Κεφάλαιο 5ο Μαγνητικό πεδίο

Ενότητα 1η-Μαγνητικό πεδίο

Ενότητα 1η Μαγνητικό πεδίο

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. **α**	2. **α**	3. **β**	4. **δ**	5. **δ**

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

6	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	7	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ
8	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ						

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ
ΝΕΑ ΥΛΗ 2023
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ-ΛΥΣΕΙΣ

Ενότητα 2η Νόμος των Biot και Savart-Εφαρμογές του νόμου των Biot και Savart

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. γ	2. δ	3. γ	4. α	5. α	6. γ	7. β	8. α	9. α	10. β
11. δ	12. β	13. β	14. α	15. γ	16. β	17. δ	18. β	19. γ	20. α
21. δ	22. β	23. α	24. γ	25. α	26. β	27. δ	28. β	29. β	30. α
31. γ	32. γ	33. γ	34. α	35. γ	36. β	37. δ			

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

38.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Λ	39.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ
40.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ		41.	α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Σ	
42.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ						

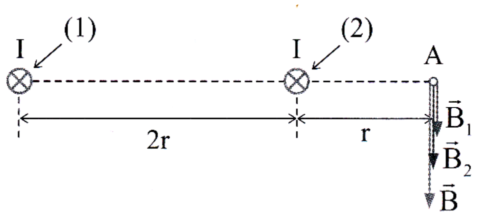
Γ. Θέματα πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

43. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Ο ρευματοφόρος αγωγός (1) δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο του οποίου στο σημείο Α η ένταση $\vec{B}_1$ έχει μέτρο: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{3r}$ ή $B_1 = \frac{1}{3}B_0$ (1).

Ομοίως, ο ρευματοφόρος αγωγός (2) δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο του οποίου στο σημείο Α η ένταση $\vec{B}_2$ έχει μέτρο: $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$ ή $B_2 = B_0$ (2).

Τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$, όπως δείχνει το διπλανό σχήμα, είναι ομόρροπα.

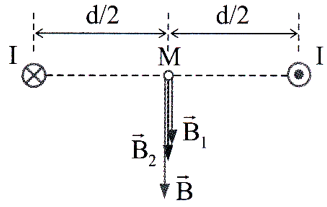


Επομένως, η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ρευματοφόροι αγωγοί στο σημείο Α έχει μέτρο:

$B = B_1 + B_2$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2), $B = \frac{1}{3}B_0 + B_0$ ή $\mathbf{B = \frac{4B_0}{3}}$.

44. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργεί καθένας από τους δύο αγωγούς ξεχωριστά στο μέσον Μ της μεταξύ τους απόστασης είναι ομόρροπα, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Το μέτρο των διανυσμάτων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι:

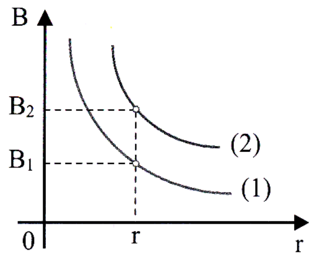
$B_1 = B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d/2}$ (1).

Οπότε το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ρευματοφόροι αγωγοί στο σημείο Μ είναι:

$B = B_1 + B_2$ ή, λόγω της σχέσης (1), $B = 2\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d/2}$ ή $\mathbf{B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{8I}{d}}$.

45. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Όπως παρατηρούμε στο διπλανό σχήμα, το μέτρο B_2 της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός (2) σε απόσταση r από αυτόν είναι μεγαλύτερο από το μέτρο B_1 της έντασης του μαγνητικού που δημιουργεί ο αγωγός (1) σε απόσταση r από αυτόν.

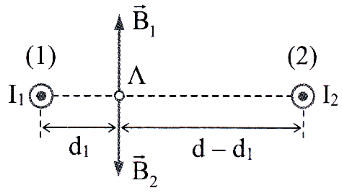


Έχουμε: $B_1 < B_2$ ή $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r} < \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r}$ ή $\mathbf{I_1 < I_2}$.

46. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ρευματοφόροι αγωγοί στο σημείο Λ ισούται με μηδέν. Εάν συμβολίσουμε με $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν διακριτά οι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο Λ ισχύει: $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$ ή $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$.

Επομένως, τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ πρέπει να είναι αντίρροπα. Αυτό μπορεί να συμβαίνει μόνο όταν το σημείο Λ βρίσκεται μεταξύ των δύο αγωγών, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

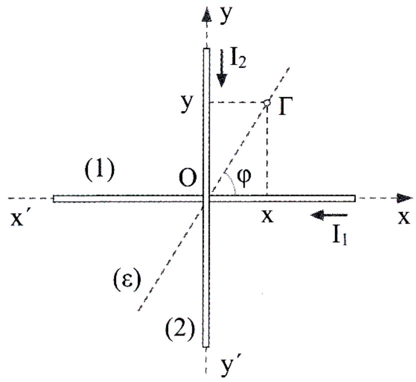


Επιπλέον, τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ πρέπει να έχουν ίσα μέτρα. Δηλαδή, πρέπει να είναι:

$B_1 = B_2$ ή $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d_1} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d-d_1}$ ή $\frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d-d_1}$ ή $\frac{I_1}{d_1} = \frac{3I_1}{d-d_1}$ ή $d - d_1 = 3d_1$ ή $\mathbf{d_1 = \frac{d}{4}}$.

47. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Θεωρούμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy με αρχή O(0, 0) το σημείο διασταύρωσης των δύο αγωγών. Θεωρούμε σημείο Γ επί της ευθείας (ε), όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



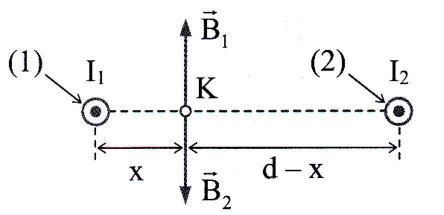
Σύμφωνα με την εκφώνηση, η ολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο αγωγοί στο σημείο Γ ισούται με μηδέν. Εάν συμβολίσουμε με $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν διακριτά οι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο Γ, ισχύει:

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0 \quad ή \quad \vec{B}_1 = -\vec{B}_2 \quad ή \quad B_1 = B_2 \quad ή \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{y} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{x} \quad ή \quad \frac{I_1}{y} = \frac{I_2}{x}$$

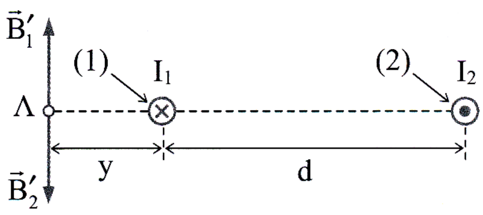
$$ή \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{y}{x} \quad ή \quad \frac{I_1}{I_2} = εφφ \quad ή \quad \boldsymbol{\frac{I_1}{I_2} = \sqrt{3}}.$$

48. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Όταν τα ρεύματα που διαρρέουν τους αγωγούς είναι ομόρροπα, το σημείο στο οποίο η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου ισούται με μηδέν (σημείο Κ) βρίσκεται ανάμεσα στους αγωγούς (βλέπε σχήμα **α**), ενώ όταν τα ρεύματα που διαρρέουν τους αγωγούς είναι αντίρροπα, το σημείο στο οποίο η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού ισούται με μηδέν (σημείο Λ) βρίσκεται εκτός των αγωγών, πλησιέστερα στον αγωγό που διαρρέεται από το ρεύμα με τη μικρότερη ένταση (βλέπε σχήμα **β**).



Σχήμα α



Σχήμα β

Εάν συμβολίσουμε με $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν ξεχωριστά οι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο Κ, ισχύει η σχέση:

$$B_1 = B_2 \quad ή \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{x} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d-x} \quad ή \quad \frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{d-x} \quad ή \quad \frac{I_1}{x} = \frac{4I_1}{d-x} \quad ή \quad 4x = d - x \quad ή \quad x = \frac{d}{5}.$$

Εάν συμβολίσουμε με $\vec{B}_1'$ και $\vec{B}_2'$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν ξεχωριστά οι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο Λ, ισχύει η σχέση:

$$B_1' = B_2' \quad \text{ή} \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{y} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d+y} \quad \text{ή} \quad \frac{I_1}{y} = \frac{I_2}{d+y} \quad \text{ή} \quad \frac{I_1}{y} = \frac{4I_1}{d+y} \quad \text{ή} \quad 4y = d+y \quad \text{ή} \quad y = \frac{d}{3}.$$

Επομένως, το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ έχει μήκος: $(\text{ΚΛ}) = x + y = \frac{d}{5} + \frac{d}{3}$ ή $\mathbf{(ΚΛ) = \frac{8d}{15}}$.

49. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Επειδή είναι $d^2 = d_1^2 + d_2^2$, το τρίγωνο ΠΣΡ είναι ορθογώνιο, με $\text{Π}\hat{\Sigma}\text{Ρ} = 90^o$. Τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν ξεχωριστά οι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2) στο σημείο Σ είναι κάθετα στα ευθύγραμμα τμήματα ΠΣ και ΡΣ αντίστοιχα και έχουν μέτρο:

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d_1} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{0{,}5d} \quad \text{ή} \quad B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{4I}{d} \quad \text{και} \quad B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d_2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2(3I)}{0{,}5\sqrt{3}\,d} \quad \text{ή} \quad B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{4\sqrt{3}\,I}{d}.$$

Η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ρευματοφόροι αγωγοί στο σημείο Σ έχει μέτρο:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{4I}{d}\right)^2 + \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{4\sqrt{3}\,I}{d}\right)^2} = \sqrt{64\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{d}\right)^2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{8I}{d}}.$$

50. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δεκατέσσερις αγωγοί που διαρρέονται από ρεύματα τα οποία κατευθύνονται προς τη θετική φορά του άξονα x΄Ox σε απόσταση r από το καλώδιο είναι: $B_1 = 14\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$.

Το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι έντεκα αγωγοί που διαρρέονται από ρεύματα τα οποία κατευθύνονται προς την αρνητική φορά του άξονα x΄Ox σε απόσταση r από το καλώδιο είναι: $B_2 = 11\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το καλώδιο σε απόσταση r από αυτό είναι: $B = B_1 - B_2 = 14\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r} - 11\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$ ή $\mathbf{B = 3\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}}$.

51. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Έστω $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν διακριτά οι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2) στο κοινό κέντρο τους Κ.

Αρχικά είναι: $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$ ή $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$.

Επομένως, τα δύο διανύσματα έχουν αντίθετες κατευθύνσεις και ίσα μέτρα. Δηλαδή ισχύει: $B_1 = B_2$ (1).

Εάν η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (1) αντιστραφεί, τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ γίνονται ομόρροπα. Επομένως, το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ρευματοφόροι αγωγοί μαζί στο κοινό κέντρο τους Κ θα είναι:

$B = B_1 + B_2$ ή, λόγω της σχέσης (1), $B = 2B_1 = 2\dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2\pi I_1}{r}$ ή $\mathbf{B = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{4\pi I_1}{r}}$.

52. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Οι ρευματοφόροι αγωγοί (1), (2) δημιουργούν στο κοινό τους κέντρο Κ μαγνητικά πεδία εντάσεων $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ με μέτρα $B_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\varphi_1 I}{r}$ και $B_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\varphi_2 I}{r}$ αντίστοιχα.

Οι εντάσεις $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ είναι αντίρροπες και, συνεπώς, το μέτρο της συνολικής έντασης στο κέντρο Κ είναι: $B = |B_1 - B_2|$ ή $B = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\varphi_1 I}{r} - \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\varphi_2 I}{r}$ ή $\mathbf{B = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{I}{r}(\varphi_1 - \varphi_2)}$.

53. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Το μέτρο των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι ρευματοφόροι ημικυκλικοί αγωγοί με ακτίνες α και β αντίστοιχα στο σημείο Ο είναι:

$B_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I}{\alpha}$ ή $B_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I}{r}$ (1) και $B_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I}{\beta}$ ή $B_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I}{2r}$ (2).

Τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι αντίρροπα, οπότε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Ο είναι:

$B = B_1 - B_2$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2), $B = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I}{r} - \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I}{2r}$ ή $\mathbf{B = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I}{2r}}$.

54. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Το μέτρο των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν τα ρευματοφόρα ημικύκλια (1) και (2) αντίστοιχα στο κέντρο Κ της διάταξης είναι:

$B_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I_1}{r}$ (1) και $B_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I_2}{r}$ (2).

Όταν τα ρεύματα που διαρρέουν τα ημικύκλια έχουν τη φορά που φαίνεται στο σχήμα α, τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι ομόρροπα, οπότε το μέτρο της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν τα δύο ημικύκλια στο κέντρο Κ της διάταξης είναι: $B_K = B_1 + B_2$.

Σύμφωνα με την εκφώνηση και λόγω των σχέσεων (1) και (2), η προηγούμενη σχέση γράφεται:

$\dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{3\pi I_1}{r} = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I_1}{r} + \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\pi I_2}{r}$ ή $3I_1 = I_1 + I_2$ ή $I_2 = 2I_1$ (3).

Εάν αντιστραφεί η φορά του ρεύματος που διαρρέει το ημικύκλιο (2), όπως φαίνεται στο σχήμα β, τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ γίνονται αντίρροπα, οπότε το μέτρο της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν τα δύο ημικύκλια στο κέντρο Κ της διάταξης θα γίνει:

$B'_K = B_2 - B_1$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2), $B'_K = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I_2}{r} - \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I_1}{r}$

ή, λόγω της σχέσης (3), $B'_K = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{r} - \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I_1}{r}$ ή $\mathbf{B'_K = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I_1}{r}}$.

55. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Έστω $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) ξεχωριστά στο κέντρο Κ της διάταξης. Το μέτρο των διανυσμάτων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι αντίστοιχα: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{(3\pi/2)I_1}{r}$ (1) και $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{(\pi/2)I_2}{r}$ (2).

Αρχικά, σύμφωνα με την εκφώνηση, η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) στο κέντρο Κ της διάταξης είναι μηδενική, δηλαδή ισχύει:

$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$ ή $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$ ή $B_1 = B_2$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2),

$\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{(3\pi/2)I_1}{r} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{(\pi/2)I_2}{r}$ ή $I_2 = 3I_1$ (3).

Εάν αντιστραφεί η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (2), τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ γίνονται ομόρροπα, επομένως το μέτρο της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν τώρα οι αγωγοί (1) και (2) στο κέντρο Κ της διάταξης θα γίνει:

$B_K = B_1 + B_2$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2),

$B_K = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{(3\pi/2)I_1}{r} + \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{(\pi/2)I_2}{r} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{(\pi/2)}{r}(3I_1 + I_2)$ ή, λόγω της σχέσης (3),

$B_K = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{(\pi/2)}{r}(3I_1 + 3I_1) = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{3\pi I_1}{r} = \frac{3}{2}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$ ή $\mathbf{B_K = \frac{3}{2}B}$.

56. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Κάθε ρευματοφόρος ημικυκλικός αγωγός δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο η ένταση του οποίου στο σημείο Ο έχει μέτρο: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{r}$.

Τα διανύσματα των εντάσεων του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί κάθε ημικυκλικός αγωγός στο σημείο Ο έχουν αντίθετη κατεύθυνση. Κατά συνέπεια, το μέτρο της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ημικυκλικοί αγωγοί στο σημείο Ο είναι:

$B = B_1 - B_1$ ή $\mathbf{B = 0}$.

57. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Για το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου ισχύει: $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{R}$ (1).

Για το μέτρο B′ της έντασης του μαγνητικού πεδίου ισχύει:

$$B' = \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{2R}\right)^2 + \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{2R}\right)^2} \quad \acute{\eta} \quad B' = \sqrt{2\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{2R}\right)^2} \quad \acute{\eta} \quad B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{R}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2).$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2), προκύπτει:

$$\frac{B}{B'} = \frac{1}{\sqrt{2}/2} \quad \acute{\eta} \quad \frac{B}{B'} = \sqrt{2} > 1 \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{B' < B}.$$

58. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Για τα μέτρα B_1, B_2 των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων στο κέντρο κάθε αγωγού ισχύει:

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{r} \quad (1) \text{ και } B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{2(2r)} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{4r} \quad (2).$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει: $\frac{B_1}{B_2} = 4$ ή $\mathbf{B_2 = \frac{B_1}{4}}$.

59. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Έστω $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) ξεχωριστά στο σημείο Μ. Το μέτρο των διανυσμάτων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι αντίστοιχα: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I_1}{r_1}$ (1) και $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_2}{r_2}$ (2), όπου r_1 και r_2 οι ακτίνες του ημικυκλικού αγωγού (1) και του κυκλικού αγωγού (2) αντίστοιχα. Επειδή στο σημείο Μ η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ρευματοφόροι αγωγοί ισούται με μηδέν, ισχύει η σχέση: $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$ ή $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$.

Οπότε για τα μέτρα των δύο εντάσεων ισχύει: $B_1 = B_2$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2),

$$\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I_1}{r_1} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_2}{r_2} \quad \acute{\eta} \quad \frac{I_1}{r_1} = \frac{2I_2}{r_2} \quad \acute{\eta} \quad \frac{I_1}{L_1/\pi} = \frac{2(I_1/8)}{L_2/2\pi} \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{\frac{L_1}{L_2} = 2}.$$

60. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο κέντρο του δίνεται από τη σχέση: $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{r}$ (1).

Έστω r′ η ζητούμενη απόσταση. Ισχύει η σχέση: $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r'}$ ή $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2(\pi I_1)}{r'}$ (2).

Οι σχέσεις (1) και (2) έχουν τα πρώτα μέλη ίσα, επομένως προκύπτει:

$$\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{r} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{r'} \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{r' = r}.$$

61. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

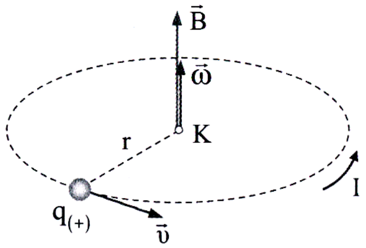
Έστω $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν το κυκλικό τμήμα και το ευθύγραμμο τμήμα του αγωγού αντίστοιχα στο σημείο Ο. Το μέτρο των διανυσμάτων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ δίνεται αντίστοιχα από τη σχέση:

$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$ (1) και $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$ (2).

Τα δύο διανύσματα είναι ομόρροπα, κάθετα στη σελίδα με κατεύθυνση από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Επομένως, το μέτρο της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν το κυκλικό και το ευθύγραμμο τμήμα του αγωγού στο κέντρο Ο του κυκλικού τμήματος είναι:

$B = B_1 + B_2$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2), $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r} + \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$ ή $\mathbf{B = 2\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi+1}{r}I}$.

62. Σωστή επιλογή είναι η **α**.



Έστω Τ η περίοδος της κυκλικής κίνησης του αντικειμένου. Σε χρόνο Τ, από μία τομή της τροχιάς του αντικειμένου διέρχεται φορτίο q (βλέπε διπλανό σχήμα).

Οπότε η ένταση του ρεύματος που αντιστοιχεί στην κίνηση του αντικειμένου είναι: $I = \frac{q}{T} = \frac{q}{2\pi/\omega}$ ή $I = \frac{\omega q}{2\pi}$ (1).

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου, που οφείλεται στην περιφορά του αντικειμένου, στο κέντρο Κ της κυκλικής τροχιάς του αντικειμένου δίνεται από τη σχέση:

$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$ ή, λόγω της σχέσης (1), $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi(\omega q/2\pi)}{r}$ ή $\mathbf{B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\omega q}{r}}$.

63. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Έστω L το μήκος της περιφέρειας του κυκλικού αγωγού. Ισχύουν οι σχέσεις:

$L = 2\pi r$ και $L = 2(2\pi r')$.

Συνδυάζοντας τις δύο προηγούμενες σχέσεις προκύπτει: $r = 2r'$ ή $r' = \frac{r}{2}$ (1).

Μετά το δίπλωμα του αγωγού, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο των δύο όμοιων δημιουργούμενων αγωγών είναι:

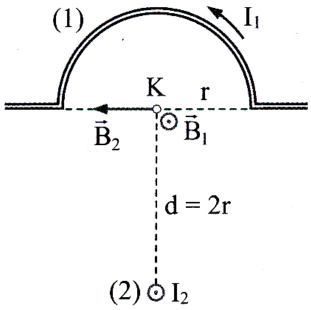
$B = 2\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r'}\right)$ ή, λόγω της σχέσης (1), $B = 2\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r/2}\right) = 4\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}\right)$ ή $\mathbf{B = 4B_0}$.

64. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Έστω $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν ο ημικυκλικός και ο ευθύγραμμος αγωγός αντίστοιχα στο σημείο Κ. Το μέτρο των διανυσμάτων $\vec{B}_1$

και $\vec{B}_2$ δίνεται αντίστοιχα από τη σχέση: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I_1}{r}$ (1) και $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d}$ (2).

Τα δύο διανύσματα είναι μεταξύ τους κάθετα, όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Επομένως, το μέτρο της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου των δύο ρευματοφόρων αγωγών στο σημείο K υπολογίζεται από τη σχέση:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I_1}{r}\right)^2 + \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d}\right)^2}$$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2),

$$B = \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi(6/\pi)I}{r}\right)^2 + \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2(8I)}{2r}\right)^2}$$ ή $\mathbf{B = 10\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{r}}$.

65. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Το μέτρο των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο κέντρο τους είναι: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{r}$ (1) και $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_2}{2r}$ ή $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I_2}{r}$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\frac{B_1}{B_2} = \frac{2I_1}{I_2}$ (3).

Οι ωμικές αντιστάσεις των αγωγών (1) και (2) δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$R_1 = R^*(2\pi r)$ (4) και $R_2 = R^*(4\pi r)$ (5).

Εάν συμβολίσουμε με E την ηλεκτρεγερτική δύναμη της ιδανικής ηλεκτρικής πηγής που συνδέουμε στα άκρα κάθε κυκλικού αγωγού, η σχέση (3) γράφεται:

$\frac{B_1}{B_2} = \frac{2(E/R_1)}{E/R_2}$ ή $\frac{B_1}{B_2} = \frac{2R_2}{R_1}$ ή, λόγω των σχέσεων (4) και (5), $\mathbf{\frac{B_1}{B_2} = 4}$.

66. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Έστω r η ακτίνα και L το μήκος του σύρματος του πλαισίου. Ισχύει η σχέση: $L = N(2\pi r)$ (1).

Έστω r' η ακτίνα του κυκλικού αγωγού που κατασκευάζουμε ξετυλίγοντας το πλαίσιο. Η περιφέρεια του κυκλικού αγωγού έχει μήκος: $L = 2\pi r'$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $r' = N r$ (3).

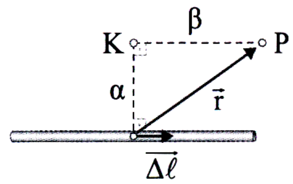
Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ρευματοφόρο πλαίσιο στο κέντρο του είναι: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}N$ (4).

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ρευματοφόρος κυκλικός αγωγός στο κέντρο του είναι: $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r'}$ ή, λόγω της σχέσης (3), $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{Nr}$ (5).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει: $\frac{B_1}{B_2} = N^2$ ή $\mathbf{B_2 = \frac{B_1}{N^2}}$.

Λύσεις των ασκήσεων

67. Εφαρμόζοντας τον νόμο των Biot-Savart, το ζητούμενο μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου προκύπτει:



$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r^2}\eta\mu\theta$ (1).

Για τη γωνία θ ισχύει: $\eta\mu\theta = \frac{\alpha}{r}$ (2).

Η σχέση (1) μέσω της σχέσης (2) γράφεται:

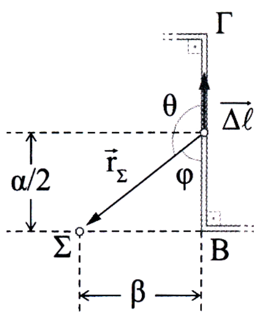
$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r^3}\alpha \quad \text{ή} \quad \Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{(\alpha^2+\beta^2)^{3/2}}\alpha \quad \text{ή} \quad \mathbf{\Delta B = \frac{5}{72}10^{-6}\ T}.$$

68. α. Εφαρμόζοντας τον νόμο των Biot-Savart προκύπτει:

$$\Delta B_\Pi = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r^2}\eta\mu\theta \quad \text{ή} \quad \eta\mu\theta = \frac{\Delta B_\Pi\cdot r^2}{\frac{\mu_o}{4\pi}I\cdot\Delta\ell} \quad \text{ή} \quad \eta\mu\theta = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\theta = 30^o}.$$

β. Το στοιχειώδες τμήμα του αγωγού δημιουργεί μαγνητικό πεδίο μέγιστης έντασης σε απόσταση r για $\theta' = 90^o$. Τότε είναι: $\Delta B_{max} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r^2}\eta\mu\theta'$ ή $\mathbf{\Delta B_{max} = 1{,}25\cdot 10^{-7}\ T}$.

69. α. Κάθε στοιχειώδες τμήμα $\vec{\Delta\ell}_{AB}$ του τμήματος ΑΒ σχηματίζει με το διάνυσμα $\vec{r}$ γωνία θ = 0. Τότε ισχύει: $\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell_{AB}}{r^2}\eta\mu 0^o$ ή $\mathbf{\Delta B = 0}$.



β. Το μέσον του τμήματος ΒΓ απέχει από το σημείο Σ απόσταση r_Σ, με

$$r_\Sigma = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \beta^2} \quad \text{ή} \quad r_\Sigma = 3\sqrt{2}\ \text{cm}.$$

Επομένως, έχουμε:

$$\Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r_\Sigma^{\,2}}\eta\mu\theta \quad \acute{\eta} \quad \Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r_\Sigma^{\,2}}\eta\mu(180°-\varphi) \quad \acute{\eta} \quad \Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r_\Sigma^{\,2}}\eta\mu\varphi \quad \acute{\eta}$$

$$\Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r_\Sigma^{\,2}}\frac{\beta}{r_\Sigma} \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{\Delta B' = \frac{\sqrt{2}}{18}10^{-7}\ T}.$$

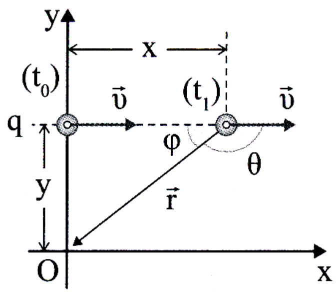
γ. Είναι: $\Delta B'' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\alpha^2}\eta\mu 90° \quad \acute{\eta} \quad \Delta B'' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\alpha^2} \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{\Delta B'' = \frac{1}{18}10^{-7}\ T}$.

70. *α.* Από τον νόμο των Biot-Savart έχουμε: $\Delta B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\alpha^2}\eta\mu 90° \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{\Delta B_1 = 10^{-7}\ T}$.

β. Από τον νόμο των Biot-Savart προκύπτει:

$$\Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell'}{(d-\alpha)^2}\eta\mu 90° \quad \acute{\eta} \quad d-\alpha = \sqrt{\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell'}{\Delta B'}} \quad \acute{\eta} \quad d-\alpha = 1{,}5\ cm \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{d = 3{,}5\ cm}.$$

71. *α.* Για τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εφαρμόζοντας τον νόμο των Biot-Savart προκύπτει:



$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{y^2}\eta\mu 90° \quad \acute{\eta} \quad \Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\frac{q}{\Delta t}\cdot\Delta\ell}{y^2} \quad \acute{\eta} \quad \Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\upsilon}{y^2}$$

$$\acute{\eta} \quad y = \sqrt{\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\upsilon}{\Delta B}} \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{y = 10^{-2}\ m}.$$

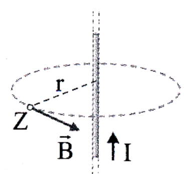
β. Για τη χρονική στιγμή t_1 προκύπτει:

$$\Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r^2}\eta\mu\theta \quad \acute{\eta} \quad \Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\upsilon}{r^2}\eta\mu(180°-\varphi) \quad \acute{\eta} \quad \Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\upsilon}{r^2}\eta\mu\varphi \quad \acute{\eta}$$

$$\Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\upsilon}{r^2}\frac{y}{r} \quad \acute{\eta} \quad \Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\upsilon}{r^3}y \quad \acute{\eta} \quad \Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\upsilon}{\left(y^2+x^2\right)^{3/2}}y \quad \acute{\eta}$$

$$\Delta B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\upsilon}{\left[y^2+(\upsilon t_1)^2\right]^{3/2}}y \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{\Delta B' = \sqrt{2}\cdot 10^{-5}\ T}.$$

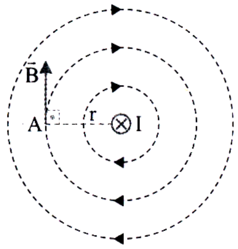
72. *α.* Η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό προσδιορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού και είναι αυτή που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



β. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Z δίνεται από τη σχέση:

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r} \quad \acute{\eta} \quad r = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{B} \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{r = 4\ cm}.$$

73. α. Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου καθώς και το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.



β. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α δίνεται από τη σχέση:

$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$ ή $I = \frac{B \cdot r}{2(\mu_o/4\pi)}$ ή $\mathbf{I = 0{,}5\ A}$.

74. α. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Ζ έχει μέτρο το οποίο υπολογίζεται από τη σχέση: $B_Z = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r_1}N$ ή $\mathbf{B_Z = 12 \cdot 10^{-5}\ T}$.

β. Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι:

$B_H = B_Z - 75\%B_Z$ ή $B_H = \frac{1}{4}B_Z$ ή $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r_2} = \frac{1}{4}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r_1}$ ή $r_2 = 4r_1$ ή $\mathbf{r_2 = 12\ cm}$.

75. α. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση d_1 και d_2 από τον αγωγό είναι αντίστοιχα: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d_1}$ (1) και $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d_2}$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\frac{B_1}{B_2} = \frac{d_2}{d_1}$ ή $d_2 = \frac{B_1}{B_2} \cdot d_1$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές των B_1, B_2 και d_1, οι οποίες δίνονται στο διάγραμμα $B = f(d)$, έχουμε: $d_2 = \frac{12 \cdot 10^{-6}\ T}{4 \cdot 10^{-6}\ T} \cdot 1{,}5\ cm$ ή $\mathbf{d_2 = 4{,}5\ cm}$.

β. Η ένταση Ι του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό υπολογίζεται από τη σχέση (1). Έχουμε:

$I = \frac{B_1 \cdot d_1}{2(\mu_o/4\pi)}$ ή $I = 0{,}9\ A$.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$I = \frac{E}{R + r}$ ή $E = I(R + r)$ ή $\mathbf{E = 9\ V}$.

