqrt{3}$ για την πράσινη ακτινοβολία. Μια ακτίνα πράσινου φωτός προσπίπτει υπό γωνία $\theta_1 = 45°$ στο πρίσμα και τελικά εξέρχεται απ' αυτό στον αέρα.

α. **Να σχεδιαστεί η πορεία της ακτίνας, δικαιολογώντας την απάντησή σας.**

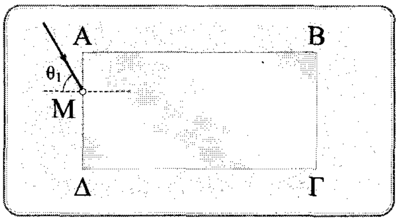
β. **Να υπολογιστεί η γωνία εκτροπής της ακτίνας.**

γ. **Ποια θα ήταν η πορεία της ακτίνας, αν το υλικό (2) είχε δείκτη διάθλασης $n'_2 = 2$.**



ΘΕΜΑ 23^ο^

Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός προερχόμενη από τον αέρα προσπίπτει στο μέσο Μ της πλευράς ΑΔ ορθογώνιας διαφανούς πλάκας με πλευρές (ΑΔ) = 10 cm και (ΓΔ) = 20 cm, υπό γωνία πρόσπτωσης $\theta_1 = 60°$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο δείκτης διάθλασης του υλικού της πλάκας για την ακτινοβολία αυτή είναι $n = \sqrt{3}$.



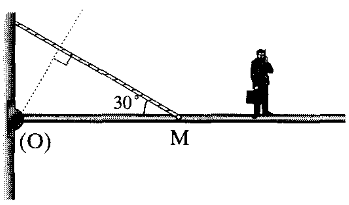
α. **Να σχεδιαστεί η πορεία της ακτίνας και να δικαιολογηθεί η απάντησή σας.**

β. **Να προσδιοριστεί το σημείο και η γωνία εξόδου της ακτίνας στον αέρα.**

Δίνεται: $\sqrt{3} \simeq 1,7$.

ΘΕΜΑ 24^ο^

Η ομογενής οριζόντια δοκός του σχήματος, βάρους w=200N και μήκους ℓ=4m, είναι άκαμπτη. Το άκρο Ο της δοκού είναι συνδεδεμένο με άρθρωση, ώστε η δοκός να μπορεί να στρέφεται κατακόρυφα γύρω από άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο και είναι κάθετος σ' αυτή. Το μέσο Μ της δοκού συνδέεται μέσω



9

σχοινιού με τον τοίχο, έτσι ώστε το σχοινί να σχηματίζει γωνία 30° με τη δοκό (σχήμα). Ένας άνθρωπος βάρους $w_1=800N$ στέκεται σε τέτοια θέση ώστε, η διεύθυνση της δύναμης της άρθρωσης να είναι κάθετη στο σχοινί. Να υπολογίσετε:

α. *το μέτρο της δύναμης που ασκεί το σχοινί στη δοκό και το μέτρο της δύναμης της άρθρωσης,*

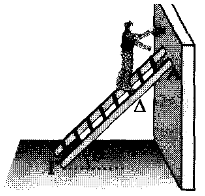
β. **την απόσταση του ανθρώπου από το μέσο Μ της δοκού,**

γ. *τη δύναμη που δέχεται η δοκός από την άρθρωση, αν ο άνθρωπος σταθεί στο μέσο Μ της δοκού,*

δ. *τη δύναμη που δέχεται η δοκός από την άρθρωση, αν ο άνθρωπος σταθεί σε σημείο συμμετρικό, ως προς το μέσο Μ, από αυτό του ερωτήματος (β).*

ΘΕΜΑ 25^ο

Η ομογενής σκάλα ΑΓ του σχήματος, βάρους $w=100N$ και μήκους $\ell=2m$, ισορροπεί, με το άκρο Α να ακουμπάει σε λείο τοίχο. Η σκάλα σχηματίζει με το δάπεδο γωνία θ, τέτοια ώστε $\sigma\upsilon\nu\theta=0{,}6$, και ένας άνθρωπος βάρους $w_1=800N$ στέκεται πάνω της. Μεταξύ της σκάλας και του δαπέδου υπάρχει τριβή και ο μέγιστος συντελεστής οριακής τριβής είναι $\mu_s=0{,}6$.



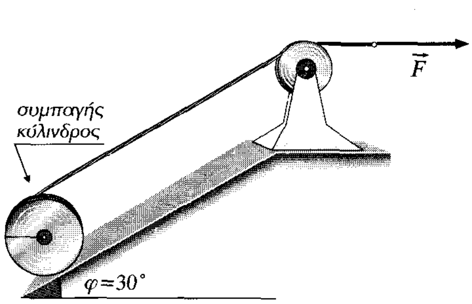
α. **Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί στη σκάλα ο τοίχος και τη στατική τριβή, όταν η σκάλα ισορροπεί χωρίς τον άνθρωπο πάνω της.**

β. **Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί στη σκάλα ο τοίχος και τη στατική τριβή, όταν ο άνθρωπος είναι πάνω στη σκάλα σε απόσταση $\Delta A=0{,}5m$ από το άκρο Α.**

γ. **Μέχρι ποιο σημείο έχει τη δυνατότητα να ανέβει ο άνθρωπος, ώστε η σκάλα να μην ολισθήσει;**

ΘΕΜΑ 26^ο

Στη διάταξη του σχήματος η τροχαλία έχει μάζα $M=1\,kg$, ακτίνα $R=20cm$ και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της. Πάνω στο πλάγιο επίπεδο κλίσης $\varphi=30^\circ$ βρίσκεται ακίνητος ομογενής κύλινδρος μάζας $m=2\,kg$ και ακτίνας $R_1=50cm$. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου είναι τυλιγμένο αβαρές, μη εκτατό νήμα, το οποίο διέρχεται από το αυλάκι της τροχαλίας. Στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F=12N$, οπότε η τροχαλία περιστρέφεται με σταθερό ρυθμό εκτελώντας 2,5 περιστροφές σε χρόνο $\sqrt{\pi}\,s$ και ο κύλινδρος κυλίεται προς τα πάνω χωρίς να ολισθαίνει.



α. **Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας και το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στον κύλινδρο.**

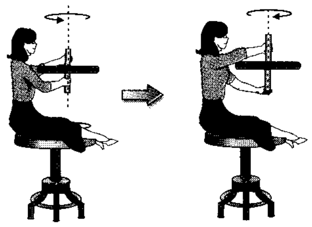
β. **Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου.**

γ. **Να βρείτε τη στατική τριβή που δέχεται ο κύλινδρος από το πλάγιο επίπεδο.**

δ. **Να βρείτε τη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν το ελεύθερο άκρο του νήματος έχει μετατοπιστεί κατά $x=2m$.**

Δίνονται: $g=10m/s^2$, η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I=\frac{1}{2}MR^2$, η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_1=\frac{1}{2}mR_1^2$ και ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

ΘΕΜΑ 27ο

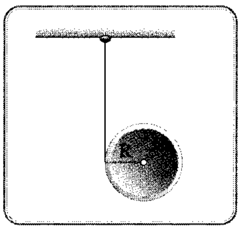


Μια μαθήτρια κρατάει τον άξονα ενός περιστρεφόμενου τροχού ποδηλάτου μάζας $m=1kg$ και ακτίνας $R=0,4m$. Ο τροχός περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega=10rad/s$. Η μαθήτρια κάθεται ακίνητη σε κάθισμα, το οποίο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του συστήματος και ταυτίζεται με τον άξονα περιστροφής του τροχού. Κάποια χρονική στιγμή η μαθήτρια στρέφει τον άξονα του τροχού κατά 180° σε χρόνο 0,5s χωρίς να μεταβληθεί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του τροχού.

α. Να βρείτε την αρχική στροφορμή του τροχού.
β. Να προσδιορίσετε πλήρως τη μεταβολή της στροφορμής του τροχού.
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ροπής που προκάλεσε τη μεταβολή της στροφορμής του τροχού, αν θεωρηθεί ότι αυτή ήταν σταθερή και να αιτιολογήσετε που οφείλεται.
δ. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της μαθήτριας μετά το ανάποδο γύρισμα του τροχού.

Δίνεται ότι η μάζα του τροχού είναι κατανεμημένη στην περιφέρειά του και η ροπή αδράνειας του συστήματος μαθήτρια-κάθισμα ως προς τον άξονα περιστροφής του καθίσματος είναι $3,2\ kg\cdot m^2/s$.

ΘΕΜΑ 28ο



Ο δίσκος του σχήματος έχει μάζα $M = 4$ kg και ακτίνα $R = 1$ m. Γύρω από το δίσκο είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα, το ελεύθερο άκρο του οποίου έχει στερεωθεί ακλόνητα. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε το δίσκο ελεύθερο, οπότε αρχίζει να κινείται προς τα κάτω περιστρεφόμενος, ξετυλίγοντας το κατακόρυφο νήμα. Τη χρονική στιγμή t_1 ο δίσκος έχει εκτελέσει $N = 15/\pi$ περιστροφές.

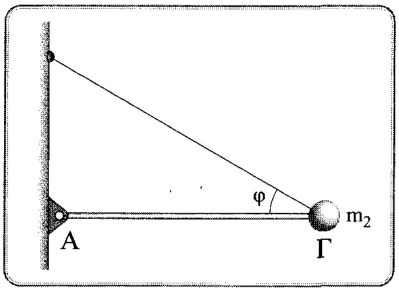
Να υπολογιστεί:

α. Το μέτρο της στροφορμής του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1.
β. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής ως προς τον άξονα του δίσκου.
γ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω της περιστροφής του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1.
δ. Το έργο του βάρους, καθώς και το έργο της ροπής της τάσης του νήματος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1.

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$ και η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του $I = \frac{1}{2}MR^2$.

ΘΕΜΑ 29ο

Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μάζα $m_1 = 10$ kg και μήκος $L = 0,6$ m. Το άκρο Α συνδέεται με άρθρωση στον τοίχο, ενώ στο άκρο Γ είναι στερεωμένη σημειακή μάζα m_2. Το σύστημα ισορροπεί οριζόντιο με τη βοήθεια νήματος.



α. **Αν η τάση του νήματος είναι 200 N και η γωνία φ = 30°, πόση είναι η δύναμη F που ασκείται στην άρθρωση και πόση είναι η μάζα m_2 ;**

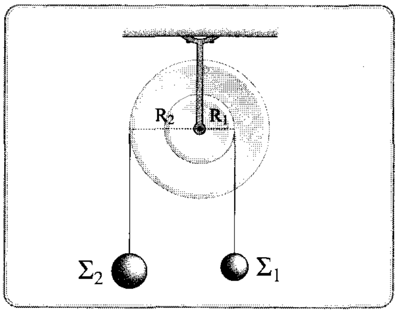
β. **Κάποια στιγμή κόβεται το νήμα, οπότε η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από το Α. Πόση είναι αυτή τη στιγμή η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου;**

γ. **Με πόση ταχύτητα χτυπάει στον κατακόρυφο τοίχο η μάζα m_2 τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη;**

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος στη ράβδο και διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12} m_1 L^2$.

Τριβές δεν υπάρχουν και $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 30^o



Η διπλή τροχαλία του σχήματος έχει ακλόνητο άξονα και αποτελείται από δύο κολλημένους δίσκους που έχουν ακτίνες $R_1 = 0{,}5\ m$ και $R_2 = 1\ m$ και μάζες $M_1 = 4\ kg$ και $M_2 = 7\ kg$ αντίστοιχα και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν αντίστοιχα μάζες $m_1 = 8\ kg$ και $m_2 = 14\ kg$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ που τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Να υπολογιστούν:

α. **Οι επιταχύνσεις των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$.**

β. **Οι τάσεις των νημάτων.**

γ. **Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας ως προς τον άξονά της.**

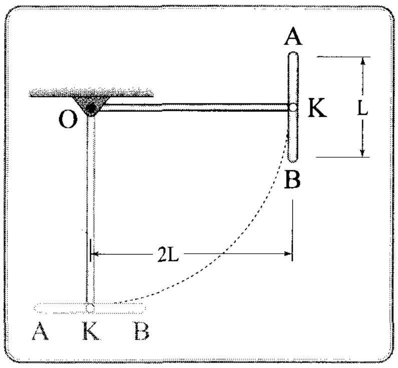
δ. **Η στροφορμή της τροχαλίας και η στροφορμή του συστήματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}2\ s$.**

ε. **Η κινητική ενέργεια της τροχαλίας, όταν τα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ απέχουν μεταξύ τους κατακόρυφη απόσταση $H = 60\ cm$.**

Δίνεται η ροπή αδράνειας καθενός δίσκου της τροχαλίας ως προς τον άξονά του $I = 1/2\, MR^2$ και $g = 10\ m/s^2$.

12

ΘΕΜΑ 31^o



Μια ομογενής ράβδος ΟΚ που έχει μάζα 2Μ και μήκος 2L έχει στερεωθεί στο άκρο της Κ κάθετα σε μια άλλη ομογενή ράβδο ΑΒ μάζας Μ και μήκους L, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σημείο σύνδεσης των δύο ράβδων βρίσκεται στο μέσο Κ της ράβδου ΑΒ. Το σύστημα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Ο, παραμένοντας συνεχώς σε κατακόρυφο επίπεδο. Αρχικά η ράβδος ΟΚ είναι οριζόντια και η ράβδος ΑΒ κατακόρυφη. Το σύστημα αφήνεται απ' αυτή τη θέση ελεύ-

θερο να κινηθεί. Να υπολογιστεί:

α. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του.

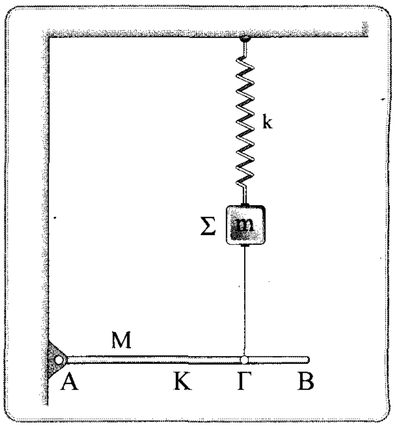
β. Η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος, όταν η ράβδος ΟΚ έχει στραφεί κατά γωνία θ.

γ. Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος τη στιγμή που η ράβδος ΟΚ γίνεται κατακόρυφη.

Δίνονται η ροπή αδράνειας ράβδου μάζας Μ και μήκους L, ως προς άξονα κάθετο σ' αυτήν που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I = \frac{1}{12}ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g.

ΘΕΜΑ 32^o

Ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος $L = 1$ m, μάζα $M = 3$ kg και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σώμα Σ μάζας $m = 1$ kg, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα και στην αρχική ισορροπία το ελατήριο είναι τεντωμένο κατά $\Delta\ell = 30$ cm. Η απόσταση (ΑΓ) είναι ίση με τα 3/4 του μήκους της ράβδου $\left((A\Gamma) = \frac{3}{4}L\right)$. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



Α. Να υπολογιστεί:

α. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

β. Η σταθερά k του ελατηρίου.

Β. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα, οπότε το σώμα Σ εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος υπό την επίδραση της βαρύτητας περιστρέφεται γύρω από το άκρο της Α.

α. Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος, καθώς και η στιγμή που γίνεται κατακόρυφη, ως προς τον άξονα περιστροφής της Α.

β. Να βρεθεί το μέτρο της στροφορμής της ράβδου τη στιγμή που γίνεται κατακόρυφη.

γ. Να γραφεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος Σ, θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά προς τα πάνω.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσον της και είναι κάθετος σ' αυτή $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 33^o

Στο σύστημα του επόμενου σχήματος η τροχαλία έχει μάζα $M = 2$ kg, ακτίνα $R = 0,5$ m και τα σώματα Σ_1, Σ_2 και Σ_3 έχουν αντίστοιχα μάζες $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg και $m_3 = 5$ kg. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί με τα αβαρή νήματα τεντωμένα και το ιδανικό ελατήριο

τεντωμένο κατά $\Delta\ell = 0{,}2$ m. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα που συνδέει τα σώματα Σ_1 και Σ_2, οπότε το σύστημα μπαίνει σε κίνηση.

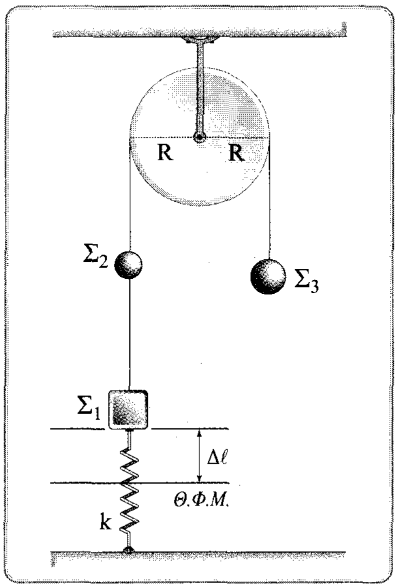
Να υπολογιστεί:

α. Η σταθερά k του ελατηρίου.

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

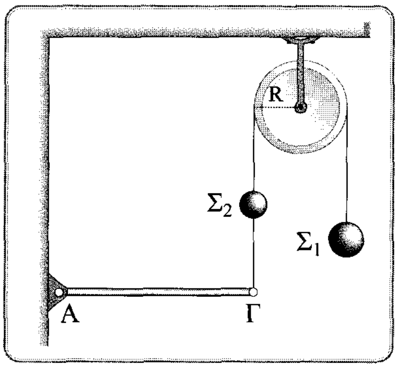
γ. Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας και η ταχύτητα του σώματος Σ_1 τη χρονική στιγμή $t = \pi/60$ s.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονά της $I = \frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.



ΘΕΜΑ 34^ο

Το σύστημα του σχήματος ισορροπεί. Η ράβδος ΑΓ είναι οριζόντια και συνδέεται με τον κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση. Οι μάζες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι αντίστοιχα m_1 και $m_2 = 1$ kg, της τροχαλίας $M_1 = 2$ kg και της ράβδου ΑΓ $M_2 = 2$ kg. Το μήκος της ράβδου είναι $L = 30$ cm και η ακτίνα της τροχαλίας $R = 20$ cm.



Α. Κατά την ισορροπία του συστήματος να βρείτε τις τάσεις των αβαρών νημάτων.

Β. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα που συνδέει τη ράβδο ΑΓ με το σώμα Σ_2.

Να υπολογίσετε:

α. Τα μέτρα των ρυθμών μεταβολής της στροφορμής της ράβδου και της τροχαλίας ως προς τους άξονες περιστροφής τους αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

β. Το μέτρο της στροφορμής της ράβδου, όταν γίνεται κατακόρυφη.

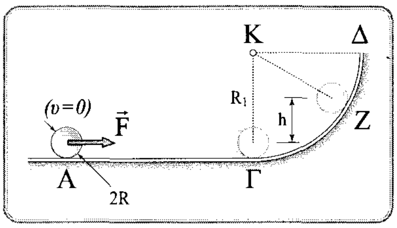
γ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή $t = 2$ s.

Δίνονται οι ροπές αδράνειας ως προς τους άξονες περιστροφής τους της τροχαλίας και της ράβδου αντίστοιχα $I_1 = \frac{1}{2}M_1R^2$ και $I_2 = \frac{1}{3}M_2L^2$.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ m/s^2$ και οι τριβές αμελητέες.

ΘΕΜΑ 35^ο

Ο τροχός του σχήματος έχει μάζα $m = 10$ kg, ακτίνα R και ηρεμεί πάνω στο μη λείο οριζόντιο επίπεδο (θέση Α). Κάποια στιγμή $(t = 0)$ ασκείται σ’ αυτόν στο κέντρο μάζας μια σταθερή δύναμη μέτρου F, παράλληλη προς το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και φτά-



νει στη θέση (Γ), με συχνότητα περιστροφής $f_Γ = 10/π$ Hz, τη χρονική στιγμή $t = 5$ s. Τη στιγμή αυτή η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται και ο τροχός αρχίζει να κινείται κατά μήκος του λείου τεταρτοκυκλίου ΓΔ. Το ψηλότερο σημείο Ζ στο οποίο φτάνει το κέντρο μάζας του τροχού, καθώς κινείται κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου, βρίσκεται σε ύψος 0,3 m πιο πάνω από το αρχικό οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Να υπολογιστούν:

α. Η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού κατά την κίνησή του στο οριζόντιο επίπεδο.

β. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του τροχού στη θέση Γ.

γ. Η ενέργεια που προσφέρθηκε στον τροχό μέσω του έργου της $\vec{F}$.

δ. Ο λόγος των μέτρων $F/T_{στ}$, όπου $T_{στ}$ η στατική τριβή.

ε. Οι ρυθμοί παραγωγής έργου από τη δύναμη $\vec{F}$ και τη ροπή της δύναμης $\vec{T}_{στ}$, καθώς και το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του τροχού ως προς τον άξονά του τη χρονική στιγμή $t = 5$ s, ελάχιστα πριν καταργηθεί.

Δίνονται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονά του $I = \frac{1}{2}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 36^o

Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας $m = 10$ kg και ακτίνας $R = 0,1$ m κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με ημφ = = 0,56. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο $υ_0 = 8$ m/s. Να υπολογιστούν για τη σφαίρα:

α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή $t = 0$.

β. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.

γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

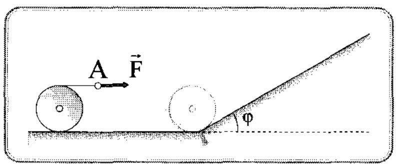
δ. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει 30/π περιστροφές.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της $I = \frac{2}{5}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

Πανελλαδικές εξετάσεις, Ιούνιος 2004

ΘΕΜΑ 37^o

Ένας κύλινδρος μάζας $M = 6$ kg, ακτίνας $R = 0,1$ m και με ροπή αδράνειας ως προς τον άξονά του $I = \frac{1}{2}MR^2$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο.



Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο πολλές φορές ένα μεγάλου μήκους αβαρές νήμα. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε στην άκρη Α του νήματος οριζόντια δύναμη $F = 9$ N, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, οπότε ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο. Η δύναμη $\vec{F}$ δρα μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 4$ s και μετά παύει να ασκείται. Αμέσως μετά τη χρονική στιγμή $t = 4$ s ο κύλινδρος αρχίζει να ανεβαίνει, χωρίς απώλεια ενέργειας, σε κεκλιμένο επί-

15

πεδο κλίσεως $\varphi = 30°$ με κύλιση χωρίς ολίσθηση. Να υπολογιστεί:

α. Ο λόγος της στροφικής προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου.

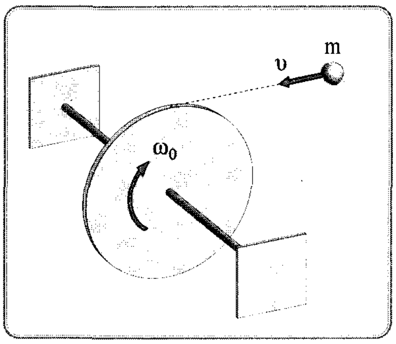
β. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t = 4$ s.

γ. Το ύψος h στο οποίο θα φτάσει ο κύλινδρος πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

Δίνεται: $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 38º

Ένας δίσκος με μάζα $M = 4$ kg και ακτίνα $R = 0,5$ m στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega_0 = 10$ rad/s γύρω από το γεωμετρικό του άξονα που είναι οριζόντιος και ακλόνητα στερεωμένος. Ένα μικρό κομμάτι στόκου μάζας $m = 0,5$ kg που κινείται οριζόντια στο επίπεδο του δίσκου με ταχύτητα $\upsilon = 10$ m/s κολλάει στην περιφέρεια του δίσκου στο ψηλότερο σημείο του, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να υπολογιστεί:



α. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.

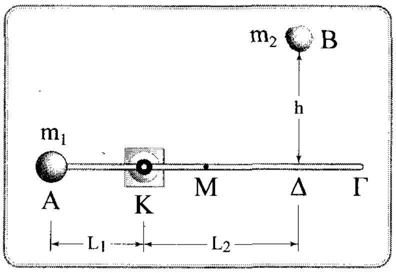
β. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος δίσκος – στόκος κατά την κρούση.

γ. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος, όταν το κομμάτι στόκου περνά από την κατώτερη θέση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονά του $I = 1/2\ MR^2$. Οι τριβές να θεωρηθούν αμελητέες και το κομμάτι του στόκου ως σημειακή μάζα.

ΘΕΜΑ 39º

Η λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ του διπλανού σχήματος έχει μάζα $M = 3$ kg, μήκος $L = 2$ m και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το σημείο Κ της ράβδου και είναι κάθετος σ' αυτήν. Στο άκρο Α της ράβδου, το οποίο απέχει από τον άξονα απόσταση $(AK) = L_1 = 0,6$ m, έχει στερεωθεί μικρή μάζα m_1. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί και η ράβδος ΑΓ είναι οριζόντια.



Α. Να βρείτε τη μάζα m_1.

Β. Από σημείο Β που βρίσκεται σε ύψος $h = 0,45$ m πάνω από τη ράβδο αφήνεται ελεύθερο μικρό κομμάτι στόκου μάζας $m_2 = 0,8$ kg. Ο στόκος συγκρούεται και κολλά στο σημείο Δ της ράβδου, το οποίο απέχει από τον άξονα απόσταση $(\Delta K) = L_2 = 1$ m.

Να υπολογίσετε:

α. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα Κ.

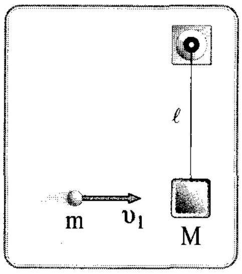
β. Τη γωνιακή ταχύτητα και τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου αμέσως μετά τη σύγκρουση κατά μέτρο.

Γ. Να προσδιορίσετε τη γωνία στροφής φ της ράβδου μέχρι το σύστημα ράβδος – μάζες να σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτή $I = \frac{1}{12}ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 40ο

Το σώμα μάζας $M = 4\ kg$ του διπλανού σχήματος είναι δεμένο στο άκρο αβαρούς, μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 2\ m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στο ακλόνητο σημείο Ο. Αρχικά το σώμα μάζας Μ ισορροπεί ακίνητο με το νήμα κατακόρυφο. Μικρό σώμα μάζας $m = 1\ kg$ που κινείται οριζόντια συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας Μ.



Το συσσωμάτωμα φτάνει μετά την κρούση σε ύψος $h = 0{,}8\ m$ από το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο της κρούσης.

Α. Να υπολογιστεί:

α. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ του σώματος μάζας m πριν την κρούση.

β. Το ποσοστό % της απώλειας κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

γ. Το μέτρο της τάσης του νήματος αμέσως μετά την κρούση.

Β. Στην περίπτωση που η κρούση ήταν κεντρική και ελαστική και το σώμα μάζας m προσέπιπτε με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ που υπολογίστηκε στο ερώτημα (Α. α), το σώμα μάζας Μ θα μπορούσε να εκτελέσει ανακύκλωση; Να δικαιολογηθεί η απάντηση.

Δίνεται: $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 41ο

Ένα όχημα της πυροσβεστικής με τη σειρήνα του σε λειτουργία κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_S = 20\ m/s$, ανάμεσα σε δύο ακίνητους παρατηρητές Α και Β. Ο παρατηρητής Α ακούει ήχο συχνότητας $f_A = 400\ Hz$, ενώ ο παρατηρητής Β ακούει ήχο οξύτερο απ' αυτόν που ακούει ο παρατηρητής Α.

α. Το πυροσβεστικό όχημα κινείται προς τον παρατηρητή Α ή προς τον παρατηρητή Β; Να δικαιολογηθεί η απάντησή σας.

β. Ποια είναι η συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής Β;

γ. Να βρεθεί ο λόγος f'_A / f'_B των συχνοτήτων f'_A και f'_B που αντιλαμβάνονται οι παρατηρητές Α και Β αντίστοιχα, αν αρχίσουν να πλησιάζουν ο ένας τον άλλο με την ίδια ταχύτητα $\upsilon_A = 10\ m/s$ ως προς το έδαφος και το όχημα της πυροσβεστικής κινείται με την ίδια ταχύτητα υ_S ανάμεσά τους.

Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα είναι $\upsilon_{\eta\chi} = 340\ m/s$.

ΘΕΜΑ 42ο

Περιπολικό κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_S = 20\ m/s$, απομακρυνόμενο από κατακόρυφο τοίχο, κινούμενο σε ευθεία κάθετη στον τοίχο. Η σειρήνα του περιπολικού παράγει ήχο συχνότητας $f_S = 720\ Hz$.

α. Να υπολογιστεί η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του περιπολικού και προέρχεται από την ανάκλαση στον τοίχο.

β. Ένας ποδηλάτης κινείται στην ίδια ευθεία με το περιπολικό με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_A = 10\ m/s$. Να υπολογιστούν οι συχνότητες των ήχων που αντιλαμβάνεται ο ποδηλάτης και προέρχονται:

i. κατευθείαν από το περιπολικό

ii. από την ανάκλαση του ήχου στον τοίχο

Να θεωρηθούν οι περιπτώσεις που ο ποδηλάτης βρίσκεται ανάμεσα στο περιπολικό και τον τοίχο ή το περιπολικό βρίσκεται ανάμεσα στον ποδηλάτη και τον τοίχο.

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα $\upsilon_{\eta\chi} = 340$ m/s.

ΘΕΜΑ 43ο

Μια σειρήνα που εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_S = 1000$ Hz έχει τοποθετηθεί πάνω σ’ ένα απλό αρμονικό ταλαντωτή, ο οποίος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στη διεύθυνση του άξονα x΄x και η θέση ισορροπίας του συμπίπτει με την αρχή Ο του άξονα. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ο ταλαντωτής βρίσκεται στη θέση Β ($x_B > 0$) στην οποία η κινητική ενέργειά του είναι ίση με τα 3/4 της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης και απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1/3\pi$ s ο ταλαντωτής βρίσκεται για πρώτη φορά στην πλησιέστερη ως προς το σημείο Β ακραία θέση Γ της ταλάντωσης και απέχει από αυτό ΒΓ = 50 cm. Να υπολογιστεί:

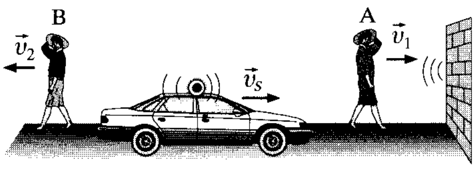
α. Η συχνότητα f και το πλάτος Α της ταλάντωσης.

β. Η μέγιστη και η ελάχιστη συχνότητα που ακούει ένας παρατηρητής που βρίσκεται ακίνητος στη θέση $x = +2$ m.

γ. Η συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής τη χρονική στιγμή $t_2 = 4/3\pi$ s, αν τη στιγμή εκείνη απομακρύνεται από τον ταλαντωτή με ταχύτητα $\upsilon_A = 10$ m/s.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $\upsilon_{\eta\chi} = 340$ m/s και $\pi^2 = 10$.

ΘΕΜΑ 44ο



Το περιπολικό του σχήματος κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_S=20*m/s* σε ευθύγραμμο δρόμο με τη σειρήνα του να εκπέμπει ήχο συχνότητας f_S. Δύο παρατηρητές (φοιτήτριες) Α και Β έχουν ανάμεσά τους το περιπολικό και κινούνται με ταχύτητες ίσου μέτρου $\upsilon_1=\upsilon_2$=3,2*m/s*, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο ήχος της σειρήνας ανακλάται στον τοίχο. Οι συχνότητες f_A και f_B του ανακλώμενου ήχου που αντιλαμβάνονται οι παρατηρητές Α και Β αντίστοιχα, διαφέρουν μεταξύ τους κατά 20*Hz*. Η ταχύτητα του ήχου ως προς τον ακίνητο αέρα είναι 340*m/s*.

α. Να δικαιολογήσετε ποιος από τους δύο παρατηρητές αντιλαμβάνεται ανακλώμενο ήχο μεγαλύτερης συχνότητας.

β. Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η σειρήνα.

γ. Να υπολογίσετε τις τιμές f_A και f_B των συχνοτήτων.

δ. Αν ο παρατηρητής Α έχει τη δυνατότητα να ανιχνεύσει διακροτήματα, να υπολογίσετε τη συχνότητα και την περίοδο του διακροτήματος που ανιχνεύει.

ΘΕΜΑ 45ο

΄Ενα σώμα μάζας m = 1 kg είναι δεμένο στο κατώτερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς Κ = 400 N/m. ΄Οταν το σώμα ταλαντώνεται, ενεργεί πάνω του δύναμη απόσβεσης της μορφής F = – 0,2υ (S.I.). Για να διατηρείται το πλάτος

της ταλάντωσής του σταθερό ίσο με 20 cm διεγείρουμε κατάλληλα το σύστημα με περιοδική εξωτερική δύναμη συχνότητας 15/π Hz.

α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θεωρώντας ότι τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση.

β. Να βρεθεί ο μέγιστος ρυθμός απορρόφησης ενέργειας από τη δύναμη απόσβεσης.

γ. Αν αυξήσουμε τη συχνότητα διέγερσης τι θα πάθει το πλάτος της ταλάντωσης;

ΘΕΜΑ 46^o

Ένα κύκλωμα RLC εκτελεί εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση με εξίσωση φορτίου της μορφής $q = Q_0$ημωt.

α. Να αποδείξετε ότι, αν το κύκλωμα τροφοδοτείται με συχνότητα διέγερσης μικρότερη από τη συχνότητα συντονισμού, τότε η μέγιστη ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή είναι μεγαλύτερη από τη μέγιστη ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο.

β. Να γίνει γραφική παράσταση της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου και της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου σε κύκλωμα εξαναγκασμένης ηλεκτρικής ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ένταση του ρεύματος για $f < f_0$, $f = f_0$, $f > f_0$.

ΘΕΜΑ 47^o

Ένα σώμα μάζας m = 1 kg είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K = 400 N/m και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση υπό την επίδραση μιας δύναμης απόσβεσης της μορφής $F_b = -10υ$ (S.I.) και μιας δύναμης διέγερσης της μορφής F = 30 ημ(16t) (S.I.). Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι 13 cm και η απομάκρυνση καθυστερεί της δύναμης κατά γωνία π/4.

α. Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

β. Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος και η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στην ταλάντωση αυτή.

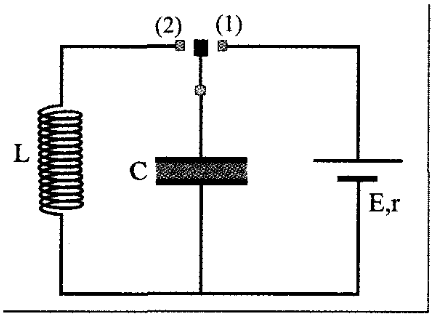
γ. Για τις χρονικές στιγμές t = 0 και t = 0,05π s να βρεθούν ο ρυθμός απώλειας μηχανικής ενέργειας λόγω της δύναμης απόσβεσης και ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας από τη δύναμη διέγερσης.

δ. Πόσο πρέπει να αυξηθεί η συχνότητα του διεγέρτη ώστε ο ταλαντωτής να απορροφά μέγιστη μέση ισχύ και πόσο θα είναι το πλάτος της ταλάντωσης τότε;

ε. Να σχεδιαστεί το διάγραμμα στρεφόμενου διανύσματος για μια τυχαία χρονική στιγμή στο οποίο να φαίνονται τα διανύσματα που περιγράφουν την απομάκρυνση, την ταχύτητα και τις δυνάμεις που ενεργούν στο ταλαντευόμενο σώμα.

ΘΕΜΑ 48ο

Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής είναι αρχικά αφόρτιστος. Κάποια στιγμή φέρουμε το διακόπτη σε επαφή με το άκρο (1) και τη στιγμή που η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή γίνει ίση με το μισό της μέγιστης τιμής της, φέρουμε το διακόπτη στη θέση (2).



Δίνονται $E = 20$ V, $r = 2\ \Omega$, $C = 20$ nF, $L = 2$ H.

α. Να βρεθεί το φορτίο του πυκνωτή τη στιγμή που ο διακόπτης μεταφέρεται στη θέση (2).

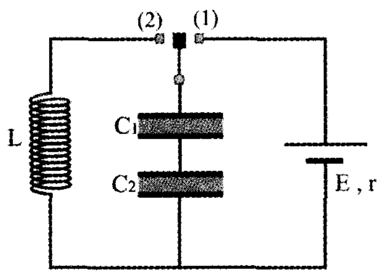
β. Να βρεθεί η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης που θα πραγματοποιηθεί.

γ. Να βρεθεί το χρονικό διάστημα κατά τη διάρκεια μιας περιόδου στο οποίο η ένταση του ρεύματος στο πηνίο είναι μεγαλύτερη κατ' απόλυτη τιμή από το μισό του πλάτους της.

ΘΕΜΑ 49ο

Στο ιδανικό κύκλωμα του σχήματος η πηγή είναι $E = 60$ V, οι δύο πυκνωτές έχουν χωρητικότητες $C_1 = 100\ \mu F$ και $C_2 = 150\ \mu F$ και το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 1{,}5$ mH.

Αρχικά οι πυκνωτές είναι αφόρτιστοι και μεταφέρουμε το μεταγωγό στη θέση (1) όπου τον αφήνουμε αρκετή ώρα. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ τον μεταφέρουμε στη θέση (2).



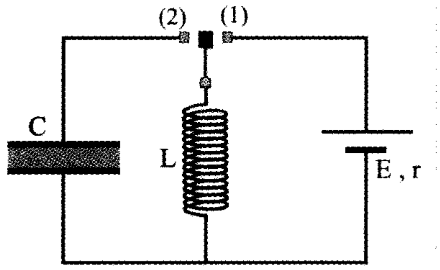
α. Τι ηλεκτρικό φορτίο έχει αρχικά κάθε πυκνωτής;

β. Να βρεθεί η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης που θα πραγματοποιηθεί μόλις ο διακόπτης πάει στη θέση (2).

γ. Να βρεθεί η εξίσωση που δίνει την τάση του πυκνωτή C_1 σε συνάρτηση με το χρόνο.

ΘΕΜΑ 50ο

Στο κύκλωμα του σχήματος η πηγή είναι $E = 20\ V$, $r = 1\ \Omega$, το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 2\ H$ και ο αφόρτιστος πυκνωτής χωρητικότητα $C = 0{,}5\ F$. Αρχικά ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση (1) και τη χρονική στιγμή $t = 0$ τον μεταφέρουμε ακαριαία στη θέση (2).



α. Να βρεθεί η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης, το πλάτος του φορτίου του πυκνωτή και να γραφεί η εξίσωση του φορτίου θεωρώντας οπλισμό αναφοράς τον πάνω οπλισμό του πυκνωτή.

β. Τη στιγμή $t = 1{,}5\pi\ s$ μεταφέρουμε το διακόπτη στη θέση (1) και μετά αρκετή ώρα ξανά στη θέση (2). Ποιο θα είναι το πλάτος της νέας ταλάντωσης;

γ. Αν κάθε φορά που το φορτίο του πυκνωτή γίνεται μέγιστο, μεταφέρουμε το διακόπτη στη θέση (1) και μετά αρκετή ώρα ξανά στη θέση (2), ποιο θα είναι το πλάτος του φορτίου μετά από Ν τέτοιες μεταφορές;

δ. Να γίνει γραφική παράσταση του φορτίου του πάνω οπλισμού του πυκνωτή συναρτήσει του χρόνου από τη στιγμή $t = 0$ και μετά.

ΘΕΜΑ 51ο

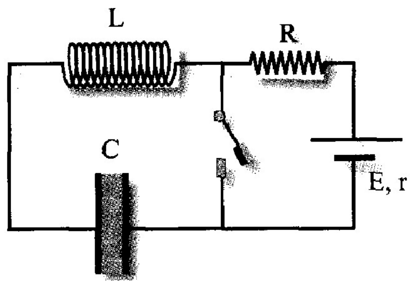
Ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων αποτελείται από πυκνωτή C και πηνίο L. Η μέγιστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή είναι Q. Κάποια στιγμή υποδιπλασιάζουμε απότομα τη χωρητικότητα του πυκνωτή. Να μελετηθεί η επίδραση αυτής της μεταβολής στη συχνότητα της ταλάντωσης, στο πλάτος του φορτίου και της έντασης του ρεύματος ,καθώς επίσης και στην ενέργεια του συστήματος αν:

α. Ο απότομος υποδιπλασιασμός της χωρητικότητας γίνει τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο.

β. Ο απότομος υποδιπλασιασμός της χωρητικότητας γίνει τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδέν.

ΘΕΜΑ 52ο

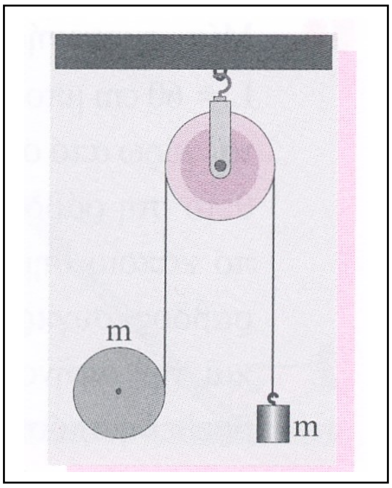
Στο κύκλωμα του σχήματος η αντίσταση $R= 40\ \Omega$ και η πηγή έχει μηδενική εσωτερική αντίσταση. Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι $C = 2\ \mu F$ και ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου είναι $L = 20\ mH$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κλείνουμε το διακόπτη, οπότε η αντίσταση R διαρρέεται από ρεύμα $I_1 = 0{,}5\ A$.



α. Να βρεθεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη Ε της πηγής.
β. Θεωρώντας θετική φορά του ρεύματος στο διακόπτη τη φορά προς τα κάτω, να γραφεί η εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το διακόπτη και να γίνει η γραφική της παράσταση σε συνάρτηση με το χρόνο,
γ. Πόσο ηλεκτρικό φορτίο θα περάσει μέσα από το διακόπτη μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 2\pi \cdot 10^{-4}$ s;

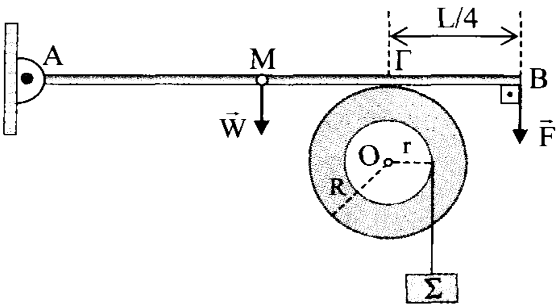
ΘΕΜΑ 53^o

Στη διάταξη του διπλανού σχήματος η τροχαλία είναι λεία και αβαρής. Το βαρίδι έχει ίδια μάζα m = 3 kg με τον κύλινδρο ακτίνας R = 20 cm στην περιφέρεια του οποίου είναι τυλιγμένο το νήμα. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί, έτσι ώστε τα νήματα να είναι διαρκώς κατακόρυφα. Να βρεθεί:
α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας κάθε σώματος,
β. Η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου,
γ. Με τι ρυθμό μεταφέρεται μηχανική ενέργεια από το βαρίδι στον κύλινδρο, όταν το βαρίδι έχει κατέβει κατά 10 m.