76. α. Έστω $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο Κ. Ισχύουν οι σχέσεις: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r_1}$ και $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r - r_1}$.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών προκύπτει: $B_1 = 2 \cdot 10^{-5}\ T$ και $B_2 = 2 \cdot 10^{-5}\ T$.

Επειδή τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ στο σημείο Κ είναι αντίρροπα, το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ είναι: $B = |B_1 - B_2|$ ή $\mathbf{B = 0}$.

β. Εάν αντιστραφεί η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (1), τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ γίνονται ομόρροπα (έχουν κατεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη), ενώ το μέτρο τους δεν αλλάζει. Επομένως, η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ θα έχει κατεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη ($\odot$) και μέτρο: $B = B_1 + B_2$ ή $\mathbf{B = 4 \cdot 10^{-5}\ T}$.

77. *α.* Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ που δημιουργεί ο αγωγός (1) στο σημείο Η είναι:

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{2r} \quad ή \quad B_1 = 7 \cdot 10^{-6}\ T.$$

Η κατεύθυνση της έντασης $\vec{B}_1$ είναι από τον αναγνώστη προς τη σελίδα ($\otimes$). Επειδή η κατεύθυνση της συνισταμένης έντασης $\vec{B}_H$ είναι από τη σελίδα προς τον αναγνώστη ($\odot$) και για τα μέτρα των $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_H$ ισχύει $B_H > B_1$, συμπεραίνουμε ότι το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}_2$ που δημιουργεί ο αγωγός (2) στο σημείο Η είναι ομόρροπο του διανύσματος $\vec{B}_H$. Κατά συνέπεια, **το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό (2) είναι αντίρροπο του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (1)**.

Για τα μέτρα των εντάσεων $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ και $\vec{B}_H$ ισχύει η σχέση:

$$B_H = B_2 - B_1 \quad ή \quad B_2 = B_H + B_1 \quad ή \quad B_2 = 18 \cdot 10^{-6}\ T.$$

Είναι: $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r}$ ή $I_2 = \frac{B_2 \cdot r}{2(\mu_o/4\pi)}$ ή $\mathbf{I_2 = 9\ A}$.

β. Το ζητούμενο μέτρο είναι:

$$B_M = B_1' + B_2' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r/2} + \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r/2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{4}{r}(I_1 + I_2) \quad ή \quad \mathbf{B_M = 64 \cdot 10^{-6}\ T}.$$

78. *α.* Έστω Δq το φορτίο που περνά από μια διατομή Α της δέσμης σε χρόνο Δt.

Από την εξίσωση ορισμού της έντασης του ρεύματος έχουμε:

$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ή $I = \frac{N \cdot e}{\Delta t}$ (1), όπου Ν το πλήθος των πρωτονίων που διέρχονται από τη διατομή Α της δέσμης σε χρόνο Δt.

Το παραπάνω πλήθος βρίσκεται σε μήκος Δx της δέσμης για το οποίο ισχύει:

$$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t \quad ή \quad \Delta t = \frac{\Delta x}{\upsilon} \quad (2).$$

Η σχέση (1), λόγω της σχέσης (2), γράφεται:

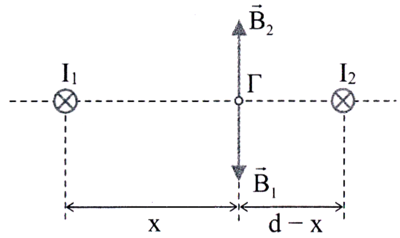
$$I = \frac{N}{\Delta x} e \cdot \upsilon = \left(\frac{5 \cdot 10^9}{1\ mm}\right) \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C\right) \cdot \left(2 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}\right) \quad ή \quad \mathbf{I = 1{,}6\ A}.$$

β. Το ζητούμενο μέτρο υπολογίζεται από τη σχέση:

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r} = 10^{-7}\frac{2\cdot 1{,}6}{1{,}6\cdot 10^{-2}}\ \text{T} \quad \text{ή} \quad \mathbf{B = 2\cdot 10^{-5}\ T}.$$

79. α. Στο σημείο μηδενισμού της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου πρέπει να ισχύει:

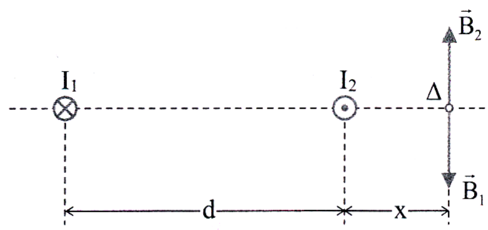
$\vec{B} = 0$ ή $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$ ή $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$.



Αυτό δηλώνει ότι οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο μηδενισμού της συνισταμένης έντασης είναι αντίθετες, δηλαδή είναι αντίρροπες και έχουν ίσα μέτρα. Όταν τα ρεύματα είναι ομόρροπα, το σημείο μηδενισμού της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο αγωγοί βρίσκεται μεταξύ των αγωγών. Ας ονομάσουμε Γ το σημείο αυτό, στο οποίο ισχύει:

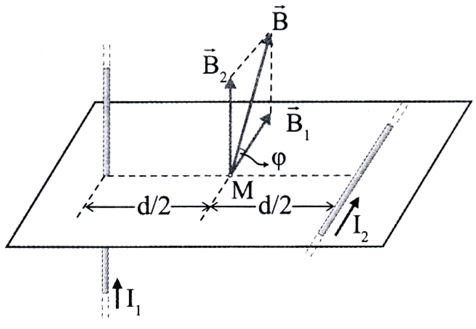
$$B_1 = B_2 \quad \text{ή} \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{x} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d-x} \quad \text{ή} \quad \frac{I_1}{x} = \frac{I_1}{4(d-x)} \quad \text{ή} \quad 4d - 4x = x \quad \text{ή} \quad x = \frac{4d}{5} \quad \text{ή} \quad \mathbf{x = 12\ cm}.$$

β. Όταν τα ρεύματα είναι αντίρροπα, το σημείο μηδενισμού της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο αγωγοί βρίσκεται εκτός των δύο αγωγών και πλησιέστερα σε αυτόν που διαρρέεται από ρεύμα μικρότερης έντασης. Έστω Δ το σημείο αυτό, στο οποίο ισχύει:



$$B_1 = B_2 \quad \text{ή} \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d+x} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{x} \quad \text{ή} \quad \frac{I_1}{d+x} = \frac{I_1}{4x} \quad \text{ή} \quad 4x = d + x \quad \text{ή} \quad x = \frac{d}{3} \quad \text{ή} \quad \mathbf{x = 5\ cm}.$$

80. α. Τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο Μ απεικονίζονται στο ακόλουθο σχήμα.



Είναι: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d/2}$ ή $B_1 = 6\cdot 10^{-6}$ T.

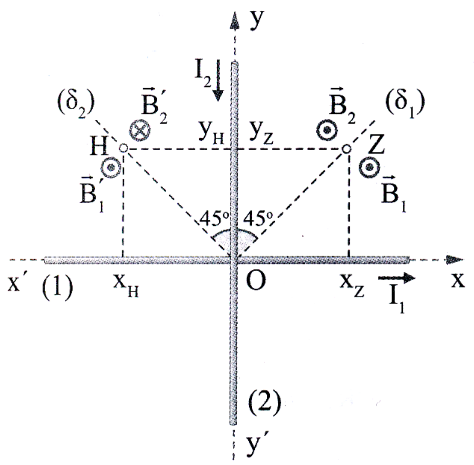
Τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι μεταξύ τους κάθετα, επομένως ισχύει:

$B^2 = B_1^2 + B_2^2$ ή $B_2 = \sqrt{B^2 - B_1^2}$ ή $B_2 = 8\cdot 10^{-6}$ T.

Όμως είναι: $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d/2}$ ή $I_2 = \frac{B_2 \cdot d}{4(\mu_o/4\pi)}$ ή $\mathbf{I_2 = 4\ A}$.

β. Η διεύθυνση της έντασης $\vec{B}$ προσδιορίζεται μέσω της γωνίας φ που σχηματίζει το διάνυσμά της με το διάνυσμα $\vec{B}_1$. Έχουμε: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{B_2}{B_1}$ ή $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{4}{3}$ ή $\boldsymbol{\varphi = 53^o}$.

81.



α. Σύμφωνα με το σχήμα, το μέτρο της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Ζ είναι:

$B_Z = B_1 + B_2$ (1), όπου $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{y_z} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d\cdot \sigma\upsilon\nu 45^o}$ ή $B_1 = 2\cdot 10^{-5}$ T

και $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{x_z} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d\cdot \eta\mu 45^o}$ ή $B_2 = 2\cdot 10^{-5}$ T.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $\mathbf{B_Z = 4\cdot 10^{-5}\ T}$.

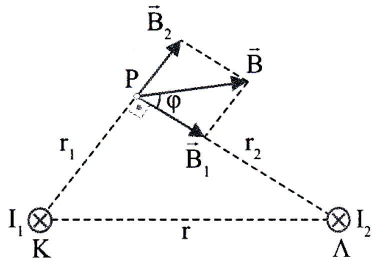
β. Σύμφωνα με το σχήμα, το μέτρο της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Η είναι:

$B_H = |B_1' - B_2'|$ (2), όπου $B_1' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{y_z} = B_1$ ή $B_1' = 2\cdot 10^{-5}$ T

και $B_2' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{x_H} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d\cdot \eta\mu 45^o}$ ή $B_2' = 2\cdot 10^{-5}$ T.

Από τη σχέση (2) προκύπτει: $\mathbf{B_H = 0}$.

82. α. Παρατηρούμε ότι είναι $r^2 = r_1^2 + r_2^2$, οπότε το τρίγωνο $K\hat{P}\Lambda$ είναι ορθογώνιο με $K\hat{P}\Lambda = 90^\circ$. Τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο Ρ απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.



Για τα μέτρα των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ έχουμε:

$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r_1}$ ή $\mathbf{B_1 = 3 \cdot 10^{-5}\ T}$ και $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r_2}$ ή $\mathbf{B_2 = 4 \cdot 10^{-5}\ T}$.

β. Από τον κανόνα του παραλληλογράμμου έχουμε: $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$ ή $\mathbf{B = 5 \cdot 10^{-5}\ T}$.

Το διάνυσμα $\vec{B}$ σχηματίζει με το διάνυσμα $\vec{B}_1$ γωνία φ για την οποία ισχύει:

$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{B_2}{B_1}$ ή $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{4}{3}$ ή $\boldsymbol{\varphi = 53^o}$.

83. α. Ισχύει η σχέση: $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d}$ ή $I = \frac{B \cdot d}{2(\mu_o/4\pi)}$ ή $I = 5\ A$.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$I = \frac{E}{R + R_1}$ ή $E = I(R + R_1)$ ή $\mathbf{E = 100\ V}$.

β. Ο ζητούμενος ρυθμός υπολογίζεται από τη σχέση: $\frac{dQ}{dt} = I^2 R_1$ ή $\mathbf{\frac{dQ}{dt} = 125\ J/s}$.

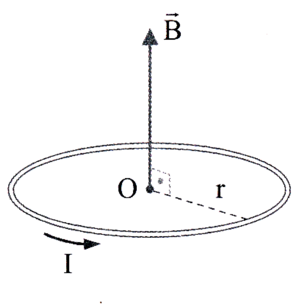
84. α. Η αντίσταση του αγωγού είναι: $R = R^* \cdot \pi \cdot \rho$ ή $R = 10\ \Omega$.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα προκύπτει: $I = \frac{E}{R + r}$ ή $\mathbf{I = 2{,}5\ A}$.

β. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού είναι:

$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi \cdot I}{\rho}$ ή $\mathbf{B = \frac{\pi}{2} 10^{-5}\ T}$.

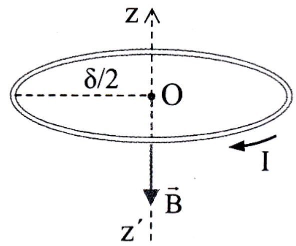
85. α. Η διεύθυνση του διανύσματος της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο κέντρο του Ο είναι κάθετη στο επίπεδο του αγωγού και η φορά του προσδιορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}$.



β. Το μέτρο του διανύσματος $\vec{B}$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$ ή $\mathbf{B = 7 \cdot 10^{-5}\ T}$.

86. *α.* Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, το ρεύμα που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό έχει τη φορά που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



β. Ισχύει η σχέση: $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{\delta/2}$ ή $\delta = \frac{4\pi(\mu_o/4\pi)I}{B}$ ή $\mathbf{\delta = 24\ cm}$.

87. *α.* Έστω I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό. Ισχύει η σχέση:

$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$ ή $I = \frac{B \cdot r}{2\pi(\mu_o/4\pi)}$ ή $\mathbf{I = 0,4\ A}$.

β. Έστω R η ζητούμενη ωμική αντίσταση. Από τον νόμο τον Ohm για τμήμα κυκλώματος έχουμε: $I = \frac{V}{R}$ ή $R = \frac{V}{I}$ ή $\mathbf{R = 100\ \Omega}$.

88. *α.* Η περίοδος T της κίνησης του ηλεκτρονίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ ή $T = 1,6 \cdot 10^{-16}\ s$.

Σε χρόνο μίας περιόδου από μια τυχαία διατομή της τροχιάς του ηλεκτρονίου διέρχεται φορτίο: $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}\ C$.

Από την εξίσωση ορισμού της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος έχουμε:

$I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{e}{T}$ ή $\mathbf{I = 1 \cdot 10^{-3}\ A}$.

β. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στην περιοχή του πυρήνα του ατόμου υπολογίζεται από τη σχέση: $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$ ή $B = \frac{200\pi}{53}\ T$ ή $\mathbf{B \cong 11,85\ T}$.

89. *α.* Έστω I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο. Από τη σχέση που δίνει το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ στο κέντρο O του πλαισίου έχουμε: $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{\alpha} \cdot N$ ή $I = \frac{B \cdot \alpha}{(\mu_o/4\pi)2\pi N}$ ή $\mathbf{I = 0,5\ A}$.

β. Έστω R η ωμική αντίσταση κάθε σπείρας του πλαισίου. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I = \frac{E}{N \cdot R + r}$ ή $N \cdot R + r = \frac{E}{I}$ ή $R = \frac{1}{N}\left(\frac{E}{I} - r\right)$ ή $\mathbf{R = 12,5\ \Omega}$.

90. Εάν τον κυκλικό αγωγό διέρρεε εξ ολοκλήρου ρεύμα έντασης I_1, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού θα είχε μέτρο $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{\alpha}$, διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του αγωγού και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα $(\otimes)$. Όμως, από ρεύμα έντασης I_1 διαρρέονται τα 3/4 της συνολικής περιφέρειας του αγωγού, οπότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού που οφείλεται σε αυτό το ρεύμα έχει μέτρο $B_1' = \frac{3}{4}B_1 = \frac{3}{4}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{\alpha}$, διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του αγωγού και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα $(\otimes)$.

Εάν τον κυκλικό αγωγό διέρρεε εξ ολοκλήρου ρεύμα έντασης I_2, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού θα είχε μέτρο $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_2}{\alpha}$, διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του αγωγού και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη $(\odot)$. Όμως, από ρεύμα έντασης I_2 διαρρέεται το 1/4 της συνολικής περιφέρειας του αγωγού, οπότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού που οφείλεται σε αυτό το ρεύμα έχει μέτρο $B_2' = \frac{1}{4}B_2 = \frac{1}{4}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_2}{\alpha}$, διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του αγωγού και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη $(\odot)$.

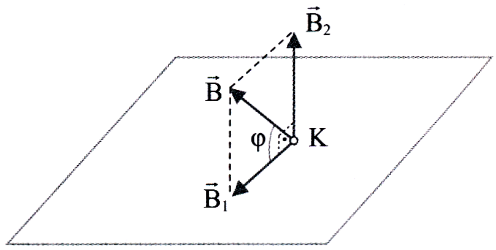
Το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Ο του αγωγού είναι:

$$B = |B_1' - B_2'| = \left|\frac{3}{4}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{\alpha} - \frac{1}{4}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_2}{\alpha}\right| = \frac{1}{4}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi}{\alpha}|3I_1 - I_2| = \frac{1}{4}\cdot 10^{-7}\frac{2\pi}{2\cdot 10^{-1}}|15-19|\ \mathrm{T}$$

ή $\mathbf{B = \pi \cdot 10^{-6}\ T}$.

Επειδή είναι $B_2' > B_1'$, **το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}$ είναι κάθετο στο επίπεδο του αγωγού με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη** $(\odot)$.

91. α. Τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι κυκλικοί αγωγοί (1) και (2) στο κοινό τους κέντρο Κ απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα. Τα μέτρα των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι:



$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}.$$

Το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ είναι:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{2}B_1 \quad ή \quad B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}\sqrt{2} \quad ή \quad \mathbf{B = 7\sqrt{2}\cdot 10^{-5}\ T}.$$

β. Η διεύθυνση της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ προσδιορίζεται από τη γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμά της με το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}_1$. Έχουμε: $εφφ = \frac{B_2}{B_1} = 1$ ή $\mathbf{φ = 45^o}$.

92. Ο αγωγός (1) δημιουργεί στο κέντρο του Κ μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ μέτρου:

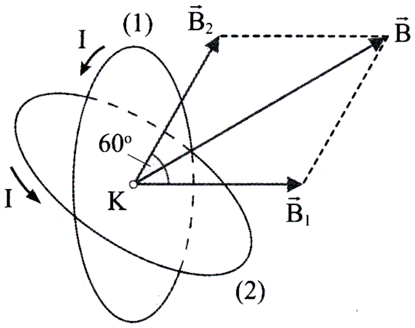
$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r} \quad \text{ή} \quad B_1 = 1\cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

Ομοίως, ο αγωγός (2) δημιουργεί στο κέντρο του Κ μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_2$ μέτρου:

$$B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r} \quad \text{ή} \quad B_2 = 1\cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

1η περίπτωση

Το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κοινό κέντρο Κ των δύο κυκλικών αγωγών είναι:

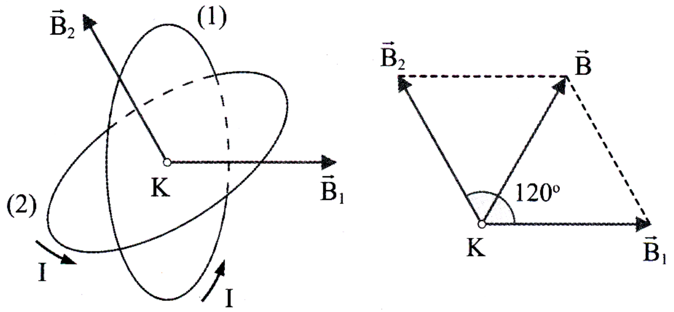


$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\sigma\upsilon\nu 60^\circ} = \sqrt{3B_1^2} = B_1\sqrt{3}$$

ή $\mathbf{B = \sqrt{3}\cdot 10^{-5}\ T}$.

2η περίπτωση

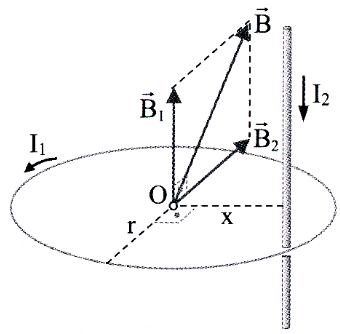
Το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κοινό κέντρο Κ των δύο κυκλικών αγωγών είναι:



$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\sigma\upsilon\nu 120^\circ}$$
$$= \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2(-1/2)}$$
$$= \sqrt{B_1^2} = B_1$$

ή $\mathbf{B = 1\cdot 10^{-5}\ T}$.

93. α. Τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν ο κυκλικός και ο ευθύγραμμος αγωγός αντίστοιχα στο κέντρο Ο του κυκλικού αγωγού έχουν σχεδιαστεί στο διπλανό σχήμα. Για το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Ο του κυκλικού αγωγού ισχύει η σχέση:



$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \quad \text{ή} \quad B^2 = B_1^2 + B_2^2$$

$$\text{ή} \quad B^2 = \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{r}\right)^2 + \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{x}\right)^2 \quad \text{ή} \quad \sqrt{B^2 - \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{r}\right)^2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{x}$$

$$\text{ή} \quad x = \frac{(\mu_o/4\pi)\cdot 2I_2}{\sqrt{B^2 - \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{r}\right)^2}} \quad \text{ή} \quad \mathbf{x = 2\ cm}.$$

β. Η ζητούμενη γωνία προσδιορίζεται ως εξής: $εφφ = \frac{B_1}{B_2} = \frac{(\mu_o/4\pi)\cdot 2\pi I_1/r}{(\mu_o/4\pi)\cdot 2I_2/x} = \frac{\pi I_1 x}{I_2 r} = \frac{1}{2}$ ή $\boldsymbol{\varphi = 27^o}$.

94. α. Η ένταση $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ευθύγραμμο τμήμα του σύρματος στο κέντρο Ο του κυκλικού τμήματος έχει μέτρο $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{\alpha}$ και κατεύθυνση από τη σελίδα προς τον αναγνώστη $(\odot)$.

Η ένταση $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το κυκλικό τμήμα του σύρματος στο κέντρο Ο έχει μέτρο $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{\alpha}$ και κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα $(\otimes)$.

Επειδή είναι $B_2 > B_1$ η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ έχει κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα $(\otimes)$ και μέτρο:

$$B = B_2 - B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{\alpha} - \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{\alpha} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{\alpha}(\pi - 1) \quad ή \quad I = \frac{B\cdot\alpha}{(\mu_o/4\pi)\cdot 2(\pi-1)} \quad ή \quad \mathbf{I = 10\ A}.$$

β. Έστω R η ωμική αντίσταση του σύρματος. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I = \frac{E}{R}$ ή $R = \frac{E}{I}$ ή $R = 4\ \Omega$.

Το μήκος του σύρματος είναι: $\ell = 2\pi\alpha + 4(2\pi\alpha) = 10\pi\alpha$ ή $\ell = 2\pi$ m.

Η αντίσταση ανά μονάδα μήκους του σύρματος είναι: $R^* = \frac{R}{\ell}$ ή $\mathbf{R^* = \frac{2}{\pi}\frac{\Omega}{m}}$.

95. α. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ δίνεται από τη σχέση: $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d}$, όπου I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το ευθύγραμμο τμήμα. Επιλύοντας την προηγούμενη εξίσωση ως προς I και αντικαθιστώντας τις τιμές των μεγεθών προκύπτει: $I = \frac{B\cdot d}{2(\mu_o/4\pi)}$ ή $I = 0,5$ A.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I = \frac{E}{R+r}$ ή $R = \frac{E}{I} - r$ ή $\mathbf{R = 59\ \Omega}$.

β. Έστω α η ακτίνα κάθε σπείρας του πηνίου. Ισχύει η σχέση:

$L = N\cdot 2\pi\alpha$ ή $\alpha = \frac{L}{2\pi N}$ ή $\alpha = 0,5\pi$ m.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}'$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού πλαισίου υπολογίζεται από τη σχέση: $B' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{\alpha}N$ ή $\mathbf{B' = 12\cdot 10^{-7}\ T}$.

Λύσεις των προβλημάτων

96. *α.* Έστω r_2 η απόσταση του σημείου Α από τον αγωγό (2). Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι:

$$B_1 = \frac{1}{2}B_2 \quad ή \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r_1} = \frac{1}{2}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r_2} \quad ή \quad \frac{I_1}{r_1} = \frac{1}{2}\cdot\frac{I_1/3}{r_2} \quad ή \quad r_1 = 6r_2 \quad ή \quad r_2 = 2,5\text{ cm}.$$

Επομένως, η απόσταση μεταξύ των δύο αγωγών είναι: $r = r_1 + r_2$ ή $\mathbf{r = 17,5\ cm}$.

β. Σύμφωνα με την εκφώνηση στο σημείο Γ είναι:

$$B_1' = \frac{1}{2}B_2' \quad ή \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r + r_2'} = \frac{1}{2}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r_2'} \quad ή \quad \frac{I_1}{r + r_2'} = \frac{I_1/3}{2r_2'} \quad ή \quad r + r_2' = 6r_2' \quad ή \quad \mathbf{r_2' = 3,5\ cm}.$$

γ. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_A$ είναι: $B_A = B_2 - B_1 = B_2 - \frac{B_2}{2} = \frac{1}{2}B_2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r_2}$ ή $B_A = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I_2}{r_2}$.

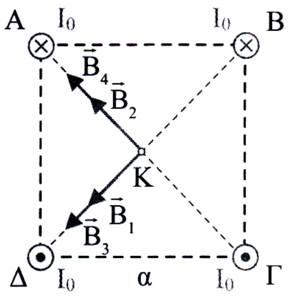
Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_\Gamma$ είναι: $B_\Gamma = B_1' + B_2' = \frac{B_2'}{2} + B_2' = \frac{3}{2}B_2' = \frac{3}{2}\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r_2'}$ ή $B_\Gamma = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{3I_2}{r_2'}$.

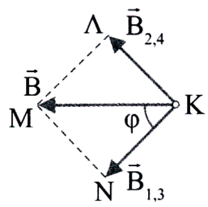
Ο ζητούμενος λόγος είναι: $\frac{B_A}{B_\Gamma} = \frac{r_2'}{3r_2}$ ή $\mathbf{\frac{B_A}{B_\Gamma} = \frac{7}{15}}$.

97. *α.* Από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτει:

$$(AK) = (BK) = (\Gamma K) = (\Delta K) = r = \frac{\alpha\sqrt{2}}{2} \quad ή \quad r = 10\text{ cm}.$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί κάθε αγωγός στο κέντρο Κ του τετραγώνου είναι: $B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B_0 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_0}{r}$ ή $B_0 = 4\cdot10^{-6}\ \text{T}$.



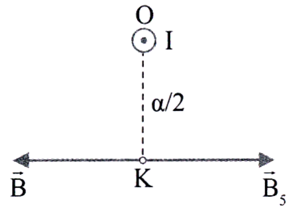


Το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ στο κέντρο Κ του τετραγώνου είναι:

$$B = \sqrt{B_{1,3}^2 + B_{2,4}^2} = \sqrt{(2B_0)^2 + (2B_0)^2} = \sqrt{8B_0^2} = 2\sqrt{2}B_0 \quad ή \quad \mathbf{B = 8\sqrt{2}\cdot10^{-6}\ T}.$$

Επειδή είναι $B_{1,3} = B_{2,4}$ και $\vec{B}_{1,3} \perp \vec{B}_{2,4}$, το τετράπλευρο ΚΛΜΝ είναι τετράγωνο, οπότε η διαγώνιος ΚΜ διχοτομεί τη γωνία $\Lambda\widehat{K}N$. Επομένως, **η διεύθυνση της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ σχηματίζει γωνία φ = 45° με τη διαγώνιο ΒΔ του τετραγώνου ΑΒΓΔ.**

β. Για να είναι $\vec{B}' = 0$, πρέπει ο πέμπτος αγωγός στο κέντρο Κ του τετραγώνου να δημιουργεί μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_5$ αντίθετης της έντασης $\vec{B}$. Για τον λόγο αυτόν, πρέπει να διαρρέεται από **ρεύμα Ι με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη**, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



γ. Έστω I_1 η τιμή της έντασης I του ρεύματος που διαρρέει τον πέμπτο αγωγό τη χρονική στιγμή t_1. Την προηγούμενη χρονική στιγμή είναι: $\vec{B}' = 0$ ή $\vec{B}_5 + \vec{B} = 0$ ή $\vec{B}_5 = -\vec{B}$

ή, μετρικά, $B_5 = B$ ή $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{\alpha/2} = B$ ή $I_1 = \frac{\alpha B}{4(\mu_o/4\pi)}$ ή $I_1 = 4$ A.

Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι: $I = 2t + 1$ ή $I_1 = 2t_1 + 1$ ή $t_1 = \frac{I_1 - 1}{2}$ ή $\mathbf{t_1 = 1{,}5\ s}$.

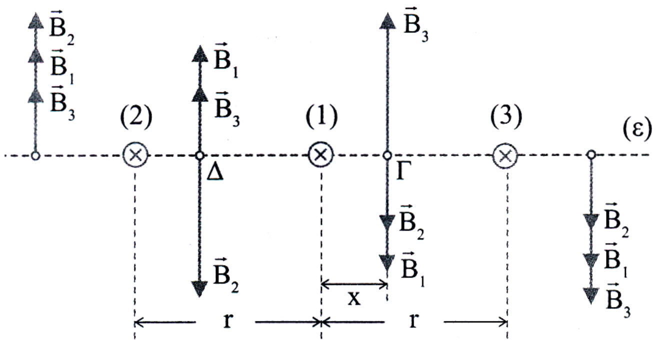
98. α. Τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στη θέση του αγωγού (3) είναι ομόρροπα με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα και μέτρα: $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r}$ και $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{2r}$.

Επομένως είναι:

$$B_{1,2} = B_1 + B_2 \quad \text{ή} \quad B_{1,2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r} + \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{2r} = \frac{2(\mu_o/4\pi)}{r}\left(I_1 + \frac{I_2}{2}\right) = \frac{(\mu_o/4\pi)}{r}(2I_1 + I_2)$$

$$\text{ή} \quad r = \frac{(\mu_o/4\pi)(2I_1 + I_2)}{B_{1,2}} \quad \text{ή} \quad \mathbf{r = 9\ cm}.$$

β.



Για να είναι $\vec{B} = 0$ θα πρέπει το διανυσματικό άθροισμα $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$ να ισούται με μηδέν. Σύμφωνα με το προηγούμενο σχήμα, αυτό μπορεί να συμβεί **στα τμήματα της ευθείας (ε) που συνδέουν τους αγωγούς (1) και (2) καθώς και τους (1) και (3)**. Αριστερά του αγωγού (2) και δεξιά του αγωγού (3) δεν μπορεί να είναι $\vec{B} = 0$, διότι τα διανύσματα $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ και $\vec{B}_3$ είναι ομόρροπα.

γ. Έστω Γ το σημείο του τμήματος της ευθείας (ε) μεταξύ των αγωγών (1) και (3) στο οποίο είναι $\vec{B} = 0$. Το σημείο αυτό απέχει x από τον αγωγό (1) και στο σημείο αυτό ισχύει:

$$B_1 + B_2 = B_3 \quad \text{ή} \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{x} + \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r+x} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_3}{r-x} \quad \text{ή} \quad \frac{I_1}{x} + \frac{I_2}{r+x} = \frac{I_3}{r-x}$$

ή $\frac{2}{x}+\frac{2}{r+x}=\frac{5}{r-x}$ ή $\frac{2(r+x)+2x}{x(r+x)}=\frac{5}{r-x}$ ή $9x^2+3rx-2r^2=0$.

Η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι: $\Delta=9r^2-4\cdot 9\cdot\left(-2r^2\right)$ ή $\Delta=81r^2$.

Οι λύσεις της δευτεροβάθμιας εξίσωσης είναι οι ακόλουθες:

$$x=\frac{-3r\pm 9r}{2\cdot 9} \quad ή \quad \begin{cases} x=\frac{r}{3} \\ x=-\frac{2r}{3} \end{cases} \quad ή \quad \begin{cases} x=3\ \text{cm} \\ x=-6\ \text{cm} \end{cases}$$

Επομένως, η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου μηδενίζεται στο σημείο **Γ**, **δεξιά του αγωγού (1), σε απόσταση 3 cm από αυτόν** και στο σημείο **Δ**, **αριστερά του αγωγού (1) σε απόσταση 6 cm από τον τελευταίο**.

9. Α. *α.* Εάν Ι είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (1), το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ δίνεται από τον τύπο: $B_1=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d/2}$ και $I=\frac{B_1\cdot d}{4(\mu_o/4\pi)}$ ή $I=2$ A.

Η ζητούμενη θερμότητα υπολογίζεται από τη σχέση: $Q=I^2R_1\Delta t$ ή $\mathbf{Q=6000\ J}$.

β. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$I=\frac{E}{R+R_1+r}$ ή $R+R_1+r=\frac{E}{I}$ ή $R=\frac{E}{I}-R_1-r$ ή $\mathbf{R=5\ \Omega}$.

Β. *α.* Η αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος είναι: $R_{εξ.}=\frac{(R+R_1)\cdot R_2}{(R+R_1)+R_2}$ ή $R_{εξ.}=2\ \Omega$.

Η ένταση I' του ρεύματος που διαρρέει τώρα την πηγή είναι: $I'=\frac{E}{R_{εξ.}+r}$ ή $I'=6$ A.

Η πολική τάση $V_Π$ της πηγής υπολογίζεται από τη σχέση: $V_Π=E-I'r$ ή $V_Π=12$ V.

Από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος, η ένταση I_1 του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (1) είναι: $I_1=\frac{V_Π}{R+R_1}$ ή $\mathbf{I_1=1,2\ A}$.

β. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός (1) στο σημείο Ο είναι: $B_1=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d/2}$ ή $B_1=2,4\cdot 10^{-6}$ T.

Από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος η ένταση I_2 του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (2) είναι: $I_2=\frac{V_Π}{R_2}$ ή $I_2=4,8$ A.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός (2) στο σημείο Ο υπολογίζεται από τη σχέση: $B_2=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d/2}$ ή $B_2=9,6\cdot 10^{-6}$ T.

Τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι αντίρροπα. Το $\vec{B}_1$ έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη, ενώ το $\vec{B}_2$ από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Συνεπώς, το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ είναι: $B = |B_1 - B_2|$ ή $\mathbf{B = 7,2 \cdot 10^{-6}\ T}$.

100. A. *α.* Έστω $\vec{B}_1$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός ΜΝ στο σημείο Ρ. Ισχύει η σχέση: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_\varepsilon$ ή, μετρικά, $B = B_\varepsilon - B_1$ ή $B_1 = B_\varepsilon - B$ ή $B_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ T.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ δίνεται από τον τύπο: $B_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_1}{d}$, όπου I_1 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΜΝ.

Επιλύουμε την προηγούμενη σχέση ως προς I_1. Έχουμε: $I_1 = \dfrac{B_1 \cdot d}{2(\mu_o/4\pi)}$ ή $\mathbf{I_1 = 2\ A}$.

β. Η πολική τάση τη πηγής (τάση στα άκρα του αγωγού ΜΝ) υπολογίζεται από τη σχέση: $V_\Pi = I_1 \cdot R_1$ ή $V_\Pi = 6$ V.

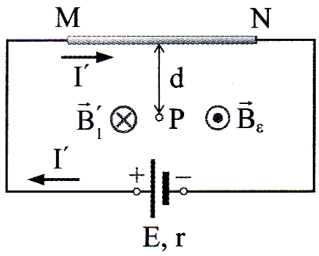
Έστω I_2 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη αντίστασης R.

Ισχύει η σχέση: $I_2 = \dfrac{V_\Pi}{R}$ ή $I_2 = 1$ A.

Από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff έχουμε: $I = I_1 + I_2$ ή $I = 3$ A.

Η ζητούμενη ισχύς είναι: $P = V_\Pi \cdot I$ ή $\mathbf{P = 18\ W}$.

B.



α. Η ένταση I' του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Έχουμε: $I' = \dfrac{E}{R_1 + r}$ (1).

Ο νόμος του Ohm για κλειστό κύκλωμα, πριν αφαιρέσουμε τον αντιστάτη αντίστασης R, γράφεται ως εξής: $I = \dfrac{E}{\dfrac{R \cdot R_1}{R + R_1} + r}$ ή $E = I\left(\dfrac{R \cdot R_1}{R + R_1} + r\right)$ ή $E = 9$ V.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $I' = 2,25$ A.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}'_1$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ρευματοφόρος αγωγός ΜΝ στο σημείο Ρ υπολογίζεται από τη σχέση: $B'_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I'_1}{d}$ ή $B'_1 = 5,625 \cdot 10^{-6}$ T.

Έστω $\vec{B}'$ η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Ρ. Ισχύει η σχέση: $\vec{B}' = \vec{B}_\varepsilon + \vec{B}'_1$ ή, μετρικά, $B' = B_\varepsilon - B'_1$ ή $B' = 6,375 \cdot 10^{-6}$ T.

Η ζητούμενη μεταβολή είναι: $\Delta B = B' - B$ ή $\mathbf{\Delta B = -0,625 \cdot 10^{-6}\ T}$.

β. Έστω τυχαίο σημείο Σ του ζητούμενου γεωμετρικού τόπου. Στο σημείο Σ ισχύει η διανυσματική σχέση:

$\vec{B}_1'' + \vec{B}_\varepsilon = 0$, όπου $\vec{B}_1''$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ρευματοφόρος αγωγός ΜΝ στο σημείο Σ.

Από την προηγούμενη διανυσματική σχέση έχουμε:

$\vec{B}_1'' = -\vec{B}_\varepsilon$ ή, μετρικά, $B_1'' = B_\varepsilon$ ή $\dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I'}{d'} = B_\varepsilon$, όπου d' η απόσταση του σημείου Σ από τον ευθύγραμμο αγωγό ΜΝ.

Επιλύουμε την προηγούμενη σχέση ως προς d'. Έχουμε: $d' = \dfrac{(\mu_o/4\pi)\cdot 2I'}{B_\varepsilon}$ ή $d' = 3,75$ cm.

Επομένως, ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι **ευθεία παράλληλη στον αγωγό ΜΝ, η οποία ανήκει στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τον αγωγό ΜΝ, απέχει από αυτόν απόσταση 3,75 cm και βρίσκεται μεταξύ του αγωγού ΜΝ και της ηλεκτρικής πηγής**.

101. α. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I_1 = \dfrac{E_1}{R_1 + r_1}$ ή $\mathbf{I_1 = 3\ A}$.

β. Στο σημείο Γ ισχύει: $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$ ή $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$

ή, μετρικά, $B_1 = B_2$ ή $\dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_1}{d} = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_2}{d}$ ή $I_1 = I_2$ ή $\mathbf{I_2 = 3\ A}$.

γ. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$I_2 = \dfrac{E_2}{R_2 + r_2}$ ή $E_2 = I_2(R_2 + r_2)$ ή $\mathbf{E_2 = 45\ V}$.

δ. Το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός ΚΛ στο σημείο Γ έχει κατεύθυνση από τη σελίδα προς τον αναγνώστη $(\odot)$ και μέτρο:

$B_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_1}{d}$ ή $B_1 = 6\cdot 10^{-6}$ T.

Το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}_2'$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός ΜΝ στο σημείο Γ έχει κατεύθυνση από τη σελίδα προς τον αναγνώστη $(\odot)$ και μέτρο:

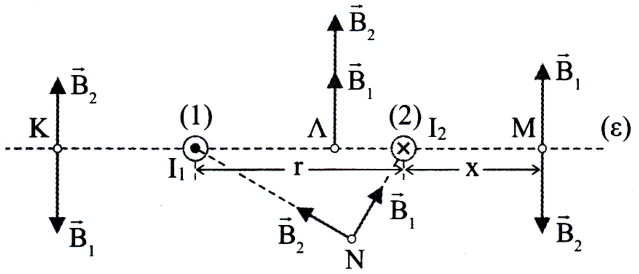
$B_2' = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_2'}{d}$, όπου $I_2' = \dfrac{E_3}{R_2} = 3$ A.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών προκύπτει: $B_2' = 6\cdot 10^{-6}$ T.

Για τη συνισταμένη ένταση $\vec{B}'$ του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Γ έχουμε:

$\vec{B}' = \vec{B}_1 + \vec{B}_2'$ ή, μετρικά, $B' = B_1 + B_2'$ ή $\mathbf{B' = 12\cdot 10^{-6}\ T}$.

102. α. Για να είναι η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου σε ένα σημείο ίση με μηδέν, πρέπει να ισχύει: $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$ ή $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$, δηλαδή, οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο σημείο αυτό πρέπει να είναι αντίθετες, με άλλα λόγια, πρέπει να έχουν ίδια διεύθυνση, αντίθετη φορά και ίσα μέτρα. Εκτός της ευθείας (ε), όπως δείχνει το ακόλουθο σχήμα, τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ δεν έχουν ίδια διεύθυνση, επομένως δεν υπάρχει σημείο εκτός της (ε) στο οποίο η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου να ισούται με μηδέν.



β. Όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα, η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου μπορεί να ισούται με μηδέν στα σημεία Κ ή Μ. Σε αυτά τα δύο σημεία τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ έχουν ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά. Η ισότητα των μέτρων των διανυσμάτων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ επιβάλλει το σημείο μηδενισμού της συνισταμένης έντασης του μαγνητικού πεδίου να βρίσκεται πλησιέστερα στον αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα μικρότερης έντασης, δηλαδή πλησιέστερα στον αγωγό (2). Επομένως, το ζητούμενο σημείο είναι **το σημείο Μ**.

γ. Στο σημείο Μ ισχύει μετρικά η σχέση:

$$B_1 = B_2 \quad \text{ή} \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r+x} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{x} \quad \text{ή} \quad \frac{I_1}{r+x} = \frac{I_2}{x} \quad \text{ή} \quad \frac{I_1}{r+x} = \frac{I_1}{2x}$$

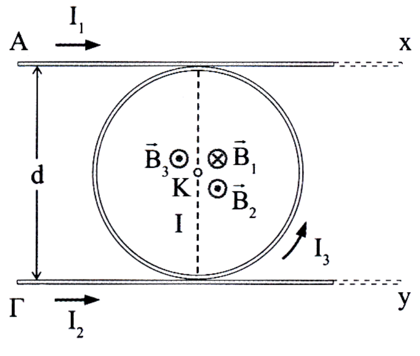
$$\text{ή} \quad 2x = r + x \quad \text{ή} \quad r = x \quad \text{ή} \quad \mathbf{r = 10\ cm}.$$

δ. Το ζητούμενο μέτρο, μετά την αντιστροφή της φοράς του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (2), υπολογίζεται από το άθροισμα:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r+x} + \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{x} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{2x} + \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I_1}{x} = 2\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I_1}{x} \quad \text{ή} \quad \mathbf{B = 28 \cdot 10^{-6}\ T}.$$

103. α. Τα μέτρα των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί Αx και Γy στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού είναι:

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d/2} \quad \text{και} \quad B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d/2}.$$



Οι κατευθύνσεις των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα. Επειδή η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού ισούται με μηδέν, πρέπει το ρεύμα που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό να έχει φορά αντίθετη από τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού και να ισχύει η σχέση:

$\vec{B}=0$ ή $B_1=B_2+B_3$ ή $B_3=B_1-B_2$

ή $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_3}{d/2}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d/2}-\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d/2}$ ή $I_3=\frac{I_1-I_2}{\pi}$ ή $\mathbf{I_3=\frac{3}{\pi}\ A}$.

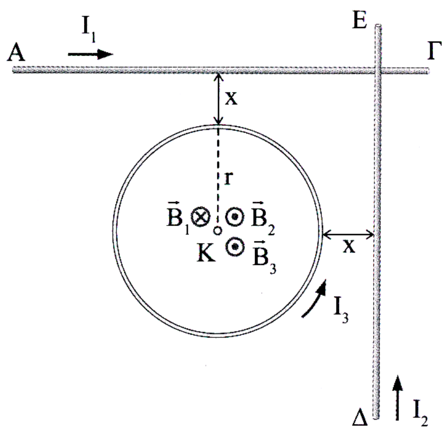
β. Εάν στραφεί ο κυκλικός αγωγός κατά 90°, η διεύθυνση της έντασης $\vec{B}_3$ γίνεται κάθετη στη διεύθυνση των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$. Έχουμε:

$\vec{B}_{1,2}=\vec{B}_1+\vec{B}_2$ ή $B_{1,2}=B_1-B_2$ ή $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{d/2}-\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{d/2}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{4}{d}(I_1-I_2)$ ή $\mathbf{B_{1,2}=6\cdot 10^{-6}\ T}$.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_3$ υπολογίζεται από τη σχέση: $B_3=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_3}{d/2}$ ή $B_3=6\cdot 10^{-6}$ T.

Είναι: $\vec{B}'=\vec{B}_{1,2}+\vec{B}_3$ ή $B'=\sqrt{B_{1,2}^2-B_3^2}=\sqrt{2B_3^2}=B_3\sqrt{2}$ ή $\mathbf{B'=6\sqrt{2}\cdot 10^{-6}\ T}$.

104. *α.* Για να είναι $\vec{B}=0$ στο κέντρο Κ κυκλικού αγωγού, πρέπει να ισχύει:



$\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3=0$ ή $B_1-B_2=B_3$

ή $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{x+r}-\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{x+r}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_3}{r}$

ή $\frac{I_1}{x+r}-\frac{I_2}{x+r}=\frac{\pi I_3}{r}$ ή $\mathbf{x=1\ m}$.

β. Τα μέτρα των εντάσεων $\vec{B}_1'$, $\vec{B}_2'$ και $\vec{B}_3'$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι ευθύγραμμοι αγωγοί ΑΓ, ΔΕ και ο κυκλικός αγωγός αντίστοιχα στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού είναι:

$B_1'=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{r}=20\cdot 10^{-7}$ T, $B_2'=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{r}=12\cdot 10^{-7}$ T και $B_3'=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_3}{r}=4\cdot 10^{-7}$ T.

Τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_1'$, $\vec{B}_2'$ και $\vec{B}_3'$ είναι ομόρροπα με τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ και $\vec{B}_3$, οπότε το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}'$ είναι:

$B'=B_1'-B_2'-B_3'$ ή $\mathbf{B'=4\cdot 10^{-7}\ T}$.

105. *α.* Έστω $\vec{B}_1$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο κέντρο του Ο. Ισχύει η σχέση: $\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_2$ ή $3\vec{B}_2=\vec{B}_1+2\vec{B}_2$ ή $\vec{B}_1=\vec{B}_2$.

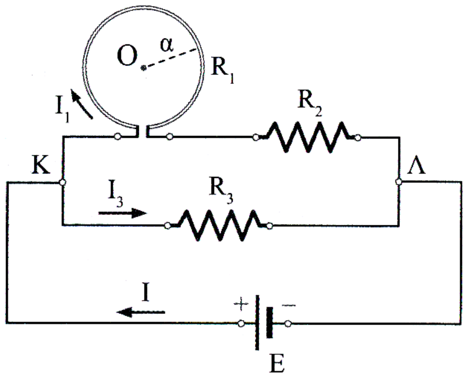
Δηλαδή, η ένταση $\vec{B}_1$ είναι ομόρροπη της έντασης $\vec{B}_2$ και έχει μέτρο $B_2=B_1$ (1).

Επειδή το διάνυσμα $\vec{B}_2$ είναι κάθετο στη σελίδα με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη (⊙), το ίδιο πρέπει να συμβαίνει και με το διάνυσμα $\vec{B}_1$. Επομένως, το ρεύμα που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό πρέπει να έχει φορά αντίθετη από τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού, κατ' επέκταση **στο σημείο Α είναι συνδεδεμένος ο αρνητικός οπλισμός της πηγής Π**.

β. Από τη σχέση (1) έχουμε: $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{\alpha} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{\alpha}$ ή $I_1 = \frac{I_2}{\pi}$ ή $\mathbf{I_1 = \frac{3}{\pi}\ A}$.

γ. Η ωμική αντίσταση του κυκλικού αγωγού είναι: $R = R^* 2\pi\alpha$ ή $R = 10\pi\ \Omega$.
Η πολική τάση της πηγής ισούται με την τάση στα άκρα του κυκλικού αγωγού, οπότε:
$V_\Pi = I_1 R$ ή $\mathbf{V_\Pi = 30\ V}$.

106. *α.* Στον κόμβο Κ του κυκλώματος το ρεύμα έντασης Ι που διαρρέει την πηγή διακλαδίζεται σε ρεύμα έντασης I_1, το οποίο διαρρέει τον κυκλικό αγωγό και τον αντιστάτη αντίστασης R_2 και σε ρεύμα έντασης I_3, το οποίο διαρρέει τον αντιστάτη αντίστασης R_3. Είναι:



$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{\alpha}$ ή $I_1 = \frac{B \cdot \alpha}{(\mu_o/4\pi)2\pi}$ ή $I_1 = 10\ A$.

Η τάση στα άκρα Κ και Λ του εξωτερικού κυκλώματος υπολογίζεται από τη σχέση: $V_{K\Lambda} = I_1(R_1 + R_2)$ ή $V_{K\Lambda} = 100\ V$.
Η προηγούμενη τάση αποτελεί και την πολική τάση της πηγής, η οποία με τη σειρά της, εφόσον η πηγή είναι ιδανική, ισούται με την ΗΕΔ της πηγής. Δηλαδή:
$V_{K\Lambda} = V_\Pi = E$ ή $\mathbf{E = 100\ V}$.

β. Από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος έχουμε: $I_3 = \frac{V_{K\Lambda}}{R_3}$ ή $I_3 = 10\ A$.

Από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Κ του κυκλώματος προκύπτει:
$I = I_1 + I_3$ ή $I = 20\ A$.

Ο ζητούμενος ρυθμός υπολογίζεται από τη σχέση: $\frac{dW_\Pi}{dt} = P_\Pi = EI$ ή $\mathbf{\frac{dW_\Pi}{dt} = 2000\ W}$.

γ. Έστω $\vec{B}'$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στον κυκλικό αγωγό στο κέντρο του Ο μετά την αντικατάσταση του αντιστάτη αντίστασης R_2. Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι: $B' = 2B$ ή $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1'}{\alpha} = 2\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{\alpha}$ ή $I_1' = 2I_1$ ή $I_1' = 20\ A$.

Από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος έχουμε:

$I_1' = \frac{V_{K\Lambda}}{R_1 + R_2'}$ ή $I_1' = \frac{E}{R_1 + R_2'}$ ή $R_2' = \frac{E}{I_1'} - R_1$ ή $\mathbf{R_2' = 1\ \Omega}$.

107. *α.* Τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν ξεχωριστά οι κυκλικοί αγωγοί (1) και (2) στο κοινό κέντρο τους Κ είναι ομόρροπα, κάθετα στο επίπεδο των αγωγών με φορά προς τα πάνω και έχουν αντίστοιχα μέτρο:

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r_1} \quad \text{και} \quad B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r_2}.$$

Η συνισταμένη ένταση $\vec{B}_{1,2}$ έχει μέτρο:

$$B_{1,2} = B_1 + B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}2\pi I\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right) = \frac{\mu_o}{4\pi}2\pi I\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{2r_1}\right) \quad \text{ή} \quad B_{1,2} = \frac{3(\mu_o/4\pi)\pi I}{r_1} \quad (1).$$

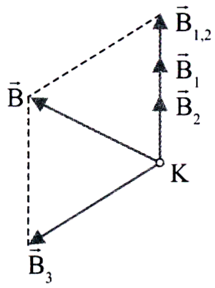
Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_3$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός στο κοινό κέντρο Κ των δύο κυκλικών αγωγών δίνεται από τη σχέση:

$$B_3 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I'}{d} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I'}{4r_1} \quad \text{ή} \quad B_3 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I'}{2r_1} \quad (2).$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι: $\dfrac{B_{1,2}}{B_3} = \dfrac{12}{5}$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2):

$$\frac{6\pi I}{I'} = \frac{12}{5} \quad \text{ή} \quad I' = \frac{5\pi I}{2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{I' = 25\pi\ A}.$$

β. Σύμφωνα με το διπλανό σχήμα, το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι τρεις αγωγοί στο κέντρο Κ των δύο κυκλικών αγωγών υπολογίζεται από τη σχέση:



$B = \sqrt{B_{1,2}^2 + B_3^2}$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2):

$$B = \frac{(\mu_o/4\pi)}{r_1}\sqrt{(3\pi I)^2 + \left(\frac{I'}{2}\right)^2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{B = 13\pi \cdot 10^{-5}\ T}.$$

108. Α. Ισχύει η σχέση: $W_\pi = EI\Delta t$, όπου Ι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

Επιλύοντας την προηγούμενη σχέση ως προς Ι προκύπτει: $I = \dfrac{W_\Pi}{E \cdot \Delta t}$ ή $I = 2\ A$.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ υπολογίζεται από τη σχέση: $B = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2\pi I}{\alpha}$ ή $\mathbf{B = 1 \cdot 10^{-5}\ T}$.

Β. *α.* Έστω $\vec{B}_1$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου του ρευματοφόρου αγωγού στο κέντρο του Ο μετά το κλείσιμο του διακόπτη. Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι:

$B_1 = B - 10\%B = 0{,}9B$ ή $B_1 = 0{,}9 \cdot 10^{-5}\ T$.

Η ένταση I_1 του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I_1}{\alpha} \quad \text{ή} \quad I_1 = \frac{B_1 \cdot \alpha}{2\pi(\mu_o/4\pi)} \quad \text{ή} \quad I_1 = 1{,}8\ A.$$

Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του κυκλικού αγωγού είναι: $V_{ΚΛ} = I_1 R_1$ ή $V_{ΚΛ} = 72$ V.

Έστω I_2 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη αντίστασης R_2. Από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος έχουμε: $I_2 = \dfrac{V_{ΚΛ}}{R_2}$ ή $I_2 = 1{,}8$ A.

Στον κόμβο Κ του κυκλώματος ισχύει: $I' = I_1 + I_2$ ή $\mathbf{I' = 3{,}6\ A}$.

β. Η ζητούμενη ηλεκτρική ισχύς υπολογίζεται από τη σχέση: $P_1 = I_1^2 R_1$ ή $\mathbf{P_1 = 129{,}6\ W}$.

γ. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I' = \frac{E}{R_{1,2} + r} \quad ή \quad r = \frac{E}{I'} - R_{1,2} \quad ή \quad r = \frac{E}{I'} - \frac{R_1}{2} \quad ή \quad \mathbf{r = 5\ \Omega}.$$

109. α. Τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι ευθύγραμμοι αγωγοί (1) και (2) αντίστοιχα στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού είναι ομόρροπα, κάθετα στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ δίνονται από τις σχέσεις:

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{3r} \ (1) \quad και \quad B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{2r} \ (2).$$

Είναι: $\vec{B}_{1,2} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ ή $B_{1,2} = B_1 + B_2$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2):

$$B_{1,2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2}{r}\left(\frac{I_1}{3} + \frac{I_2}{2}\right) \quad ή \quad r = \frac{(\mu_o/4\pi)2(I_1/3 + I_2/2)}{B_{1,2}} \quad ή \quad \mathbf{r = 6\ cm}.$$

β. Η ένταση $\vec{B}_3$ που δημιουργεί ο ρευματοφόρος κυκλικός αγωγός στο κέντρο του Κ έχει μεταβλητό μέτρο και από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 20$ s έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$. Στη συνέχεια, αντιστρέφεται η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό, με συνέπεια να αντιστρέφεται και η κατεύθυνση της έντασης $\vec{B}_3$. Επομένως, η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τους τρεις αγωγούς στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού θα μηδενίζεται κάποια χρονική στιγμή $t_2 > 20$ s.

Την προηγούμενη χρονική στιγμή ισχύει:

$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$ ή $0 = \vec{B}_{1,2} + \vec{B}_3$ ή, μετρικά:

$$B_3 = B_{1,2} \quad ή \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi|I_3|}{r} = B_{1,2} \quad ή \quad |I_3| = \frac{B_{1,2}\cdot r}{(\mu_o/4\pi)\cdot 2\pi}$$

$$ή \quad |I_3| = \frac{3}{\pi}A \quad ή \quad \left.\begin{aligned} \frac{20 - t_2}{\pi} &= \frac{3}{\pi} \\ \frac{20 - t_2}{\pi} &= -\frac{3}{\pi} \end{aligned}\right\} \quad ή \quad \left.\begin{aligned} &t_2 = 17\ s\ \ απορρίπτεται \\ &\mathbf{t_2 = 23\ s\ \ δεκτή} \end{aligned}\right\}$$

Ενότητα 3η Ο νόμος του Ampère-Εφαρμογές του νόμου Ampère

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. γ	2. δ	3. α	4. α	5. α	6. α	7. β	8. δ	9. δ	10. γ
11. β	12. β	13. γ	14. α	15. β	16. γ	17. γ	18. α	19. δ	20. β
21. α	22. α	23. δ							

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

24.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Λ	25.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ
26.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ		27.	α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ

Γ. Θέματα πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

28. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Για το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Σ ισχύει:

$B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{\alpha}$ (1). Θεωρούμε οριζόντια κυκλική διαδρομή με κέντρο στους κατακόρυφους αγωγούς. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère, το μέτρο B' του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Σ προκύπτει: $\sum B'\cdot\Delta\ell συν0° = \mu_o(I - I)$ ή $B'\cdot 2\pi\alpha = 0$ ή $\mathbf{B' = 0}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère σε οριζόντια κυκλική διαδρομή με κέντρο στους κατακόρυφους αγωγούς το μέτρο B'' του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Σ προκύπτει:

$\sum B''\cdot\Delta\ell συν0° = \mu_o(I - I + I)$ ή $B''\cdot 2\pi\alpha = \mu_o I$ ή $B'' = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{\alpha}$ (2).

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει: $\mathbf{B'' = B}$.

29. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Θεωρούμε πως τα ρεύματα διαρρέουν τους αγωγούς με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère στις διαδρομές δ_1, δ_2, δ_3 προκύπτουν οι αντίστοιχες σχέσεις:

$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta\right)\delta_1 = 2\mu_o$ ή $I_1 + I_2 = 2$ (1).

$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta\right)\delta_2 = 4\mu_o$ ή $I_1 + I_3 = 4$ (2).

$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta\right)\delta_3 = \mu_o$ ή $I_1 + I_2 + I_3 = 1$ (3).

Από τη λύση του συστήματος των εξισώσεων (1), (2) και (3) προκύπτει: $\mathbf{I_1 = 5\ A}$.

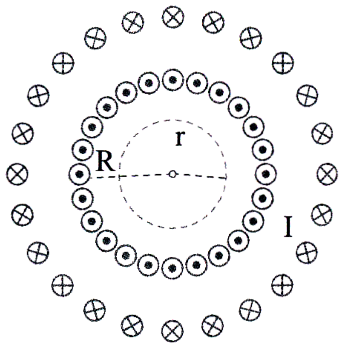
30. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας r < R. Το επίπεδο της κυκλικής διαδρομής είναι κάθετο στον άξονα της κυλινδρικής επιφάνειας και το κέντρο της βρίσκεται επάνω στον άξονα της κυλινδρικής επιφάνειας. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère στην κλειστή διαδρομή προκύπτει:

$\sum B\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu0^\circ = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$ ή $B\sum\Delta\ell = \mu_o\cdot 0$ ή $\mathbf{B = 0}$.

31. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Θεωρούμε κλειστή κυκλική διαδρομή ακτίνας r < R, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



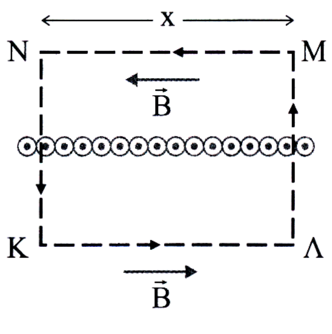
Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère προκύπτει:

$\sum B\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu0^\circ = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$ ή $B\sum\Delta\ell = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$

ή $B2\pi r = \mu_o\cdot 0$ ή $\mathbf{B = 0}$.

32. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Θεωρούμε κλειστή διαδρομή ορθογωνίου σχήματος ΚΛΜΝ, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Στις πλευρές ΝΚ, ΛΜ η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στα στοιχειώδη τμήματά τους, δηλαδή ισχύει:

$\sum_{NK} B\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu90^\circ = \sum_{\Lambda M} B\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu90^\circ = 0.$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère στη διαδρομή ΚΛΜΝ προκύπτει:

$\sum_{K\Lambda MN} B\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$ ή $\sum_{K\Lambda} B\cdot\Delta\ell + \sum_{M\Lambda} B\cdot\Delta\ell = \mu_o \nu I$ ή $Bx + Bx = \mu_o\nu I$ ή $2Bx = \mu_o \nu I$ (1),

όπου ν το πλήθος των ρευμάτων που διαπερνούν την επιφάνεια που περικλείεται από τη διαδρομή ΚΛΜΝ.

Από τη σχέση (1) προκύπτει: $B = \frac{\mu_o}{2}\frac{\nu}{x}I$ ή $\mathbf{B = \frac{\mu_o}{2} nI}$.

33. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας $r < R$, κάθετη στον άξονα του αγωγού, με κέντρο επάνω στον άξονα του αγωγού. Εφόσον τα κινούμενα ηλεκτρόνια είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα στο εσωτερικό του αγωγού, ισχύει: $\frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{I}{I_{εγκ}}$ ή $I_{εγκ} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 I$.