ΘΕΜΑ 54^o

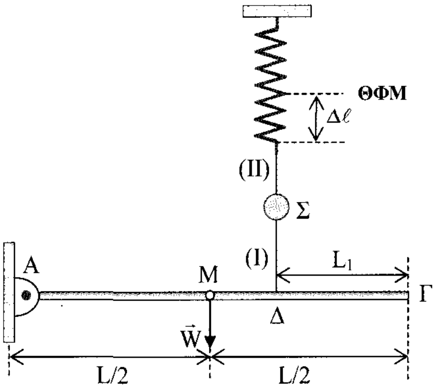
Ομογενής, ισοπαχής και άκαμπτη ράβδος ΑΒ, μήκους L και μάζας Μ = 20 kg, ισορροπεί οριζόντια έχοντας το άκρο της Α αρθρωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Στο άλλο άκρο Β της ράβδου ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F, μέτρου 50 N, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος εφάπτεται στο σημείο Γ με στερεό σώμα, το οποίο αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους συγκολλημένους μεταξύ τους με ακτίνες R και r = 0,5R. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από μεταλλικό άξονα που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων και η κατακόρυφη τομή του απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Στην περιφέρεια του μικρού κυλίνδρου είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου ισορροπεί ακίνητο προσδεδεμένο σώμα Σ μάζας m = 10 kg. Να υπολογίσετε:
α. Το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης που ασκεί το στερεό σώμα στη ράβδο στο σημείο επαφής τους.
β. Το μέτρο της στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και στερεού σώματος,
γ. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο και να προσδιορίσετε τη διεύθυνσή της.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10$ m/s^2 και για τις πράξεις: $\sqrt{2} = 1{,}4$.

ΘΕΜΑ 55^o

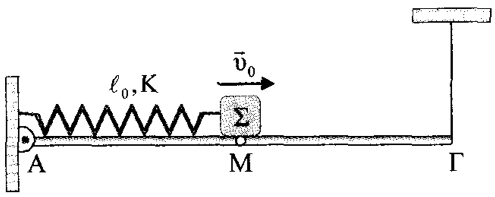
Στο σχήμα απεικονίζεται μια ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ, μήκους L = 3 m και βάρους W = 40 N, η οποία μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από το άκρο της Α. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται μέσω άρθρωσης με κατακόρυφο τοίχωμα. Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια αβαρούς και μη εκτατού νήματος (Ι), του οποίου το ένα άκρο είναι προσδεδεμένο στο σημείο Δ της ράβδου και το άλλο σε σώμα Σ μάζας m = 1 kg. Το σώμα Σ, με τη σειρά του, είναι προσδεδεμένο στο ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος (ΙΙ) του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθερός Κ = 100 N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο της οροφής. Το σημείο πρόσδεσης Δ του νήματος (Ι) στη ράβδο απέχει από το άκρο Γ της ράβδου απόσταση L_1 = L/3. Να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα (Ι) στη ράβδο,
β. Τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.
γ. Το μέτρο της ροπής της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο ως προς το σημείο Δ.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10 m/s^2.

ΘΕΜΑ 56^o

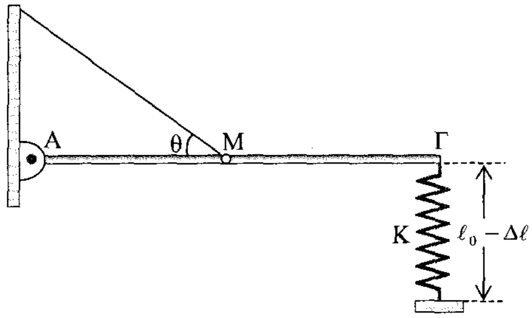
Η αβαρής ράβδος ΑΓ του διπλανού σχήματος έχει μήκος L = 2 m και είναι αρθρωμένη στο ένα άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχωμα. Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου ιδανικού νήματος, του οποίου το ένα άκρο είναι προσδεδεμένο στο άκρο Γ της ράβδου και το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο της οροφής. Σώμα Σ, μικρών διαστάσεων, με μάζα m = 4 kg, ισορροπεί ακίνητο στο μέσον της ράβδου. Το σώμα είναι στερεωμένο μόνιμα στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ = 1600 N/m, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε σημείο του κατακόρυφου τοιχώματος. Τη χρονική στιγμή t = 0 εκτοξεύουμε το σώμα κατά μήκος της ράβδου, προς τα δεξιά, με ταχύτητα μέτρου υ_0 = 10 m/s.



α. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.
β. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή κατά την οποία το μέτρο της τάσης του νήματος ελαχιστοποιείται.
γ. Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος, δ. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση του μέτρου της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στο άκρο Α της ράβδου και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση για το χρονικό διάστημα 0 < t < 0,3π s.
Οι τριβές μεταξύ του σώματος και της ράβδου είναι αμελητέες.

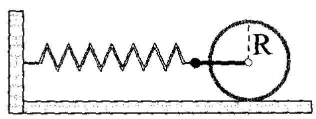
Θεωρήστε θετική φορά για την ταλάντωση του σώματος τη φορά της ταχύτητας εκτόξευσης.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10 m/s^2.

ΘΕΜΑ 57^o



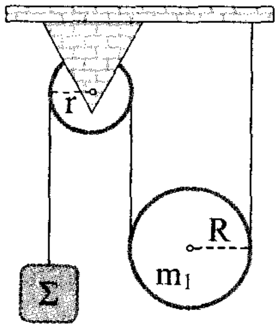
Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται μια ισοπαχής και ομογενής δοκός ΑΓ μάζας Μ = 9 kg και μήκους L, η οποία έχει το ένα άκρο της Α στερεωμένο σε άρθρωση.
Στο μέσον Μ της δοκού είναι προσδεδεμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο κατακόρυφου τοίχου. Το νήμα είναι τεντωμένο και σχηματίζει με τη διεύθυνση της δοκού γωνία θ = 30°. Η δοκός ισορροπεί ακίνητη σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, του οποίου το ένα άκρο στερεώνεται στο άκρο Γ της δοκού και το άλλο άκρο του σε ακλόνητο σημείο του δαπέδου. Το ελατήριο έχει σταθερά Κ = 100 N/m και είναι συσπειρωμένο κατά *Μ* = 0,2 m. Να υπολογίσετε:
α. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί το δάπεδο στο κατακόρυφο ελατήριο,
β. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από το νήμα.
γ. Το μέτρο και να προσδιορίσετε τη διεύθυνση της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στο άκρο Α της δοκού.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10 m/s^2 και για τις πράξεις: $\sqrt{19}$ = 4,4.

ΘΕΜΑ 58^o



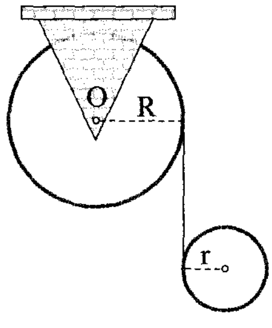
Συμπαγής ομογενής κύλινδρος μάζας m = 4 kg και ακτίνας R ηρεμεί επάνω σε οριζόντια επιφάνεια. Ελατήριο σταθεράς Κ = 150 N/m έχει το ένα άκρο του ακλόνητα συνδεδεμένο σε κατακόρυφο τοίχωμα, ενώ το άλλο του άκρο, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα, συνδέεται κατάλληλα με τον άξονα του κυλίνδρου γύρω από τον οποίο ο κύλινδρος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Μετατοπίζουμε προς τα δεξιά τον κύλινδρο κατά d = 20 cm επιμηκύνοντας το ελατήριο και αφήνουμε το σύστημα ελατήριο - κύλινδρος ελεύθερο να κινηθεί από την ηρεμία. Ο κύλινδρος αρχίζει αμέσως να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει επάνω στην οριζόντια επιφάνεια.
α. Να δείξετε ότι το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσής του.
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης του κυλίνδρου,
γ. Να υπολογίσετε τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής, ώστε ο κύλινδρος να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει επάνω στην οριζόντια επιφάνεια.
Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του δίνεται από τη σχέση: $I = \frac{1}{2}mR^2$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: g = 10 m/s^2.

ΘΕΜΑ 59ο



Ο δίσκος του διπλανού σχήματος έχει μάζα m , ακτίνα R = 0,25 m και είναι ελεύθερος να κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο. Το ένα άκρο αβαρούς, μη εκτατού νήματος που διέρχεται από την περιφέρεια του δίσκου είναι προσδεδεμένο σε ακλόνητο σημείο της οροφής. Το άλλο άκρο του νήματος, εφόσον το νήμα διέλθει από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας, καταλήγει και προσδένεται σε σώμα Σ μάζας m_2 = 5 kg. Η τροχαλία έχει μάζα Μ, ακτίνα r = 0,1 m και μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_τ$ = 0,0425 kgm^2. Αρχικά τα σώματα του συστήματος σώμα Σ - τροχαλία - δίσκος - νήμα είναι ακίνητα. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 το σύστημα αφήνεται ελεύθερο, χωρίς να του προσδώσουμε αρχική ταχύτητα, οπότε το σώμα Σ αρχίζει να κατέρχεται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α = 4 m/s^2, η τροχαλία να στρέφεται αντίθετα από τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, χωρίς τριβές, γύρω από τον άξονά της και ο δίσκος να εκτελεί σύνθετη κίνηση, χωρίς το νήμα να ολισθαίνει στην περιφέρειά του.
Να υπολογίσετε:
α. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής της.
β. Τη μάζα m_1 του δίσκου.
γ. Το πλήθος των περιστροφών που πραγματοποιεί η τροχαλία από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 έως τη χρονική στιγμή κατά την οποία ο δίσκος αποκτά γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω = 12 rad/s.

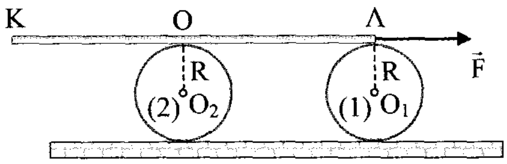
ΘΕΜΑ 60ο



Λεπτή ομογενής τροχαλία μάζας Μ = 2 kg και ακτίνας R = 0,4 m είναι στερεωμένη στην οροφή και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδό της, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της Ο. Στο αυλάκι της τροχαλίας έχει τυλιχθεί πολλές φορές αβαρές, μη εκτατό νήμα το οποίο τυλίγεται στην περιφέρεια ομογενούς δίσκου μάζας m = 3 kg και ακτίνας r = 0,1 m, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα τροχαλία - δίσκος - νήμα να κινηθεί, χωρίς να του προσδώσουμε αρχική ταχύτητα, οπότε η τροχαλία αρχίζει να στρέφεται κατά τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού και ο δίσκος να κατέρχεται στρεφόμενος. Να υπολογίσετε:
α. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου.
β. Τον λόγο του μέτρου της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου προς το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.
γ. Κατά πόσο μετατοπίζεται το κέντρο μάζας του δίσκου από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 έως τη χρονική στιγμή t_1= $0,2\sqrt{3}$ s.

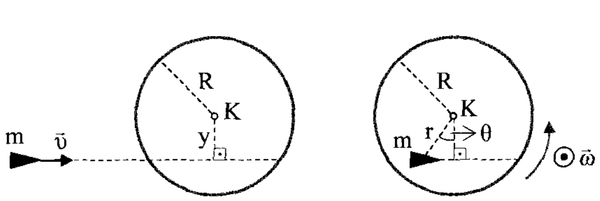
δ. Τον αριθμό των περιστροφών που πραγματοποιεί η τροχαλία στο χρονικό διάστημα εντός του οποίου το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου του δίσκου από μηδέν γίνεται 10 m/s.
Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της υπολογίζεται από τη σχέση: $I_τ = \frac{1}{2}MR^2$, η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του υπολογίζεται από τη σχέση: $I_δ = \frac{1}{2}mr^2$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: $g = 10\ m/s^2$.
Θεωρήστε ότι μεταξύ νήματος-τροχαλίας και νήματος - δίσκου δεν παρατηρείται ολίσθηση.

ΘΕΜΑ 61^o



Λεπτή ομογενής ράβδος ΚΛ, μάζας M = 2 kg και μήκους L = 1 m, φέρεται σε επαφή με δύο δίσκους (1) και (2) με ίσες ακτίνες R, = R_2 = R = 0,1 m και μάζες nij = 1 kg και m_2 = 5 kg αντίστοιχα, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Οι δίσκοι (1) και (2) βρίσκονται σε επαφή με τη ράβδο στο άκρο της Λ και το μέσον της Ο, αντίστοιχα. Αρχικά το σύστημα δίσκοι - ράβδος ηρεμεί επάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το επίπεδο των δύο δίσκων κατακόρυφο και τη ράβδο οριζόντια. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κατά μήκος της ράβδου και με φορά προς τα δεξιά ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη F, μέτρου 8,5 N, οπότε οι δύο δίσκοι αρχίζουν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν επάνω σε οριζόντιο επίπεδο και η ράβδος να μετατοπίζεται ευθύγραμμα προς τα δεξιά, χωρίς να ολισθαίνει σχετικά με τους δίσκους. Να υπολογίσετε:
α. Το μέτρο της επιτάχυνσης της ράβδου.
β. Το μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται στον δίσκο (1) από το δάπεδο,
γ. Τη χρονική στιγμή t, κατά την οποία η ράβδος παύει να βρίσκεται σε επαφή με τον δίσκο (2).
δ. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου (1) τη χρονική στιγμή t,.
Η ροπή αδράνειας δίσκου μάζας m και ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του υπολογίζεται από τη σχέση: $I = \frac{1}{2}mr^2$

ΘΕΜΑ 62^o



Πριν από την κρούση Μετά την κρούση

Οριζόντιος ομογενής δίσκος μάζας M = 4 kg και ακτίνας R = 2 m μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του Κ. Βλήμα, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m = 0,4 kg κινείται με ταχύτητα $\overset{v}{υ}$, μέτρου 178 m/s, στο επίπεδο του δίσκου και σφηνώνεται σε αυτόν σε απόσταση r από τον άξονα περιστροφής του,

όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα (κάτοψη). Η απόσταση του κέντρου του δίσκου από τον φορέα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ του βλήματος είναι y = 1,2 m. Η γωνία που σχηματίζεται ανάμεσα στην κάθετο από το κέντρο του δίσκου προς τον φορέα της ταχύτητας του βλήματος και του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει το κέντρο του δίσκου με το βλήμα είναι θ, με συνθ = 0,8. Να υπολογίσετε:

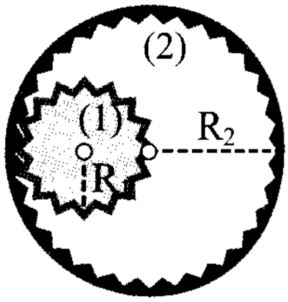
α. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος δίσκος-βλήμα ως προς τον άξονα περιστροφής του δίσκου.

β. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του συστήματος δίσκος - βλήμα,

γ. Το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του βλήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του δίσκου εξαιτίας της κρούσης.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του υπολογίζεται από $I = \frac{1}{2}MR^2$

ΘΕΜΑ 63ο



Η διάταξη του διπλανού σχήματος αποτελείται από δύο ακίνητους οριζόντιους οδοντωτούς τροχούς (1) και (2) με μάζες m_1 = 2 kg και m_2 = 3 kg και ακτίνες R, = 0,4 m και R_2 = 0,8 m αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 ασκείται στον τροχό (1) ζεύγος δυνάμεων σταθερής ροπής με κατακόρυφη διεύθυνση και μέτρο τ = 5 Nm. Οι τροχοί αρχίζουν να στρέφονται, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερούς κατακόρυφους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα τους. Να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της σταθερής εφαπτομενικής δύναμης F που ασκεί ο ένας τροχός στον άλλον στο σημείο επαφής τους.

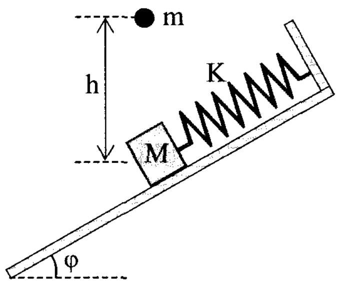
β. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του τροχού (1).

γ. Το μέτρο της στροφορμής του τροχού (2) ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ο τροχός (1) έχει αποκτήσει κινητική ενέργεια K_1 = 25 J.

δ. Τη γωνία στροφής του τροχού (2) από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 έως τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία ο τροχός (2) έχει αποκτήσει 2 J περισσότερη κινητική ενέργεια από τον τροχό (1).

Θεωρήστε αμελητέες της διαστάσεις των «δοντιών» των τροχών σε σχέση με την ακτίνα τους. Η ροπή αδράνειας τροχού μάζας m και ακτίνας R ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του που διέρχεται από το κέντρο του υπολογίζεται από τη σχέση: $I = mR^2$.

ΘΕΜΑ 64ο



Το σώμα μάζας M = 3 kg του διπλανού σχήματος ισορροπεί επάνω σε λείο πλάγιο επίπεδο μεγάλης έκτασης, γωνίας κλίσης φ = 30°, προσδεδεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθερός K = 100 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στην κορυφή του επιπέδου. Από ύψος h =

20 m επάνω από το σώμα αφήνουμε από την ηρεμία να πέσει ελεύθερα σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων μάζας m = 2 kg. Το σφαιρίδιο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα, με συνέπεια το σύστημα σώμα - σφαιρίδιο να αρχίσει αμέσως να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά D = K. Να υπολογίσετε:

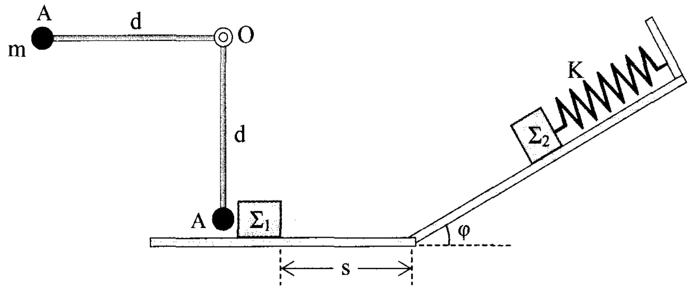
α. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση,

β. Το διάστημα που διατρέχει το συσσωμάτωμα κατά μήκος του πλάγιου επιπέδου από τη χρονική στιγμή έναρξης της ταλάντωσής του έως τη χρονική στιγμή κατά την οποία ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά μετά τη δημιουργία του.

γ. Το ποσοστό του μέτρου της ορμής του σφαιριδίου που μεταβιβάζεται στο σώμα στη διάρκεια της κρούσης.

Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 65^o



Η λεπτή ομογενής ράβδος ΟΑ του διπλανού σχήματος έχει μάζα M = 3 kg, μήκος d = 1 m και μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Ο και είναι κάθετος σε αυτήν. Στο άκρο Α της ράβδου είναι στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας m = 1 kg. Αρχικά η ράβδος συγκρατείται σε οριζόντια θέση. Κάποια χρονική στιγμή αφήνουμε τη ράβδο ελεύθερη να κινηθεί, χωρίς να της προσδώσουμε αρχική ταχύτητα. Όταν η ράβδος γίνει κατακόρυφη, το σφαιρίδιο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 = 1 kg, το οποίο ισορροπεί ακίνητο επάνω σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Μετά την κρούση, το σώμα $Σ_1$ ολισθαίνει επάνω στο οριζόντιο επίπεδο και αφού διανύσει απόσταση s = (64/9) m συναντά τη βάση λείου πλάγιου επιπέδου, γωνίας κλίσης φ = 30°, με ταχύτητα μέτρου 4 m/s. Η κινητική ενέργεια του σώματος $Σ_1$ κατά τη μετάβασή του από το οριζόντιο στο πλάγιο επίπεδο δεν μεταβάλλεται. Στη συνέχεια, το σώμα $Σ_1$ ολισθαίνει επί του πλάγιου επιπέδου και τη χρονική στιγμή κατά την οποία έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά h = 0,75 m από την αρχική του θέση συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 1 kg, το οποίο ισορροπεί ακίνητο, προσδεδεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K = 100 N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στην κορυφή του πλάγιου επιπέδου. Να υπολογίσετε: α. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σφαιριδίου ακριβώς πριν από τη σύγκρουσή του με το σώμα $Σ_1$.

β. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος ράβδος - σφαιρίδιο αμέσως μετά την κρούση.

γ. Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος $Σ_1$ και του οριζόντιου επιπέδου.

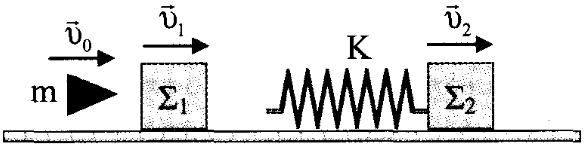
δ. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος ακριβώς μετά τη δημιουργία του.

ε. Να εξετάσετε εάν το συσσωμάτωμα διέρχεται στη διάρκεια της ταλάντωσής του από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της υπολογίζεται από τη σχέση: $I = \frac{1}{3}Md^2$.