Λόγω της συμμετρίας του προβλήματος, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι σταθερό στην κλειστή διαδρομή. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère προκύπτει:

$$\sum B \cdot \Delta\ell συνθ = \mu_o I_{εγκ} \quad ή \quad B\sum \Delta\ell συν0° = \mu_o \left(\frac{r}{R}\right)^2 I \quad ή \quad B2\pi r = \mu_o \left(\frac{r}{R}\right)^2 I \quad ή \quad \mathbf{B = \frac{\mu_o I}{2\pi R^2} r}.$$

Β. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας $r > R$, κάθετη στον άξονα του αγωγού, με κέντρο επάνω στον άξονα του αγωγού. Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampère και έχουμε:

$$\sum B \cdot \Delta\ell συνθ = \mu_o I_{εγκ} \quad ή \quad B\sum \Delta\ell συν0° = \mu_o I \quad ή \quad B2\pi r = \mu_o I \quad ή \quad \mathbf{B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}}.$$

34. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας $r < R$, κάθετη στον άξονα του αγωγού, με κέντρο επάνω στον άξονα του αγωγού. Εφόσον το ρεύμα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο, ισχύει:

$$\frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{I}{I_{εγκ}} \quad ή \quad I_{εγκ} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 I.$$

Λόγω της συμμετρίας του προβλήματος, το μέτρο $B_{εν}$ της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι σταθερό στην κλειστή διαδρομή. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère προκύπτει:

$$\sum B_{εν} \cdot \Delta\ell συνθ = \mu_o I_{εγκ} \quad ή \quad B_{εν}\sum \Delta\ell συν0° = \mu_o \left(\frac{r}{R}\right)^2 I$$

$$ή \quad B_{εν} 2\pi r = \mu_o \left(\frac{r}{R}\right)^2 I \quad ή \quad B_{εν} = \frac{\mu_o I}{2\pi R^2} r.$$

Θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας $r > R$, κάθετη στον άξονα του αγωγού, με κέντρο επάνω στον άξονα του αγωγού. Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampère και έχουμε:

$$\sum B_{εξ} \cdot \Delta\ell συνθ = \mu_o I_{εγκ} \quad ή \quad B_{εξ}\sum \Delta\ell συν0° = \mu_o I \quad ή \quad B_{εξ} 2\pi r = \mu_o I \quad ή \quad B_{εξ} = \frac{\mu_o I}{2\pi r}.$$

Ισχύει: $B_{εν} = B_{εξ}$ ή $\frac{\mu_o I}{2\pi R^2} r_1 = \frac{\mu_o I}{2\pi r_2}$ ή $\mathbf{r_1 \cdot r_2 = R^2}$.

35. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας r, με $\alpha < r < \beta$, κάθετη στον άξονα του αγωγού, με κέντρο επάνω στον άξονα του αγωγού. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère προκύπτει:

$$\sum B\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta=\mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad \acute{\eta} \quad B\sum\Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^\circ=\mu_o I_1 \quad \acute{\eta} \quad B2\pi r=\mu_o I_1 \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{B}=\frac{\boldsymbol{\mu_o I_1}}{\mathbf{2\pi r}}.$$

Β. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας $r > \beta$, κάθετη στον άξονα του αγωγού, με κέντρο επάνω στον άξονα του αγωγού. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère προκύπτει:

$$\sum B\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta=\mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad \acute{\eta} \quad B\sum\Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^\circ=\mu_o\left(I_1-I_2\right)$$

$$\acute{\eta} \quad B2\pi r=\mu_o\left(I_1-I_2\right) \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{B}=\frac{\boldsymbol{\mu_o}\left(\mathbf{I_1-I_2}\right)}{\mathbf{2\pi r}}.$$

36. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας $r < R$, κάθετη στον άξονα του δεξιού ρευματοφόρου σύρματος, με κέντρο επάνω στον άξονά του. Εφόσον το ρεύμα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο, ισχύει: $\dfrac{\pi R^2}{\pi r^2}=\dfrac{I}{I_{\varepsilon\gamma\kappa}}$ ή $I_{\varepsilon\gamma\kappa}=\left(\dfrac{r}{R}\right)^2 I$.

Λόγω της συμμετρίας του προβλήματος, το μέτρο B_1 της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ρεύμα που διαρρέει το δεξιό σύρμα είναι σταθερό στην κλειστή διαδρομή. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère προκύπτει:

$$\sum B_1\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta=\mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad \acute{\eta} \quad B_1\sum\Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^\circ=\mu_o\left(\frac{r}{R}\right)^2 I \quad \acute{\eta} \quad B_1 2\pi r=\mu_o\left(\frac{r}{R}\right)^2 I \quad \acute{\eta} \quad B_1=\frac{\mu_o I}{2\pi R^2}r.$$

Στο κέντρο του σύρματος ($r = 0$) είναι $B_1 = 0$. Άρα το ρεύμα που διαρρέει το δεξιό σύρμα δεν συνεισφέρει στην ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του. Αυτή θα οφείλεται αποκλειστικά στο αριστερό σύρμα.

Για το αριστερό σύρμα θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας $r > R$, κάθετη στον άξονα του σύρματος, με κέντρο επάνω στον άξονα του σύρματος. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère το μέτρο B_2 της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ρεύμα που διαρρέει το αριστερό σύρμα στην κλειστή διαδρομή προκύπτει:

$$\sum B_2\cdot\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta=\mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad \acute{\eta} \quad B_2\sum\Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^\circ=\mu_o I \quad \acute{\eta} \quad B_2 2\pi r=\mu_o I_1 \quad \acute{\eta} \quad B_2=\frac{\mu_o I}{2\pi r}.$$

Το κέντρο του δεξιού σύρματος απέχει από το κέντρο του αριστερού σύρματος απόσταση $r = 3R$. Έτσι, το μέτρο B_2 προκύπτει: $B_2=\dfrac{\mu_o I}{6\pi R}$.

Το μέτρο B της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του δεξιού σύρματος προκύπτει: $B = B_1 + B_2$ ή $\mathbf{B}=\dfrac{\boldsymbol{\mu_o}\mathbf{I}}{\mathbf{6\pi R}}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Το κάθε ρευματοφόρο σύρμα στο μέσον της απόστασης ($r = 3R/2$) δημιουργεί μαγνητικό πεδίο έντασης: $B_1'=B_2'=\dfrac{\mu_o I}{3\pi R}$.

Όμως οι δύο εντάσεις είναι αντίθετες και, συνεπώς, το μέτρο της ζητούμενης έντασης προκύπτει: **B = 0**.

37. Α. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Το εμβαδόν της εγκάρσιας διατομής του κοίλου αγωγού είναι: $A = \pi R^2 - \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}\pi R^2$.

Αν ο αγωγός ήταν συμπαγής, θα τον διέρρεε ρεύμα έντασης I' για την οποία ισχύει:

$$\frac{\frac{3}{4}\pi R^2}{\pi R^2} = \frac{I}{I'} \quad \text{ή} \quad I' = \frac{4}{3}I \quad (1).$$

Σύμφωνα με τον νόμο του Ampère για κλειστή κυκλική διαδρομή ακτίνας 2R με κέντρο επάνω στον άξονα του συμπαγούς αγωγού και επίπεδο κάθετο στον άξονα του αγωγού, έχουμε:

$$\sum B \cdot \Delta\ell \sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad \text{ή} \quad B\sum \Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0° = \mu_o I' \quad \text{ή} \quad B2\pi 2R = \mu_o I'$$

ή, μέσω της σχέσης (1), $B = \frac{\mu_o \frac{4I}{3}}{4\pi R} = \frac{\mu_o I}{3\pi R}$.

Για την κυλινδρική κοιλότητα ακτίνας R/2, εάν αυτή ήταν συμπαγής και τη διέρρεε ρεύμα έντασης I'', ίδιας κατανομής με αυτήν στον αγωγό, θα ίσχυε:

$$\frac{\frac{3}{4}\pi R^2}{\pi \frac{R^2}{4}} = \frac{I}{I''} \quad \text{ή} \quad I'' = \frac{1}{3}I \quad (2).$$

Σύμφωνα με τον νόμο του Ampère για κλειστή κυκλική διαδρομή ακτίνας 3R/2 με κέντρο επάνω στον άξονα της κοιλότητας και επίπεδο κάθετο στον άξονα της κοιλότητας, έχουμε:

$$\sum B' \cdot \Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad \text{ή} \quad B'\sum \Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0° = \mu_o I'' \quad \text{ή} \quad B'2\pi\frac{3R}{2} = \mu_o I''$$

ή, μέσω της σχέσης (2), $B' = \frac{\mu_o \frac{I}{3}}{3\pi R}$ ή $\mathbf{B' = \frac{\mu_o I}{9\pi R}}$.

Η ολική ένταση στο σημείο Σ έχει μέτρο B_Σ ίσο με το μέτρο B της έντασης που θα δημιουργούσε στο σημείο Σ ο συμπαγής αγωγός μειωμένο κατά το μέτρο B' της έντασης που θα δημιουργούσε στο σημείο Σ η κοιλότητα εάν ήταν συμπαγής, δηλαδή:

$$B_\Sigma = B - B' = \frac{\mu_o I}{3\pi R} - \frac{\mu_o I}{9\pi R} \quad \text{ή} \quad \mathbf{B_\Sigma = \frac{2\mu_o I}{9\pi R}}.$$

Β. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Σύμφωνα με τον νόμο του Ampère για κλειστή κυκλική διαδρομή ακτίνας 2R με κέντρο επάνω στον άξονα του συμπαγούς αγωγού και επίπεδο κάθετο στον άξονα του αγωγού, έχουμε:

$$\sum B \cdot \Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad \text{ή} \quad B\sum \Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0° = \mu_o I'$$

ή $B2\pi2R = \mu_o I'$ ή, μέσω της σχέσης (1), $B = \dfrac{\mu_o \dfrac{4I}{3}}{4\pi R} = \dfrac{\mu_o I}{3\pi R}$.

Σύμφωνα με τον νόμο του Ampère για κλειστή κυκλική διαδρομή ακτίνας 5R/2 με κέντρο επάνω στον άξονα της κοιλότητας και επίπεδο κάθετο στον άξονα της κοιλότητας, έχουμε:

$$\sum B' \cdot \Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad ή \quad B'\sum \Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^\circ = \mu_o I'' \quad ή \quad B'2\pi\frac{5R}{2} = \mu_o I''$$

ή, μέσω της σχέσης (2), $B' = \dfrac{\mu_o \dfrac{I}{3}}{5\pi R} = \dfrac{\mu_o I}{15\pi R}$.

Η ολική ένταση στο σημείο Δ έχει μέτρο B_Δ ίσο με το μέτρο B της έντασης που θα δημιουργούσε στο σημείο Δ ο συμπαγής αγωγός μειωμένο κατά το μέτρο B′ της έντασης που θα δημιουργούσε στο σημείο Δ η κοιλότητα εάν ήταν συμπαγής, δηλαδή:

$$B_\Delta = B - B' = \frac{\mu_o I}{3\pi R} - \frac{\mu_o I}{15\pi R} \quad ή \quad \mathbf{B_\Delta = \frac{4\mu_o I}{15\pi R}}.$$

38. Σωστή επιλογή η γ.

Το εμβαδόν διατομής του κοίλου αγωγού είναι: $A = \pi R^2 - \pi\dfrac{R^2}{4} = 3\pi\dfrac{R^2}{4}$.

Για τον λόγο των διαφορών δυναμικού που εφαρμόζουμε στα άκρα του αγωγού πριν και μετά την αφαίρεση του κυλινδρικού του τμήματος ισχύει:

$$\frac{V}{V} = \frac{IR}{I'R'} = \frac{I\rho\dfrac{L}{A}}{I'\rho\dfrac{L}{A'}} = 1 \quad ή \quad I' = \frac{A'}{A}\cdot I = \frac{\dfrac{3}{4}\pi R^2}{\pi R^2}\cdot I = \frac{3}{4}I,$$

όπου I′ είναι το ρεύμα που διαρρέει τον κοίλο αγωγό και I είναι το ρεύμα που διαρρέει τον συμπαγή αγωγό.

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampère σε έναν κυκλικό βρόχο ακτίνας 2R με επίπεδο κάθετο στον άξονα του αγωγού και κέντρο επάνω στον άξονα του αγωγού. Το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Σ προκύπτει:

$$\sum B \cdot \Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad ή \quad B\sum \Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^\circ = \mu_o I \quad ή \quad B2\pi2R = \mu_o I \quad ή \quad B = \frac{\mu_o I}{4\pi R} \quad (1).$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampère σε έναν κυκλικό βρόχο ακτίνας 2R με επίπεδο κάθετο στον άξονα του αγωγού και κέντρο επάνω στον άξονα του αγωγού. Το μέτρο B′ της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Σ προκύπτει:

$$\sum B' \cdot \Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} \quad ή \quad B'\sum \Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^\circ = \mu_o I' \quad ή \quad B'2\pi2R = \mu_o\frac{3I}{4} \quad ή \quad B' = \frac{3\mu_o I}{16\pi R} \quad (2).$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει: $\dfrac{B}{B'} = \dfrac{\dfrac{\mu_o I}{4\pi R}}{\dfrac{3\mu_o I}{16\pi R}}$ ή $\mathbf{\dfrac{B}{B'} = \dfrac{4}{3}}$.

39. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ένα σωληνοειδές στο κέντρο του, όπως γνωρίζουμε από τη θεωρία, δίνεται από τη σχέση:

$B = \mu_o I n$, όπου n ο αριθμός σπειρών ανά μονάδα μήκους του σωληνοειδούς και I η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $B = f(I)$ είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Η κλίση της ευθείας αυτής είναι: $\dfrac{\Delta B}{\Delta I} = \varepsilon\varphi\varphi = \mu_o n$.

Σύμφωνα με το δοθέν διάγραμμα, η κλίση της ευθείας που αντιστοιχεί στο σωληνοειδές Σ_1 είναι μικρότερη από την κλίση της ευθείας που αντιστοιχεί στο σωληνοειδές Σ_2, οπότε λαμβάνοντας υπόψη την προηγούμενη σχέση, μπορούμε να γράψουμε: $\mu_o n_1 < \mu_o n_2$ ή $\mathbf{n_1 < n_2}$.

40. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Επειδή η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ των δύο σωληνοειδών ισούται με μηδέν, συμπεραίνουμε ότι οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν τα σωληνοειδή Σ_1 και Σ_2 ξεχωριστά στο σημείο Κ είναι αντίθετες, δηλαδή έχουν αντίθετη κατεύθυνση και ίσα μέτρα. Έχουμε:

$$0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad ή \quad \vec{B}_1 = -\vec{B}_2 \quad ή \quad B_1 = B_2 \quad ή \quad \mu_o I_1 n_1 = \mu_o I_2 n_2 \quad ή \quad \mathbf{\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}}.$$

41. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τα δύο σωληνοειδή στο κοινό κέντρο τους έχει μέγιστο μέτρο, όταν τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι ομόρροπα, ενώ έχει ελάχιστο μέτρο, όταν τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι αντίρροπα.

1η περίπτωση:

Εάν τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι ομόρροπα, ισχύει η σχέση: $B_{max} = B_1 + B_2$ (1).

2η περίπτωση:

Εάν τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι αντίρροπα, ισχύει η σχέση:

$$B_{min} = |B_1 - B_2| \quad ή \quad B_{min} = \begin{Bmatrix} B_1 - B_2 & (2) \ ή \\ B_2 - B_1 & (3) \end{Bmatrix}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

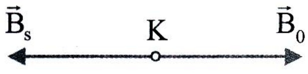
$$\frac{B_{max}}{B_{min}} = \frac{B_1 + B_2}{B_1 - B_2} \quad ή \quad 2 = \frac{B_1 + B_2}{B_1 - B_2} \quad ή \quad \mathbf{B_2 = \frac{B_1}{3}}.$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει:

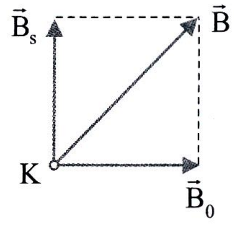
$$\frac{B_{max}}{B_{min}} = \frac{B_1 + B_2}{B_2 - B_1} \quad ή \quad 2 = \frac{B_1 + B_2}{B_2 - B_1} \quad ή \quad \mathbf{B_2 = 3B_1}.$$

42. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Έστω $\vec{B}_s$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ρευματοφόρο σωληνοειδές στο κέντρο του Κ. Αρχικά, επειδή η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από το ομογενές μαγνητικό πεδίο και το ρευματοφόρο σωληνοειδές στο κέντρο Κ του σωληνοειδούς ισούται με μηδέν, τα διανύσματα $\vec{B}_s$ και $\vec{B}_0$ είναι αντίθετα, όπως δείχνει το σχήμα α.



Σχήμα α



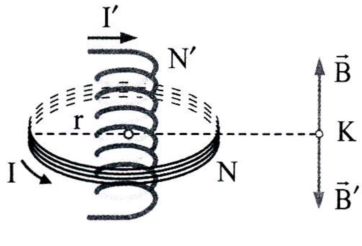
Σχήμα β

Είναι: $0 = \vec{B}_s + \vec{B}_0$ ή $\vec{B}_s = -\vec{B}_0$ ή $B_s = B_0$ (1).

Όταν το σωληνοειδές τοποθετηθεί με τον άξονά του κατακόρυφο, τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{B}_s$ και $\vec{B}_0$ γίνονται μεταξύ της κάθετα, όπως απεικονίζεται στο σχήμα β. Το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του σωληνοειδούς είναι:

$B = \sqrt{B_s^2 + B_0^2}$ ή, λόγω της σχέσης (1), $B = \sqrt{B_0^2 + B_0^2}$ ή $\mathbf{B = B_0\sqrt{2}}$.

43. Σωστή επιλογή είναι η **β**.



Έστω $\vec{B}$ και $\vec{B}'$ οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν το ρευματοφόρο πλαίσιο και το ρευματοφόρο σωληνοειδές αντίστοιχα στο κοινό κέντρο τους Κ. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται τα διανύσματα που αναπαριστάνουν τις εντάσεις $\vec{B}$ και $\vec{B}'$.

Επειδή η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο αγωγοί (πλαίσιο – σωληνοειδές) στο κοινό κέντρο τους Κ ισούται με μηδέν, ισχύει η σχέση:

$$0 = \vec{B} + \vec{B}' \text{ ή } \vec{B} = -\vec{B}' \text{ ή } B = B' \text{ ή } \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}N = \mu_o I'\frac{N'}{\ell}$$

$$\text{ή } \frac{I}{r}N = 2I'\frac{N'}{\ell} \text{ ή } \frac{I'}{N} = \frac{I\ell}{2N'r} \text{ ή } \frac{I'}{N} = \text{σταθ.}$$

Συνεπώς, σύμφωνα με την προηγούμενη σχέση, εάν μεταβληθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές, θα πρέπει να μεταβληθεί ανάλογα και ο αριθμός των σπειρών του πλαισίου για να μην παρατηρηθεί μεταβολή στη συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κοινό κέντρο Κ των δύο αγωγών, δηλαδή για να συνεχίσει η συνισταμένη ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εν λόγω σημείο να ισούται με μηδέν. Οπότε, εάν διπλασιαστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές, θα πρέπει να διπλασιαστεί και ο αριθμός των σπειρών του πλαισίου, δηλαδή να γίνει 2N.

Επομένως, **πρέπει να προσθέσουμε στο πλαίσιο N σπείρες**.

44. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Έστω $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν τα ρευματοφόρα σωληνοειδή (1) και (2) αντίστοιχα στο κοινό κέντρο τους Κ. Τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι: $B_1 = \mu_o I_1 n_1$ (1) και $B_2 = \mu_o I_2 n_2$ (2)

Επειδή τα ρεύματα που διαρρέουν τα σωληνοειδή είναι ομόρροπα (διαρρέουν τις σπείρες τους με την ίδια φορά), το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κοινό κέντρο Κ των δύο σωληνοειδών ισούται με το άθροισμα των μέτρων των εντάσεων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$. Έχουμε: $B = B_1 + B_2$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2), $B = \mu_o I_1 n_1 + \mu_o I_2 n_2$

ή $2{,}5\mu_o I_1 n_1 = \mu_o I_1 n_1 + \mu_o I_2 n_2$ ή $2{,}5 I_1 n_1 = I_1 n_1 + I_2 n_2$ ή $1{,}5 I_1 n_1 = I_2 n_2$

ή $1{,}5 I_1 n_1 = I_2 (1{,}5 n_1)$ ή $\mathbf{I_1 = I_2}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Εάν η φορά του ρεύματος στο σωληνοειδές (1) αντιστραφεί, το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κοινό κέντρο Κ των δύο σωληνοειδών ισούται με τη διαφορά των μέτρων των εντάσεων $\vec{B}_2$ και $\vec{B}_1$. Έχουμε:

$B' = B_2 - B_1 = \mu_o I_2 n_2 - \mu_o I_1 n_1 = \mu_o I_1 (1{,}5 n_1) - \mu_o I_1 n_1$ ή $B' = 0{,}5 \mu_o I_1 n_1$.

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\pi\% = \frac{B' - B}{B} \cdot 100\% = \left(\frac{B'}{B} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{0{,}5\mu_o I_1 n_1}{2{,}5\mu_o I_1 n_1} - 1\right) \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\pi\% = -80\%}.$$

45. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Έστω $\vec{B}'_1$ και $\vec{B}'_2$ τα διανύσματα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν τα ρευματοφόρα σωληνοειδή (1) και (2) αντίστοιχα στο κοινό άκρο τους Λ.

Τα σωληνοειδή είναι συνδεδεμένα σε σειρά, οπότε το ρεύμα που τα διαρρέει εισέρχεται και στα δύο από το ίδιο άκρο. Επειδή όμως τα σωληνοειδή έχουν προκύψει με αντίθετη περιέλιξη, τα διανύσματα $\vec{B}'_1$ και $\vec{B}'_2$ έχουν αντίθετη κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

Το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}'$ του μαγνητικού πεδίου στο κοινό άκρο Λ των δύο σωληνοειδών είναι: $B' = B'_2 - B'_1$ ή $\frac{3}{2}B_1 = B'_2 - \frac{B_1}{2}$ ή $B'_2 = 2B_1$ ή $\frac{\mu_o}{2} I n_2 = 2(\mu_o I n_1)$,

όπου I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τα σωληνοειδή.

Από την προηγούμενη σχέση προκύπτει: $\mathbf{\frac{n_2}{n_1} = 4}$.

46. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς Σ δίνεται από τη σχέση: $B = \mu_o In$ (1), όπου I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές Σ και n ο αριθμός σπειρών του σωληνοειδούς Σ ανά μονάδα μήκους.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς Σ_1 δίνεται από τη σχέση: $B_1 = \mu_o I_1 n$ (2), όπου I_1 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές Σ_1 και n ο αριθμός σπειρών του σωληνοειδούς Σ_1 ανά μονάδα μήκους.

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\frac{B}{B_1} = \frac{\mu_o In}{\mu_o I_1 n}$ ή $\frac{B}{B_1} = \frac{I}{I_1}$.

Εάν συμβολίσουμε με E την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής Π και με R_1 την ωμική αντίσταση του σωληνοειδούς Σ_1, ο προηγούμενος λόγος γράφεται: $\frac{B}{B_1} = \frac{E/R}{E/R_1}$ ή $\frac{B}{B_1} = \frac{R_1}{R}$ (3).

Η ωμική αντίσταση ενός σύρματος είναι ανάλογη του μήκους του σύρματος. Επομένως, εάν L και L_1 είναι τα μήκη των συρμάτων των σωληνοειδών Σ και Σ_1 αντίστοιχα, η σχέση (3) γράφεται:

$$\frac{B}{B_1} = \frac{c \cdot L_1}{c \cdot L} \quad ή \quad \frac{B}{B_1} = \frac{L_1}{L} \quad (4).$$

Έστω α η ακτίνα κάθε σπείρας σωληνοειδούς Σ, κατ' επέκταση και του Σ_1 και N και N_1 ο αριθμός των σπειρών του σωληνοειδούς Σ και του σωληνοειδούς Σ_1 αντίστοιχα. Η σχέση (4) γράφεται:

$$\frac{B}{B_1} = \frac{N_1 \cdot (2\pi\alpha)}{N \cdot (2\pi\alpha)} = \frac{N_1}{N} = \frac{n\ell_1}{n\ell} = \frac{\ell_1}{\ell} = \frac{\ell_1}{\ell_1 + \ell_2} = \frac{\ell_1}{\ell_1 + 2\ell_1} = \frac{1}{3} \quad ή \quad \mathbf{B_1 = 3B}.$$

47. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Έστω L_1 και L_2 τα μήκη του σύρματος από το οποίο έχουν κατασκευαστεί τα σωληνοειδή Σ_1 και Σ_2, τα οποία παρουσιάζουν ωμική αντίσταση R_1 και R_2 αντίστοιχα. Η ωμική αντίσταση ενός σύρματος είναι ανάλογη του μήκους του σύρματος, επομένως ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$R_1 = c \cdot L_1$ (1) και $R_2 = c \cdot L_2$ (2), όπου c μια θετική σταθερά.

Έστω ℓ το μήκος και N ο αριθμός των σπειρών κάθε σωληνοειδούς. Εάν συμβολίσουμε με α_1 την ακτίνα κάθε σπείρας του σωληνοειδούς Σ_1 και με α_2 την ακτίνα κάθε σπείρας του σωληνοειδούς Σ_2, σύμφωνα με την εκφώνηση είναι $\alpha_2 = 2\alpha_1$.

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{N(2\pi\alpha_1)}{N(2\pi\alpha_2)} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_1}{2\alpha_1} \quad ή \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2} \quad (3).$$

Εάν συμβολίσουμε με I_1 και I_2 τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τα σωληνοειδή Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα, από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα μπορούμε να γράψουμε τις σχέσεις:

$$I_1 = \frac{E}{R_1} \quad ή \quad R_1 = \frac{E}{I_1} \quad (4) \quad και \quad I_2 = \frac{E}{R_2} \quad ή \quad R_2 = \frac{E}{I_2} \quad (5).$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει:

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1}$ ή, λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (3), $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{2}$ (6).

Τα μέτρα B_1 και B_2 των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων στα κέντρα των σωληνοειδών Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα δίνονται από τις σχέσεις: $B_1 = \mu_o I_1 (N/\ell)$ (7) και $B_2 = \mu_o I_2 (N/\ell)$ (8).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (7) και (8) προκύπτει:

$\frac{B_1}{B_2} = \frac{I_1}{I_2}$ ή, λόγω της σχέσης (6), $\frac{B_1}{B_2} = 2$ ή $\mathbf{B_2 = 0,5B_1}$.

48. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός (1) στο κέντρο Κ του σωληνοειδούς δίνεται από τη σχέση:

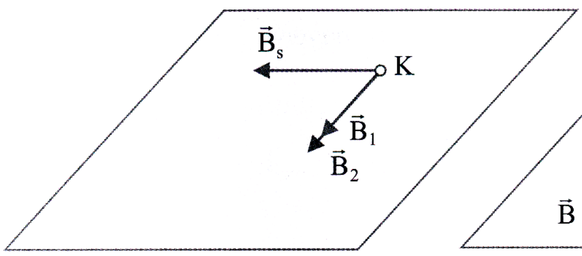
$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1}{\ell/2}$ ή $B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{4I_1}{\ell}$ (1).

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός (2) στο κέντρο Κ του σωληνοειδούς δίνεται από τη σχέση:

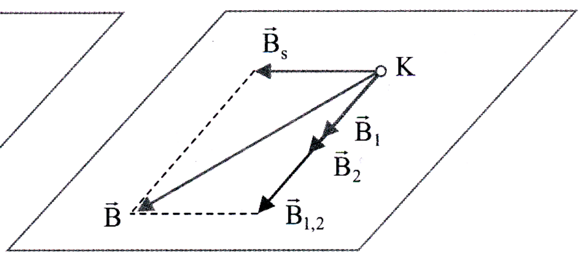
$B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2}{\ell/4} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{8I_2}{\ell} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{8(0,5I_1)}{\ell}$ ή $B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{4I_1}{\ell}$ (2).

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_s$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ρευματοφόρο σωληνοειδές στο κέντρο του Κ δίνεται από τη σχέση: $B_s = \mu_o I_s \frac{N}{\ell}$ (3).

Στο σχήμα **α** απεικονίζονται τα διανύσματα που παριστάνουν τις εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ και $\vec{B}_s$.



Σχήμα α



Σχήμα β

Τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι ομόρροπα και κάθετα στον άξονα του σωληνοειδούς, δηλαδή κάθετα στο διάνυσμα $\vec{B}_s$. Η συνισταμένη $\vec{B}_{1,2}$ των διανυσμάτων $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ έχει μέτρο:

$B_{1,2} = B_1 + B_2$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2), $B_{1,2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{8I_1}{\ell}$ (4).

Η συνισταμένη ένταση $\vec{B}$ (βλέπε σχήμα **β**) του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τους δύο ευθύγραμμους αγωγούς και το σωληνοειδές έχει μέτρο:

$B=\sqrt{B_{1,2}^2+B_s^2}$ ή $B^2=B_{1,2}^2+B_s^2$ ή, λόγω των σχέσεων (3) και (4),

$$\left(1000\sqrt{2}\,\frac{\mu_o}{\pi}\frac{I_s}{\ell}\right)^2=\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{8I_1}{\ell}\right)^2+\left(\mu_o I_s\frac{N}{\ell}\right)^2 \quad ή \quad \left(1000\sqrt{2}\,I_s\right)^2=\left(2I_1\right)^2+\left(\pi I_s N\right)^2$$

$$ή \quad 2\cdot 10^6 I_s^2=4I_1^2+\pi^2 I_s^2\frac{10^6}{\pi^2} \quad ή \quad 10^6 I_s^2=4I_1^2 \quad ή \quad 10^3 I_s=2I_1 \quad ή \quad \mathbf{\frac{I_1}{I_s}=500.}$$

Λύσεις των ασκήσεων

49. α. Από τον νόμο του Ampère ισχύει:

$$\left(\sum B\cdot\Delta\ell συνθ\right)_{\delta_1}=\mu_o I_{εγκ(\delta_1)} \quad ή \quad \left(\sum B\cdot\Delta\ell συνθ\right)_{\delta_1}=\mu_o\left(-I_2-I_3\right) \quad ή$$

$$\left(\sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell συνθ}\right)_{\delta_1}=\mathbf{-64\pi\cdot 10^{-7}\ T\cdot m}.$$

β. Ομοίως για τη διαδρομή δ_2 έχουμε:

$$\left(\sum B\cdot\Delta\ell συνθ\right)_{\delta_2}=\mu_o I_{εγκ(\delta_2)} \quad ή \quad \left(\sum B\cdot\Delta\ell συνθ\right)_{\delta_2}=\mu_o\left(I_1-I_2\right) \quad ή$$

$$\left(\sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell συνθ}\right)_{\delta_2}=\mathbf{-28\pi\cdot 10^{-7}\ T\cdot m}.$$

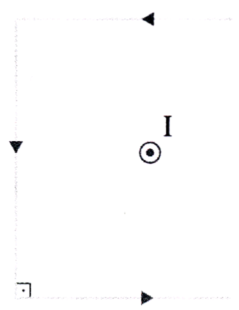
γ. Για τη διαδρομή δ_3 έχουμε:

$$\left(\sum B\cdot\Delta\ell συνθ\right)_{\delta_3}=\mu_o I_{εγκ(\delta_3)} \quad ή \quad \left(\sum B\cdot\Delta\ell συνθ\right)_{\delta_3}=\mu_o\left(-I_1\right) \quad ή$$

$$\left(\sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell συνθ}\right)_{\delta_3}=\mathbf{-8\pi\cdot 10^{-7}\ T\cdot m}.$$

δ. Για τη διαδρομή δ_4 έχουμε: $\left(\sum B\cdot\Delta\ell συνθ\right)_{\delta_4}=\mu_o I_{εγκ(\delta_4)}$ ή $\left(\sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell συνθ}\right)_{\delta_4}=\mathbf{0}.$

50. α. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère στην κλειστή τετράγωνη διαδρομή προκύπτει:



$$\sum B\cdot\Delta\ell συνθ=\mu_o I_{εγκ} \quad ή \quad \sum B\cdot\Delta\ell συνθ=\mu_o I \quad ή$$

$$\sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell συνθ}=\mathbf{2\pi\cdot 10^{-7}\ T\cdot m}.$$

β. Λόγω συμμετρίας, τα αθροίσματα $\left(\sum B\cdot\Delta\ell συνθ\right)_{πλ}$ σε κάθε πλευρά της τετράγωνης διαδρομής είναι ίσα μεταξύ τους. Συνεπώς ισχύει:

$$\sum B\cdot\Delta\ell συνθ=4\left(\sum B\cdot\Delta\ell συνθ\right)_{πλ} \quad ή \quad \left(\sum B\cdot\Delta\ell συνθ\right)_{πλ}=\frac{1}{4}\sum B\cdot\Delta\ell συνθ \quad ή$$

$$\left(\sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell συνθ}\right)_{πλ}=\mathbf{\frac{\pi}{2}10^{-7}\ T\cdot m}.$$

γ. Μετά την αντιστροφή της φοράς του ρεύματος στον αγωγό ισχύει:

$$\sum B\cdot\Delta\ell συνθ=\mu_o I_{εγκ} \quad ή \quad \sum B\cdot\Delta\ell συνθ=-\mu_o I \quad ή \quad \sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell συνθ}=\mathbf{-2\pi\cdot 10^{-7}\ T\cdot m}.$$

51. α. Για κάθε στοιχειώδες τμήμα της πλευράς ΚΛ η γωνία μεταξύ της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου και του στοιχειώδους τμήματος $\Delta\ell$ είναι $\theta = 0°$.

Είναι: $\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΚΛ}} = \left(B\sum\Delta\ell\,\text{συν}0°\right)$ ή $\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΚΛ}} = B\cdot(\text{ΚΛ})$ ή

$\left(\sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell}\,\textbf{συνθ}\right)_{\text{ΚΛ}} = \mathbf{3\cdot10^{-2}\ T\cdot m}$.

β. Για τα στοιχειώδη τμήματα των πλευρών ΛΜ και ΝΚ ισχύει:

$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}90°\right)_{\text{ΛΜ}} = \left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}90°\right)_{\text{ΝΚ}} = 0$.

Για την πλευρά ΜΝ ισχύει: $\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}180°\right)_{\text{ΜΝ}} = -B(\text{ΜΝ}) = -3\cdot10^{-2}\ T\cdot m$.

Επομένως, έχουμε

$$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΚΛΜΝ}} = \left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΚΛ}} + \left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΛΜ}} + \left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΜΝ}} + \left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΝΚ}}$$

ή $\left(\sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell}\,\textbf{συνθ}\right)_{\text{ΚΛΜΝ}} = \mathbf{0}$.

γ. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère προκύπτει: $\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΚΛΜΝ}} = \mu_o I_{\text{εγκ}}$ ή $\mathbf{I_{\text{εγκ}} = 0}$.

52. α. Είναι:

$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΚΛΝ}} = \left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΚΛ}} + \left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΛΝ}}$ ή

$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΚΛΝ}} = B\cdot(\text{ΚΛ})\cdot\text{συν}180° + B\cdot(\text{ΛΝ})\cdot\text{συν}90°$ ή

$\left(\sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell}\,\textbf{συνθ}\right)_{\text{ΚΛΝ}} = \mathbf{-6\cdot10^{-5}\ T\cdot m}$.

β. Είναι:

$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΝΚ}} = B\cdot(\text{ΝΚ})\cdot\dfrac{(\text{ΛΚ})}{(\text{ΝΚ})} = B\cdot(\text{ΛΚ})$ ή $\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΝΚ}} = 6\cdot10^{-5}\ T\cdot m$.

Εφαρμόζοντας το νόμο του Ampère έχουμε:

$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΚΛΝ}} = \mu_o I_{\text{εγκ}}$ ή $\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΚΛΝ}} + \left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΝΚ}} = \mu_o I_{\text{εγκ}}$ ή $\mathbf{I_{\text{εγκ}} = 0}$.

53. α. Είναι: $B = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I}{\alpha}$ ή $I = \dfrac{2B\pi\alpha}{\mu_o}$ ή $\mathbf{I = \pi\ A}$.

β. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère προκύπτει:

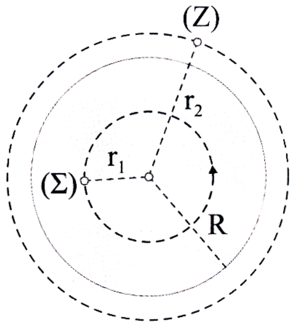
$\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta = \mu_o I_{\text{εγκ}}$ ή $\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\widehat{\text{ΓΑ}}} + \left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΑΓ}} = 0$ ή

$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΑΓ}} = -\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\widehat{\text{ΓΑ}}}$ ή $\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΑΓ}} = -B\left(\sum\Delta\ell\,\text{συν}180°\right)_{\widehat{\text{ΓΑ}}}$ ή

$\left(\sum B\cdot\Delta\ell\,\text{συν}\theta\right)_{\text{ΑΓ}} = -B\cdot s(-1)$ ή $\left(\sum \mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\Delta\ell}\,\textbf{συνθ}\right)_{\text{ΑΓ}} = \mathbf{4\pi\cdot10^{-7}\ T\cdot m}$.

54. *α.* Θεωρούμε κυκλική διαδρομή με ακτίνα $r < R$ και κέντρο στον άξονα του αγωγού. Το επίπεδο της διαδρομής είναι κάθετο στον άξονα του αγωγού.

Από την επιφάνεια που περιβάλλει η διαδρομή διέρχεται ρεύμα έντασης I'. Λόγω της ομοιόμορφης κατανομής του ρεύματος, σε κάθε εγκάρσια διατομή του αγωγού ισχύει:



$$\frac{I'}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \quad \text{ή} \quad I' = \left(\frac{r}{R}\right)^2 I \quad (1).$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère έχουμε:

$$\sum B \cdot \Delta\ell \text{συνθ} = \mu_o I' \quad \text{ή, μέσω της σχέσης (1),}$$

$$B 2\pi r = \mu_o \left(\frac{r}{R}\right)^2 I \quad \text{ή} \quad B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{R^2} r \quad (2).$$

Για $r = r_1$ η ζητούμενη ένταση προκύπτει: $\mathbf{B_\Sigma = 10^{-5}\ T}$.

β. Θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας $r > R$, με κέντρο στον άξονα του αγωγού και επίπεδο κάθετο στον άξονα του αγωγού. Από τον νόμο του Ampère προκύπτει:

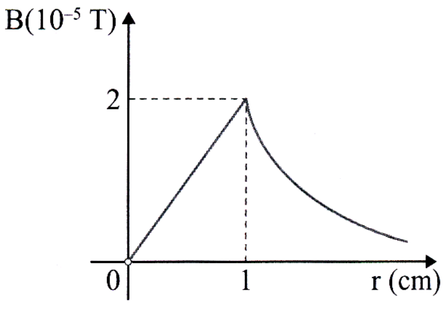
$$\sum B \cdot \Delta\ell \text{συνθ} = \mu_o I \quad \text{ή} \quad B 2\pi r = \mu_o I \quad \text{ή} \quad B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r} \quad (3).$$

Για $B = B_Z = B_\Sigma$ και $r = r_2$ προκύπτει: $r_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{B_\Sigma}$ ή $\mathbf{r_2 = 2\ cm}$.

γ. Από τις σχέσεις (2), (3) έχουμε:

$$B = \begin{cases} \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{R^2}, & r \le R \\ \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}, & r > R \end{cases}$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



δ. Το σημείο Σ βρίσκεται στην εσωτερική κυλινδρική επιφάνεια του αγωγού μετά την αφαίρεση του κυλινδρικού τμήματος.

Θεωρούμε κυκλική διαδρομή ακτίνας $r = \rho$ με επίπεδο κάθετο στον άξονα του αγωγού και κέντρο επάνω στον άξονα του αγωγού.

Από την επιφάνεια που περιβάλλει η κυκλική διαδρομή δεν διέρχεται ηλεκτρικό ρεύμα ($I_{εγκ} = 0$). Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampère προκύπτει:

$$\sum B \cdot \Delta\ell \text{συν}0^\circ = \mu_o I_{εγκ} \quad \text{ή} \quad B \cdot 2\pi\rho = 0 \quad \text{ή} \quad \mathbf{B = 0}.$$

55. *α.* Το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς δίνεται από τη σχέση: $B = \mu_o I \frac{N}{\ell}$ ή $\ell = \frac{\mu_o I N}{B}$ ή $\boldsymbol{\ell = 40}$ **cm**.

β. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ υπολογίζεται από τη σχέση: $B_1 = \mu_o I_1 \frac{N}{\ell_1}$, όπου $I_1 = 2I$ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τώρα το σωληνοειδές και $\ell_1 = 2\ell$ το νέο μήκος του.

Η προηγούμενη σχέση γράφεται: $B_1 = \mu_o (2I) \frac{N}{2\ell} = B$ ή $\mathbf{B_1 = 2\pi \cdot 10^{-3}\ T}$.

56. *α.* Το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς δίνεται από τη σχέση: $B = \mu_o I \frac{N}{\ell}$ ή $I = \frac{B \cdot \ell}{\mu_o N}$ ή $\mathbf{I = 4\ A}$.

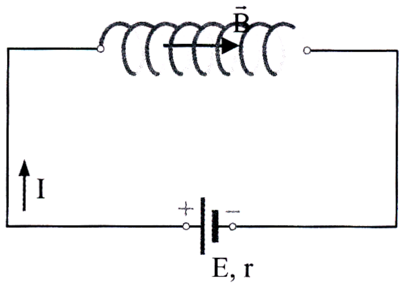
β. Η ωμική αντίσταση του σωληνοειδούς υπολογίζεται από την εξίσωση ορισμού:
$R = \frac{V}{I}$ ή $\mathbf{R = 10\ \Omega}$.

57. *α.* Το μήκος κάθε κυκλικής σπείρας του σωληνοειδούς είναι: $d = 2\pi\alpha$.
Ο αριθμός των σπειρών του σωληνοειδούς υπολογίζεται από το πηλίκο:
$N = \frac{L}{d} = \frac{L}{2\pi\alpha}$ ή $\mathbf{N = 200}$.

β. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς υπολογίζεται από τη σχέση: $B = \mu_o I \frac{N}{\ell}$ ή $\mathbf{B = 6\pi \cdot 10^{-3}\ T}$.

58. *α.* Η αντίσταση του σωληνοειδούς υπολογίζεται από τη σχέση: $R = \rho \frac{L}{S}$ ή $\mathbf{R = 4{,}25\ \Omega}$.

β. Το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Έχουμε: $I = \frac{E}{R + r}$ ή $I = 5\ A$.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς υπολογίζεται από τη σχέση: $B = \mu_o I \frac{N}{\ell}$ ή $\mathbf{B = 4\pi \cdot 10^{-3}\ T}$.

59. *α.* Η ένταση $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς (1) έχει μέτρο:
$B_1 = \mu_o I n_1$ ή $\mathbf{B_1 = 8\pi \cdot 10^{-3}\ T}$.

Η ένταση $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς (2) έχει μέτρο:
$B_2 = \mu_o I n_2$ ή $\mathbf{B_2 = 4\pi \cdot 10^{-3}\ T}$.

β. Το σωληνοειδές (1) στο σημείο σύνδεσης των δύο σωληνοειδών δημιουργεί μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_1'$, μέτρου: $B_1' = \dfrac{B_1}{2}$ ή $B_1' = 4\pi \cdot 10^{-3}$ T.

Το σωληνοειδές (2) στο σημείο σύνδεσης των δύο σωληνοειδών δημιουργεί μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_2'$, ομόρροπης της $\vec{B}_1'$, μέτρου: $B_2' = \dfrac{B_2}{2}$ ή $B_2' = 2\pi \cdot 10^{-3}$ T.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}'$ του μαγνητικού πεδίου στο σημείο σύνδεσης των δύο σωληνοειδών είναι: $B' = B_1' + B_2'$ ή $\mathbf{B' = 6\pi \cdot 10^{-3}\ T}$.

60. α. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ και της έντασης $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το σωληνοειδές $Σ_1$ και το σωληνοειδές $Σ_2$ αντίστοιχα στο κοινό κέντρο Κ των δύο σωληνοειδών είναι: $B_1 = \mu_o I_1 n_1$ ή $B_1 = 4\pi \cdot 10^{-4}$ T και $B_2 = \mu_o I_2 n_2$ ή $B_2 = 16\pi \cdot 10^{-4}$ T.

Όταν τα ρεύματα που διαρρέουν τα δύο σωληνοειδή είναι μεταξύ τους ομόρροπα, το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ είναι: $B = B_1 + B_2$ ή $\mathbf{B = 20\pi \cdot 10^{-4}\ T}$.

β. Όταν τα ρεύματα που διαρρέουν τα δύο σωληνοειδή είναι μεταξύ τους αντίρροπα, το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ είναι: $B = B_2 - B_1$ ή $\mathbf{B = 12\pi \cdot 10^{-4}\ T}$.

47

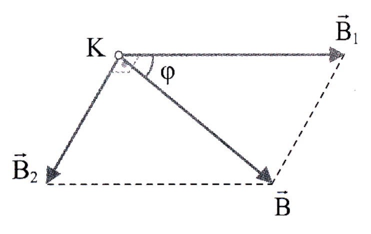
61. α. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από το ρευματοφόρο σωληνοειδές στο κέντρο του Κ υπολογίζεται από τη σχέση:

$B_1 = \mu_o I_1 \dfrac{N}{\ell}$ ή $B_1 = 4\pi \cdot 10^{-5}$ T.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τον ρευματοφόρο ευθύγραμμο αγωγό στο κέντρο Κ του σωληνοειδούς είναι:

$B_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_2}{r}$ ή $B_2 = 3\pi \cdot 10^{-5}$ T.

Τα διανύσματα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι μεταξύ τους κάθετα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Το μέτρο της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ είναι:

$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$ ή $\mathbf{B = 5\pi \cdot 10^{-5}\ T}$.

β. Η διεύθυνση της συνισταμένης έντασης $\vec{B}$ προσδιορίζεται μέσω της γωνίας που αυτή σχηματίζει με την ένταση $\vec{B}_1$, δηλαδή με τον άξονα του σωληνοειδούς. Έχουμε:

$εφφ = \dfrac{B_2}{B_1} = \dfrac{3}{4}$ ή $\mathbf{φ = 37^o}$.

62. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ρευματοφόρο σωληνοειδές στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού είναι: $B_1 = \mu_o I_1 n$ ή $B_1 = 2\pi \cdot 10^{-4}$ T.

Έστω $\vec{B}_2$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο κέντρο του Κ. Τα διανύσματα $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ και $\vec{B}$ απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.

Μετρικά ισχύει η ακόλουθη σχέση: $B = B_1 - B_2$ ή $B_2 = B_1 - B$ ή $B_2 = 1{,}5\pi \cdot 10^{-4}$ T.

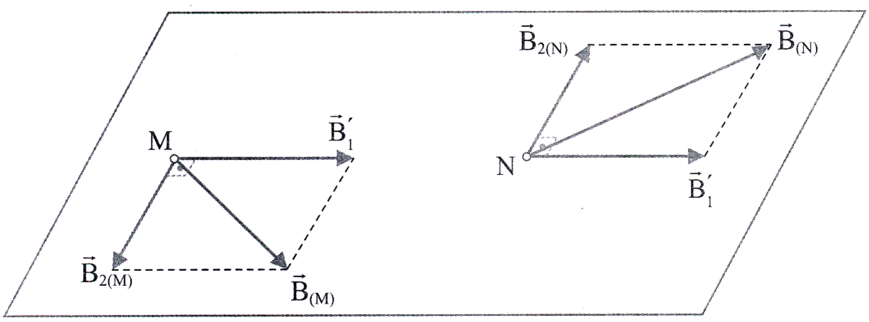
Όμως είναι: $B_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2\pi I_2}{r}N$ ή $I_2 = \dfrac{B_2 r}{(\mu_o/4\pi)2\pi N}$ ή $\mathbf{I_2 = 30\ A}$.

63. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1'$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ρευματοφόρο σωληνοειδές στα σημεία Μ και Ν είναι: $B_1' = \dfrac{\mu_o}{2} I_1 \dfrac{N}{\ell}$ και $B_1' = 4 \cdot 10^{-6}$ T.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_{2(M)}$ και της έντασης $\vec{B}_{2(N)}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ρευματοφόρος ευθύγραμμος αγωγός στο σημείο Μ και στο σημείο Ν είναι:

$B_{2(M)} = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_2}{\ell/2 + d}$ ή $B_{2(M)} = 4 \cdot 10^{-6}$ T και $B_{2(N)} = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_2}{\ell/2 - d}$ ή $B_{2(N)} = 12 \cdot 10^{-6}$ T.

Τα διανύσματα $\vec{B}_1'$, $\vec{B}_{2(M)}$ και $\vec{B}_{2(N)}$ απεικονίζονται στο ακόλουθο σχήμα.



Η συνισταμένη ένταση $\vec{B}_{(M)}$ του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Μ είναι:

$B_{(M)} = \sqrt{B_1'^2 + B_{2(M)}^2}$ ή $\mathbf{B_{(M)} = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-6}\ T}$.

Η συνισταμένη ένταση $\vec{B}_{(N)}$ του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Ν είναι:

$B_{(N)} = \sqrt{B_1'^2 + B_{2(N)}^2}$ ή $\mathbf{B_{(N)} = 4\pi \cdot 10^{-6}\ T}$.

Λύσεις των προβλημάτων

64. α. Το μήκος του σύρματος από το οποίο είναι κατασκευασμένο το σωληνοειδές είναι:

$L = N \cdot 2\pi \dfrac{\Delta}{2}$ ή $L = 50\pi$ m.

Το εμβαδόν διατομής του σύρματος είναι: $S = \pi \left(\dfrac{\delta}{2}\right)^2$ ή $S = \dfrac{\pi}{4} 10^{-6}$ m^2.

Η ωμική αντίσταση του σωληνοειδούς υπολογίζεται από τη σχέση: $R_\sigma = \rho \dfrac{L}{S}$ ή $R_\sigma = 3{,}6\ \Omega$.

Η ισοδύναμη αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος είναι:

$R_{\iota\sigma} = \dfrac{R \cdot R_\sigma}{R + R_\sigma}$ ή $\mathbf{R_{\iota\sigma} = 1{,}8\ \Omega}$.

β. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I = \dfrac{E}{R_{\iota\sigma} + r}$ ή $\mathbf{I = 20\ A}$.

γ. Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στο ρευματοφόρο σωληνοειδές στο κέντρο του σωληνοειδούς είναι:

$B = \mu_o I_1 \dfrac{N}{\ell}$ (1), όπου I_1 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές.

Από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος έχουμε: $I_1 = \dfrac{V_\Pi}{R_\sigma} = \dfrac{E - Ir}{R_\sigma}$ ή $I_1 = 10$ A.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $\mathbf{B = 5\pi \cdot 10^{-3}\ T}$.

δ. Έστω I_1' η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές. Από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος έχουμε: $I_1' = \dfrac{V_\sigma}{R_\sigma} = \dfrac{V_\Pi'}{R_\sigma} = \dfrac{E'}{R_\sigma}$ ή $I_1' = 5$ A.

Το μέτρο της νέας έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς είναι:

$B' = \mu_o I_1' \dfrac{N}{\ell} = \mu_o \dfrac{I_1}{2} \dfrac{N}{\ell}$ ή $B' = 2{,}5\pi \cdot 10^{-3}$ T.

Το ζητούμενο ποσοστό είναι: $\pi\% = \dfrac{B' - B}{B} \cdot 100\% = \dfrac{0{,}5B - B}{B} \cdot 100\%$ ή $\mathbf{\pi\% = -50\%}$.

65. Α. α. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, κατ' επέκταση και το σωληνοειδές, υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Έχουμε:

$I = \dfrac{E}{R_\sigma + R + r}$ ή $I = 0{,}5$ A.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς είναι:

$B = \mu_o I \dfrac{N}{\ell}$ ή $\mathbf{B = 2\pi \cdot 10^{-4}\ T}$.

β. Η ζητούμενη ισχύς υπολογίζεται από τη σχέση: $P_\sigma = I^2 R_\sigma$ ή $\mathbf{P_\sigma = 1{,}5\ W}$.

Β. *α.* Το τμήμα του σωληνοειδούς που τοποθετείται στη θέση του αρχικού έχει μήκος $\ell' = 0,2$ m, $N' = 200$ σπείρες και ωμική αντίσταση $R'_\sigma = 3\ \Omega$. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τώρα το κύκλωμα είναι: $I' = \dfrac{E}{R'_\sigma + R + r}$ ή $I' = \dfrac{10}{17}$ A.

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς έχει τώρα μέτρο:

$B' = \mu_o I' \dfrac{N'}{\ell'}$ ή $\mathbf{B' = \dfrac{40\pi}{17} \cdot 10^{-4}\ T}$.

β. Το ζητούμενο φορτίο είναι: $q = I' \cdot \Delta t$ ή $\mathbf{q = 10\ C}$.

66. *α.* Η αντίσταση ενός αγωγού συνδέεται με τα γεωμετρικά του στοιχεία με τη σχέση:

$R_\sigma = \rho \dfrac{L}{S}$ ή $R_\sigma = \rho \dfrac{L}{\pi\alpha^2}$ ή $\rho = \dfrac{R_\sigma \pi \alpha^2}{L}$ ή $\mathbf{\rho = 1,6 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m}$.

Επομένως, το σύρμα είναι κατασκευασμένο από **άργυρο (Ag)**.

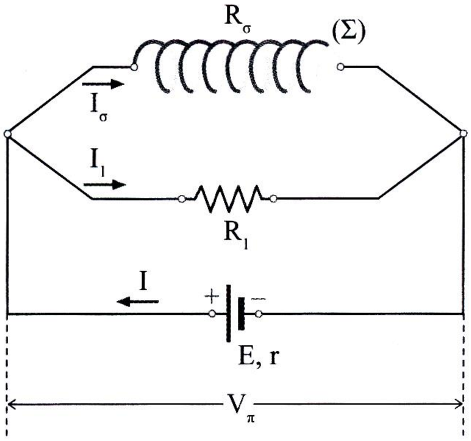
β. Ο αριθμός των σπειρών του σωληνοειδούς υπολογίζεται από το πηλίκο:

$N = \dfrac{L}{2\pi r_\sigma}$ ή **$N = 250$ σπείρες**.

Επειδή οι σπείρες του σωληνοειδούς είναι μεταξύ τους εφαπτομενικές, το μήκος ℓ του σωληνοειδούς προκύπτει από το γινόμενο του αριθμού N των σπειρών και της διαμέτρου $\delta = 2\alpha$ του σύρματος. Δηλαδή είναι: $\ell = N \cdot \delta = N \cdot 2\alpha$ ή $\boldsymbol{\ell = 0,2\ m}$.

γ. Η αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος είναι:

$R_{\sigma,1} = \dfrac{R_\sigma \cdot R_1}{R_\sigma + R_1}$ ή $R_{\sigma,1} = 1,2\ \Omega$.



Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$R_{\iota\sigma} = R_{\sigma,1} + r$ ή $R_{\iota\sigma} = 2\ \Omega$.

Το ρεύμα που διαρρέει την πηγή έχει ένταση I η οποία υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Έχουμε: $I = \dfrac{E}{R_{\iota\sigma}}$ ή $I = 5$ A.

Η πολική τάση είναι: $V_\Pi = E - Ir$ ή $V_\Pi = 6$ V.

Η ένταση I_σ του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος. Έχουμε: $I_\sigma = \dfrac{V_\Pi}{R_\sigma}$ ή $I_\sigma = 3$ A.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ρευματοφόρο σωληνοειδές στο κέντρο του υπολογίζεται από τη σχέση: $B = \mu_o I_\sigma \dfrac{N}{\ell}$ ή $\mathbf{B = 15\pi \cdot 10^{-4}\ T}$.

δ. Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος μεταβάλλεται, οπότε μεταβάλλεται και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, κατ' επέκταση μεταβάλλεται και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές Σ_2.
Επομένως, είναι $\vec{\mathbf{B}}_2 \neq \vec{\mathbf{B}}$.

67. α. Η αντίσταση του κυκλικού αγωγού είναι: $R_{κυκ} = R^* \cdot 2\pi\alpha$ ή $R_{κυκ} = 15\ \Omega$.

Η ωμική αντίσταση μιας σπείρας του σωληνοειδούς είναι: $R_{σπ.} = \rho \dfrac{2\pi(\Delta/2)}{\pi(\delta/2)^2}$ ή $R_{σπ.} = 0,3\ \Omega$.

Η ωμική αντίσταση του σωληνοειδούς είναι: $R_\sigma = N \cdot R_{σπ.}$ ή $R_\sigma = 30\ \Omega$.

Το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται από τον κυκλικό αγωγό και σωληνοειδές, τα οποία είναι συνδεδεμένα παράλληλα. Η ισοδύναμη αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος υπολογίζεται από τη σχέση: $R_{ισ} = \dfrac{R_{κυκ} \cdot R_\sigma}{R_{κυκ} + R_\sigma}$ ή $\mathbf{R_{ισ} = 10\ \Omega}$.

β. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I = \dfrac{E}{R_{ισ} + r}$ ή $I = 3\ A$.

Η πολική τάση της πηγής είναι: $V_\Pi = E - Ir$ ή $V_\Pi = 30\ V$.

Η ένταση I_2 του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό είναι: $I_2 = \dfrac{V_\Pi}{R_{κυκ}}$ ή $I_2 = 2\ A$.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_O$ είναι: $B_O = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2\pi I_2}{\alpha}$ ή $\mathbf{B_O = \dfrac{16}{3} \cdot 10^{-5}\ T}$.

γ. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}'$ υπολογίζεται από τη σχέση: $B' = \dfrac{3\mu_o}{2} I_1 \dfrac{N}{\ell}$ (1).

Από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff έχουμε: $I_1 = I - I_2$ ή $I_1 = 1\ A$.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $\mathbf{B' = \dfrac{2\pi}{3} \cdot 10^{-4}\ T}$.

68. α. Η ισοδύναμη αντίσταση των στοιχείων αντιστάτης αντίστασης R_1 – σωληνοειδές είναι:
$R_{\sigma,1} = R_\sigma + R_1$ ή $R_{\sigma,1} = 20\ \Omega$.

Η ισοδύναμη αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος είναι: $R_{ισ} = \dfrac{R_{\sigma,1} \cdot R_2}{R_{\sigma,1} + R_2}$ ή $R_{ισ} = 10\ \Omega$.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I = \dfrac{E}{R_{ισ} + r}$ ή $I = 2\ A$.

Η πολική τάση της πηγής υπολογίζεται από τη σχέση: $V_\Pi = E - Ir$ ή $\mathbf{V_\Pi = 20\ V}$.

β. Η ένταση I_1 του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές είναι: $I_1 = \dfrac{V_\Pi}{R_{\sigma,1}}$ ή $I_1 = 1\ A$.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ είναι: $B = \mu_o I_1 \dfrac{N}{\ell}$ ή $\mathbf{B = 12 \cdot 10^{-4}\ T}$.

γ. Από τον νόμο του Joule έχουμε: $Q = I^2 R_{ισ} \Delta t$ ή $\mathbf{Q = 144.000\ J}$.

69. α. Η ηλεκτρική ισχύς που καταναλώνει το σωληνοειδές Σ_2 συνδέεται με την ένταση I_2 του ρεύματος που το διαρρέει με τη σχέση: $P_2 = I_2^2 R_2$ ή $I_2 = \sqrt{\dfrac{P_2}{R_2}}$ ή $I_2 = 1$ A.

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_2'$ υπολογίζεται από τη σχέση: $B_2' = \dfrac{\mu_o}{2} I_2 n_2$ ή $\mathbf{B_2' = 2\pi \cdot 10^{-4}}$ **T**.

β. Η τάση στα άκρα του σωληνοειδούς Σ_2 είναι: $V = I_2 R_2$ ή $V = 40$ V.

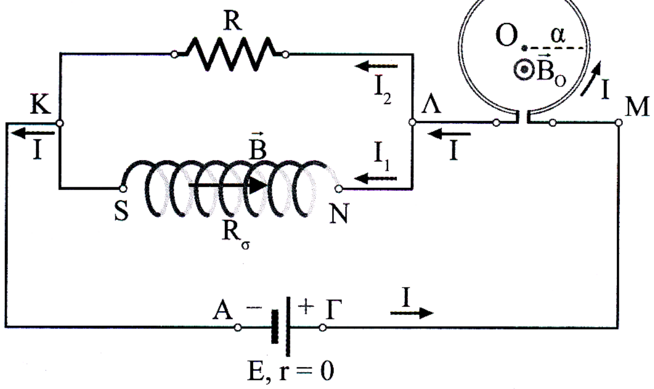
Από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος έχουμε: $V = I_1 R_1$ ή $R_1 = \dfrac{V}{I_1}$ (1).

Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ είναι: $B_1 = \mu_o I_1 n_1$ ή $I_1 = \dfrac{B_1}{k_\mu 4\pi n_1}$ ή $I_1 = 2$ A.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $\mathbf{R_1 = 20\ \Omega}$.

γ. Από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff έχουμε: $I = I_1 + I_2$ ή $I = 3$ A.
Η πολική τάση της πηγής δίνεται από τη σχέση:
$V_\Pi = E - Ir$ ή $V = E - Ir$ ή $E = V + Ir$ ή $\mathbf{E = 41{,}5\ V}$.

70. α. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται η πηγή τοποθετημένη στα άκρα Α και Γ του συστήματος. Στο άκρο Γ συνδέσαμε τον θετικό πόλο της πηγής, ώστε το ρεύμα που διαρρέει το σωληνοειδές να έχει τέτοια φορά για να δημιουργείται βόρειος μαγνητικός πόλος στο δεξιό άκρο του.



β. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}'$ δίνεται από τη σχέση: $B' = \dfrac{\mu_o}{2} I_1 n$ ή $I_1 = \dfrac{B'}{(\mu_o/2)2\pi n}$ ή $I_1 = 3$ A.

Ισχύει η σχέση: $V_{K\Lambda} = I_1 R_\sigma$ ή $V_{K\Lambda} = 9$ V και η σχέση: $V_{K\Lambda} = I_2 R$ ή $I_2 = 1$ A.

Η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης: $I = I_1 + I_2$ ή $\mathbf{I = 4\ A}$.

γ. Το μέτρο της έντασης $\vec{B}_O$ υπολογίζεται από τη σχέση: $B_O = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2\pi I}{\alpha}$ ή $\mathbf{B_O = 2\pi \cdot 10^{-5}\ T}$.

δ. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I = \frac{E}{\frac{R \cdot R_\sigma}{R + R_\sigma} + R'} \quad \text{ή} \quad E = I\left(\frac{R \cdot R_\sigma}{R + R_\sigma} + R'\right) \quad \text{ή} \quad E = 37 \text{ V}.$$

Εφόσον αφαιρούμε τον αντιστάτη, η νέα ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, κατ' επέκταση, και τον κυκλικό αγωγό είναι: $I' = \frac{E}{R_\sigma + R'}$ ή $I' = 3,7$ A.

Η ζητούμενη επί τοις εκατό μεταβολή είναι:

$$\pi\% = \frac{B_O' + B_O}{B_O} \cdot 100\% = \left(\frac{B_O'}{B_O} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{(\mu_o/4\pi)2\pi I'/\alpha}{(\mu_o/4\pi)2\pi I/\alpha} - 1\right) \cdot 100\% = \left(\frac{I'}{I} - 1\right) \cdot 100\%$$

$$\text{ή} \quad \pi\% = \left(\frac{3,7}{4} - 1\right) \cdot 100\% \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\pi\% = -7,5\%}.$$

Ενότητα 4η Μαγνητική ροή

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. γ	2. **β**	3. **α**	4. γ	5. **δ**	6. **α**	7. **δ**	8. **δ**	9. **α**	10. γ
11. **β**	12. **β**	13. γ	14. **β**						

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

15.	α. **Λ**	β. **Σ**	γ. **Σ**	δ. **Σ**	16.	α. **Σ**	β. **Λ**	γ. **Λ**	δ. **Σ**

Γ. Θέματα πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

17. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

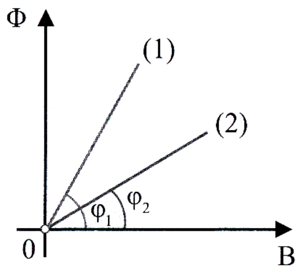
Η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από επιφάνεια κάθετα τοποθετημένη στις δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου δίνεται από τη σχέση: $\Phi = BA$.

Η προηγούμενη σχέση υποδεικνύει ότι η κλίση της ευθείας $\Phi = f(B)$ ισούται με το εμβαδόν A της επιφάνειας.

Δηλαδή είναι: [κλίση $\Phi = f(B)$] = εφφ = A (1).

Έστω A_1 και A_2 το εμβαδόν της επιφάνειας (1) και (2) αντίστοιχα. Από το διάγραμμα του διπλανού σχήματος έχουμε:

$\varphi_1 > \varphi_2$ ή $εφ\varphi_1 > εφ\varphi_2$ ή, λόγω της σχέσης (1), $\mathbf{A_1 > A_2}$.



18. **Α.** Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου έντασης $\vec{B}'_0$ είναι παράλληλες με το επίπεδο της σπείρας του σωληνοειδούς που βρίσκεται στο μέσον του, ενώ οι δυναμικές γραμμές του πεδίου που δημιουργεί το ρεύμα του σωληνοειδούς είναι κάθετες στην προαναφερθείσα σπείρα. Επομένως, η μαγνητική ροή που διέρχεται από τη μεσαία σπείρα του σωληνοειδούς δίνεται από τη σχέση: $\Phi = B_0Aσυν0^o$ ή $\mathbf{\Phi = B_0A}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Εάν το σωληνοειδές στραφεί, ώστε η φορά των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου του να συμπίπτει με τη φορά των δυναμικών γραμμών του δεύτερου μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}'_0$, η τελική μαγνητική ροή που διέρχεται από τη μεσαία σπείρα του σωληνοειδούς θα είναι: $\Phi' = B_0 A\sigma\upsilon\nu 0^\circ + B'_0 A\sigma\upsilon\nu 0^\circ$ ή $\Phi' = 3B_0 A$.

Η ζητούμενη μεταβολή είναι: $\Delta\Phi = \Phi' - \Phi = 3B_0A - B_0A$ ή $\boldsymbol{\Delta\Phi = 2B_0A}$.

19. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Από τη γεωμετρία γνωρίζουμε ότι το ύψος του ισόπλευρου τριγώνου είναι:

$$d = \sqrt{\alpha^2 - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2} \quad \text{ή} \quad d = \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha.$$

Το εμβαδόν του τριγώνου είναι: $A_1 = \frac{1}{2}\alpha d$ ή $A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}\alpha^2$.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του τριγώνου δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi_1 = BA_1 \quad \text{ή} \quad \Phi_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}B\alpha^2 \quad (1).$$

Εφόσον το μήκος του σύρματος δεν μεταβάλλεται, μετασχηματίζοντας το τρίγωνο σε κύκλο ακτίνας r ικανοποιείται η σχέση: $3\alpha = 2\pi r$ ή $r = \frac{3\alpha}{2\pi}$.

Το εμβαδόν του κύκλου είναι: $S_2 = \pi r^2$ ή $S_2 = \frac{9}{4\pi}\alpha^2$.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του κύκλου δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi_2 = BA_2 \quad \text{ή} \quad \Phi_2 = \frac{9}{4\pi}B\alpha^2 \quad (2).$$

Η ζητούμενη μεταβολή είναι: $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2):

$$\Delta\Phi = \frac{9}{4\pi}B\alpha^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}B\alpha^2 \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\Delta\Phi = \frac{B\alpha^2}{4}\left(\frac{9}{\pi} - \sqrt{3}\right)}.$$

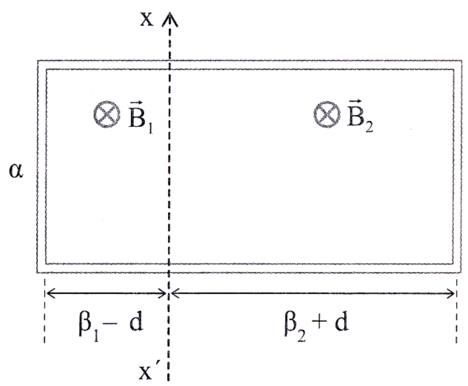
20. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Η αρχική μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια δίνεται από τη σχέση:

$\Phi_1 = B_1A_1\sigma\upsilon\nu 0^\circ + B_2A_2\sigma\upsilon\nu 0^\circ = B_1\alpha\beta_1 + B_2\alpha\beta_2$

ή $\Phi_1 = \alpha(B_1\beta_1 + B_2\beta_2)$ (1).

Μετακινώντας το πλαίσιο δεξιότερα κατά d οι κάθετες πλευρές της επιφάνειας στον άξονα x΄x, αποκτούν μήκη $\beta_1 - d$ και $\beta_2 + d$, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Η τελική μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια δίνεται από τη σχέση:

$\Phi_2 = B_1 A_1' \sigma\upsilon\nu 0^o + B_2 A_2' \sigma\upsilon\nu 0^o = B_1 \alpha(\beta_1 - d) + B_2 \alpha(\beta_2 + d)$

ή $\Phi_2 = \alpha(B_1\beta_1 + B_2\beta_2) + \alpha d(B_2 - B_1)$ ή, μέσω της σχέσης (1), $\Phi_2 = \Phi_1 + \alpha d(B_2 - B_1)$

ή $\Phi_2 - \Phi_1 = \alpha d(B_2 - B_1)$ ή $\mathbf{\Delta\Phi = \alpha d(B_2 - B_1)}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Αν αντιστραφεί η φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου έντασης $\vec{B}_1$, τότε η τελική μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια δίνεται από τη σχέση:

$\Phi_2' = B_1 A_1 \sigma\upsilon\nu 180^o + B_2 A_2 \sigma\upsilon\nu 0^o = -B_1\alpha\beta_1 + B_2\alpha\beta_2$ ή $\Phi_2' = \alpha(B_2\beta_2 - B_1\beta_1)$.

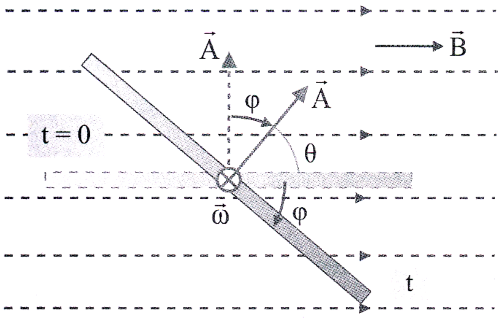
Η ζητούμενη μεταβολή είναι:

$|\Delta\Phi| = |\Phi_2' - \Phi_1| = |\alpha(B_2\beta_2 - B_1\beta_1) - \alpha(B_1\beta_1 + B_2\beta_2)|$ ή $\mathbf{|\Delta\Phi| = 2B_1\alpha\beta_1}$.

21. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο τη χρονική στιγμή t = 0 ισούται με μηδέν, εφόσον τη στιγμή αυτή το πλαίσιο είναι παράλληλο προς τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, δηλαδή το κάθετο διάνυσμα $\vec{A}$ που προσανατολίζει την επιφάνεια σχηματίζει γωνία θ = 90° με την κατεύθυνση των μαγνητικών γραμμών.

Μια (τυχαία) χρονική στιγμή t (t ≠ 0) το πλαίσιο έχει στραφεί κατά γωνία φ = ωt και το διάνυσμα $\vec{A}$ σχηματίζει με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου γωνία θ = 90° – φ (βλέπε το ακόλουθο σχήμα).



Επομένως, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο τη χρονική στιγμή t δίνεται από τη σχέση: Φ = ΒΑσυνθ = ΒΑσυν(90° – φ) = ΒSημφ ή **Φ = ΒΑημ(ωt)**.

22. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το τετράγωνο πλαίσιο εμβαδού $A_1 = \alpha^2$ δίνεται από τη σχέση: $\Phi_1 = BA_1 \sigma\upsilon\nu 0^o = B\alpha^2$ (1).

Έστω β η πλευρά του τετραγώνου κάθε σπείρας του νέου πλαισίου. Ισχύει η σχέση:

$4\alpha = N(4\beta)$ ή $\beta = \frac{\alpha}{N}$ (2).

Η (ολική) μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο των N σπειρών δίνεται από τη σχέση:

$\Phi_2 = NB\beta^2$ ή, μέσω της σχέσης (2), $\Phi_2 = NB\left(\dfrac{\alpha}{N}\right)^2$ ή $\Phi_2 = \dfrac{B\alpha^2}{N}$ (3).

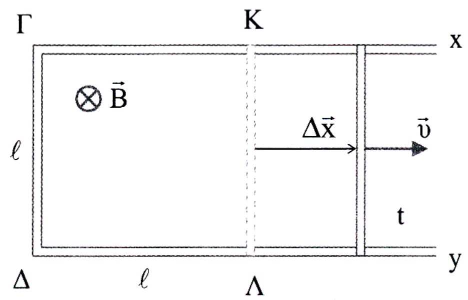
Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι:

$\Phi_2 = \dfrac{\Phi_1}{4}$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (3), $\dfrac{B\alpha^2}{N} = \dfrac{B\alpha^2}{4}$ ή $\mathbf{N = 4}$.

23. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Μια (τυχαία) χρονική στιγμή t, (t ≠ 0) κατά την οποία ο αγωγός ΚΛ έχει μετακινηθεί κατά $\Delta x = \upsilon t$ (βλέπε διπλανό σχήμα), η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο ΚΛΔΓ δίνεται από τη σχέση:

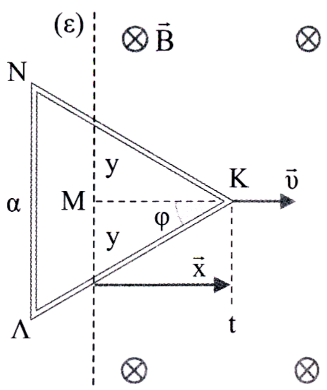
$\Phi = BA\sigma\upsilon\nu 0^o = B\ell(\ell + \Delta x)$ ή $\mathbf{\Phi = B\ell(\ell + \upsilon t)}$.



24. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Μια (τυχαία) χρονική στιγμή t (t ≠ 0) κατά την οποία η κορυφή Κ του τριγωνικού πλαισίου έχει εισέλθει στο πεδίο κατά $x = \upsilon t$, το τμήμα της επιφάνειας του πλαισίου που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο έχει εμβαδόν:

$A = 2\left(\dfrac{1}{2}xy\right)$ ή $A = xy$ (1).



Από τη γεωμετρία αποδεικνύεται ότι η γωνία φ ισούται με 30^o. Επομένως, προκύπτει:

$\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{y}{x}$ ή $\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{y}{x}$ ή $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x$ (2).

Η σχέση (1) μέσω της σχέσης (2) γράφεται: $A = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x^2$ (3).

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου τη χρονική στιγμή t είναι:

$\Phi = BA\sigma\upsilon\nu 0^o$ ή, λόγω της σχέσης (3), $\Phi = B\dfrac{\sqrt{3}}{3}x^2$ ή $\Phi = \dfrac{\sqrt{3}}{3}B\upsilon^2 t^2$.

Η είσοδος του πλαισίου στο πεδίο ολοκληρώνεται όταν γίνει $y = \alpha/2$. Τότε, ισχύει:

$\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\upsilon t_1$ ή $t_1 = \dfrac{\alpha\sqrt{3}}{2\upsilon}$.

Κατά συνέπεια, η χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο κατά τη φάση εισόδου του στο μαγνητικό πεδίο δίνεται από τη σχέση: $\mathbf{\Phi = \dfrac{\sqrt{3}}{3}B\upsilon^2 t^2}$, $\mathbf{0 \le t \le \dfrac{\alpha\sqrt{3}}{2\upsilon}}$.

Λύσεις των ασκήσεων

25. *α.* Η ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς του σωματίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \frac{2\pi}{T} r \quad \acute{\eta} \quad r = \frac{\upsilon T}{2\pi} \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{r = 0{,}1\ m}.$$

β. Η ζητούμενη μαγνητική ροή είναι: $\Phi = BS = B\pi r^2$ ή $\mathbf{\Phi = 0{,}1\ Wb}$.

26. *α.* Η ζητούμενη (αρχική) μαγνητική ροή είναι: $\Phi_{\alpha\rho\chi} = BA = B\pi r^2$ ή $\mathbf{\Phi_{\alpha\rho\chi} = 0{,}04\pi\ Wb}$.

β. Η (τελική) μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου μετά την περιστροφή του είναι: $\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = BA\sigma\upsilon\nu\alpha = B\pi r^2\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{\Phi_{\alpha\rho\chi}}{2}$ ή $\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = 0{,}02\pi$ Wb.

Επομένως, η ζητούμενη μεταβολή είναι: $\Delta\Phi = \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}$ ή $\mathbf{\Delta\Phi = -0{,}02\pi\ Wb}$.

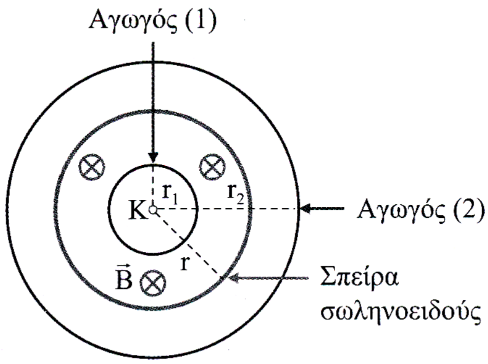
27. *α.* Η ζητούμενη μαγνητική ροή είναι: $\Phi = BA = B\pi r^2$ ή $\mathbf{\Phi = 4 \cdot 10^{-5}\ Wb}$.

β. Η ζητούμενη μαγνητική ροή είναι: $\Phi_1 = BA_1 = B\pi r_1^2$ ή $\mathbf{\Phi_1 = 1 \cdot 10^{-5}\ Wb}$.

γ. Οι μαγνητικές γραμμές διέρχονται από κυκλική επίπεδη επιφάνεια ακτίνας r (βλέπε διπλανό σχήμα).

Η ζητούμενη μαγνητική ροή υπολογίζεται από τη σχέση:

$\Phi_2 = BA = B\pi r^2$ ή $\mathbf{\Phi_2 = 4 \cdot 10^{-5}\ Wb}$.



28. *α.* Η ωμική αντίσταση του λαμπτήρα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P_\kappa = \frac{V_\kappa^2}{R_\lambda} \quad \acute{\eta} \quad R_\lambda = \frac{V_\kappa^2}{P_\kappa} \quad \acute{\eta} \quad \mathbf{R_\lambda = 25\ \Omega}.$$

β. Το ρεύμα κανονικής λειτουργίας του λαμπτήρα είναι: $I_\kappa = \frac{P_\kappa}{V_\kappa}$ ή $I_\kappa = 2$ A.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο και στα άκρα του ρευματοφόρου σωληνοειδούς είναι αντίστοιχα:

$$B = \mu_o I_\kappa n \quad \acute{\eta} \quad B = 8\pi \cdot 10^{-3}\ T \quad \kappa\alpha\iota \quad B' = \frac{B}{2} \quad \acute{\eta} \quad B' = 4\pi \cdot 10^{-3}\ T.$$

Το εμβαδόν της επιφάνειας κάθε σπείρας του σωληνοειδούς είναι:

$A = \pi\left(\dfrac{\delta}{2}\right)^2$ ή $S = 0{,}01\pi\ m^2$.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από μία σπείρα στο μέσον και από μία σπείρα στο ένα από τα δύο άκρα του σωληνοειδούς είναι αντίστοιχα:

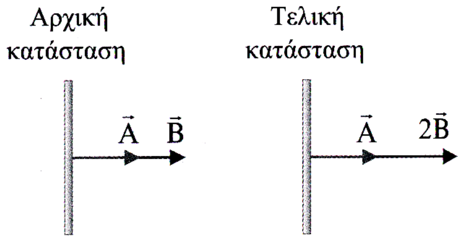
$\Phi = BA$ ή $\mathbf{\Phi = 8 \cdot 10^{-4}\ Wb}$ και $\Phi' = B'A$ ή $\mathbf{\Phi' = 4 \cdot 10^{-4}\ Wb}$.

γ. Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι: $P_\sigma = 2P_\lambda$ ή $I_\kappa^2 R_\sigma = 2I_\kappa^2 R_\lambda$ ή $\mathbf{R_\sigma = 50\ \Omega}$.

29. α. Η ζητούμενη μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι:

$\Delta\Phi = \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi} = 2BA\sigma\upsilon\nu 0^\circ - BA\sigma\upsilon\nu 0^\circ$

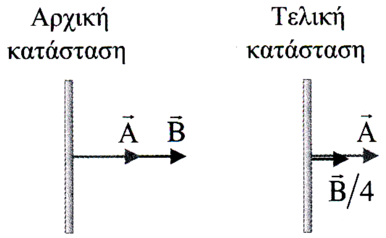
ή $\Delta\Phi = BA = B\alpha^2$ ή $\mathbf{\Delta\Phi = 0{,}08\ Wb}$.



β. Η ζητούμενη μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι:

$\Delta\Phi = \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi} = \dfrac{B}{4}A\sigma\upsilon\nu 0^\circ - BA\sigma\upsilon\nu 0^\circ$

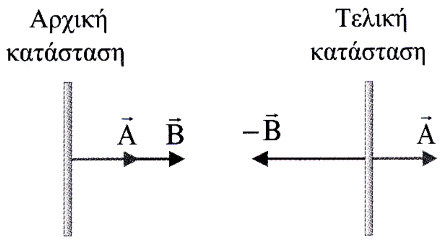
ή $\Delta\Phi = -\dfrac{3}{4}BA = -\dfrac{3}{4}B\alpha^2$ ή $\mathbf{\Delta\Phi = -0{,}06\ Wb}$.



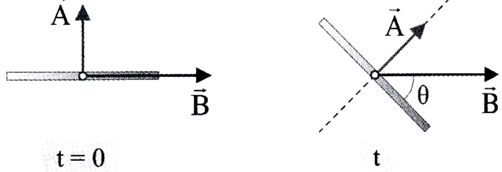
γ. Η ζητούμενη μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι:

$\Delta\Phi = \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi} = BA\sigma\upsilon\nu 180^\circ - BA\sigma\upsilon\nu 0^\circ$

ή $\Delta\Phi = -2BA = -2B\alpha^2$ ή $\mathbf{\Delta\Phi = -0{,}16\ Wb}$.



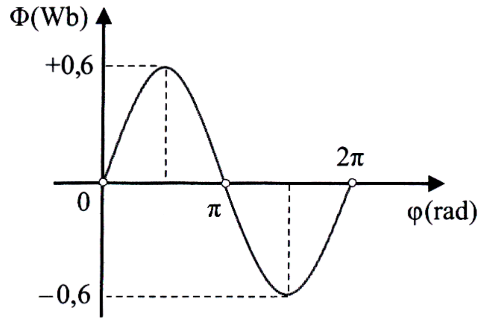
30. α. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται ο προσανατολισμός του πλαισίου τη χρονική στιγμή t = 0 και την τυχαία χρονική στιγμή t.



Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου τη χρονική στιγμή t είναι:

$\Phi = BA\sigma\upsilon\nu\theta = BA\sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{\pi}{2} - \varphi\right) = BA\eta\mu\varphi$ ή $\mathbf{\Phi = 0{,}6\eta\mu\varphi\ (S.I),\ 0 \le \varphi \le 2\pi\ rad}$.

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

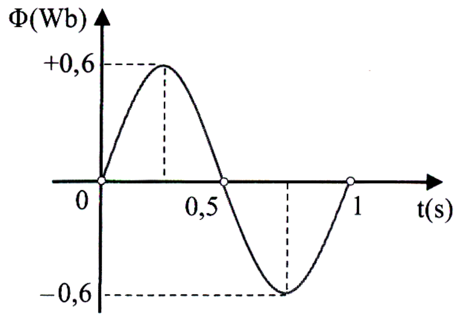


β. Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του πλαισίου. Ισχύει η σχέση:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\alpha - 0}{t - 0} \quad \text{ή} \quad \alpha = \omega t = 2\pi f t \quad \text{ή} \quad \alpha = 2\pi t \quad (\text{S.I.}),\ 0 \le t \le 1\ \text{s}.$$

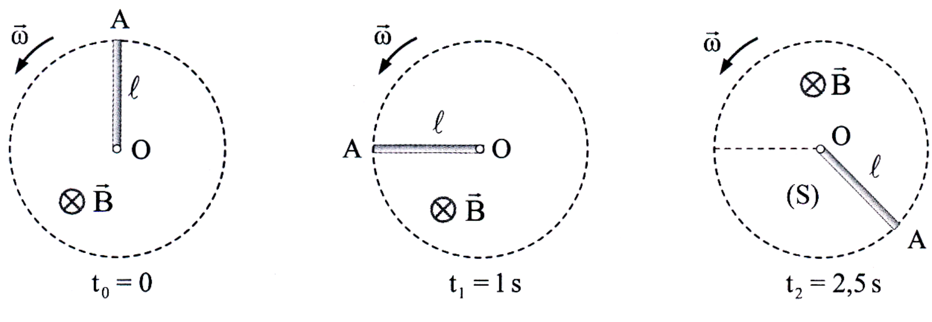
Η χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής προκύπτει από τη σχέση $\Phi = f(\alpha)$, αρκεί όπου α να αντικαταστήσουμε το γινόμενο $2\pi t$. Έχουμε: $\Phi = 0{,}6\eta\mu(2\pi t)$ (S.I.), $0 \le t \le 1$ s .

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



31. Από τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 2{,}5$ s η ράβδος διαγράφει γωνία:

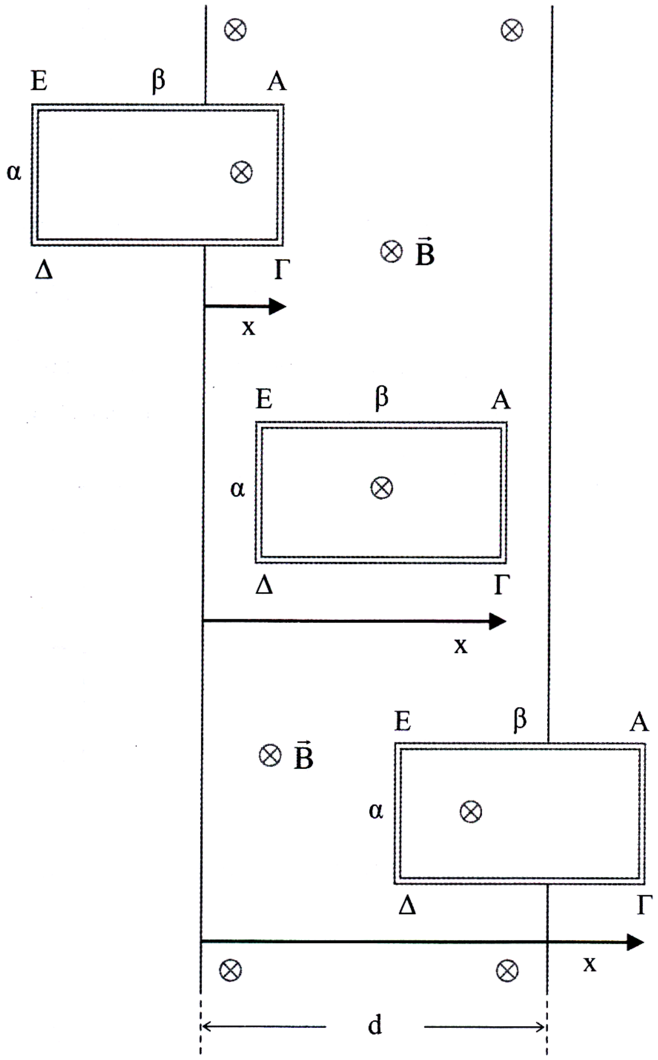
$$\Delta\theta = \omega \cdot \Delta t = \omega\left(t_2 - t_1\right) \quad \text{ή} \quad \Delta\theta = \frac{3\pi}{4}\ \text{rad}.$$



Το εμβαδόν της επιφάνειας που διαγράφει η ράβδος από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2, με απλή μέθοδο, προκύπτει: $A = \dfrac{\pi\ell^2}{2\pi}\Delta\theta$ ή $A = 0{,}24\pi\ \text{m}^2$.

Η ζητούμενη μαγνητική ροή είναι: $\Phi = BA$ ή $\boldsymbol{\Phi = 1{,}2}$ **Wb**.

32. Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου δίνεται από το σχέση $\Phi = BA$, όπου B το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου και A το εμβαδόν της επιφάνειας του πλαισίου που βρίσκεται εντός του πεδίου.



- **Φάση εισόδου του πλαισίου στο πεδίο**:
  Είναι $\Phi = BA$ ή $\mathbf{\Phi = B\alpha x}$ ή $\mathbf{\Phi = 0,2x}$ **(S.I.)**, $\mathbf{0 \le x \le 0,3\ m}$.
- **Φάση παραμονής του πλαισίου στο πεδίο**:
  Είναι $\Phi = BA$ ή $\mathbf{\Phi = B\alpha\beta}$ ή $\mathbf{\Phi = 0,06\ Wb}$, $\mathbf{0,3\ m \le x \le 0,4\ m}$.
- **Φάση εξόδου του πλαισίου από το πεδίο**:
  Είναι $\Phi = BA$ ή $\mathbf{\Phi = B\alpha\left[\beta - (x - d)\right]}$ ή $\mathbf{\Phi = 0,14 - 0,2x}$ **(S.I.)**, $\mathbf{0,4\ m \le x \le 0,7\ m}$.

Ενότητα 5η Δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο φορτίο(Δύναμη Lorentz)-Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων μέσα σε μαγνητικό πεδίο-Εφαρμογές της κίνησης φορτισμένων σωματιδίων

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. γ	2. α	3. γ	4. δ	5. γ	6. α	7. β	8. α	9. γ	10. γ
11. β	12. δ	13. α	14. δ	15. γ	16. α	17. γ	18. γ	19. α	20. α
21. δ	22. α	23. β	24. β	25. α	26. δ	27. δ	28. δ	29. δ	30. α
31. β	32. α	33. β	34. α	35. γ	36. β	37. α	38. γ	39. δ	40. α
41. γ	42. γ	43. δ	44. β	45. δ	46. β	47. β	48. β	49. δ	50. β
51. γ	52. α	53. β	54. δ	55. γ	56. α	57. δ	58. δ	59. α	60. β
61. γ	62. δ	63. α	64. δ	65. γ					

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

66.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Λ	67.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ
68.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Λ	69.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Λ
70.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ	71.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ

Γ. Θέματα πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

72. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_1$ που δέχεται το σωματίδιο (1) από το μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου Β ισχύει: $F_1 = B\upsilon|q|\eta\mu 30^o$ (1).