Η χρονική διάρκεια των πραγματοποιούμενων κρούσεων θεωρείται αμελητέα και οι διαστάσεις των σωμάτων δεν λαμβάνονται υπόψη. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 66ο



Δύο σώματα $Σ_1$ *και $Σ_2$* ολισθαίνουν κατά μήκος της ίδιας ευθείας επάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητες $υ_1 = 3\ m/s$ και $υ_2 = 1\ m/s$ αντίστοιχα. Το σώμα Σ έχει μάζα $m_1 = 0,9\ kg$, ενώ το σώμα $Σ_2$ έχει μάζα $m_2 = 4\ kg$. Στο σώμα $Σ_2$ είναι προσδεδεμένο οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K = 405\ N/m$, του οποίου ο άξονας ταυτίζεται με την ευθεία κίνησης των δύο σωμάτων, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Βλήμα μάζας $m = 0,1\ kg$ κινείται οριζόντια στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου $υ_0 = 73\ m/s$ και ενσωματώνεται στο σώμα $Σ_1$ Να υπολογίσετε:

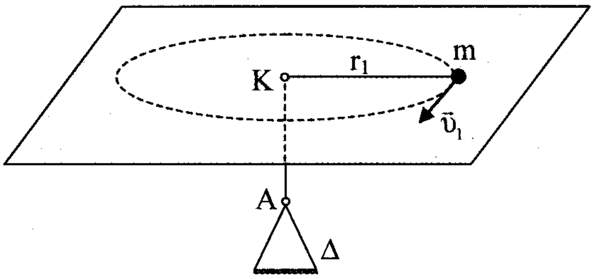
α. Την κινητική ενέργεια του συστήματος βλήμα - σώμα $Σ_1$ αμέσως μετά την ενσωμάτωση του βλήματος στο σώμα $Σ_1$.

β. Το μέτρο της ταχύτητας του συστήματος βλήμα - σώμα $Σ_1$ τη χρονική στιγμή κατά την οποία το εν λόγω σύστημα παύει να πλησιάζει το σώμα $Σ_2$.

γ. Τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.

δ. Το κλάσμα κατά το οποίο μεταβάλλεται το μέτρο της ορμή του σώματος $Σ_2$ από τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σύστημα βλήμα - σώμα Σ, έρχεται σε επαφή με το ελατήριο μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το ελατήριο αποκτά τη μέγιστη συσπείρωσή του.

ΘΕΜΑ 67ο

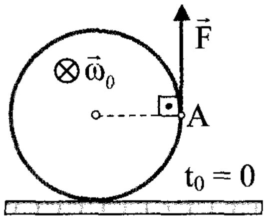


Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται σφαιρίδιο μάζας $m = 0,4\ kg$ το οποίο είναι προσδεδεμένο στο άκρο τεντωμένου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Το σφαιρίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $r_1 = 1\ m$ επάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Το νήμα μπορεί να ολισθαίνει μέσω οπής μικρής διαμέτρου που υπάρχει στο κέντρο Κ της κυκλικής τροχιάς του σφαιριδίου και στο ελεύθερο άκρο του Α είναι προσδεδεμένος δίσκος Δ μάζας $M = 1\ kg$.

α. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του σφαιριδίου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο Κ της τροχιάς του και είναι κάθετος στο επίπεδό της.

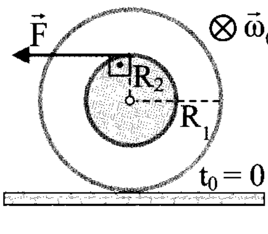
Τοποθετούμε επάνω στον δίσκο σώμα μάζας m_1=7 kg και διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος ισορροπεί σε μια νέα θέση χαμηλότερη της προηγούμενης κατά y.
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία περιστρέφεται τώρα το σφαιρίδιο.
γ. Να υπολογίσετε την απόσταση y.
Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 68ο



Ομογενής δίσκος μάζας M = 2 kg και ακτίνας R = 1 m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει επάνω σε οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_0 = 20 rad/s, της οποίας το διάνυσμα είναι οριζόντιο και κάθετο στην επιφάνεια του δίσκου. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 ασκείται στο σημείο A της περιφέρειας του δίσκου κατακόρυφη δύναμη F, μέτρου 15 N, με φορά προς τα επάνω, όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Αμέσως μετά τη δράση της δύναμης F ο δίσκος αρχίζει να επιβραδύνεται συνεχίζοντας την κύλιση χωρίς ολίσθηση.
α. Να σχεδιάσετε τη στατική τριβή που δέχεται ο δίσκος από το οριζόντιο επίπεδο και να αιτιολογήσετε τη φορά της.
β. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή ί, κατά την οποία ο δίσκος ακινητοποιείται.
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται ο δίσκος από το οριζόντιο επίπεδο,
δ. Να υπολογίσετε τον ελάχιστο συντελεστή τριβής ολίσθησης που πρέπει να παρουσιάζει το οριζόντιο επίπεδο με τον δίσκο, ώστε ο τελευταίος να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει επάνω στο επίπεδο.
Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του υπολογίζεται από τη σχέση: $I = MR^2$.

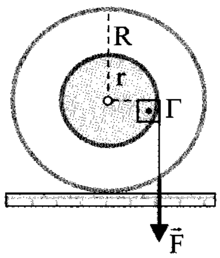
ΘΕΜΑ 69ο



Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται η τομή ενός καρουλιού το οποίο αποτελείται από δύο ομογενείς, πανομοιότυπους συγκολλημένους δίσκους μάζας M_1 = 2 kg και ακτίνας R = 1m ο καθένας και από έναν ομογενή συμπαγή κύλινδρο μάζας M_2 = 4 kg και ακτίνας R_2 = 0,5 m. Το καρούλι κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει επάνω σε οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα κάθετη στο επίπεδο των δίσκων και μέτρου ω_0 = 10 rad/s. Τη χρονική στιγμή t = 0 ασκείται συνεχώς στο ανώτερο σημείο του κυλίνδρου σταθερή οριζόντια δύναμη F, ασύμβατα κάθετη προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου, η φορά της οποίας φαίνεται στο σχήμα. Το καρούλι συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει επάνω στο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή t_1= 5 s το ανώτερο σημείο κάθε δίσκου έχει ταχύτητα μέτρου υ_1= 10 m/s.
α. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του καρουλιού,
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F .
γ. Να υπολογίσετε το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί το καρούλι από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 έως 2 s πριν ακινητοποιηθεί.
δ. Πόσα σημεία της οριζόντιας διαμέτρου του δίσκου έχουν ταχύτητα μεγίστου μέτρου τη χρονική στιγμή t_2 = 5 s; Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας αυτής;

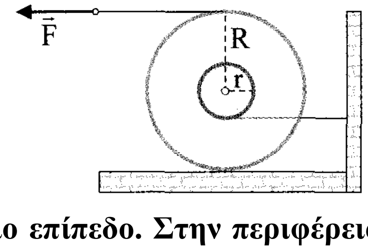
Η ροπή αδράνειας ομογενούς δίσκου μάζας Μ και ακτίνας R ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είνα. κάθετος στο επίπεδό του υπολογίζεται από τη σχέση: Ι =1/2 mR^2. Η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου μάζας Μ και ακτίνας R ως προς άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των βάσεών του δίνεται από τον τύπο: $I = \frac{1}{2} MR^2$.

ΘΕΜΑ 70^ο^



Καρούλι αποτελείται από δύο ομογενείς, πανομοιότυπους, συγκολλημένους αβαρείς δίσκους ακτίνας R = 0,5 m ο καθένας και από έναν ομογενή συμπαγή κύλινδρο μάζας Μ = 4 kg και ακτίνας r = 0,2 m. Το καρούλι ηρεμεί επάνω σε οριζόντιο επίπεδο με τα κέντρα των δίσκων να βρίσκονται στο ίδιο ύψος από το επίπεδο. Η ευθεία που συνδέει τα κέντρα των δίσκων ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου. Από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 και μετά ασκείται μέσω νήματος στο σημείο Γ της περιφέρειας του κυλίνδρου σταθερή κατακόρυφη δύναμη F με φορά προς τα κάτω, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Το καρούλι αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει επάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_1 = 2 s το κατώτερο σημείο του κυλίνδρου έχει ταχύτητα μέτρου $υ_{κατ.}$ = 15 m/s.
α. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t_1.
β. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του καρουλιού ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των δύο δίσκων.
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο και τη διεύθυνση της (συνολικής) δύναμης που ασκεί το επίπεδο στο καρούλι.
δ. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία ένα σημείο της περιφέρειας του κυλίνδρου το οποίο απέχει από το επίπεδο απόσταση h = R έχει ταχύτητα μέτρου υ' = 54 m/s.
Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του δίνεται από τον τύπο: $I_κ = Mr^2$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: g = 10 m/s^2. Δίνονται για τις πράξεις: $\sqrt{53}$ = 7,3 και $\sqrt{29}$ = 5,4.

ΘΕΜΑ 71^ο^

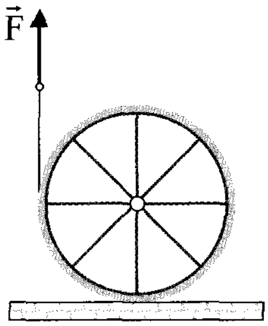


Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται η κάθετη τομή ενός αρχικά ακίνητου καρουλιού το οποίο αποτελείται από δύο ομογενείς, πανομοιότυπους συγκολλημένους δίσκους ακτίνας R = 0,4 m και μάζας Μ = 2,5 kg ο καθένας και από έναν ομογενή συμπαγή κύλινδρο μάζας m = 5 kg και ακτίνας r = 0,1 m. Το καρούλι βρίσκεται επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου και των δύο δίσκων έχουμε τυλίξει αβαρή, μη εκτατά νήματα. Το νήμα που είναι τυλιγμένο γύρω από τον κύλινδρο είναι ακλόνητα προσδεδεμένο σε σημείο κατακόρυφου τοίχου και το τμήμα του μεταξύ του σημείου πρόσδεσης και του κυλίνδρου έχει οριζόντια διεύθυνση. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 ασκούμε στο ελεύθερο άκρο κάθε νήματος που έχουμε τυλίξει γύρω από τους δίσκους σταθερή οριζόντια δύναμη F μέτρου 8,4 N. Το καρούλι αρχίζει να κινείται χωρίς

τα νήματα να ολισθαίνουν στις περιφέρειες των δύο δίσκων και του κυλίνδρου. Να υπολογίσετε το μέτρο:
α. Της επιτάχυνσης του άξονα του καρουλιού.
β. Της δύναμης που ασκεί στο καρούλι το νήμα το οποίο είναι τυλιγμένο γύρω από τον κύλινδρο.
γ. Της κεντρομόλου επιτάχυνσης ενός σημείου της περιφέρειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t_1= 0,5 s.
δ. Της μεταβολής της ταχύτητας του ανώτερου σημείου κάθε δίσκου από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 = 3 s.
Η ροπή αδράνειας κάθε δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του υπολογίζεται από τη σχέση: $I = \frac{1}{2}mR^2$. Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του δίνεται από τον τύπο: $I = \frac{1}{2}mr^2$.

ΘΕΜΑ 72ο

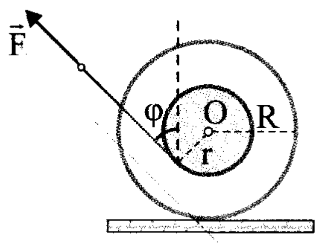
Στην περιφέρεια του ακίνητου τροχού μάζας m και ακτίνας R = 25 cm που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα έχουμε τυλίξει σε πολλές στροφές αβαρές, μη εκτατό νήμα. Τη χρονική στιγμή t = 0 ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σταθερή κατακόρυφη δύναμη F με φορά προς τα επάνω μέτρου 6 N. Ο τροχός αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $α_γ$ = 4 rad/s^2 επάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή στατικής τριβής $μ_s$= 1/6. Το νήμα που ξετυλίγεται είναι συνεχώς κατακόρυφο και δεν γλιστρά στην περιφέρεια του τροχού. Να υπολογίσετε:



α. Τη μάζα m του τροχού.
β. Το μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται στον τροχό από το οριζόντιο επίπεδο,
γ. Τη μετατόπιση του κέντρου μάζας του τροχού από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 έως τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ο τροχός στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω = 12 rad/s.
δ. Τη μέγιστη τιμή της δύναμης F, ώστε ο τροχός να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει επάνω στο οριζόντιο επίπεδο.
Η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του υπολογίζεται από τον τύπο: $I = \frac{1}{2}mR^2$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: g = 10 m/s^2.

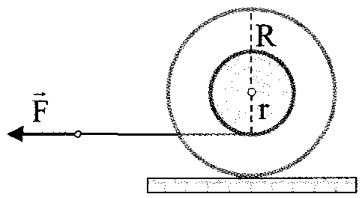
ΘΕΜΑ 73ο

Καρούλι αποτελείται από δύο ομογενείς, πανομοιότυπους συγκολλημένους δίσκους ακτίνας R = 0,5 m και μάζας M = 2 kg ο καθένας και από έναν αβαρή κύλινδρο ακτίνας r = 0,25 m. Το καρούλι ηρεμεί επάνω σε οριζόντιο δάπεδο με τα κέντρα των δίσκων να βρίσκονται στο ίδιο ύψος από το δάπεδο. Η ευθεία που συνδέει τα κέντρα των δύο δίσκων ταυτίζεται με



τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου έχουμε τυλίξει πολλές φορές αβαρές, μη εκτατό νήμα. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σταθερή δύναμη F η οποία έχει μέτρο 30 N, διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ = 45° με την κατακόρυφο και φορά που απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Το καρούλι, αμέσως μετά τη δράση της δύναμης F, αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει επάνω στο οριζόντιο δάπεδο.
α. Να προσδιορίσετε τη φορά περιστροφής και κίνησης του καρουλιού.
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του καρουλιού.
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται στο καρούλι από το δάπεδο.
δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου Α του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s.
Η ροπή αδράνειας δίσκου μάζας Μ και ακτίνας R ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του δίνεται από τη σχέση: $I=\frac{1}{2}MR^2$. Για τις πράξεις θεωρήστε ότι είναι: $\sqrt{2}=1,4$.

*ΘΕΜΑ 74^ο^*

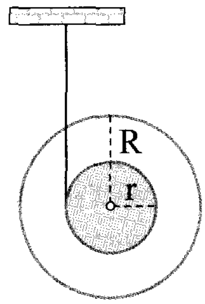


Το καρούλι του διπλανού σχήματος αποτελείται από δύο ομογενείς, πανομοιότυπους συγκολλημένους δίσκους ακτίνας R = 0,2 m και μάζας M = 5 kg ο καθένας και από έναν ομογενή συμπαγή κύλινδρο μάζας m = 10 kg και ακτίνας r=0,1 m. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου έχουμε τυλίξει σε πολλές στροφές αβαρές, μη εκτατό νήμα. Το καρούλι ηρεμεί επάνω σε οριζόντιο επίπεδο με τα κέντρα των δίσκων να βρίσκονται στο ίδιο ύψος από το επίπεδο. Η ευθεία που συνδέει τα κέντρα των δύο δίσκων ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου.
α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του καρουλιού ως προς άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των δύο δίσκων.
Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σταθερή οριζόντια δύναμη F, οπότε το καρούλι αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει επάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του άξονα του καρουλιού αυξάνεται με ρυθμό 2 m/s ανά δευτερόλεπτο. Να υπολογίσετε το μέτρο:
β. Της δύναμης F.
γ. Της κεντρομόλου επιτάχυνσης ενός σημείου της περιφέρειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,5$ s.
δ. Της μεταβολής της ταχύτητας του ανώτερου σημείου κάθε δίσκου από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 3$ s.
Η ροπή αδράνειας κάθε δίσκου του καρουλιού ως προς τον άξονα περιστροφής του υπολογίζεται από τη σχέση: $I = \frac{1}{2}MR^2$. Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του δίνεται από τον τύπο: $I = \frac{1}{2}mr^2$.

*ΘΕΜΑ 75^ο^*

Καρούλι αποτελείται από δύο ομογενείς, πανομοιότυπους συγκολλημένους δίσκους ακτίνας R και μάζας M = 0,5 kg ο καθένας και από έναν κύλινδρο

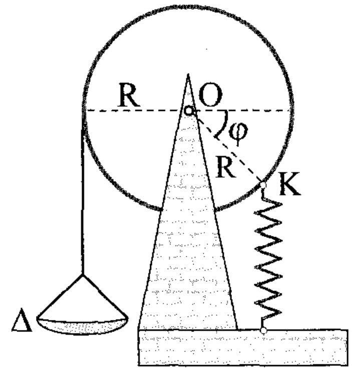
ακτίνας r = 0,4 m. Το καρούλι μπορεί να περιστρέφεται γύρω από νοητό άξονα που ταυτίζεται με τον άξονα του κυλίνδρου και διέρχεται από τα κέντρα των δύο δίσκων, κάθετα στο επίπεδό τους. Η ροπή αδράνειας του καρουλιού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = 0,32\ kg\cdot m^2$. Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχθεί πολλές φορές αβαρές, μη εκτατό νήμα το ελεύθερο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα προσδεδεμένο σε σημείο της οροφής, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Αρχικά, το καρούλι ισορροπεί ακίνητο και το νήμα είναι κατακόρυφα τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το καρούλι αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί, χωρίς να του προσδώσουμε αρχική ταχύτητα, οπότε αρχίζει να περιστρέφεται και το νήμα να ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Το κέντρο μάζας κάθε δίσκου κινείται με επιτάχυνση μέτρου $a_{cm}=10/3\ m/s^2$.



α. Να δείξετε ότι ο κύλινδρος του καρουλιού είναι αβαρής,
β. Να υπολογίσετε την ακτίνα R κάθε δίσκου.
γ. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου που διανύει ένα σημείο της περιφέρειας ενός δίσκου του καρουλιού για κάθε μέτρο νήματος που ξετυλίγεται,
δ. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής του πλήθους των περιστροφών του καρουλιού τη χρονική στιγμή t_1= *0,3π s*.
Η ροπή αδράνειας κάθε δίσκου του καρουλιού ως προς τον άξονα περιστροφής του υπολογίζεται από τον τύπο: $I = \frac{1}{2}MR^2$. Η ροπή αδράνειας συμπαγούς ομογενούς κυλίνδρου μάζας m και ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των βάσεών του υπολογίζεται από τη σχέση: $I = \frac{1}{2}mr^2$. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 76^o

Η κατακόρυφη ομογενής τροχαλία μάζας M = 30 kg και ακτίνας R = 0,4 m του διπλανού σχήματος μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδό της που διέρχεται από το κέντρο της Ο. Στο αυλάκι της τροχαλίας είναι τυλιγμένο αβαρές, μη εκτατό νήμα. Στο ελεύθερο άκρο του νήματος κρέμεται δίσκος Δ μάζας m = 6 kg. Το ένα άκρο κατα- κόρυφου, ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K = 400 N/m είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος, ενώ το άλλο άκρο του είναι αγκιστρωμένο σε σημείο Κ της περιφέρειας της τροχαλίας. Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει το κέντρο Ο της τροχαλίας με το σημείο Κ της περιφέρειάς της σχηματίζει γωνία φ (συνφ = 0,6) με την οριζόντια διεύθυνση. Το σύστημα τροχαλία - δίσκος Δ ηρεμεί,



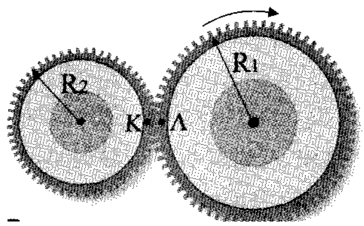
α. Να δείξετε ότι το ελατήριο είναι επιμηκυμένο και να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε αυτό.
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εάν αυτήν τη χρονική στιγμή:
(I) **Κόψουμε το νήμα που συνδέει τον δίσκο Δ με την τροχαλία.**

34

(ΙΙ) **Τοποθετήσουμε, χωρίς αρχική ταχύτητα, στον δίσκο Δ σώμα μάζας m'=4kg.**
Θεωρήστε ότι μεταξύ νήματος και τροχαλίας δεν παρατηρείται ολίσθηση. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της υπολογίζεται από τη σχέση: $I = \frac{1}{2} MR^2$. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: $g=10m/s^2$.

ΘΕΜΑ 77ο

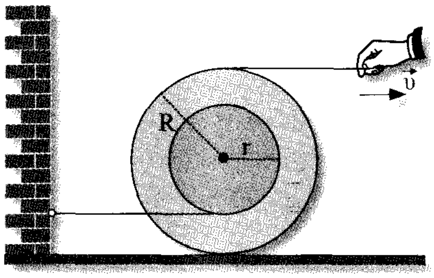
Δύο οδοντωτοί τροχοί με ακτίνες R_1 = 30 cm και R_2 = 20 cm εφάπτονται όπως στο σχήμα. Ο τροχός R, περιστρέφεται με συχνότητα f_1 = 8 Hz. Τη χρονική στιγμή t = 0 τα δύο σημεία Κ και Λ της περιφέρειας των δύο τροχών βρίσκονται σε επαφή,



α. Να βρεθεί η συχνότητα περιστροφής του τροχού R_2.
β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας των σημείων Κ και Λ.
γ. Ποια χρονική στιγμή τα σημεία Κ και Λ θα ξαναβρεθούν σε επαφή για πρώτη φορά;
δ. Να βρεθεί ο λόγος των μέτρων των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σημείων Κ και Λ.

ΘΕΜΑ 78ο

Ο διπλός τροχός του σχήματος έχει εξωτερική ακτίνα R = 20 cm και εσωτερική ακτίνα r = 10 cm. Στην εξωτερική περιφέρεια είναι τυλιγμένο νήμα το άκρο του οποίου τραβάμε με σταθερή οριζόντια ταχύτητα υ = 1,2 m/s, τη φορά της οποίας θεωρούμε θετική. Στην εσωτερική περιφέρεια είναι τυλιγμένο άλλο νήμα, του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο στον τοίχο. Ο τροχός ακουμπά σε λείο οριζόντιο δάπεδο και τα τμήματα των νημάτων που δεν είναι τυλιγμένα είναι οριζόντια.