Για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_2$ που δέχεται το σωματίδιο (2) από το μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου 2Β ισχύει: $F_2 = 2B\cdot 2\upsilon\cdot 2|q|\eta\mu 60^o$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{B\upsilon|q|\eta\mu 30^\circ}{2B \cdot 2\upsilon \cdot 2|q| \cdot \eta\mu 60^\circ} \quad \text{ή} \quad \mathbf{F_2 = 8\sqrt{3}\,F_1}.$$

73. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Από τη σχέση υπολογισμού του μέτρου της δύναμης Lorentz έχουμε:

$F = B\upsilon|q|\eta\mu\varphi$ ή $\upsilon = \dfrac{F}{B|q|\eta\mu\varphi}$ ή, με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών με βάση τη γραφική παράσταση, $\upsilon = 2 \cdot 10^7$ m/s.

74. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Όταν το φορτίο εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, τότε δέχεται δύναμη Lorentz μέγιστου μέτρου: $F_{max} = B\upsilon|q|\eta\mu 90^\circ = B\upsilon|q|$. Αν το φορτίο εισέλθει στο μαγνητικό πεδίο υπό τυχαία γωνία θ, για το μέτρο της δύναμης Lorentz θα ισχύει:

$$F = B\upsilon|q|\eta\mu\theta \quad \text{ή} \quad \eta\mu\theta = \frac{F}{B|q|\upsilon} = \frac{F}{F_{max}} = \frac{\frac{F_{max}\sqrt{3}}{2}}{F_{max}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\theta = 60^\circ}.$$

75. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Η σχέση μεταξύ του μέτρου της δύναμης Lorentz $\vec{F}$ που ασκείται σε φορτισμένο σωματίδιο το οποίο κινείται εντός μαγνητικού πεδίου και του μέτρου P της ορμής του είναι:

$$F = B\upsilon|q|\eta\mu\theta = B\frac{P}{m}|q|\eta\mu\theta.$$

Για το μέτρο της δύναμης Lorentz $\vec{F}_1$ που δέχεται το σωματίδιο (1) από το μαγνητικό πεδίο ισχύει: $F_1 = B\dfrac{P_1}{m}|q|\eta\mu\theta$ ή, επειδή $P_1 = 4P_2$, $F_1 = B\dfrac{4P_2}{m}|q|\eta\mu\theta$ (2).

Για το μέτρο της δύναμης Lorentz $\vec{F}_2$ που δέχεται το σωματίδιο (2) από το μαγνητικό πεδίο ισχύει: $F_2 = B\dfrac{P_2}{m}|q|\eta\mu\theta$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{B\frac{4P_2}{m}|q|\eta\mu\theta}{B\frac{P_2}{m}|q|\eta\mu\theta} = 4$ ή $\mathbf{F_2 = F_1/4}$.

76. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Η σχέση μεταξύ του μέτρου της δύναμης Lorentz $\vec{F}$ που ασκείται σε φορτισμένο σωματίδιο το οποίο κινείται εντός μαγνητικού πεδίου και του μέτρου L της στροφορμής του είναι:

$$F = B\upsilon|q|\eta\mu\theta = B\frac{L}{mR}|q|\eta\mu\theta.$$

Για το μέτρο της δύναμης Lorentz $\vec{F}_1$ που δέχεται το σωματίδιο (1) από το μαγνητικό πεδίο ισχύει: $F_1 = B\dfrac{L_1}{mR}|q|ημ90°$ (1).

Για το μέτρο της δύναμης Lorentz $\vec{F}_2$ που δέχεται το σωματίδιο (2) από το μαγνητικό πεδίο ισχύει: $F_2 = B\dfrac{L_2}{mR}|q|ημ90°$ (2). Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{B\dfrac{L_1}{mR}|q|ημ90°}{B\dfrac{L_2}{mR}|q|ημ90°} = \frac{L_1}{L_2} = 2 \quad \text{ή, επειδή } L_1 = 2L_2,\ \mathbf{F_2 = \frac{F_1}{2}}.$$

B. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Για τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωματιδίων πριν από την κρούση ισχύει:

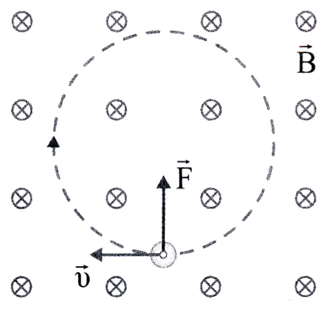
$L_1 = 2L_2$ ή $mυ_1R = 2mυ_2R$ ή $υ_1 = 2υ_2$.

Τα σωματίδια είναι ετερόσημα και, συνεπώς, κινούνται αντίρροπα πριν από την κρούση. Εφόσον οι μάζες των δύο σωματιδίων είναι ίσες και η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, τα δύο σωματίδια ανταλλάσσουν ταχύτητες, δηλαδή τα μέτρα των ταχυτήτων των σωματιδίων (1), (2) μετά την κρούση είναι, αντίστοιχα: $υ_1' = υ_2$ και $υ_2' = υ_1$.

Για τα μέτρα των δυνάμεων Lorentz $\vec{F}_1'$ και $\vec{F}_2'$ που δέχονται τα σωματίδια (1) και (2) από το μαγνητικό πεδίο ισχύουν αντίστοιχα: $F_1' = Bυ_1'|q|ημ90°$ ή, για $υ_1' = υ_2$, $F_1' = Bυ_2|q|ημ90°$ (1) και $F_2' = Bυ_2'|q|ημ90°$ ή για $υ_2' = υ_1$, $F_2' = Bυ_1|q|ημ90°$ (2). Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\dfrac{F_1'}{F_2'} = \dfrac{Bυ_2|q|ημ90°}{Bυ_1|q|ημ90°}$ ή, επειδή $υ_1 = 2υ_2$, $\mathbf{F_2' = 2F_1'}$.

7. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Στο διπλανό σχήμα σημειώνεται η ταχύτητα $\vec{υ}$ και η δύναμη Lorentz $\vec{F}$ που ασκείται στο σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο. Σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, το σωματίδιο έχει αρνητικό φορτίο και, συνεπώς, σε αυτήν την τροχιά θα μπορούσε να κινηθεί ένα **ηλεκτρόνιο**.



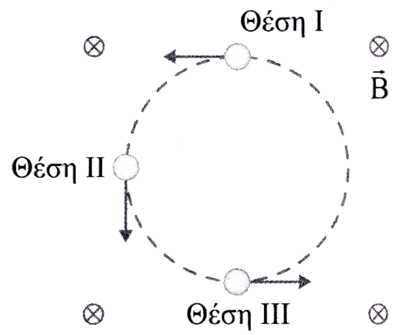
8. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Για τον λόγο των ακτίνων R_1, R_2 των κυκλικών τροχιών των σωματιδίων (1), (2) αντίστοιχα ισχύει: $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{\dfrac{m_1υ}{Bq_1}}{\dfrac{m_2υ}{Bq_2}}$ ή $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{q_2}{q_1}$ ή, εφόσον $q_2 > q_1$, $\dfrac{R_1}{R_2} > 1$ ή $R_1 > R_2$.

Επομένως, το σωματίδιο (2) θα κινηθεί σε τροχιά μικρότερης ακτίνας από την ακτίνα της τροχιάς του σωματιδίου (1), δηλαδή στην **τροχιά** γ.

79. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του φορτίου δίνεται από τη σχέση: $R = \frac{m\upsilon}{B|q|}$ ή, επειδή $P = m\upsilon$, $R = \frac{P}{B|q|}$ ή $P = RB|q|$ (1).



Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = T/4$ το φορτίο μεταβαίνει από τη θέση Ι στη θέση ΙΙ (βλέπε σχήμα) και το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι: $\Delta P = \sqrt{P^2 + P^2} = P\sqrt{2}$ ή, σύμφωνα με τη σχέση (1), $\Delta P = RB|q|\sqrt{2}$.

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t' = T/2$ το φορτίο έχει μεταβεί από τη θέση Ι στη θέση ΙΙΙ (βλέπε σχήμα) και το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι: $\Delta P' = P - (-P) = 2P$ ή $\Delta P' = 2RB|q|$.

Άρα ο ζητούμενος λόγος προκύπτει: $\frac{\Delta P}{\Delta P'} = \frac{RB|q|\sqrt{2}}{2RB|q|}$ ή $\mathbf{\frac{\Delta P}{\Delta P'} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$.

80. Α. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Για την ακτίνα περιφοράς του πρωτονίου ισχύει: $R_p = \frac{m_p\upsilon}{Bq}$ (1).

Για την ακτίνα περιφοράς του ηλεκτρονίου ισχύει: $R_e = \frac{m_e\upsilon}{B|q|}$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\frac{R_p}{R_e} = \frac{\frac{m_p\upsilon}{Bq}}{\frac{m_e\upsilon}{B|q|}}$ ή $\mathbf{\frac{R_p}{R_e} = \frac{m_p}{m_e}}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Για την περίοδο περιφοράς του πρωτονίου ισχύει: $T_p = \frac{2\pi m_p}{Bq}$ (1).

Για την περίοδο περιφοράς του ηλεκτρονίου ισχύει: $T_e = \frac{2\pi m_e}{B|q|}$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\frac{T_p}{T_e} = \frac{\frac{2\pi m_p}{Bq}}{\frac{2\pi m_e}{B|q|}}$ ή $\mathbf{\frac{T_p}{T_e} = \frac{m_p}{m_e}}$.

81. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Το σωματίδιο (1), αφού επιταχυνθεί υπό διαφορά δυναμικού V, αποκτά ταχύτητα μέτρου υ_1.

Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας προκύπτει: $\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = eV$ ή $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2eV}{m_1}}$ (1).

Ομοίως, για το μέτρο υ_2 της ταχύτητας του σωματιδίου (2) ισχύει: $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2eV}{m_2}}$ (2).

Για τον λόγο των ακτίνων των κυκλικών τροχιών των σωματιδίων ισχύει:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{m_1\upsilon_1}{Bq}}{\frac{m_2\upsilon_2}{Bq}} = \frac{m_1\upsilon_1}{m_2\upsilon_2}$$ ή, μέσω των σχέσεων (1), (2), $\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1\sqrt{m_2}}{m_2\sqrt{m_1}}$ ή $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \frac{m_1}{m_2}$

ή $\boldsymbol{\frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2}$.

82. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Από τη σχέση της κινητικής ενέργειας K, η ταχύτητα του φορτίου προκύπτει:

$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ ή $\upsilon = \sqrt{\frac{2K}{m}}$ (1). Επομένως, η ακτίνα R της κυκλικής τροχιάς του φορτίου είναι:

$R = \frac{m\upsilon}{Bq}$ ή, μέσω της σχέσης (1), $R = \frac{m}{Bq}\sqrt{\frac{2K}{m}} = \frac{1}{Bq}\sqrt{2Km}$.

Από την παραπάνω σχέση η ένταση του μαγνητικού πεδίου προκύπτει: $\mathbf{B = \frac{1}{Rq}\sqrt{2Km}}$.

83. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας στο πρώτο πείραμα προκύπτει:

$K = W$ ή $K_{τελ} - K_{αρχ} = W$ ή $\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = |q|V$ ή $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{2|q|V}{m}}$ (1).

Για την ακτίνα R_1 ισχύει: $R_1 = \frac{m\upsilon_1}{B|q|}$ ή, μέσω της σχέσης (1), $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Vm}{|q|}}$ (2).

Ομοίως για το δεύτερο πείραμα προκύπτει: $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2(4V)}{|q|}}$ ή $R_2 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2Vm}{|q|}}$ (3).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (3), έχουμε: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}$ ή $\mathbf{R_2 = 2R_1}$.

84. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Είναι $R_p = R_\alpha$ ή $\frac{m\upsilon_p}{Be} = \frac{4m\upsilon_\alpha}{B2e}$ ή $\upsilon_p = 2\upsilon_\alpha$ (1).

Η κινητική ενέργεια K_p του πρωτονίου δίνεται από τη σχέση: $K_p = \frac{1}{2} m\upsilon_p^2$ ή, μέσω της σχέσης (1), $K_p = 2m\upsilon_\alpha^2$ (2). Η κινητική ενέργεια K_α του σωματίου α είναι $K_\alpha = \frac{1}{2} 4m\upsilon_\alpha^2$ ή $K_\alpha = 2\upsilon_\alpha^2$ (3). Από τις σχέσεις (2), (3) προκύπτει: $\mathbf{K_p = K_\alpha}$.

85. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Το κέντρο της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου βρίσκεται στο σημείο Ν. Για την ακτίνα της τροχιάς ισχύει: $R = \alpha$ ή $\frac{m\upsilon}{B|q|} = \alpha$ ή $\upsilon = \alpha \frac{B|q|}{m}$ (1).

Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται στο φορτίο είναι $F_\kappa = m\frac{\upsilon^2}{\alpha}$ ή, μέσω της σχέσης (1), $F_\kappa = m\frac{\alpha^2 \frac{B^2 q^2}{m^2}}{\alpha}$ ή $\mathbf{F_\kappa = \alpha \frac{B^2 q^2}{m}}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

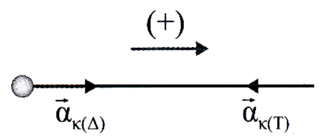
Η στροφορμή του φορτίου παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο μαγνητικό πεδίο, δηλαδή ισχύει: $\vec{L} = \sigma\tau\alpha\theta.$ ή $\Delta\vec{L} = 0$ ή $|\Delta\vec{L}| = 0$.

86. Α. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Το κέντρο της κυκλικής τροχιάς του φορτίου βρίσκεται στο μέσον της πλευράς ΔΤ του ορθογωνίου παραλληλόγραμμου, δηλαδή για την ακτίνα R ισχύει:

$R = \frac{\delta}{2}$ ή $\frac{m\upsilon}{B|q|} = \frac{\delta}{2}$ ή $\upsilon = \delta \frac{B|q|}{2m}$ (1).

Η κεντρομόλος επιτάχυνση στο σημείο Δ έχει φορά προς το σημείο Τ, ενώ στο σημείο Τ έχει φορά προς το σημείο Δ (βλ. διπλανό σχήμα).



Το ζητούμενο μέτρο της μεταβολής της κεντρομόλου επιτάχυνσης είναι:

$|\Delta\vec{\alpha}_\kappa| = |\vec{\alpha}_{\kappa(T)} - \vec{\alpha}_{\kappa(\Delta)}|$ ή $|\Delta\vec{\alpha}_\kappa| = |\alpha_{\kappa(T)} - (-\alpha_{\kappa(\Delta)})| = \alpha_{\kappa(T)} + \alpha_{\kappa(\Delta)}$ ή $|\Delta\vec{\alpha}_\kappa| = \frac{\upsilon^2}{R} + \frac{\upsilon^2}{R}$

ή $|\Delta\vec{\alpha}_\kappa| = \frac{2\upsilon^2}{R}$ ή $|\Delta\vec{\alpha}_\kappa| = \frac{4\upsilon^2}{\delta}$ (2).

Η σχέση (2), μέσω της σχέσης (1), γράφεται: $|\Delta\vec{\alpha}_\kappa| = \frac{4}{\delta}\left(\delta \frac{B|q|}{2m}\right)^2$ ή $\mathbf{|\Delta\vec{\alpha}_\kappa| = \delta \frac{B^2 q^2}{m^2}}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

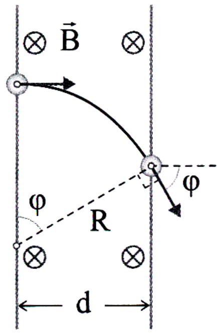
Για να μην εξέρχεται το φορτίο από την πλευρά ΣΝ του μαγνητικού πεδίου, θα πρέπει:

$R \leq \gamma$ ή $\dfrac{m\upsilon}{B|q|} \leq \gamma$ ή $\upsilon \leq \gamma \dfrac{B|q|}{m}$ ή $\upsilon_{max} = \gamma \dfrac{B|q|}{m}$ (3).

Η ζητούμενη μέγιστη τιμή της κινητικής ενέργειας είναι:

$K_{max} = \dfrac{1}{2} m\upsilon^2_{max}$ ή, μέσω της σχέσης (3), $\mathbf{K_{max} = \gamma^2 \dfrac{B^2 q^2}{2m}}$.

87. Α. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.



Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του φορτίου εντός του μαγνητικού πεδίου είναι: $R = \dfrac{m\upsilon}{B|q|}$ (1).

Για τη γωνιακή εκτροπή ισχύει:

$\eta\mu\varphi = \dfrac{d}{R}$ ή, μέσω της σχέσης (1), $\boldsymbol{\eta\mu\varphi = \dfrac{B|q|}{m\upsilon} d}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Η περίοδος Τ της ομαλής κυκλικής κίνησης του φορτίου εντός του μαγνητικού πεδίου δίνεται από τη σχέση $T = \dfrac{2\pi m}{B|q|}$ (2).

Ισχύει: $\varphi = \omega \cdot \Delta t = \dfrac{2\pi}{T} \Delta t$ ή $\Delta t = \dfrac{\varphi}{2\pi} T$ ή, μέσω της σχέσης (2), $\boldsymbol{\Delta t = \varphi \dfrac{m}{B|q|}}$.

88. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Η ταχύτητα του ηλεκτρικού φορτίου είναι κάθε χρονική στιγμή κάθετη στην ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του. Επομένως, το κέντρο της κυκλικής τροχιάς του φορτίου βρίσκεται στο σημείο τομής των υψών (και ταυτόχρονα διαμέσων) του τριγώνου, δηλαδή στο βαρύκεντρο του τριγώνου.

Επειδή το βαρύκεντρο απέχει από κάθε κορυφή του τριγώνου τα $\dfrac{2}{3}$ της αντίστοιχης διαμέσου, για την ακτίνα περιστροφής του φορτίου ισχύει: $R = \dfrac{2}{3} h$, όπου h το ύψος του τριγώνου.

Από το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται έχουμε:

$\alpha^2 = h^2 + \dfrac{\alpha^2}{4}$ ή $h = \dfrac{\alpha\sqrt{3}}{2}$.

Επομένως, η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του φορτίου προκύπτει: $R = \dfrac{\alpha\sqrt{3}}{3}$ (1).

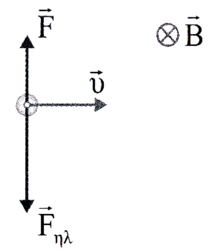
Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του φορτίου δίνεται από τη σχέση: $R = \dfrac{m\upsilon}{B|q|}$ ή, σύμφωνα με τη σχέση (1): $\dfrac{\alpha\sqrt{3}}{3} = \dfrac{m\upsilon}{B|q|}$ ή $\dfrac{|q|}{m} = \dfrac{3\upsilon}{\sqrt{3}B\alpha}$ ή $\boldsymbol{\dfrac{|q|}{m} = \dfrac{\sqrt{3}\upsilon}{B\alpha}}$.

89. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Παρατηρούμε πως $\frac{E}{B} = 2 \cdot 10^6$ m/s $= \upsilon$. Επομένως, το ηλεκτρόνιο θα διέλθει ανεπηρέαστο από τον επιλογέα ταχυτήτων εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

90. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, η δύναμη Lorentz που ασκείται στο πρωτόνιο από το μαγνητικό πεδίο έχει φορά προς τα επάνω. Εφόσον το πρωτόνιο αποκλίνει προς τα κάτω, η ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}_{\eta\lambda}$ που δέχεται έχει μεγαλύτερο μέτρο από το μέτρο της δύναμης Lorentz και φορά προς τα κάτω.



Συνεπώς, οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου έχουν φορά προς τα κάτω. Ξεκινούν από την επάνω πλάκα, η οποία είναι θετικά φορτισμένη, και καταλήγουν στην κάτω πλάκα, η οποία είναι αρνητικά φορτισμένη.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου πρέπει να γίνει B′, ώστε:

$$\frac{E}{B'} = \upsilon \quad ή \quad B' = \frac{E}{\upsilon} \quad ή \quad B' = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{T}.$$

Επομένως, το ζητούμενο μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου πρέπει να αυξηθεί κατά:

$$\pi\% = \frac{B' - B}{B}100\% \quad ή \quad \boldsymbol{\pi\% = 25\%}.$$

91. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Για το μέτρο F των δυνάμεων που δέχονται τα σωματίδια που διέρχονται ανεπηρέαστα από τον επιλογέα ταχυτήτων ισχύει: $F = E|q| = B\upsilon|q| \quad ή \quad \upsilon = \frac{F}{B|q|}$ (1).

Για την ακτίνα R της κυκλικής τροχιάς στην οποία κινούνται τα φορτισμένα σωματίδια εντός του μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}'$ ισχύει:

$$R = \frac{m\upsilon}{B'|q|} \quad ή, \text{ μέσω της σχέσης (1)}, \ R = \frac{m\frac{F}{B|q|}}{B'|q|} \quad ή \quad \mathbf{R = \frac{mF}{B'Bq^2}}.$$

92. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Για τις μάζες m_1, m_2, m_3 των ισοτόπων πυρήνων ${}^1_1H$, ${}^2_1H$ και ${}^3_1H$ ισχύει: $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ και $m_3 = 3m$ αντίστοιχα. Οι αντίστοιχες ακτίνες των κυκλικών τροχιών των ισοτόπων πυρήνων εντός του μαγνητικού πεδίου του φασματογράφου είναι:

$R_1 = \frac{m_1 \upsilon}{Bq} = \frac{m\upsilon}{Bq}$, $R_2 = \frac{m_2 \upsilon}{Bq} = \frac{2m\upsilon}{Bq}$ και $R_3 = \frac{m_3 \upsilon}{Bq} = \frac{3m\upsilon}{Bq}$.

Για την απόσταση d των ιχνών των ισοτόπων ${}^1_1H$, ${}^2_1H$ ισχύει:

$$d = 2\,(R_2 - R_1) \quad ή \quad d = 2\left(\frac{2m\upsilon}{Bq} - \frac{m\upsilon}{Bq}\right) \quad ή \quad d = \frac{2m\upsilon}{Bq} \quad (1).$$

Για την απόσταση d′ των ιχνών των ισοτόπων ${}^1_1H$, ${}^3_1H$ ισχύει:

$$d' = 2\,(R_3 - R_1) \quad ή \quad d' = 2\left(\frac{3m\upsilon}{Bq} - \frac{m\upsilon}{Bq}\right) \quad ή \quad d' = \frac{4m\upsilon}{Bq} \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει: $\mathbf{d' = 2d}$.

Λύσεις των ασκήσεων

93. *α.* Η ακτίνα της κυκλικής κίνησης του φορτίου είναι: $R = \frac{m\upsilon}{Bq}$ ή $\mathbf{R = 0{,}25\ m}$.

β. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να ολοκληρώσει το φορτίο μία πλήρη περιστροφή μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι: $T = \frac{2\pi m}{Bq}$ ή $\mathbf{T = 5\pi \cdot 10^{-3}\ s}$.

γ. Το μέτρο της δύναμης Lorentz που ασκείται στο φορτίο έχει μέτρο:
$F = B\upsilon q ημθ$, όπου ημ90° = 1, ή $\mathbf{F = 4 \cdot 10^{-4}\ N}$.

δ. Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του φορτίου είναι: $\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$ ή $\boldsymbol{\alpha_\kappa = 4 \cdot 10^4\ m/s^2}$.

94. *α.* Από τη σχέση υπολογισμού της ακτίνας R το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου προκύπτει: $R = \frac{m\upsilon}{B|q|}$ ή $B = \frac{m\upsilon}{R|q|} = \frac{P}{R|q|}$ ή $\mathbf{B = 0{,}05\ T}$.

β. Αν η περίοδος περιστροφής του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο είναι T, τότε το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε το σωματίδιο να διαγράψει μέσα στο μαγνητικό πεδίο ένα τεταρτοκύκλιο είναι: $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi m}{4B|q|}$ ή $\mathbf{T = 5\pi \cdot 10^{-6}\ s}$.

γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωματιδίου είναι ίσο με τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο φορτίο. Ισχύει:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \Sigma F = F = B\upsilon|q|ημθ = B\frac{P}{m}|q|ημθ \quad ή \quad \boldsymbol{\frac{\Delta P}{\Delta t} = 1\ N}.$$

δ. Το μέτρο της στροφορμής του σωματιδίου είναι: $L = m\upsilon R = P \cdot R$ ή $\mathbf{L = 10^{-5}\ kg \cdot m^2/s}$.

95. α. Η περίοδος T της ομαλής κυκλικής κίνησης του ηλεκτρονίου είναι:

$T = \dfrac{2\pi m_e}{B|e|}$ ή $T = 1{,}25\pi \cdot 10^{-11}$ s.

Ισχύει: $\Delta\theta = \omega \cdot \Delta t$ ή $\Delta\theta = \dfrac{2\pi}{T}\Delta t$ ή $\Delta t = \dfrac{\Delta\theta}{2\pi} \cdot T$ ή $\mathbf{\Delta t = \dfrac{1{,}25}{12}\pi \cdot 10^{-11}}$ **s**.

β. Το ζητούμενο μήκος της τροχιάς του ηλεκτρονίου είναι:

$s = \upsilon\Delta t$ ή $s = \upsilon(10T)$ ή $s = 10\,\upsilon T$ ή $\mathbf{s = 2\pi \cdot 10^{-3}}$ **m**.

γ. Είναι: $\dfrac{N}{t} = f$ ή $\dfrac{N}{t} = \dfrac{1}{T}$ ή $\mathbf{\dfrac{N}{t} = \dfrac{10^{11}}{1{,}25\pi}}$ **Hz**.

δ. Σε χρόνο $\Delta t = T$ το ηλεκτρόνιο διέρχεται μία φορά από κάθε σημείο της κυκλικής του τροχιάς. Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που αντιστοιχεί στην περιφορά του ηλεκτρονίου είναι: $I = \dfrac{|e|}{T}$ ή $\mathbf{I = \dfrac{1{,}28}{\pi}10^{-8}}$ **A**.

96. α. Το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου προκύπτει:

$K = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2$ ή $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2K}{m}}$ ή $\mathbf{\upsilon = 2 \cdot 10^4}$ **m/s**.

β. Η ακτίνα περιστροφής του σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι:

$R = \dfrac{m\upsilon}{Bq}$ ή **R = 0,5 m**.

γ. Η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο ταυτίζεται με τη δύναμη Lorentz που δέχεται το σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο. Ισχύει:

$F_\kappa = F = B\upsilon q\eta\mu\theta$, όπου για ημ90° = 1, προκύπτει: $\mathbf{F_\kappa = 8 \cdot 10^{-2}}$ **N**.

δ. Για να γίνει το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου διπλάσιο από το μέτρο της ορμής του, θα πρέπει η τελική και η αρχική ορμή του σωματιδίου να είναι αντίθετες. Πράγματι, είναι: $\Delta\vec{P} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}$ ή $-2\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}$ ή $-\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda}$.

Αυτό συμβαίνει όταν το σωματίδιο βρεθεί για πρώτη φορά στην αντιδιαμετρική θέση αυτής από την οποία ξεκίνησε την κίνησή του μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Άρα το ελάχιστο χρονικό διάστημα είναι: $\Delta t_{min} = \dfrac{T}{2} = \dfrac{2\pi m}{2Bq}$ ή $\mathbf{\Delta t_{min} = 25\pi \cdot 10^{-6}}$ **s**.

97. α. Το ηλεκτρικό φορτίο του σωματιδίου είναι: $F = B\upsilon q\eta\mu\theta$ ή $q = \dfrac{F}{B\upsilon\eta\mu\theta}$ ή $\mathbf{q = 10^{-6}}$ **C**.

β. Η μάζα του σωματιδίου είναι: $R = \dfrac{m\upsilon}{Bq}$ ή $m = \dfrac{RBq}{\upsilon}$ ή $\mathbf{m = 4 \cdot 10^{-8}}$ **kg**.

γ. Η γωνία κατά την οποία περιστρέφεται η επιβατική ακτίνα του σωματιδίου σε χρονικό διάστημα Δt είναι: $\Delta\theta = \dfrac{2\pi \cdot \Delta t}{T} = \dfrac{2\pi \cdot \Delta t}{\dfrac{2\pi m}{Bq}}$, όπου $\Delta t = 10\pi$ ms $= 10\pi \cdot 10^{-3}$ s, ή **Δθ = (π/2) rad**.

δ. i. Το επί τοις εκατό (%) **ποσοστό** της μεταβολής στην ακτίνα περιστροφής του σωματιδίου

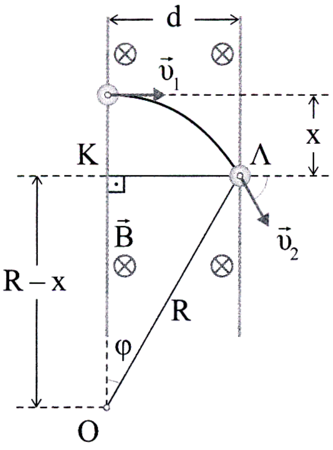
είναι: $\pi\% = \dfrac{R' - R}{R} 100\% = \dfrac{\dfrac{m\upsilon}{B'q} - \dfrac{m\upsilon}{Bq}}{\dfrac{m\upsilon}{Bq}} 100\% = \dfrac{B - B'}{B'} 100\%$ ή $\boldsymbol{\pi\% = 100\%}$.

ii. Το επί τοις εκατό (%) **ποσοστό** της μεταβολής της περιόδου περιστροφής του σωματιδίου

είναι: $\pi\% = \dfrac{T' - T}{T} 100\% = \dfrac{\dfrac{2\pi m}{B'q} - \dfrac{2\pi m}{Bq}}{\dfrac{2\pi m}{Bq}} 100\% = \dfrac{B - B'}{B'} 100\%$ ή $\boldsymbol{\pi\% = 100\%}$.

98. *α.* Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του φορτίου είναι: $R = \dfrac{m\upsilon}{B|q|}$ ή $R = 1$ m.

Για να υπολογίσουμε το εύρος d του μαγνητικού πεδίου, φέρουμε στα σημεία εισόδου και εξόδου του φορτίου στο μαγνητικό πεδίο τις κάθετες διευθύνσεις στις αντίστοιχες ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$ (για τα μέτρα των οποίων ισχύει: $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$). Το σημείο τομής των παραπάνω διευθύνσεων αποτελεί το κέντρο της κυκλικής τροχιάς του φορτίου (το σημείο Ο στο διπλανό σχήμα).



Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΟΚΛ $\left(\widehat{K} = 90^\circ\right)$ για το εύρος του μαγνητικού πεδίου ισχύει:

$\eta\mu\varphi = \dfrac{(K\Lambda)}{(O\Lambda)} = \dfrac{d}{R}$ ή $\mathbf{d = 0{,}5\sqrt{3}}$ **m**.

β. Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΟΚΛ $\left(\widehat{K} = 90^\circ\right)$ για την κατακόρυφη απόκλιση x ισχύει:

$\sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{(KO)}{(O\Lambda)}$ ή $\sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{R - x}{R}$ ή $x = R \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$ ή $\mathbf{x = 0{,}5}$ **m**.