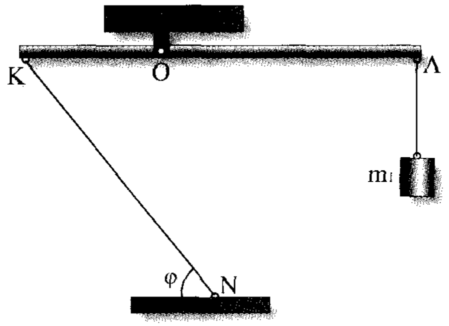


α. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού και η ταχύτητα του σημείου επαφής του τροχού με το δάπεδο,
β. Να βρεθεί η γωνιακή του ταχύτητα.
γ. Πόσο θα έχει μετατοπιστεί ο τροχός, όταν έχει ξετυλιχτεί νήμα από τον εξωτερικό τροχό με μήκος 2 m;
δ.Τι μέτρο έχει η ταχύτητα ενός σημείου της περιφέρειας του εξωτερικού τροχού το οποίο απέχει απόσταση 20 cm από το δάπεδο;

ΘΕΜΑ 79ο

Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το σημείο Ο που απέχει 20 cm από το άκρο της Κ. Το μήκος της ράβδου

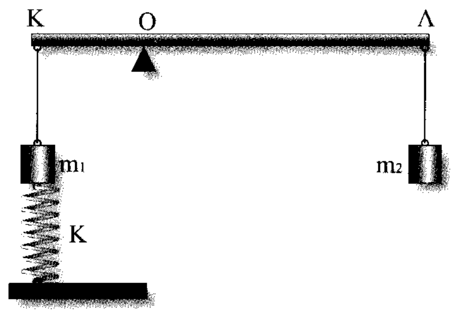
είναι 60 cm και η μάζα της είναι m = 2 kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου είναι δεμένο βαρίδι μάζας m_1 = 4 kg. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια ενός νήματος που είναι δεμένο στο άκρο Κ και στο σημείο Ν του οριζόντιου δαπέδου με το οποίο σχηματίζει γωνία φ = 60°.



α. Να βρεθεί η τάση του νήματος ΚΝ.
β. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής της.
γ. Αν κόψουμε το νήμα στο σημείο Λ, πόσο θα γίνει το μέτρο της τάσης του νήματος στο σημείο Κ;

ΘΕΜΑ 80°

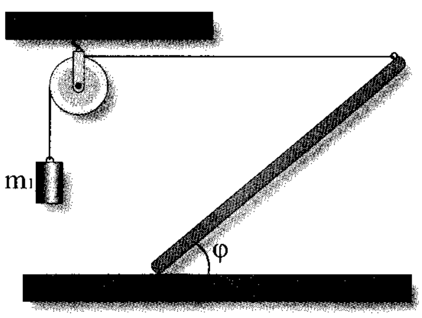
Στο σύστημα του σχήματος η ομογενής ράβδος είναι αρθρωμένη στον τοίχο και ισορροπεί σε οριζόντια θέση δεμένη με το νήμα που σχηματίζει γωνία 60° με την οριζόντια διεύθυνση. Το νήμα διέρχεται από λεία τροχαλία και στο άλλο του άκρο είναι δεμένο βαρίδι μάζας m_1 = 2 kg.



α. Να βρεθεί η μάζα m της ράβδου,
β. Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο,
γ. Αν η τροχαλία έχει αμελητέα μάζα να υπολογιστεί το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης που της ασκεί ο σταθερός άξονας περιστροφής της.

ΘΕΜΑ 81°

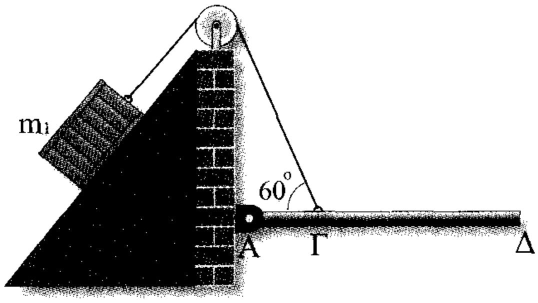
Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μάζα m = 3 kg και ισορροπεί με το ένα της άκρο να ακουμπά στο οριζόντιο δάπεδο και το άλλο της άκρο να είναι δεμένο στο οριζόντιο νήμα. Το νήμα διέρχεται από λεία τροχαλία και στο άλλο του άκρο κρέμεται ένα βαρίδι μάζας m_r Η ράβδος σχηματίζει με το δάπεδο γωνία φ = 60° και αν μειώσουμε ελάχιστα τη γωνία, η ράβδος θα ολισθήσει στο δάπεδο.



α. Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ της ράβδου και του δαπέδου,
β. Να βρεθεί η μάζα m, του βαριδιού.
γ. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το δάπεδο στη ράβδο.

ΘΕΜΑ 82^o

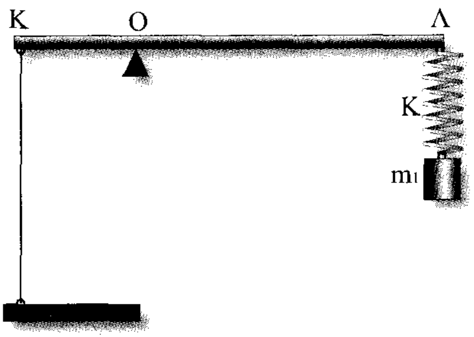
Στο σχήμα βλέπετε μια ράβδο μάζας m = 3 kg και μήκους L = 2 m που ισορροπεί αρθρωμένη στον κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος συγκροτείται με νήμα από το σημείο Γ που απέχει 0,5 m από την άρθρωση. Το νήμα σχηματίζει γωνία 60° με τη ράβδο και διέρχεται από λεία τροχαλία αμελητέων διατάσεων και μάζας. Το άλλο του άκρο είναι δεμένο σε κιβώτιο το οποίο ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας 60° με τον ορίζοντα,



α. Να βρεθεί η μάζα m, του κιβωτίου,
β. Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση,
γ. Να βρεθεί η δύναμη που ασκεί η τροχαλία στον τοίχο,
δ. Αν τραβήξουμε το κιβώτιο προς τα κάτω έτσι, ώστε η ράβδος να γίνει κάθετη στο νήμα, τι μάζα m,' πρέπει να έχει το κιβώτιο, ώστε να ισορροπεί στη νέα θέση;

ΘΕΜΑ 83^o

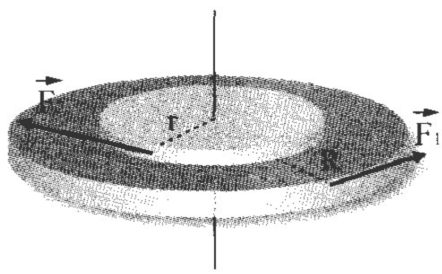
Η ομογενής ράβδος ΚΛ του σχήματος έχει μάζα m = 4 kg, μήκος L = 80 cm και ισορροπεί στηριγμένη στο στήριγμα Ο που απέχει 20 cm από το άκρο Κ. Η ράβδος συγκροτείται σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος με όριο θραύσης 175 Ν. Στο άκρο Λ της ράβδου είναι δεμένο αβαρές ελατήριο σταθερός Κ = 300 N/m που στο άλλο του άκρο είναι δεμένο σώμα μάζας m_1=3 kg.



α. Να βρεθεί η τάση του νήματος στην κατάσταση ισορροπίας,
β. Να βρεθεί το μέγιστο πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης που μπορεί να εκτελέσει το σώμα m_1, χωρίς να διαταραχθεί η ισορροπία της ράβδου,
γ. Αν μετακινήσουμε το στήριγμα κατά 20 cm προς το άκρο Λ ποιο θα είναι το μέγιστο πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης που μπορεί να εκτελέσει το σώμα m_1;

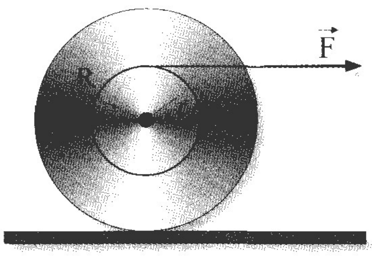
ΘΕΜΑ 84^o

Οι δύο οριζόντιοι δίσκοι του σχήματος είναι κολλημένοι και μπορούν να περιστρέφονται γύρω από κατακόρυφο άξονα διερχόμενο από το κέντρο τους. Ο μεγάλος δίσκος έχει ακτίνα R = 60 cm και μάζα M = 1 kg και ο μικρός έχει ακτίνα r = 40 cm και μάζα m=0,25 kg.



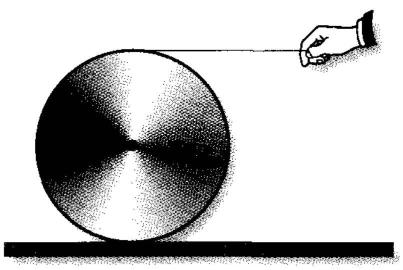
Αρχικά το σύστημα ηρεμεί και τη στιγμή t=0 ασκούνται δύο δυνάμεις εφαπτομενικά στην περιφέρεια κάθε δίσκου η F_1 = 4 N στην περιφέρεια του μεγάλου και η F_2 = 2 N στην περιφέρεια του μικρού, όπως φαίνεται στο σχήμα.
α. Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο δίσκων ως προς τον άξονα περιστροφής του.
β. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος.
γ. Κάποια στιγμή t_1 η μία από τις δύο δυνάμεις καταργείται και η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μηδενίζεται στιγμιαία κάποια επόμενη χρονική στιγμή t_2. Από τη στιγμή t = 0 μέχρι τη στιγμή t_2 το σύστημα έχει εκτελέσει συνολικά N=150/π στροφές. Να βρεθεί ποια δύναμη καταργείται και η χρονική στιγμή t_1.
δ. Να γίνουν σε βαθμονομημένους άξονες οι γραφικές παραστάσεις της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής μετατόπισης σε συνάρτηση με το χρόνο.

ΘΕΜΑ 85^o



Ο ομογενής δίσκος έχει ακτίνα R = 40 cm και μάζα m = 5 kg. Ο δίσκος διαθέτει λεπτό αυλάκι ακτίνας r = 10 cm στο οποίο είναι τυλιγμένο λεπτό νήμα, το οποίο τραβάμε ασκώντας οριζόντια δύναμη F = 12 N και ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς ολίσθηση στο οριζόντιο επίπεδο.
α. Να βρεθεί η γωνιακή και μεταφορική επιτάχυνση του δίσκου,
β. Να βρεθεί το μέτρο της τριβής που δέχεται από το δάπεδο ο δίσκος,
γ. Τη χρονική στιγμή t = 4 s να βρεθεί η ταχύτητα ενός σημείου που βρίσκεται 10 cm πάνω από το σημείο επαφής του δίσκου με το δάπεδο,
δ. Αν το δάπεδο έχει συντελεστή τριβής μ = 0,2 για ποια τιμή της δύναμης F ο δίσκος αρχίζει να ολισθαίνει στο δάπεδο;

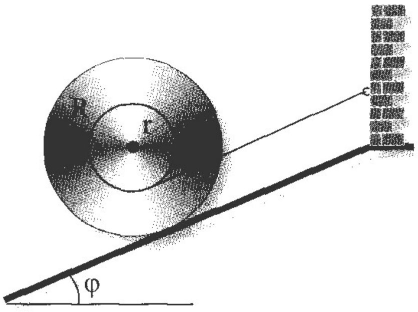
ΘΕΜΑ 86^o



Ο ομογενής κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα m=2 kg και ακτίνα R = 20 cm. Στην περιφέρειά του είναι τυλιγμένο λεπτό νήμα το οποίο τραβάμε οριζόντια ασκώντας σταθερή δύναμη F = 4 N.
Α. Αν το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο:
α1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας και τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.
α2.Όταν ο κύλινδρος έχει εκτελέσει 180/π στροφές να βρεθεί πόσο έχει μετατοπιστεί ο κύλινδρος και πόσο το χέρι μας.
Β. Αν το οριζόντιο δάπεδο έχει συντελεστή τριβής μ = 0,2:
β1. Να υπολογίσετε τη μεταφορική και γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.
β2. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης F για την οποία ο κύλινδρος κυλάει χωρίς ολίσθηση στο δάπεδο.

ΘΕΜΑ 87ο

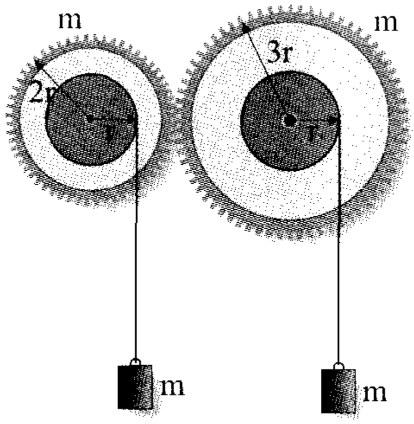
Ο κύλινδρος του σχήματος έχει ακτίνα R=20cm και διαθέτει λεπτό αυλάκι ακτίνας r=10 cm γύρω από το οποίο είναι τυλιγμένο νήμα. Ο κύλινδρος βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ που έχει ημφ=0,6. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε σταθερό σημείο και είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο. Θεωρήστε ότι η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα διερχόμενο από το κέντρο μάζας του, δίνεται από τη σχέση $I = 0,5mR^2$ όπου m = 3kg η μάζα του.



α. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή του συντελεστή τριβής μ του κεκλιμένου επιπέδου, ώστε ο κύλινδρος να ισορροπεί,
β. Αν το κεκλιμένο επίπεδο έχει συντελεστή τριβής μ = 0,5, να βρεθεί η επιτάχυνση της μεταφορικής του κίνησης,
γ. Τι μέτρο έχει η τάση του νήματος στην περίπτωση του ερωτήματος β;
δ. Αν το μήκος του νήματος που είναι τυλιγμένο στο αυλάκι είναι L= 0,75 m, τι γωνιακή ταχύτητα έχει ο κύλινδρος, όταν το νήμα ξετυλιχτεί;

ΘΕΜΑ 88ο

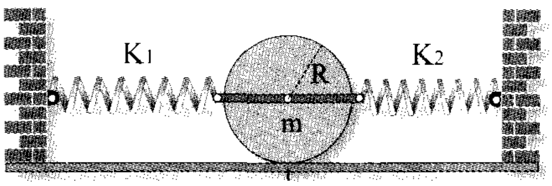
Τα δύο γρανάζια του σχήματος έχουν ίδια μάζα m = 2 kg και ακτίνες 2r το μικρό και 3r το μεγάλο. Κάθε γρανάζι διαθέτει ομόκεντρο αυλάκι ακτίνας r στο οποίο είναι τυλιγμένο νήμα στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο βαρίδι μάζας m.
Τα δύο γρανάζια συμπεριφέρονται σαν ομογενείς δίσκοι και είναι r = 10 cm.
Αφήνουμε ελεύθερα τα δύο βαρίδια,



α. Να αιτιολογήσετε ποιο βαρίδι θα κατέβει και ποιο θα ανέβει,
β. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση με την οποία θα κινούνται τα βαρίδια, θεωρώντας ότι δεν υπάρχουν τριβές,
γ. Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί το ένα γρανάζι στο άλλο.
δ. Όταν το ένα βαρίδι έχει κατέβει κατά 60 cm, πόσο έχει ανέβει το άλλο;

ΘΕΜΑ 89ο

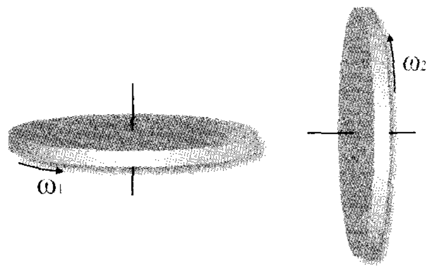
Στη διάταξη του σχήματος ένας κύλινδρος μάζας m = 2 kg και ακτίνας R = 20 cm βρίσκεται σε οριζόντιο τραχύ δάπεδο και ισορροπεί δεμένος με δύο οριζόντια ελατήρια που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και έχουν σταθερές K_1 = 180 N/m και K_2= 120 N/m.



α. Να αποδειχθεί, ότι αν εκτρέφουμε προς τα δεξιά τον κύλινδρο κατά 20 cm και τον αφήσουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή t = 0, αυτός θα εκτελέσει αρμονική ταλάντωση κυλώντας χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο δάπεδο,
β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο.
γ. Να γραφεί η εξίσωση της γωνιακής ταχύτητας, λόγω ατροφικής κίνησης του κυλίνδρου σε σχέση με το κέντρο μάζας του, σε συνάρτηση με το χρόνο,
δ. Ποια είναι η ολική μηχανική ενέργεια της αρμονικής ταλάντωσης και ποια η μέγιστη δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης των ελατηρίων; Να δώσετε μια εξήγηση για τη διαφορά των δύο αυτών ενεργειών.
ε. Αν το δάπεδο έχει συντελεστή τριβής μ = 0,8, ποιο είναι το μέγιστο πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που μπορεί να εκτελεί το κέντρο μάζας του κυλίνδρου χωρίς αυτός να ολισθαίνει;

ΘΕΜΑ 90^{ο}

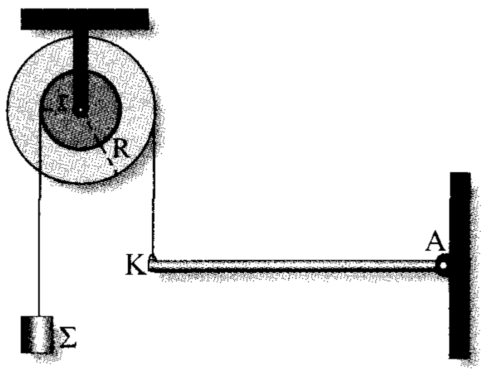
Ο ομογενής δίσκος του σχήματος έχει ακτίνα R = 20 cm και μάζα m = 200 g. Ο δίσκος περιστρέφεται αρχικά γύρω από τον κατακόρυφο άξονα διερχόμενο από το κέντρο του με κινητική ενέργεια K_1= 0,288 J. Μετά από λίγο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_2 = 16 rad/s, ενώ ο άξονας περιστροφής του έχει γίνει οριζόντιος.



α. Να βρεθεί η αρχική γωνιακή ταχύτητα ω, του δίσκου.
β. Να βρεθεί το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του δίσκου από την αρχική στην τελική του κατάσταση,
γ. Να βρεθεί το έργο της ροπής της δύναμης που προκάλεσε την μεταβολή του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας.

ΘΕΜΑ 91^{ο}

Η ομογενής ράβδος ΚΑ του σχήματος έχει μάζα m = 600 g, μήκος ΚΑ = 2 m, είναι αρθρωμένη στο σημείο Α και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Η ράβδος συγκροτείται οριζόντια με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος που είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας, η οποία έχει ακτίνα R = 40 cm και μάζα ίδια με τη μάζα της ράβδου. Η τροχαλία διαθέτει μικρό αυλάκι ακτίνας r = R/2 στο οποίο είναι τυλιγμένο νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο μικρό σώμα Σ. Το σύστημα ισορροπεί.



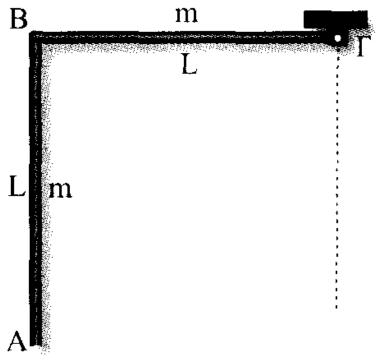
α. Να βρεθεί η μάζα $m_Σ$ του σώματος Σ.
β. Αν κόψουμε το νήμα που συγκρατεί το σώμα Σ, να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει αμέσως μετά η ράβδος και η τροχαλία,

40

γ. Αν κόψουμε το νήμα που συνδέει τη ράβδο με την τροχαλία, να βρεθεί ο ρυθμός αύξησης της ορμής του σώματος Σ και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας.
δ. Για την περίπτωση του ερωτήματος γ να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου ΚΑ τη στιγμή που έχει στραφεί κατά 30° από την αρχική οριζόντια θέση της.
(Η τροχαλία θεωρείται ομογενής δίσκος και δεν υπάρχουν τριβές).

ΘΕΜΑ 92^o

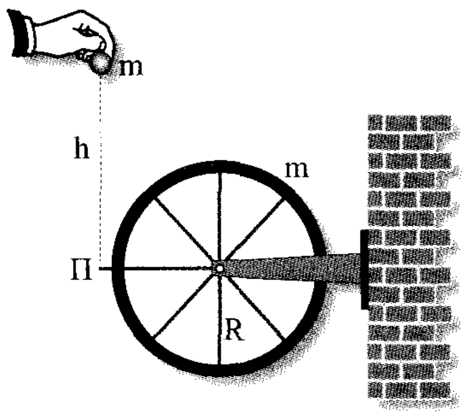
Δύο ράβδοι ΑΒ και ΒΓ έχουν ίδιο μήκος L = 2m και ίδια μάζα m = 600 g. Οι ράβδοι είναι κολλημένες στο κοινό τους άκρο Β σε ορθή γωνία και το σύστημα μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Γ και είναι κάθετος στο επίπεδο των δύο ράβδων. Αρχικά το σύστημα συγκροτείται, ώστε η ράβδος ΒΓ να είναι οριζόντια, και κάποια στιγμή αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Να υπολογιστούν:



α. η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα Γ.
β. ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος τη στιγμή που αφέθηκε το σύστημα ελεύθερο και η επιτάχυνση του άκρου Α την ίδια στιγμή.
γ. ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος τη στιγμή που τα κέντρα μάζας των δύο ράβδων θα βρεθούν στην ίδια κατακόρυφη. δ. η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος τη στιγμή που η ράβδος ΒΓ θα γίνει κατακόρυφη.

ΘΕΜΑ 93^o

Ο κατακόρυφος τροχός του σχήματος έχει μάζα m = 400 g και ακτίνα R = 20 cm. Ο τροχός μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα χωρίς τριβές. Αρχικά ο τροχός είναι ακίνητος και στην περιφέρειά του υπάρχει μικρή προεξοχή Π ασήμαντης μάζας, που βρίσκεται στο ίδιο ύψος με το κέντρο του τροχού. Οι ακτίνες του τροχού έχουν ασήμαντη μάζα. Αφήνουμε ένα σφαιρίδιο μάζας m = 400 g να πέσει ελεύθερα από ύψος h πάνω από την προεξοχή και προσκολλάται σε αυτήν.



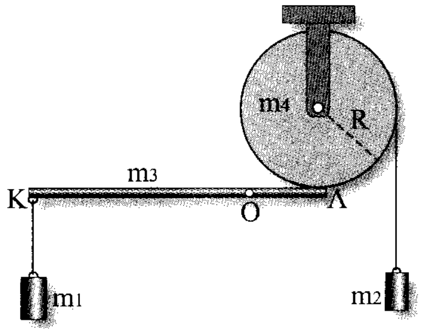
α. Αν αφήσουμε το σφαιρίδιο από ύψος h_1 = R, τι γωνιακή ταχύτητα θα έχει ο τροχός αμέσως μετά τη σύγκρουση;
β. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή του ύψους h_{min}, ώστε το σφαιρίδιο μετά την προσκόλληση του στην προεξοχή να εκτελέσει πλήρη ανακύκλωση κολλημένο στην περιφέρεια του τροχού.
γ. Αν αφήσουμε το σφαιρίδιο από ύψος h_{min}, ποια θα είναι η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει ο τροχός;

41

δ. Αν αφήσουμε το σφαιρίδιο από ύψος $2h_{min}$ με τι ρυθμό θα μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του συστήματος τροχός - σφαιρίδιο τη στιγμή που αυτός έχει στραφεί κατά 210°;

ΘΕΜΑ 94^{o}

Η οριζόντια ράβδος ΚΛ του σχήματος έχει μάζα m_3 = 2 kg και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το σταθερό οριζόντιο άξονα Ο κάθετο στη ράβδο. Το σημείο Ο απέχει από το άκρο Λ απόσταση ίση με το ¼ του μήκους της ράβδου. Στο άκρο Κ κρέμεται βαρίδι Α μάζας 4 kg. Το άκρο Λ ακουμπά σε δίσκο ακτίνας R=20 cm και μάζας m_4 = 16,8 kg που μπορεί και αυτός να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα διερχόμενο από το κέντρο του. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου είναι τυλιγμένο νήμα που στο άλλο άκρο του είναι δεμένο ένα βαρίδι Β μάζας m_2. Μεταξύ της ράβδου και της περιφέρειας του δίσκου υπάρχει συντελεστής τριβής μ = 0,2.



α. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της μάζας m_2 του βαριδιού, ώστε αυτό να ισορροπεί,
β. Αν το βαρίδι Β έχει μάζα m'_2 διπλάσια από τη μέγιστη τιμή για να ισορροπεί, ποια είναι η επιτάχυνση που θα αποκτήσει;
γ. Πόση θερμότητα λόγω τριβών εκλύεται στην επαφή της ράβδου και του δίσκου σε χρόνο t = 2 s από τη στιγμή που αφήσαμε το βαρίδι Β ελεύθερο;
δ. Ποια θα είναι η στροφορμή του δίσκου τη στιγμή που το βαρίδι Β έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 9 m;

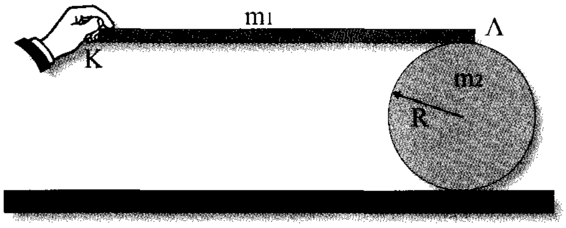
ΘΕΜΑ 95^{o}

Ένας οριζόντιος δίσκος μάζας M = 360 kg και ακτίνας R = 4 m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Σε δύο αντιδιαμετρικά σημεία Α και Β της περιφέρειας του δίσκου στέκονται ένας άντρας μάζας m_1 = 90 kg στο σημείο Α και ένα παιδί μάζας m_2 = 30 kg στο σημείο Β. Κάποια στιγμή αρχίζουν ταυτόχρονα να κινούνται με σταθερού μέτρου ταχύτητες εφαπτομενικές στην περιφέρεια του δίσκου κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού και σε χρόνο t = 10 s ο καθένας βρίσκεται στο σημείο της περιφέρειας του δίσκου που βρισκόταν αρχικά ο άλλος,
α. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου, όση ώρα οι άνθρωποι κινούνται.
β. Να βρεθεί η γωνιακή μετατόπιση του δίσκου κατά τη διάρκεια της περιστροφής του.
γ. Ποια είναι η μηχανική ενέργεια που απέδωσε το μυϊκό σύστημα των ανθρώπων από τη στιγμή που ήταν ακίνητοι, μέχρι να αποκτήσουν την τελική τους ταχύτητα μετατόπισης πάνω στο δίσκο,
δ. Αν ο άντρας άρχιζε να κινείται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού και το παιδί κατά την αντίθετη φορά, ώστε να βρεθούν ο ένας στη θέση του άλλου στον ίδιο χρόνο με πριν, τι γωνιακή ταχύτητα θα αποκτήσει ο δίσκος;

Βοήθεια

Η στροφορμή κάθε ανθρώπου ως προς τον άξονα περιστροφής του δίσκου είναι $mu_A R$, όπου $υ_A$ η πραγματική (ως προς το έδαφος) ταχύτητα του ανθρώπου που έχει αλγεβρική τιμή $υ_A = υ + ωR$, αν ο άνθρωπος έχει ίδια φορά κίνησης με τη φορά περιστροφής του δίσκου και $υ_A = υ - ωR$, αν ο άνθρωπος έχει αντίθετη φορά κίνησης από τη φορά περιστροφής του δίσκου, (υ είναι η ταχύτητα του ανθρώπου σε σχέση με το δίσκο και ω η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου).

ΘΕΜΑ 96ο



Μια ομογενής σανίδα ΚΛ μήκους L= 5,4 m και μάζας m_1 = 1 kg ακουμπά με το άκρο της Λ στο ανώτερο σημείο ομογενούς κυλίνδρου μάζας m_2 = 4 kg και ακτίνας R = 20 cm. Ένας άνθρωπος ασκεί τη χρονική στιγμή t = 0 στο άκρο Κ της ράβδου μια σταθερού μέτρου οριζόντια δύναμη F = 3 N με κατεύθυνση ΚΛ και μια κατακόρυφη δύναμη με κατάλληλο μέτρο, ώστε η ράβδος να διατηρείται διαρκώς οριζόντια. Ο κύλινδρος κυλάει χωρίς ολίσθηση στο οριζόντιο δάπεδο και η σανίδα δεν ολισθαίνει στην επιφάνεια του κυλίνδρου. Να υπολογιστούν:

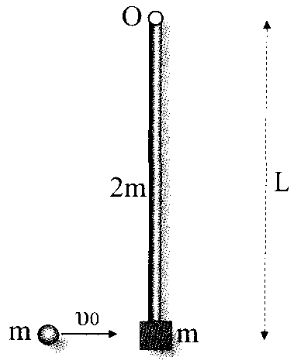
α. η επιτάχυνση της σανίδας και του κύλινδρου.

β. η χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου θα βρεθεί κάτω από το κέντρο της σανίδας.

γ. ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς το κέντρο μάζας του.

δ. η ενέργεια που θα ξοδέψει ο άνθρωπος μέχρι το άκρο Κ της σανίδας να φθάσει πάνω από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου, ε. το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης που ασκεί ο άνθρωπος στο άκρο Κ σε συνάρτηση με το χρόνο.

ΘΕΜΑ 97ο



Μια ράβδος μάζας Μ = 800 g και μήκους L = 1,25 m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα διερχόμενο από το ένα της άκρο Ο. Στο άλλο άκρο της ράβδου είναι κολλημένο σώμα μικρών διαστάσεων μάζας m = 400 g. Το σύστημα ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση όπως στο σχήμα. Μια μικρή σφαίρα μάζας m = 400 g κινούμενη με οριζόντια ταχύτητα $υ_0$=10m/s συγκρούεται πλαστικά με το σώμα που είναι κολλημένο στη ράβδο.

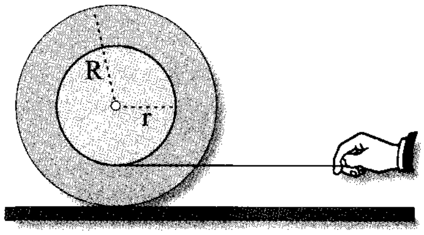
α. Να βρεθεί η αρχική γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα αμέσως μετά τη σύγκρουση,

β. Να βρεθεί η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά τη σύγκρουση,

γ. Να βρεθεί η γωνία που θα σχηματίζει με την κατακόρυφη η ράβδος, όταν μηδενιστεί η γωνιακή της ταχύτητα,

δ. Με τι ταχύτητα έπρεπε να γίνει η σύγκρουση της σφαίρας με το σώμα, ώστε η ράβδος να εκτελέσει μια πλήρη περιστροφή γύρω από τον άξονα περιστροφής της;

ΘΕΜΑ 98ο



Ένας ομογενής κύλινδρος ακτίνας R = 20 cm και μάζας m = 2 kg ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο. Ο κύλινδρος διαθέτει λεπτό αυλάκι ακτίνας r = 10 cm, στην περιφέρεια του οποίου είναι τυλιγμένο λεπτό νήμα. Τραβάμε το άκρο του νήματος ασκώντας δύναμη F = 12 N και ο κύλινδρος κυλάει χωρίς ολίσθηση.

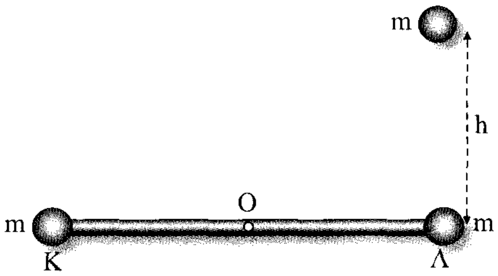
α. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου,

β. Να βρεθεί η ενέργεια που έχει προσφέρει η δύναμη στον κύλινδρο όταν ο κύλινδρος, έχει μετατοπιστεί κατά s = 4 m.

γ. Με τι ρυθμό μεταβάλλεται η στροφορμή του κυλίνδρου ως προς το κέντρο μάζας του και με τι ρυθμό η στροφορμή του ως προς το σημείο επαφής του με το έδαφος;

δ. Αν το δάπεδο έχει συντελεστή τριβής μ = 0,4, να βρεθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου και η γωνιακή του επιτάχυνση στην περίπτωση που το μέτρο της δύναμης είναι F' = 20 N.

ΘΕΜΑ 99ο



Μια ομογενής ράβδος ΚΛ μήκους L=2,4m και μάζας m = 400 g μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από ένα σημείο Ο. Στα δύο άκρα της υπάρχουν κολλημένα σφαιρίδια ίδιας μάζας m με τη ράβδο. Η ράβδος αρχικά ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Από ύψος h = 3,2 m αφήνουμε ένα άλλο σφαιρίδιο ίδια μάζας m να πέσει στο άκρο Λ της ράβδου. Το σφαιρίδιο που πέφτει συσσωματώνεται ακαριαία με το σφαιρίδιο στο άκρο Λ.

α. Να βρεθεί η αρχική γωνιακή ταχύτητα την οποία αποκτά η ράβδος αμέσως μετά τη σύγκρουση του σφαιριδίου με τη μάζα.

β. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα που θα έχει η ράβδος, όταν περάσει από την κατακόρυφη θέση.

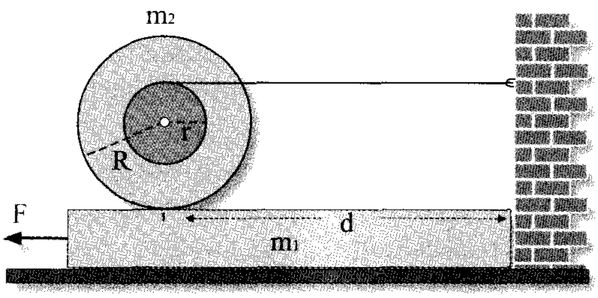
γ. Με τι ρυθμό θα μεταβάλλεται η στροφορμή και η κινητική ενέργεια του συστήματος, τη χρονική στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά 180° από την αρχική της θέση;

δ. Ποια είναι η μικρότερη τιμή του ύψους h από το οποίο πρέπει να αφήσουμε τη σφαίρα, ώστε το σύστημα μετά την πλαστική κρούση να εκτελέσει πλήρη ανακύκλωση;

ΘΕΜΑ 100ο

Ο **κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα m_2 = 2 kg, ακτίνα R = 40 cm και διαθέτει λεπτό αυλάκι ακτίνας r = 20 cm στο οποίο είναι τυλιγμένο λεπτό νήμα που το άλλο του άκρο είναι δεμένο στον τοίχο. Το τεντωμένο τμήμα του νήματος είναι**

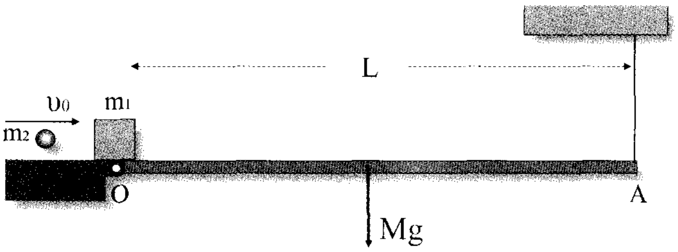
οριζόντιο. Ο κύλινδρος βρίσκεται πάνω σε πλατφόρμα μάζας m_1=2kg και σε απόσταση d = 6 m με οριζόντια δύναμη F = 12 N και αυτή αρχίζει να ολισθαίνει χωρίς τριβές με το δάπεδο, ενώ ο κύλινδρος κυλάει χωρίς να ολισθαίνει πάνω στην πλατφόρμα.



Να υπολογιστούν:
α. η επιτάχυνση της πλατφόρμας,
β. η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου,
γ. η δύναμη τριβής μεταξύ πλατφόρμας και κυλίνδρου,
δ. η τάση του νήματος.
ε. τι ποσοστό της ενέργειας που έχει προσφέρει η δύναμη στην πλατφόρμα έχει μεταφερθεί στον κύλινδρο τη στιγμή που ο κύλινδρος έχει φτάσει στο τέλος της πλατφόρμας;

ΘΕΜΑ 101^o

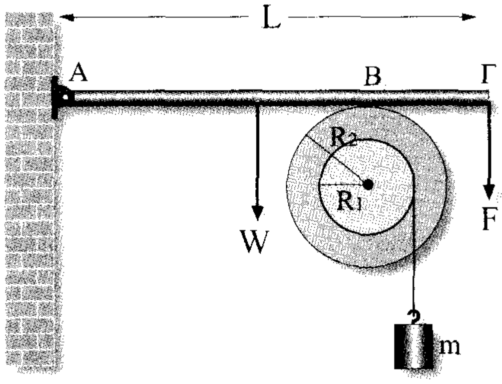
Μια σανίδα ΟΑ μήκους L=4m και μάζας M = 4 kg είναι αρθρωμένη στο άκρο της Ο και ισορροπεί οριζόντια δεμένη στο άκρο της Α με κατακόρυφο νήμα που έχει όριο θραύσης T_{max}= 35 N. Στο άκρο της Ο ηρεμεί μικρό σώμα μάζας m_1=1,5kg. Τη χρονική στιγμή t = 0 ένα βλήμα μάζας m_2 = 0,5 kg κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $υ_0$ = 2 m/s και κατεύθυνση από το Ο προς το Α, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_1. Το συσσωμάτωμα ολισθαίνει πάνω στη σανίδα χωρίς τριβές,



α. Να γίνει γραφική παράσταση του μέτρου της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο,
β. Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή θα σπάσει το νήμα.
γ. Να αποδειχθεί ότι αμέσως μετά το σπάσιμο του νήματος, το συσσωμάτωμα χάνει την επαφή του με τη σανίδα και να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει η σανίδα εκείνη τη στιγμή,
δ. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα της σανίδας τη στιγμή που θα γίνει κατακόρυφη.

ΘΕΜΑ 102^o

Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος L και μάζα M = 3 kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια.
Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου 9N, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R_1 = 0,1 m και R_2 = 0,2 m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι L/4. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα



σώμα γύρω από το σταθερό οριζόντιο άξονα, που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι I = 0,09 kgm^2. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας m = 1 kg.

α. Να υπολογιστεί η κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το στερεό στο σημείο

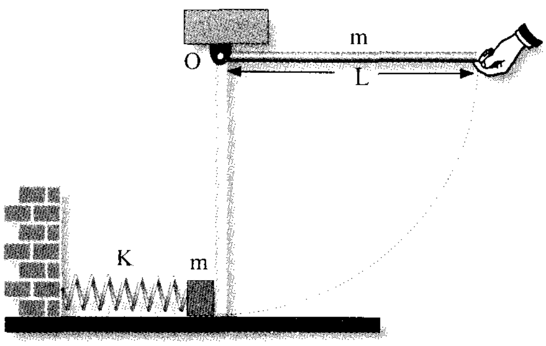
β. Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού,

γ. Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή, χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m, όταν θα έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους 0,5 m. Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο,

δ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους 0,5 m.

(Πανελλαδικές 2006)

<u>ΘΕΜΑ 103^o</u>



Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μήκος L = 60 cm και μάζα m = 2 kg. Η ράβδος μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα κάθετο στη ράβδο και διερχόμενο από το άκρο της Ο και αρχικά συγκροτείται σε οριζόντια θέση. Αφήνουμε τη ράβδο ελεύθερη να κινηθεί υπό την επίδραση του βάρους της. Όταν η ράβδος βρεθεί στην κατακόρυφη θέση, συγκρούεται με ακίνητο σώμα ίδιας μάζας m που είναι δεμένο στο άκρο ενός ελατηρίου σταθεράς Κ = 200 N/m του οποίου το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο. Μετά τη σύγκρουση η ράβδος αλλάζοντας φορά περιστροφής, σταματά στιγμιαία, όταν σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία φ με συνφ = 0,96. Να υπολογιστούν:

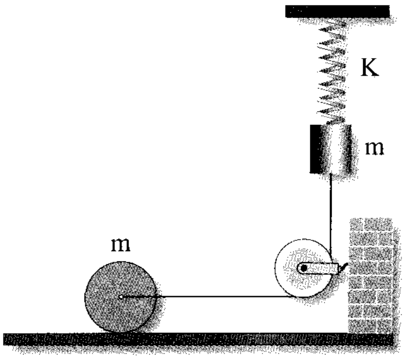
α. η ταχύτητα με την οποία το άκρο της ράβδου συγκρούστηκε με το σώμα.

β. η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά τη σύγκρουση,

γ. η ταχύτητα του σώματος που είναι δεμένο στο ελατήριο, αμέσως μετά τη σύγκρουση.

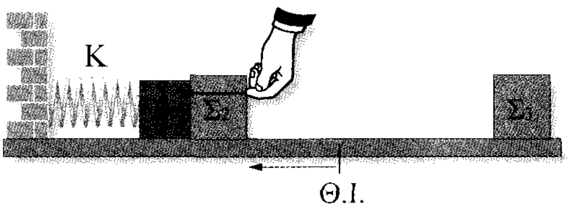
δ. σε πόσο χρόνο μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του σώματος που είναι δεμένο στο ελατήριο θα είναι για τρίτη φορά ίση με τη δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης του ελατηρίου. Πόσο θα απέχει εκείνη τη στιγμή το σώμα από την αρχική του θέση;

ΘΕΜΑ 104^o



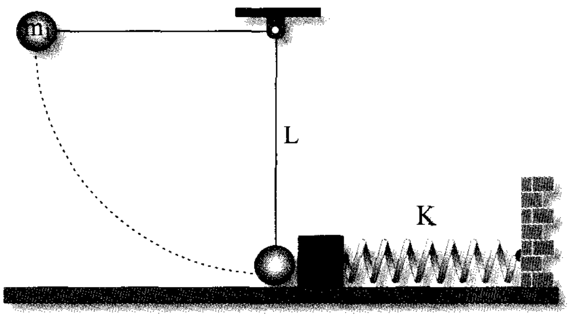
Στη διάταξη του σχήματος το ελατήριο έχει σταθερά Κ = 500 N/m και το σώμα που είναι δεμένο σε αυτό ισορροπεί με το ελατήριο παραμορφωμένο κατά 4 cm. Το σώμα είναι δεμένο με λεπτό νήμα, το οποίο είναι κατακόρυφο και διερχόμενο από αβαρή τροχαλία, γίνεται οριζόντιο. Το άκρο του οριζόντιου τμήματος του νήματος συνδέεται με τον άξονα ενός κυλίνδρου ίδιας μάζας m με το σώμα. Τραβάμε τον κύλινδρο έτσι, ώστε να τεντωθεί το ελατήριο ακόμα κατά 10 cm και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή t = 0 τον αφήνουμε ελεύθερο. Η επαφή του κυλίνδρου με το δάπεδο έχει μεγάλο συντελεστή τριβής έτσι, ώστε ο κύλινδρος να κυλάει χωρίς ολίσθηση.
Να υπολογιστεί:
α. η αρχική επιτάχυνση με την οποία θα αρχίσει να κινείται ο κύλινδρος,
β. η χρονική στιγμή κατά την οποία ο κύλινδρος θα αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα.
γ. η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου,
δ. ποια είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος, που είναι δεμένο στο ελατήριο και πόσο θα ανέβει, από τη στιγμή που αφήσαμε τον κύλινδρο ελεύθερο, μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του.

ΘΕΜΑ 105^o



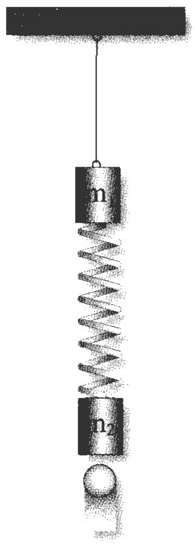
Δύο σώματα, $Σ_1$ και $Σ_2$, με μάζες m_1=0,5kg και m_2=1,5 kg αντίστοιχα, βρίσκονται σε επαφή μεταξύ τους πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθερός Κ = 200 N/m που το άλλο του άκρο είναι σταθερό. Συμπιέζουμε αργά το ελατήριο ασκώντας στο σώμα $Σ_2$ μια οριζόντια δύναμη, που η μέγιστη τιμή της είναι F_{max} = 80 N και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή t = 0 αφήνουμε το σύστημα των δύο σωμάτων ελεύθερο από την ηρεμία.
α. Ποια χρονική στιγμή t_1 τα δύο σώματα θα χάσουν την επαφή τους;
β. Πόσο θα είναι το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το $Σ_1$ μετά τη χρονική στιγμή t_1 ;
γ. Το σώμα $Σ_2$ μετά την απώλεια επαφής του με το $Σ_1$ συνεχίζει να κινείται στο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τρίτο σώμα $Σ_3$ που βρίσκεται ακίνητο σε απόσταση d = 0,4π m από το σημείο στο οποίο χάθηκε η επαφή των σωμάτων Σ και Σ . Πόση πρέπει να είναι η μάζα του $Σ_3$, ώστε μετά την ελαστική κρούση η οποία διαρκεί απειροστό χρονικό διάστημα, το $Σ_2$ να συγκρουστεί ελαστικά με το Σ τη στιγμή που το $Σ_1$ διέρχεται για έκτη φορά μετά τη στιγμή από τη θέση ισορροπίας του;
δ. Θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά, όπως βλέπετε το σχήμα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του σώματος Σ, σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή t = 0 έως τη στιγμή που θα βρεθεί για δέκατη φορά στη θέση ισορροπίας του.

ΘΕΜΑ 106^{o}



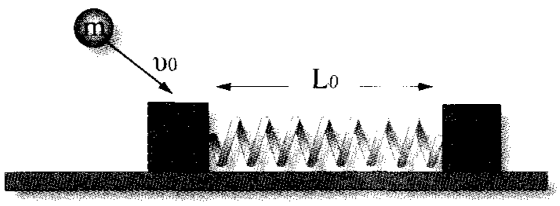
Η σφαίρα του σχήματος μάζας m_1=2kg είναι δεμένη σε νήμα μήκους L = 1,25 m και συγκροτείται σε θέση στην οποία το νήμα είναι οριζόντιο. Αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη και τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο, συγκρούεται κεντρικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2=7kg, το οποίο ισορροπεί πάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς Κ = 175 N/m. Μετά την κρούση η σφαίρα αλλάζει φορά κίνησης και η ταχύτητά της μηδενίζεται τη στιγμή που το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία φ με συνφ = 0,84.
Να υπολογιστούν:
α. η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα συγκρούεται με το σώμα.
β· οι ταχύτητες της σφαίρας και του σώματος μετά την κρούση,
γ. το πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης του σώματος.
δ. η απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση τους.

ΘΕΜΑ 107^{o}



'Ενα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1= 400g είναι δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου νήματος που έχει όριο θραύσης $T_θ$ = 16 Ν. Κάτω από το σώμα είναι δεμένο κατακόρυφο ελατήριο σταθερός Κ = 40 N/m στο κατώτερο άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 400 g που ισορροπεί.
Ένα βλήμα μάζας m_3 = 800 g κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_0$ συγκρούεται πλαστικά με το σώμα $Σ_2$.
α. Να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή της ταχύτητας $υ_0$ του βλήματος με την οποία το νήμα δε θα χαλαρώσει,
β. Η σύγκρουση γίνεται με τη μέγιστη ταχύτητα $υ_0$.
$β_1$. Να βρεθεί σε πόσο χρόνο το νήμα θα σπάσει.
$β_2$. Να γίνει η γραφική παράσταση του μέτρου της τάσης του νήματος από τη στιγμή της κρούσης μέχρι να σπάσει το νήμα.
$β_3$. Με τι ρυθμό θα αρχίσει να αυξάνεται η ταχύτητα του $Σ_1$ τη στιγμή που θα σπάσει το νήμα;

ΘΕΜΑ 108^{o}

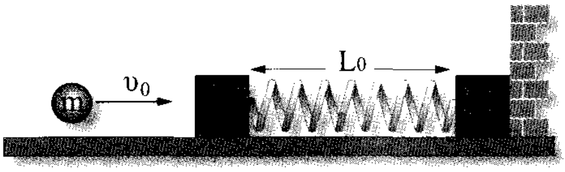


Το σώμα Σ, με μάζα m_1 = 150 g και το σώμα $Σ_2$ με μάζα m_2 = 100 g είναι δεμένα στα δύο άκρα ενός ελατηρίου αμελητέας μάζας και ισορροπούν σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Ένα βλήμα μάζας m = 50 g κινούμενο με ταχύτητα $υ_0$ = 96 m/s, που σχηματίζει

γωνία 30° με την κατακόρυφη, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα $Σ_1$ όπως στο σχήμα,
α. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.
β. Αν η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου είναι 20 cm, να βρεθεί η σταθερά Κ του ελατηρίου.
γ. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της ταχύτητας που θα αποκτήσει το σώμα $Σ_2$.
δ. Τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος έχει μειωθεί κατά 2 m/s σε σχέση με την τιμή της αμέσως μετά την πλαστική κρούση, με τι ρυθμό αυξάνεται η δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης του ελατηρίου;

ΘΕΜΑ 109ο

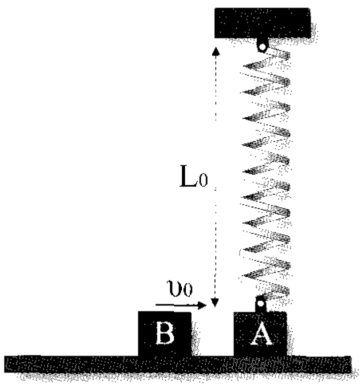
Δύο σώματα Α και Β με ίδιες μάζες m=2kg είναι δεμένα στα άκρα οριζόντιου ελατηρίου σταθερός Κ=400 N/m με αμελητέα μάζα και φυσικό μήκος L_0 = 50 cm.



Τα σώματα βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και το σώμα Β είναι σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο. Ένα βλήμα μάζας m = 2 kg κινούμενο με οριζόντια ταχύτητα $υ_0$= 6 m/s κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Α τη χρονική στιγμή t = 0. Να υπολογιστούν:
α. Η χρονική στιγμή t, που το σώμα Β θα χάσει την επαφή του με τον τοίχο,
β. Το μέγιστο μέτρο της δύναμης επαφής που ασκούσε το σώμα Β στον τοίχο,
γ. Η μέγιστη απόσταση που θα αποκτήσουν τα σώματα Α και Β.
δ. Να εξεταστεί αν θα υπάρξει χρονική στιγμή μετά τη στιγμή t_1 κατά την οποία η ταχύτητα του σώματος Α θα μηδενιστεί στιγμιαία.

ΘΕΜΑ 110ο

Το σώμα Α με μάζα m_1 = 2 kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο δεμένο στο κατώτερο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθερός Κ = 400/3 N/m. Το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος L_0 = 30 cm και το ανώτερο άκρο του είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Ένα δεύτερο σώμα Β μάζας m_2 = 1 kg κινούμενο με ταχύτητα $υ_0$ πάνω στο οριζόντιο δάπεδο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Α.

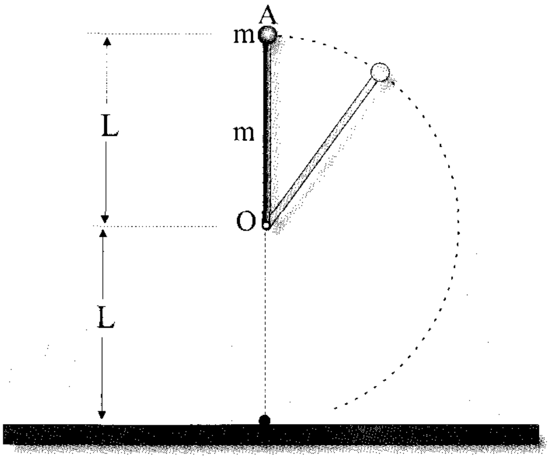


α. Να βρεθεί πόσο θα μετακινηθεί το σώμα Α από την αρχική του θέση μέχρι να χάσει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο,
β. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας $υ_0$ του σώματος Β, ώστε το Α να χάσει την επαφή του με το δάπεδο.
γ. Τι ταχύτητα θα έχει το σώμα Β αμέσως μετά την κρούση στην περίπτωση του δεύτερου ερωτήματος;

δ. Με τι ρυθμό θα μεταβάλλεται η ορμή του σώματοςΑ τη στιγμή που θα έχει μετατοπιστεί κατά $10\sqrt{3}$ cm από την αρχική του θέση; *Θεωρήστε ότι* $\sqrt{3}$ = 1,7.

ΘΕΜΑ 111ο

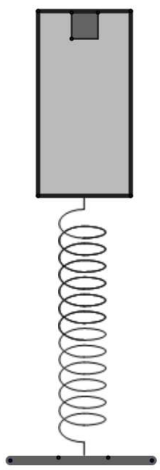
Μια ομογενής ράβδος μήκους L=3,2m και μάζας m = 4 kg μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Ο, το οποίο βρίσκεται σε ύψος L = 3,2 m από το έδαφος. Στο άλλο της άκρο Α είναι κολλημένο ένα μικρό σφαιρίδιο ίδιας μάζας m με τη ράβδο. Το σφαιρίδιο διαθέτει ανιχνευτή ηχητικών κυμάτων. Η ράβδος αρχικά είναι κατακόρυφη με το άκρο της Α πάνω από το άκρο Ο. Στο έδαφος και ακριβώς κάτω από το σημείο Ο βρίσκεται πηγή ηχητικού κύματος συχνότητας f_s = 680 Hz. Αφήνουμε τη ράβδο ελεύθερη να στραφεί υπό την επίδραση της βαρύτητας.



α. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή t, που η ράβδος έχει στραφεί 60° από την αρχική της θέση.
β. Να βρεθεί η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής τη στιγμή t_1.
γ. Ποια είναι η μέγιστη συχνότητα που θα καταγράψει ο ανιχνευτής;
δ. Τη στιγμή που ο ανιχνευτής καταγράψει τη μέγιστη συχνότητα, τι δύναμη ασκείται στη ράβδο από το σταθερό άξονα Ο;

ΘΕΜΑ 112ο

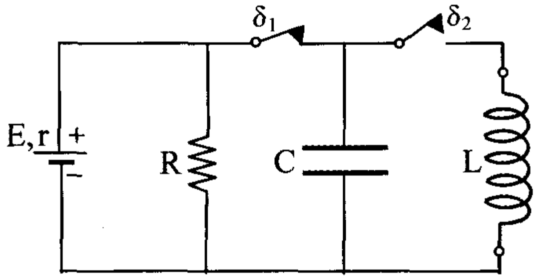
Το κιβώτιο του διπλανού σχήματος έχει μάζα m και είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατήριου το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο. Στην οροφή του κιβωτίου είναι κολλημένο σώμα ίσης μάζας με αυτό και η διάταξη ισορροπεί. Η συσπείρωση του ελατηρίου είναι 20cm. Κάποια στιγμή το σώμα ξεκολλά από την οροφή και αρχίζει να πέφτει , ενώ το κιβώτιο ξεκινά να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Μετά από λίγο το σώμα συγκρούεται πλαστικά με το δάπεδο του κιβωτίου όταν αυτό βρίσκεται στην ανωτάτη θέση της ταλάντωσης του.



Να υπολογιστούν:
α. το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος.
β. το ύψος d του κιβωτίου
Δίνεται π^2 = 10.

ΘΕΜΑ 113^o

Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται: E = 25 V, r = 2 Ω, R = 3 Ω, L = 0,5 mH και C = 20 μF. Το πηνίο είναι ιδανικό και τα καλώδια σύνδεσης δεν εμφανίζουν ωμική αντίσταση. Οι διακόπτες $δ_1$ και $δ_2$ είναι αρχικά ανοιχτοί. Κλείνουμε τον διακόπτη $δ_1$μέχρι ο πυκνωτής να φορτιστεί πλήρως.

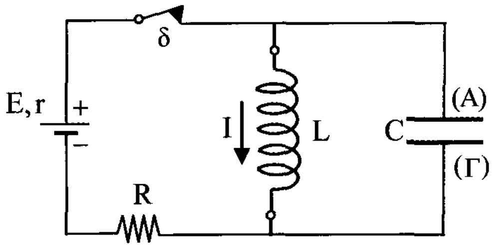


α. Να υπολογίσετε το φορτίο που αποθηκεύεται στον πυκνωτή.
Τη χρονική στιγμή t = 0 ανοίγουμε τον διακόπτη $δ_1$ και κλείνουμε ταυτόχρονα τον διακόπτη $δ_2$, οπότε αρχίζουν να εκτελούνται ηλεκτρικές ταλαντώσεις,
β. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα LC και του φορτίου του πυκνωτή,
γ. Να υπολογίσετε το φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι ίση με την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή t = 0.
δ. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της τάσης που επικρατεί στα άκρα του πυκνωτή τη χρονική στιγμή t_1.

ΘΕΜΑ 114^o

51

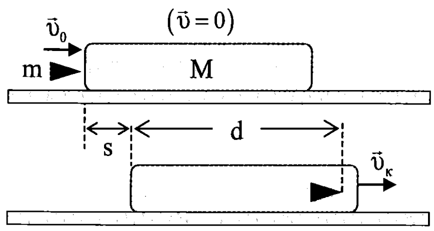
Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται:E = 10 V, γ = 2 Ω, R = 8 Ω, L = 20 mH και C = 2 μF. Το πηνίο είναι ιδανικό και τα καλώδια σύνδεσης δεν εμφανίζουν ωμική αντίσταση. Αρχικά, ο διακόπτης δ είναι κλειστός και η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα έχει σταθεροποιηθεί.



α. Να υπολογίσετε την ένταση I του σταθερού ρεύματος.
Τη χρονική στιγμή t = 0 ανοίγουμε τον διακόπτη δ, χωρίς απώλεια ενέργειας.
β. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το φορτίο του πυκνωτή θα αποκτήσει τη μέγιστη τιμή του (κατ' απόλυτη τιμή) για δεύτερη φορά.
γ. Να υπολογίσετε τη μεγίστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή,
δ. Να γράψετε και να παραστήσετε γραφικά (σε κοινό διάγραμμα) τις χρονικές εξισώσεις της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή και της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου από τη χρονική στιγμή t = 0 έως τη χρονική στιγμή t_2 = T, όπου T η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης.

ΘΕΜΑ 115^o

Ξύλινο συμπαγές κιβώτιο μεγάλου μήκους και μάζας M = 2,8 kg βρίσκεται ακίνητο επάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Βλήμα μάζας m = 0,2 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\vec{υ}_0$, μέτρου $υ_0$ = 300 m/s, και σφηνώνεται στο κιβώτιο. Μέχρι το βλήμα να ακινητοποιηθεί σε σχέση



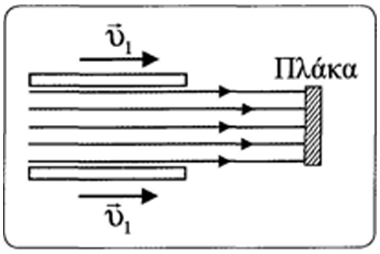
με το κιβώτιο, το τελευταίο μετατοπίζεται κατά s = 6 cm, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Να υπολογίσετε:
α. Το βάθος d στο οποίο σφηνώνεται το βλήμα εντός του ξύλινου κιβωτίου.
β. Το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχεται το βλήμα κατά τη διείσδυσή του στο ξύλινο κιβώτιο.
γ. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται, προκειμένου το βλήμα να σφηνωθεί στο ξύλινο κιβώτιο.

ΘΕΜΑ 116ο

Πυροσβεστικό όχημα αντλεί νερό από πλημμυρισμένο υπόγειο διαμέσου ελαστικού σωλήνα σταθερής διατομής εμβαδού Α = 10 cm^2. Η παροχή του σωλήνα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ min είναι σταθερή και ίση με 750 L/min. Από τη χρονική στιγμή t_1 και έπειτα η παροχή του σωλήνα ελαττώνεται γραμμικά με τον χρόνο έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 20$ min κατά την οποία μηδενίζεται.
α. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της παροχής του σωλήνα και στη συνέχεια να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση Π = f(t) σε ορθογώνιο σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ροής του νερού μέσα στον σωλήνα τις χρονικές στιγμή $t_3 = 3$ min και $t_4 = 15$ min.
γ. Να υπολογίσετε τη μάζα του νερού που εξέρχεται από τον πυροσβεστικό σωλήνα από τη χρονική στιγμή t_0 έως τη χρονική στιγμή t_2.
Δίνεται η πυκνότητα του νερού: ρ = 10^3 kg/m^3.

ΘΕΜΑ 117ο

Οριζόντια φλέβα νερού διατομής Α = 10 cm^2 και ταχύτητας υ_1 μέτρου $\upsilon_1 = 2$ m/s, προσκρούει σε κατακόρυφη πλάκα ίσης διατομής, μάζας Μ = 0,5 kg. Η ταχύτητα ροής υ_1 είναι κάθετη στην επιφάνεια της πλάκας, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



α. Στην περίπτωση όπου η πλάκα είναι ακλόνητη, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί η φλέβα νερού στην πλάκα.
β. Στην περίπτωση όπου η πλάκα είναι ελεύθερη να κινηθεί, να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης της πλάκας τη χρονική στιγμή κατά την οποία το μέτρο της ταχύτητάς της είναι $\upsilon_2 = 1$ m/s.
Δίνεται η πυκνότητα του νερού: ρ = 1 · 10^3 kg/m^3.

ΘΕΜΑ 118ο

Θερμοπίδακας εκτοξεύει στήλη θερμού νερού σε ύψος Η = 45 m.
α. Θεωρήστε την ανερχόμενη στήλη νερού ως μια αλληλουχία σταγόνων. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για μια σταγόνα νερού, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία αυτή εγκαταλείπει το έδαφος.

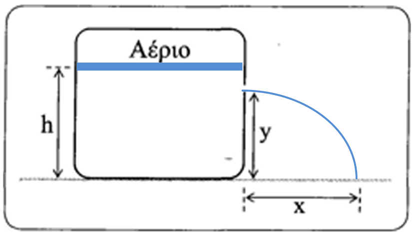
β. Θεωρήστε την ανερχόμενη στήλη νερού ως ιδανικό ρευστό το οποίο ρέει στρωτά. Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το νερό εγκαταλείπει το έδαφος.

γ. Πόση πίεση υπεράνω της ατμοσφαιρικής (υπερπίεση) επικρατεί στην κοιλότητα που βρίσκεται σε βάθος h = 185 m κάτω από το έδαφος και εντός της οποίας θερμαίνεται το νερό;

Θεωρήστε ότι η στήλη έχει ελαφρά κλίση προς τη μια πλευρά, ώστε το κατερχόμενο νερό να μην εμποδίζει το ανερχόμενο.

Υποθέστε ότι η επιφάνεια της κοιλότητας είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτήν του ανοίγματος επάνω στο έδαφος μέσω του οποίου ο πίδακας εγκαταλείπει το έδαφος. Η πυκνότητα του νερού είναι $\rho = 1\cdot10^3$ kg/m^3 και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10$ m/s^2.

ΘΕΜΑ 119^o



Το δοχείο του διπλανού σχήματος περιέχει έως ύψος h υγρό πυκνότητας ρ και έχει στο δεξιό πλευρικό τοίχωμά του μικρή οπή σε ύψος y. Η διατομή του δοχείου είναι πολύ μεγάλη σχετικά με το άνοιγμα της οπής.

Το αέριο επάνω από το υγρό διατηρείται σε σταθερή πίεση $p_{αερ}$.

α. Να δείξετε ότι η φλέβα του υγρού που εκρέει από την οπή φθάνει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση $x = 2\sqrt{\dfrac{p_{αερ.} - p_{ατ.}}{\rho g}y + (h-y)y}$

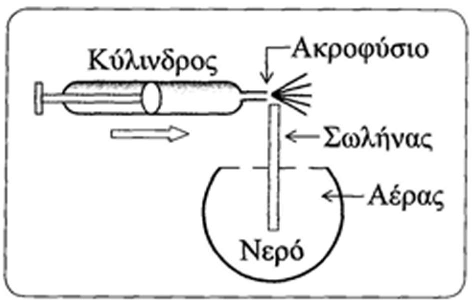
όπου p_{at} η ατμοσφαιρική πίεση.

Υποθέστε τώρα ότι το δοχείο είναι ανοιχτό στην ατμόσφαιρα.

β. Για ποια τιμή του y η οριζόντια απόσταση x γίνεται μέγιστη;

γ. Πόση είναι η μέγιστη οριζόντια απόσταση x;

ΘΕΜΑ 120^o



Ο ψεκαστήρας που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα αποτελείται από οριζόντιο κύλινδρο και από δοχείο, το οποίο περιέχει νερό. Ο κύλινδρος διαθέτει έμβολο και στο άκρο του καταλήγει σε μικρή οπή (ακροφύσιο). Το δοχείο φέρει λεπτό κατακόρυφο σωλήνα, η κορυφή του οποίου καταλήγει στο ακροφύσιο του κυλίνδρου. Ωθώντας το έμβολο, παράγεται ρεύμα αέρα που εξέρχεται από το ακροφύσιο με ταχύτητα μέτρου υ = 40 m/s.

α. Να υπολογίσετε την πίεση p που επικρατεί στην κορυφή του κατακόρυφου σωλήνα.

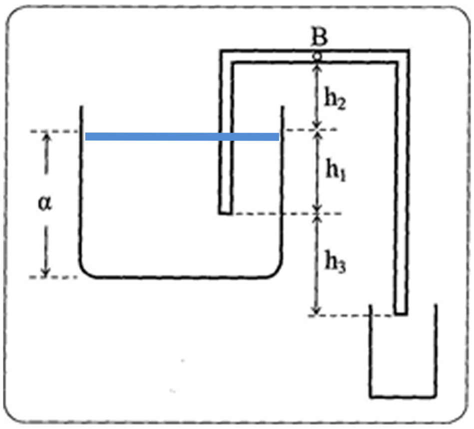
β. Να συγκρίνετε την πίεση που υπολογίσατε με την πίεση που επικρατεί στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού μέσα στο δοχείο. Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε και τι συνέπεια έχει αυτό;

γ. Εάν η κορυφή του σωλήνα βρίσκεται σε ύψος h = 5,85 cm επάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητας με την οποία πρέπει να εξέρχεται το ρεύμα αέρα από το ακροφύσιο του κυλίνδρου, προκειμένου να λειτουργεί ο ψεκαστήρας.
Δίνονται: Η πυκνότητα του αέρα $\rho_\alpha = 1{,}3\ kg/m^3$, η πυκνότητα του νερού $\rho = 1\cdot 10^3\ kg/m^3$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at} = 1\cdot 10^5$ Pa και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

*ΘΕΜΑ 121^ο^*

Αεροπλάνο το οποίο φέρει πτέρυγες με εμβαδόν από τη μία πλευρά $A = 15\ m^2$ η καθεμία πετά οριζόντια. Το μέτρο της ταχύτητας του αέρα (ως προς το αεροπλάνο) στην πάνω και την κάτω πλευρά κάθε πτέρυγας μετρήθηκε με τη βοήθεια σωλήνα Pitot και βρέθηκε $\upsilon_1 = 198$ Km/h και $\upsilon_2 = 162$ Km/h αντίστοιχα.
α. Να υπολογίσετε τη διαφορά πίεσης Δp που δημιουργείται μεταξύ της κάτω και της πάνω επιφάνειας κάθε πτέρυγας του αεροπλάνου.
β. Να υπολογίσετε το βάρος W του αεροπλάνου.
Η πυκνότητα του αέρα στο ύψος που πετά το αεροπλάνο είναι $\rho_o = 1{,}2\ kg/m^3$.

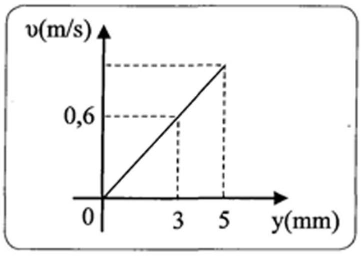
*ΘΕΜΑ 122^ο^*



Μεταλλικό δοχείο σχήματος κύβου ακμής α=1m είναι γεμάτο νερό. Με τον σίφωνα (σωλήνας ανεστραμμένου σχήματος U) σταθερής διατομής $A=5\cdot 10^{-4} m^2$ του διπλανού σχήματος αφαιρούμε νερό από το δοχείο. Αρχικά ο σίφωνας είναι γεμάτος με νερό και κρατάμε τα άκρα του κλειστά. Το ένα άκρο του σίφωνα βυθίζεται κατά $h_1 = 15$ cm κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, ενώ το δεύτερο άκρο είναι εκτός του δοχείου και σε απόσταση $h_3 = 30$ cm κάτω από το πρώτο. Η πυκνότητα του νερού και η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p = 1\cdot 10^3\ kg/m^3$ και $p_{\alpha\tau} = 1\cdot 10^5$ Pa, αντίστοιχα.
α. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εξέρχεται το νερό από το άκρο του σίφωνα. (Θεωρήστε αμελητέα την ταχύτητα με την οποία κατέρχεται η στάθμη του νερού).
β. Να υπολογίσετε την πίεση του νερού στο σημείο B του σίφωνα το οποίο βρίσκεται $h_2 = 25$ cm επάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού.
γ. Να υπολογίσετε το θεωρητικά μέγιστο δυνατό ύψος h_2, ώστε να υπάρχει ροή στον σίφωνα. (Θεωρήστε ότι το νερό στον σίφωνα παραμένει σε υγρή φάση ανεξάρτητα από την τιμή που μπορεί να πάρει η πίεση).
Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας: $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 123ο

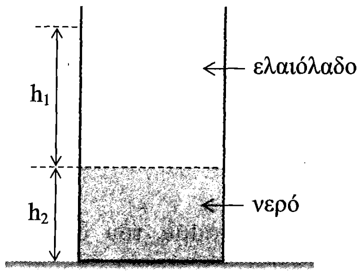
Μεταλλική πλάκα εμβαδού Α = 10 cm^2 βρίσκεται επάνω σε οριζόντιο επίπεδο και κινείται με σταθερή ταχύτητα V με τη βοήθεια οριζόντιας δύναμης F. Την πλάκα χωρίζει από το επίπεδο λεπτό στρώμα λιπαντικής ουσίας πάχους L = 5 mm και συντελεστή ιξώδους n=0,5 N·s/m^2. Η λιπαντική ουσία συμπεριφέρεται ως νευτώνειο ρευστό. Θεωρούμε κατακόρυφο θετικό ημιάξονα Oy με αρχή O(y = 0) στο επίπεδο και φορά προς τα επάνω. Στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος απεικονίζεται το μέτρο υ της ταχύτητας των οριζόντιων στρωμάτων του ρευστού σε συνάρτηση με τη θέση τους y στον ημιάξονα Oy.



Να υπολογίσετε:
α. Τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας (κατ’ απόλυτη τιμή) των στρωμάτων του ρευστού ανά μονάδα πάχους.
β. Το μέτρο της ταχύτητας V.
γ. Τον ρυθμό με τον οποίο η δύναμη F προσφέρει ενέργεια στην πλάκα.

ΘΕΜΑ 124ο

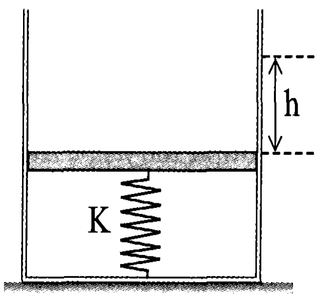
Ανοιχτό κατακόρυφο δοχείο περιέχει νερό και ελαιόλαδο. Τα δύο υγρά δεν αναμειγνύονται . Το ελαιόλαδο καταλαμβάνει τμήμα του δοχείου ύψους h_1=0,5 m, ενώ το νερό καταλαμβάνει τμήμα ύψους h_2, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Η ολική πίεση στον πυθμένα του δοχείου είναι p=1,075·10^5 Pa.



Να υπολογίσετε:
α. Την υδροστατική πίεση σε βάθος h_1 από την επιφάνεια του ελαιολάδου.
β. Το ύψος h_2
γ. Το εμβαδόν της βάσης του δοχείου , εάν το μέτρο της δύναμης που ασκείται σε αυτήν είναι F=43·10^3 kg/m^3 N.
Η πυκνότητα του ελαιόλαδου είναι ρ_ε=0,9·10^{3}kg/m^3 και του νερού ρ_ν=1·10^{3}kg/m^3. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{\alpha\tau}$=1·10^5 Pa και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι g=10 m/s^2.

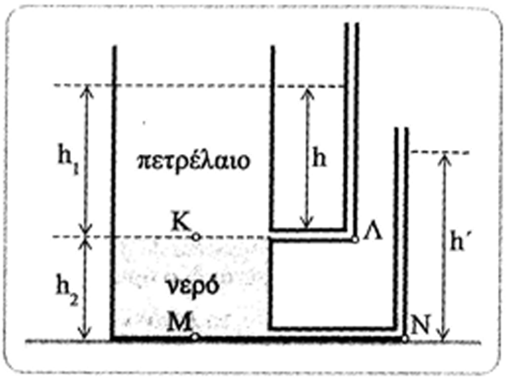
ΘΕΜΑ 125ο

Στη βάση ανοιχτού κυλινδρικού δοχείου είναι στερεωμένο αβαρές ελατήριο σταθεράς K=8200 N/m. Το επάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο κέντρο οριζοντίου κυκλικού δίσκου ακτίνας R=$(20/\sqrt{\pi})$ cm και μάζας m=2kg ο οποίος ηρεμεί. Ο κυκλικός δίσκος διαχωρίζει υδατοστεγώς το κατώτερο τμήμα του δοχείου από το ανώτερο, το οποίο είναι γεμάτο νερό μέχρι ύψους h=0,2 m επάνω από τον δίσκο, όπως απεικονίζεται στο



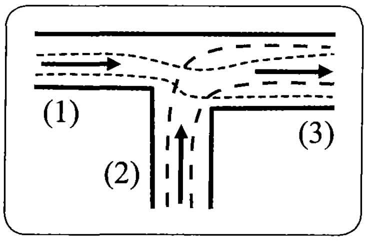
παραπάνω σχήμα.
α. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στον δίσκο αποκλειστικά λόγω υδροστατικής πίεσης.
β. Να υπολογίσετε την παραμόρφωση του ελατηρίου.
Προσθέτουμε αργά νερό στο ανώτερο τμήμα του δοχείου, ώστε η δυναμική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο ελατήριο να τετραπλασιαστεί.
γ. Να υπολογίσετε την ποσότητα του υγρού που προσθέσαμε.
Η πυκνότητα του νερού είναι $\rho=1\cdot10^3$ kg/m^3, η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{ατ}$=100kPa και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι g=10 m/s^2.

ΘΕΜΑ 126^o



Ανοιχτό κατακόρυφο δοχείο περιέχει νερό και πετρέλαιο – υγρά τα οποία δεν αναμειγνύονται μεταξύ τους. Το πετρέλαιο καταλαμβάνει τμήμα του δοχείου ύψους h_1, ενώ το νερό καταλαμβάνει τμήμα ύψους h_2=20cm, όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Στην πλευρική επιφάνεια του δοχείου, στις βάσεις, στις βάσεις των τμημάτων που καταλαμβάνουν τα δύο υγρά, έχουν προσαρμοστεί σωλήνες σταθερής μικρής διατομής. Στο ανοιχτό κατακόρυφο τμήμα του σωλήνα ο οποίος είναι προσαρμοσμένος στο τμήμα του πετρελαίου το πετρέλαιο έχει φθάσει σε ύψος h=50 cm, ενώ στο ανοιχτό κατακόρυφο τμήμα του σωλήνα ο οποίος είναι προσαρμοσμένος στο τμήμα του νερού, το νερό έχει φθάσει σε ύψος h'.
α. Να δείξετε ότι η h_1=h.
β. Να υπολογίσετε τη διαφορά ύψους ανάμεσα στις στάθμες των δύο υγρών που περιέχονται στα κατακόρυφα τμήματα των δύο σωλήνων.
Η πυκνότητα του πετρελαίου είναι $\rho_\pi=0{,}9\cdot10^3$ kg/m^3 και του νερού $\rho_\nu=1\cdot10^3$ kg/m^3.

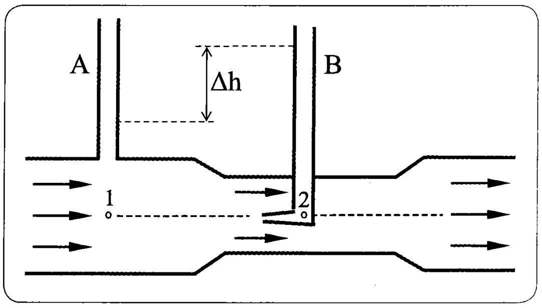
ΘΕΜΑ 127^o



Συσκευή ανάμειξης υγρών τροφοδοτείται με νερό και οινόπνευμα. Η παροχή του οινοπνεύματος στη συσκευή μέσω του αγωγού (1) είναι Π_0=15 L/s, ενώ η παροχή του νερού στη συσκευή μέσω του αγωγού (2) είναι Π_ν=5 L/s, όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Το μείγμα εκρέει από τη συσκευή μέσω του αγωγού (3). Εάν το μέτρο της ταχύτητας του νερού στον αγωγό (2) είναι υ_2=8 m/s, να υπολογίσετε :
α. Το εμβαδόν της διατομής του αγωγού (2).
β. Την παροχή μείγματος από τη συσκευή.
γ. Την πυκνότητα του μείγματος.
Η πυκνότητα του νερού είναι $\rho_\nu=1\cdot10^3$ kg/m^3 και του οινοπνεύματος είναι $\rho_o=0{,}8\cdot10^3$ kg/m^3. Θεωρήστε ότι η ανάμειξη των δύο υγρών καταλήγει στον σχηματισμό ομογενούς μείγματος.

ΘΕΜΑ 128ο

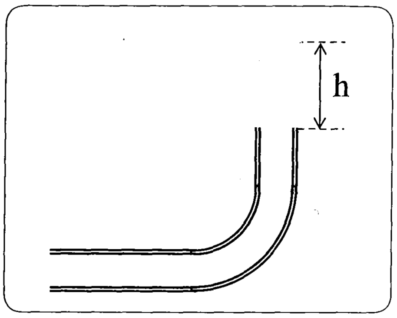
Στον αγωγό του ροόμετρου Ventouri, το οποίο απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα, ρέει στρωτά νερό. Οι κατακόρυφοι σωλήνες Α και Β είναι ανοιχτοί στο επάνω άκρο τους και είναι προσαρμοσμένοι στον αγωγό και σε μια στένωση του αντίστοιχα. Η διαφορά της στάθμης του νερού στους δύο σωλήνες είναι Δh. Η εγκάρσια διατομή του αγωγού έχει εμβαδόν A_1=10cm^2 και η παροχή νερού σε αυτόν είναι Π=5 L/s. Να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο $υ_1$ της ταχύτητας ροής του νερού στον αγωγό.
β. Την υψομετρική διαφορά Δh.
Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι g=10 m/s^2.

ΘΕΜΑ 129ο

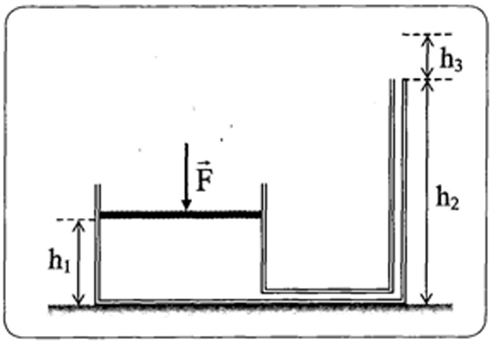
Σε οριζόντιο σωλήνα σταθερής διατομής ρέει στρωτά νερό. Ο σωλήνας καταλήγει σε κατακόρυφο τμήμα από το οποίο εκρέει το νερό σχηματίζοντας πίδακα, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Ο πίδακας φθάνει σε ύψος h=7,2 cm επάνω από το στόμιο του κατακόρυφου τμήματος. Εάν η ακτίνα του σωλήνα στο κατακόρυφο τμήμα είναι r=$\sqrt{\pi}$ cm, να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο της τραχύτητας εκροής του νερού.
β. Την παροχή του σωλήνα.
γ. Το ύψος h' όπου θα έφτανε ο πίδακας, ένα το εμβαδόν διατομής του κατακόρυφου τμήματος του σωλήνα ελαττωνόταν κατά 50%.
Το μέτρο της ταχύτητας της βαρύτητας είναι g=10 m/s^2.
Δίνεται για τις πράξεις : π^2=10.

ΘΕΜΑ 130ο

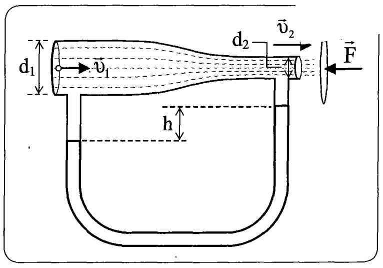
Κυλινδρικό κατακόρυφο δοχείο ύψους h_1=0,1 m και εμβαδού βάσης A=50 cm^2 είναι γεμάτο με νερό και φράσσεται υδατοστεγώς με έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται κατακόρυφα χωρίς τριβές. Στη βάση της πλευρικής επιφάνειας του δοχείου έχει προσαρμοστεί σωλήνας σταθερής, πολύ μικρής διατομής. Το κατακόρυφο τμήμα του σωλήνα έχει ύψος h_2=0,5m. Ασκώντας κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ στο εμβολο, το νερό



57

αρχίζει να εκρέει από τον σωλήνα και φθάνει σε ύψος h_3=0,2m, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.
Να υπολογίσετε:
α. Το μέτρο της ταχύτητας εκροής του νερού από τον σωλήνα.
β. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.
γ. Την πίεση στο οριζόντιο τμήμα του σωλήνα.
Η πυκνότητα του νερού είναι ρ=1·10^3 kg/m^3, η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{ατ}$=·10^5Pa και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι g=10 m/s^2.

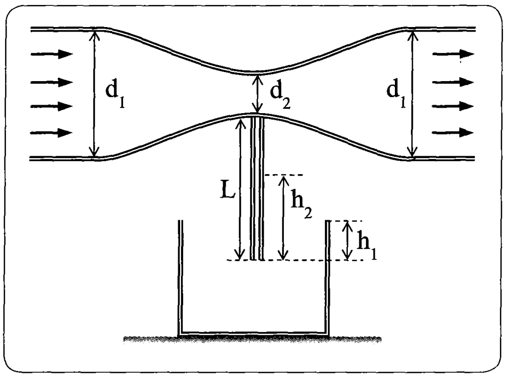
ΘΕΜΑ 131^ο^



Σε έναν οριζόντιο αγωγό διαμέτρου $d_1=2\sqrt{2}$ cm ρέει στρωτά νερό το οποί εκρέει από στένωση διαμέτρου d_2=1 cm. Η εξερχόμενη φλέβα νερού προσπίπτει κάθετα σε κατακόρυφη επιφάνεια, η οποία για να βρίσκεται σε ηρεμία, πρέπει, να ασκείται σε αυτήν οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, μέτρου F=6,4 π N, όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Στον αγωγό είναι προσαρμοσμένο μανόμετρο το οποίο περιέχει υδράργυρο. Η υψομετρική διαφορά της στάθμης του υδραργύρου στα κατακόρυφα τμήματα του μανομέτρου είναι h. Να υπολογίσετε:

α. Τα μέτρα $υ_1$ και $υ_2$ της ταχύτητας ροής του νερού στον αγωγό και στη στένωση του, αντίστοιχα.
β. Την υψομετρική διαφορά h.
Η πυκνότητα του υδραργύρου του νερού είναι $ρ_υ$=13600 kg/m^3 και $ρ_ν$=1000 kg/m^3, αντίστοιχα. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι g=10 m/s^2.

ΘΕΜΑ 132^ο^



Αέρας κινείται στρωτά μέσω οριζόντιου σωλήνα. Σε στένωση του σωλήνα είναι προσαρμοσμένος κατακόρυφος λεπτός κυλινδρικός αγωγός μήκους L=1,625 m. Το ένα άκρο του αγωγού βρίσκεται σε βάθος h_1=12,5 cm κάτω από την επιφάνεια νερού το οποίο βρίσκεται εντός ανοιχτού δοχείου, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.
Η διάμετρος του σωλήνα και του τμήματος της στένωσης του είναι d_1=2 cm και d_2=1cm, αντίστοιχα.
Α. Εάν η παροχή αέρα στο αριστερό άκρο του σωλήνα Π=2π L/s, να υπολογίσετε:
α. Τα μέτρα $υ_1$ και $υ_2$ της ταχύτητας ροής του αέρα στο ευρύ και το στενό σωλήνα ,αντίστοιχα.
β. Την τιμή της πίεσης p του αέρα στη στένωση του σωλήνα.
γ. Το ύψος h_2 της στάθμης του νερού μέσα στον αγωγό.

Β. Να υπολογίσετε την ελάχιστη παροχή αέρα στο αριστερό άκρο του σωλήνα, ώστε να αρχίσει να εκρέει νερό από τον αγωγό του σωλήνα.
Η πυκνότητα του νερού και του αέρα είναι $\rho_v=1\cdot10^3$ kg/m^3 και $\rho_\alpha=1{,}25$ kg/m^3 αντίστοιχα, το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g=10$ m/s^2 και η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{\alpha\tau}=\cdot10^5$Pa. Θεωρήστε ότι στα άκρα του σωλήνα επικρατεί η ατμοσφαιρική πίεση και ότι η υδροστατική πίεση του αέρα είναι αμελητέα σε σχέση με την υδροστατική πίεση του νερού.