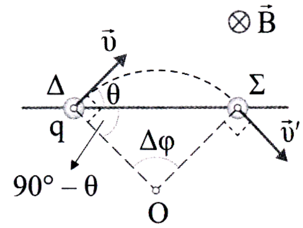
γ. Το χρονικό διάστημα Δt κίνησης του φορτίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι:

$\Delta t = \dfrac{\varphi}{2\pi} \cdot T = \dfrac{\varphi}{2\pi} \dfrac{2\pi m}{B|q|}$ ή $\boldsymbol{\Delta t = \dfrac{5\pi}{12} \cdot 10^{-3}}$ **s**.

Το μήκος s της τροχιάς του φορτίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι: $s = \upsilon \Delta t$ ή **s = (π/3) m**.

δ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του φορτίου κατά τη διέλευσή του από το μαγνητικό πεδίο είναι: $\left|\Delta\vec{P}\right| = \sqrt{P^2 + P^2 - 2P \cdot P \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ} = P = m\upsilon$ ή $\boldsymbol{\left|\Delta\vec{P}\right| = 4 \cdot 10^{-7}}$ **kg m/s**.

99. α. Το φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ στο σημείο Δ και εξέρχεται από το σημείο Σ με ταχύτητα $\vec{\upsilon}'$, με $\upsilon = \upsilon'$. Το κέντρο Ο της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου βρίσκεται στο σημείο τομής Ο των καθέτων στους φορείς των ταχυτήτων $\vec{\upsilon}, \vec{\upsilon}'$.



Από το ισοσκελές τρίγωνο ΔΟΣ (ΔΟ = ΣΟ) για τη γωνία περιστροφής της επιβατικής ακτίνας του σωματιδίου ισχύει:

$\Delta\varphi = 180° - 2\,(90° - \theta)$ ή $\Delta\varphi = 90°$ ή $\Delta\varphi = (\pi/2)$ rad.

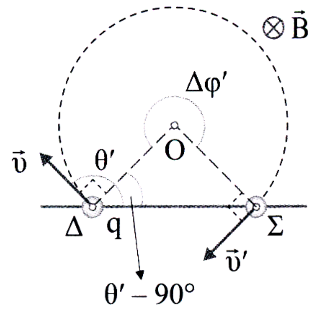
Ισχύει: $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ ή $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{T}\Delta t$ ή $\Delta\varphi = \dfrac{B|q|}{m}\Delta t$ ή $B = \dfrac{\Delta\varphi \cdot m}{\Delta t|q|}$ ή $\mathbf{B = 5\ T}$.

β. Το μήκος της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο είναι:

$s = \upsilon\Delta t$ ή $\mathbf{s = \pi\ m}$.

γ. Η μετατόπιση του φορτισμένου σωματιδίου είναι: $\Delta x = (\Delta\Sigma)$ ή $\Delta x = \sqrt{(\Delta O)^2 + (\Sigma O)^2}$ ή εφόσον $(\Delta O) = (\Sigma O) = R$, $\Delta x = R\sqrt{2}$ (1), όπου R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου. Είναι: $R = \dfrac{m\upsilon}{B|q|}$ ή $R = 2$ m. Από τη σχέση (1) προκύπτει: $\mathbf{\Delta x = 2\sqrt{2}\ m}$.

δ. Η γωνία περιστροφής Δφ′ της επιβατικής ακτίνας του σωματιδίου θα ήταν:



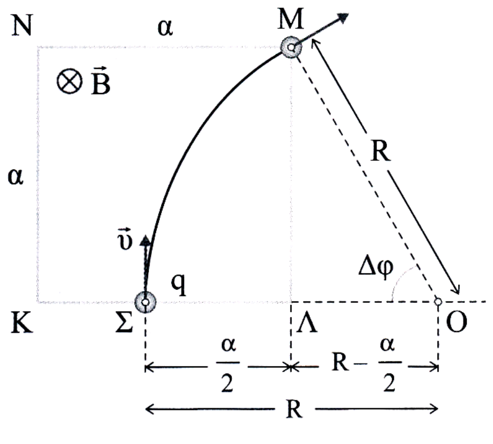
$\Delta\varphi' = \omega \cdot \Delta t$ ή $\Delta\varphi' = \omega \cdot (3\Delta t)$ ή $\Delta\varphi' = 3\,(\omega \cdot \Delta t)$ ή

$\Delta\varphi' = 3 \cdot \Delta\varphi$ ή $\Delta\varphi' = (3\pi/2)$ rad ή $\Delta\varphi' = 270°$.

Για τη γωνία θ′ ισχύει: $\Delta\varphi' = 360° - 2\,(\theta' - 90°)$

ή $\Delta\varphi' = 540° - 2\theta'$ ή $\mathbf{\theta' = 135°}$.

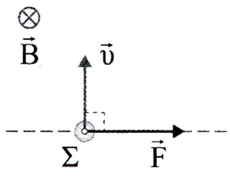
100. α. Το κέντρο Ο της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου βρίσκεται στο σημείο τομής των καθέτων στους φορείς των ταχυτήτων στο σημείο εισόδου και εξόδου του σωματιδίου από το μαγνητικό πεδίο.



Εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ΜΛΟ $\left(\widehat{\Lambda} = 90^\circ\right)$ έχουμε:

$\left(R - \frac{\alpha}{2}\right)^2 + \alpha^2 = R^2$ ή $R = \frac{5\alpha}{4}$ ή $\mathbf{R = 0{,}5\ m}$.

β. Η δύναμη Lorentz που ασκείται στο σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Στο σημείο εισόδου Σ του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο, η δύναμη Lorentz έχει φορά προς τα δεξιά. Σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, προκύπτει πως το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό ($q < 0$).



Ισχύει: $R = \frac{m\upsilon}{B|q|}$ ή $|q| = \frac{m\upsilon}{BR}$ ή, εφόσον $q < 0$, $q = -\frac{m\upsilon}{BR}$ ή $\mathbf{q = -5 \cdot 10^{-6}\ C}$.

γ. Για τη γωνία περιστροφής της επιβατικής ακτίνας του σωματιδίου εντός του μαγνητικού πεδίου ισχύει: $\eta\mu\Delta\varphi = \frac{\alpha}{R}$ ή $\eta\mu\Delta\varphi = \frac{4}{5} = 0{,}8$ ή $\Delta\varphi = \frac{3\pi}{10}$ rad.

Ισχύει: $\Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T}\Delta t$ ή $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}T$ ή $\Delta t = \Delta\varphi \cdot \frac{m}{B|q|}$ ή $\mathbf{\Delta t = 1{,}5\pi \cdot 10^{-5}\ s}$.

δ. Η δύναμη Lorentz που ασκείται στο σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο είναι διαρκώς κάθετη στη μετατόπιση του σωματιδίου επάνω στην κυκλική τροχιά.
Επομένως, το ζητούμενο έργο είναι μηδενικό, δηλαδή $\mathbf{W_{F(\Sigma - M)} = 0}$.

101. α. Τα τρία σημεία Α, Δ, Γ σχηματίζουν μεταξύ τους ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α, με τις γωνίες του τριγώνου να είναι η καθεμία ίση με 60°. Η ταχύτητα του ηλεκτρικού φορτίου είναι κάθε χρονική στιγμή κάθετη στην ακτίνα περιστροφής του φορτίου εντός του μαγνητικού πεδίου. Επομένως, η ακτίνα της τροχιάς του φορτίου βρίσκεται επάνω στη διχοτόμο κάθε γωνίας του τριγώνου. Το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών του ισόπλευρου τριγώνου ταυτίζεται με το βαρύκεντρο του τριγώνου. Συνεπώς, το κέντρο της κυκλικής τροχιάς του φορτίου είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου. Επειδή το βαρύκεντρο απέχει από κάθε κορυφή του τριγώνου τα $\frac{2}{3}$ του μήκους της αντίστοιχης διαμέσου, η ακτίνα περιστροφής του φορτίου είναι $R = \frac{2}{3}h$, όπου h το ύψος του τριγώνου. Από το πυθαγόρειο θεώρημα για το ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται έχουμε: $\alpha^2 = h^2 + \frac{\alpha^2}{4}$ ή $h = 1{,}5$ m.

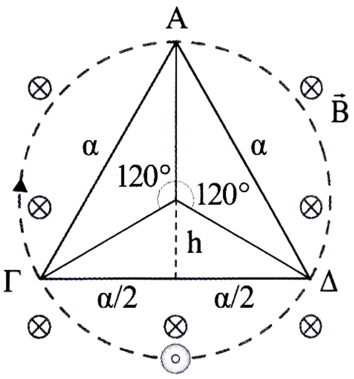
Η ζητούμενη ακτίνα περιστροφής είναι: $R = \frac{2}{3}h$ ή $\mathbf{R = 1\ m}$.

Η περίοδος περιστροφής του φορτίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι:

$T = \frac{2\pi R}{\upsilon}$ ή $\mathbf{T = 2\pi \cdot 10^{-2}\ s}$.

β. Από τη σχέση υπολογισμού της ακτίνας $R = \frac{m\upsilon}{B|q|}$ προκύπτει ότι το ειδικό φορτίο είναι: $\frac{|q|}{m} = \frac{\upsilon}{BR}$ ή $\mathbf{\frac{|q|}{m} = 100\ C/kg}$.

γ. Το χρονικό διάστημα Δt που απαιτείται για να μεταβεί το φορτίο από ένα σημείο σε ένα άλλο σημείο της τροχιάς του κατά τη φορά κίνησής του είναι:



$\upsilon = \frac{s}{\Delta t}$ ή $\Delta t = \frac{s}{\upsilon} = \frac{R \cdot \Delta\theta}{\upsilon}$, όπου Δθ είναι η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα περιστροφής του φορτίου. Η γωνία περιστροφής Δθ για τη μετάβαση του φορτίου από το σημείο Α στο σημείο Γ, όπως φαίνεται από το σχήμα, είναι $\Delta\theta = \frac{4\pi}{3}$ rad. Άρα το ζητούμενο χρονικό διάστημα προκύπτει: $\Delta t_{min} = \frac{s}{\upsilon} = \frac{R \cdot \Delta\theta}{\upsilon}$ ή $\mathbf{\Delta t_{min} = (4\pi/3) \cdot 10^{-2}\ s}$.

Το ζητούμενο χρονικό διάστημα για να μεταβεί το φορτίο από το σημείο Γ στο σημείο Α κατά τη φορά κίνησής του είναι: $\Delta t'_{min} = \frac{s'}{\upsilon} = \frac{R \cdot \Delta\theta'}{\upsilon}$, όπου $\Delta\theta'$ η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα περιστροφής του φορτίου για τη μετάβασή του από το σημείο Γ στο σημείο Α. Όπως φαίνεται στο σχήμα, είναι $\Delta\theta' = (2\pi/3)$ rad, οπότε προκύπτει:
$\mathbf{\Delta t'_{min} = (2\pi/3) \cdot 10^{-2}\ s}$.

δ. Η δύναμη Lorentz που ασκείται στο φορτίο από το μαγνητικό πεδίο δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Το μέτρο της είναι: $F = F_\kappa = m \cdot \frac{\upsilon^2}{R}$ ή $\mathbf{F = 10\ N}$.

102. α. Το βήμα της έλικας είναι: $\beta = \frac{2\pi m}{Bq}\upsilon\,\text{συνφ}$ ή $\mathbf{\beta = \pi\ m}$.

β. Η ακτίνα και η περίοδος της κυκλικής κίνησης που εκτελεί το φορτίο σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι αντίστοιχα:
$R = \frac{m\upsilon}{Bq}\text{ημφ}$ ή $\mathbf{R = 0{,}5\sqrt{3}\ m}$ και $T = \frac{2\pi m}{Bq}$ ή $\mathbf{T = 2\pi \cdot 10^{-4}\ s}$.

γ. Το πλήθος των περιστροφών του φορτίου σε απόσταση d κατά μήκος των δυναμικών γραμμών του πεδίου είναι: $N = \frac{d}{\beta}$ ή **N = 100 περιστροφές**.

Το μήκος s της τροχιάς του φορτίου όταν έχει διανύσει την ίδια απόσταση προκύπτει:
$s = \frac{d}{\text{συνφ}}$ ή $\mathbf{s = 200\pi\ m}$.

δ. Το μέτρο της δύναμης Lorentz είναι: $F = B\upsilon q\,\text{ημφ}$ ή $\mathbf{F = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3}\ N}$.

103. Α. *α.* Από τη σχέση υπολογισμού του βήματος της έλικας έχουμε:

$$\beta = \frac{2\pi m}{B|q|}\upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi \quad ή \quad \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\beta B|q|}{2\pi m\upsilon} = \frac{1}{2}.$$ Άρα **φ = 60°**.

β. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης που εκτελεί το σωματίδιο σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι: $T = \frac{2\pi m}{B|q|}$ ή $\mathbf{T = 2 \cdot 10^{-6}\ s}$.

γ. Το πλήθος των περιστροφών του σωματιδίου σε χρονικό διάστημα Δt είναι:

$N = \frac{\Delta t}{T}$ ή **Ν = 50 περιστροφές**.

Η οριζόντια μετατόπιση του σωματιδίου κατά μήκος των δυναμικών γραμμών του πεδίου είναι: $d = \upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi\Delta t$ ή **d = 5 m** ενώ το μήκος της τροχιάς του είναι: $s = \upsilon\Delta t$ ή **s = 10 m**.

Β. Εάν διπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητας εισόδου του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο, χωρίς να μεταβληθεί η γωνία φ, η επί τοις εκατό (%) μεταβολή του βήματος της έλικας προκύπτει:

$$\pi\% = \frac{\beta' - \beta}{\beta}100\% = \frac{\frac{2\pi m}{B|q|}\upsilon'\sigma\upsilon\nu\varphi - \frac{2\pi m}{B|q|}\upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi}{\frac{2\pi m}{B|q|}\upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi}100\% = \frac{2\upsilon - \upsilon}{\upsilon}100\% \quad ή \quad \boldsymbol{\pi\% = 100\%}.$$

Γ. Εάν υποδιπλασιαστεί η γωνία εισόδου $(\varphi' = 30°)$ του σωματιδίου στο πεδίο, τότε ο ζητούμενος λόγος προκύπτει:

$$\frac{\beta}{\beta'} = \frac{\frac{2\pi m}{B|q|}\upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi}{\frac{2\pi m}{B|q|}\upsilon\sigma\upsilon\nu\frac{\varphi}{2}} = \frac{\sigma\upsilon\nu 60°}{\sigma\upsilon\nu 30°} \quad ή \quad \boldsymbol{\frac{\beta}{\beta'} = \frac{\sqrt{3}}{3}}.$$

104. *α.* Για το μήκος της τροχιάς του σωματιδίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο ισχύει:

$s = \frac{\beta N}{\sigma\upsilon\nu\varphi}$ ή $N = \frac{s \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}{\beta}$ ή **Ν = 30 περιστροφές**.

β. Η χρονική στιγμή t_1 είναι: $t_1 = \frac{s}{\upsilon}$ ή $\mathbf{t_1 = 10^{-2}\ s}$. Η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σωματιδίου είναι: $T = \frac{t_1}{N}$ ή $\mathbf{T = (1/3) \cdot 10^{-3}\ s}$.

γ. Από τη σχέση της περιόδου για την ελικοειδή κίνηση του σωματιδίου έχουμε:

$$T = \frac{2\pi m}{Bq} \quad ή \quad \frac{q}{m} = \frac{2\pi}{BT} \quad ή \quad \boldsymbol{\frac{q}{m} = 6 \cdot 10^4\ C/kg}.$$

Είναι $\eta\mu\varphi = \sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2\varphi} = 0{,}8$. Η ακτίνα περιστροφής του σωματιδίου είναι:

$$R = \frac{m\upsilon}{Bq}\eta\mu\varphi \quad ή \quad \boldsymbol{R = \frac{2}{15\pi}\ m}.$$

δ. Ο λόγος των δύο συχνοτήτων είναι: $\dfrac{f}{f'} = \dfrac{\dfrac{Bq}{2\pi m}}{\dfrac{B'q}{2\pi m}} = \dfrac{B}{B'}$ ή $\mathbf{\dfrac{f}{f'} = \dfrac{1}{2}}$.

105. α. Ο λόγος $\dfrac{R_p}{R_e}$ των ακτίνων περιφοράς των δύο σωματιδίων είναι:

$\dfrac{R_p}{R_e} = \dfrac{\dfrac{m_p\upsilon}{Bq}\eta\mu\varphi}{\dfrac{m_e\upsilon}{B|q|}\eta\mu\varphi} = \dfrac{m_p}{m_e}$ ή $\mathbf{\dfrac{R_p}{R_e} = 1836}$. Ο λόγος $\dfrac{T_p}{T_e}$ των περιόδων περιφοράς των δύο σωματιδίων είναι: $\dfrac{T_p}{T_e} = \dfrac{\dfrac{2\pi m_p}{Bq}}{\dfrac{2\pi m_e}{B|q|}} = \dfrac{m_p}{m_e}$ ή $\mathbf{\dfrac{T_p}{T_e} = 1836}$.

β. Ο λόγος $\dfrac{\beta_p}{\beta_e}$ των βημάτων των ελικοειδών κινήσεων των δύο σωματιδίων είναι:

$$\frac{\beta_p}{\beta_e} = \frac{\dfrac{2\pi m_p}{Bq}\upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi}{\dfrac{2\pi\cdot m_e}{B\cdot|q|}\upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{m_p}{m_e} \quad ή \quad \mathbf{\frac{\beta_p}{\beta_e} = 1836}.$$

γ. Ο λόγος $\dfrac{N_p}{N_e}$ του πλήθους των περιστροφών για την ίδια οριζόντια μετατόπιση d κατά μήκος των δυναμικών γραμμών του πεδίου είναι: $\dfrac{N_p}{N_e} = \dfrac{\dfrac{d}{\beta_p}}{\dfrac{d}{\beta_e}} = \dfrac{\beta_e}{\beta_p}$ ή $\mathbf{\dfrac{N_p}{N_e} = \dfrac{1}{1836}}$.

δ. Ο λόγος $\dfrac{s_p}{s_e}$ των μηκών τροχιάς τους για την ίδια οριζόντια μετατόπιση d κατά μήκος των δυναμικών γραμμών του πεδίου είναι: $\dfrac{s_p}{s_e} = \dfrac{\upsilon t}{\upsilon t}$ ή $\mathbf{\dfrac{s_p}{s_e} = 1}$.

Λύσεις των προβλημάτων

106. α. Η δύναμη Lorentz που ασκείται στο σωματίδιο Α από το μαγνητικό πεδίο είναι διαρκώς κάθετη στην ταχύτητά του, δρα ως κεντρομόλος δύναμη και αναγκάζει το σωματίδιο να κινηθεί κυκλικά με ταχύτητα σταθερού μέτρου. Συνεπώς, **το σωματίδιο Α εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση**. Το σωματίδιο Β εκτοξεύεται υπό γωνία θ = 30° ως προς τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Αναλύουμε την ταχύτητά του σε μια παράλληλη συνιστώσα $\vec{\upsilon}_\pi$ και μια κάθετη συνιστώσα $\vec{\upsilon}_\kappa$ στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Λόγω της συνιστώσας $\vec{\upsilon}_\pi$, το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου ενώ λόγω της συνιστώσας $\vec{\upsilon}_\kappa$, το σωματίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου. Από τη σύνθεση των δύο κινήσεων προκύπτει πως **το σωματίδιο Β εκτελεί ελικοειδή κίνηση**.

β. Το μέτρο της δύναμης Lorentz που ασκείται:

- στο σωματίδιο Α από το μαγνητικό πεδίο είναι: $F_A = B\upsilon q$ ή $\mathbf{F_A = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N}$.
- στο σωματίδιο Β από το μαγνητικό πεδίο είναι: $F_B = B\upsilon q\eta\mu\theta$ ή $\mathbf{F_B = 2\pi \cdot 10^{-7}\ N}$.

γ. Η ακτίνα R_A και η περίοδος T_A του σωματιδίου Α είναι:

$$R_A = \frac{m\upsilon}{Bq} \quad \text{ή} \quad \mathbf{R_A = \pi\ m} \quad \text{και} \quad T_A = \frac{2\pi m}{Bq} \quad \text{ή} \quad \mathbf{T_A = \pi\ s}.$$

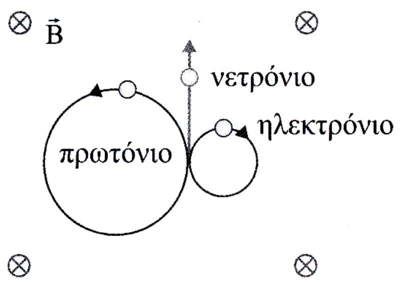
δ. Η ακτίνα R_B και η περίοδος T_B του σωματιδίου Β είναι:

$$R_B = \frac{m\upsilon_\kappa}{Bq} \quad \text{ή} \quad R_B = \frac{m\upsilon}{Bq}\eta\mu\theta \quad \text{ή} \quad R_B = \frac{\pi}{2}\ m \quad \text{και} \quad T_B = \frac{2\pi m}{Bq} \quad \text{ή} \quad T_B = \pi\ s.$$

Η μετατόπιση του σωματιδίου Β κατά μήκος των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου είναι: $\Delta x_B = \upsilon_\pi \Delta t$ ή, για $\Delta t = t_1$, $\Delta x_B = \upsilon\sigma\upsilon\nu\theta t_1$ ή $\Delta x_B = 2\pi^2\sqrt{3}$ m.
Ισχύει $t_1 = 2T$, δηλαδή κάθε σωματίδιο έχει ολοκληρώσει 2 πλήρεις περιστροφές. Επομένως, το σωματίδιο Α βρίσκεται στο σημείο εκτόξευσης ενώ το σωματίδιο Β έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά Δx_B. Η ζητούμενη απόσταση είναι: $d = \Delta x_B$ ή $\mathbf{d = 2\pi^2\sqrt{3}\ m}$.

ε. Σε χρονικό διάστημα Δt το σωματίδιο Α έχει διανύσει μήκος τροχιάς s_A με: $s_A = \upsilon\Delta t$. (1)
Στο ίδιο χρονικό διάστημα το σωματίδιο Β έχει διανύσει μήκος τροχιάς s_B με: $s_B = \upsilon\Delta t$. (2)
Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει: $\mathbf{s_A = s_B}$.

107. α. Το πρωτόνιο και το ηλεκτρόνιο εκτελούν μέσα στο μαγνητικό πεδίο ομαλή κυκλική κίνηση με αντίθετες φορές κίνησης, ενώ το νετρόνιο, επειδή είναι ηλεκτρικά ουδέτερο, δεν δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο. Συνεπώς, το νετρόνιο θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.



Ο ζητούμενος λόγος είναι: $\dfrac{R_p}{R_e} = \dfrac{\dfrac{m_p\upsilon_p}{Bq_p}}{\dfrac{m_e\upsilon_e}{B|q_e|}}$, όπου για $\upsilon_p = \upsilon_e$ και για $q_p = |q_e|$, προκύπτει:

$$\frac{R_p}{R_e} = \frac{m_p}{m_e} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\frac{R_p}{R_e} = 1836}.$$

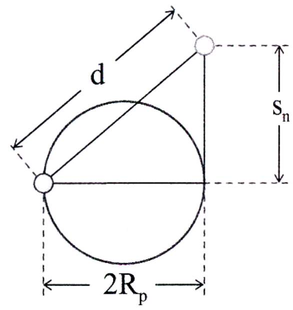
β. Η απόσταση ανάμεσα στο πρωτόνιο και το ηλεκτρόνιο μηδενίζεται για πρώτη φορά, όταν τα δύο σωματίδια ξανασυναντηθούν στο σημείο εκτόξευσής τους. Αυτό συμβαίνει σε χρονικό διάστημα Δt στο οποίο καθένα από τα δύο σωματίδια θα έχει εκτελέσει ακέραιο αριθμό κυκλικών περιστροφών. Για το πλήθος N_p, N_e των περιστροφών του πρωτονίου και του ηλεκτρονίου αντίστοιχα σε ορισμένο χρονικό διάστημα Δt ισχύει:

$$\frac{N_p}{N_e}=\frac{f_p\Delta t}{f_e\Delta t}=\frac{\frac{1}{T_p}}{\frac{1}{T_e}}=\frac{T_e}{T_p}=\frac{\frac{2\pi m_e}{B|q_e|}}{\frac{2\pi m_p}{Bq_p}}=\frac{m_e}{m_p} \quad ή \quad \frac{N_p}{N_e}=\frac{1}{1836},$$

δηλαδή όταν το ηλεκτρόνιο θα έχει εκτελέσει 1836 περιστροφές και το **πρωτόνιο** θα έχει εκτελέσει **μία περιστροφή**, η μεταξύ τους απόσταση θα μηδενιστεί για πρώτη φορά μετά την εκτόξευσή τους. Η ζητούμενη χρονική στιγμή t_1 ταυτίζεται με την περίοδο T_p περιστροφής του πρωτονίου και είναι:

$$t_1=T_p=\frac{2\pi m_p}{Bq_p} \quad ή \quad \mathbf{t_1=10^{-7}\ s}.$$

γ. Η ορμή του πρωτονίου γίνεται αντίθετη από την ορμή που είχε τη χρονική στιγμή t_0, όταν το πρωτόνιο βρίσκεται για πρώτη φορά στην αντιδιαμετρική θέση σε σχέση με τη θέση από την οποία ξεκίνησε.



Η χρονική στιγμή t_2 στην οποία συμβαίνει αυτό είναι: $t_2=\frac{T_p}{2}=\frac{\pi m_p}{Bq_p}$.

Από τη χρονική στιγμή t_0 έως τη χρονική στιγμή t_2 το νετρόνιο έχει μετακινηθεί στο μαγνητικό πεδίο σε ευθύγραμμη τροχιά κατά: $s_n=\upsilon_n t_2=\upsilon_n\frac{\pi m_p}{Bq_p}$.

Από το πυθαγόρειο θεώρημα, η απόσταση ανάμεσα στο πρωτόνιο και το νετρόνιο τη χρονική στιγμή t_2 προκύπτει:

$$d=\sqrt{s_n{}^2+(2R_p)^2}=\sqrt{\left(\upsilon_n\cdot\frac{\pi m_p}{Bq_p}\right)^2+4R_p^2}=\sqrt{\left(\upsilon_n\cdot\frac{\pi m_p}{Bq_p}\right)^2+4\left(\frac{m_p\upsilon_p}{Bq_p}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{m_p^2}{B^2q_p^2}\cdot\left(\upsilon_n^2\cdot\pi^2+4\upsilon_p^2\right)}=\frac{m_p}{Bq_p}\sqrt{\upsilon_n^2\cdot\pi^2+4\upsilon_p^2}$$

$$=\frac{m_p}{Bq_p}\sqrt{\upsilon_n^2\pi^2+4\cdot2\cdot\pi^2\upsilon_n^2}=\frac{m_p}{Bq_p}\sqrt{9\upsilon_n^2\pi^2}=\frac{3m_p\cdot\upsilon_n\cdot\pi}{Bq_p} \quad ή \quad \mathbf{d=0{,}3\ m}.$$

δ. Στο β ερώτημα βρήκαμε για το πλήθος των περιστροφών του πρωτονίου και του ηλεκτρονίου σε ορισμένο χρονικό διάστημα ότι ισχύει: $\frac{N_p}{N_e} = \frac{1}{1836}$ (1). Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{T_p}{2}$ το πρωτόνιο θα έχει εκτελέσει: $N_p = 1/2$ (μισή) περιστροφή, οπότε από τη σχέση (1) προκύπτει: $\frac{1/2}{N_e} = \frac{1}{1836}$ ή $\mathbf{N_e = 918}$ **περιστροφές**.

108. α. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωματιδίων Α, Β μετά την κεντρική και ελαστική κρούση τους αντίστοιχα είναι:

$$\upsilon_1' = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\upsilon_1 = -\frac{\upsilon_1}{2} \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\upsilon_1' = -500\ m/s} \text{ και } \upsilon_2' = \frac{2m_A}{m_A + m_B}\upsilon_1 = \frac{\upsilon_1}{2} \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\upsilon_2' = 500\ m/s}.$$

β. Το σωματίδιο Β εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κάθε μαγνητικό πεδίο ξεχωριστά, εξαιτίας της δύναμης Lorentz που δρα ως κεντρομόλος δύναμη. Η ακτίνα περιστροφής του σωματιδίου Β στο πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ είναι: $R_1 = \frac{m_B\upsilon_2'}{B_1 q}$ (1). Ομοίως, για την ακτίνα περιστροφής του σωματιδίου Β στο πεδίο έντασης $\vec{B}_2$ ισχύει: $R_2 = \frac{m_B\upsilon_2'}{B_2 q}$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{B_2}{B_1}$ ή $\boldsymbol{\frac{R_1}{R_2} = 2}$.

Για τον ζητούμενο λόγο των ημιπεριόδων κίνησης του σωματιδίου Β έχουμε:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{T_1/2}{T_2/2} = \frac{\frac{\pi m_B}{B_1 q}}{\frac{\pi m_B}{B_2 q}} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{B_2}{B_1} \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 2}.$$

γ. Από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t' το μήκος της τροχιάς του σωματιδίου Α είναι: $s_A = |\upsilon_1'|(\Delta t_1 + \Delta t_2)$ (3). Στο ίδιο χρονικό διάστημα, το μήκος της τροχιάς του σωματιδίου Β είναι: $s_B = \upsilon_2'(\Delta t_1 + \Delta t_2)$ (4).

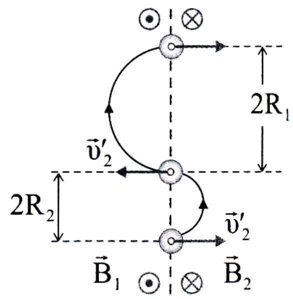
Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3), (4) προκύπτει: $\frac{s_A}{s_B} = \frac{|\upsilon_1'|(\Delta t_1 + \Delta t_2)}{\upsilon_2'(\Delta t_1 + \Delta t_2)} = \frac{|\upsilon_1'|}{\upsilon_2'}$ ή $\boldsymbol{\frac{s_A}{s_B} = 1}$.

δ. Από τη σχέση (3) ισχύει:

$$s_A = |\upsilon_1'|(\Delta t_1 + \Delta t_2) = |\upsilon_1'|\left(\frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}\right) \quad \text{ή} \quad s_A = |\upsilon_1'|\left(\frac{\pi m_B}{B_1 q} + \frac{\pi m_B}{B_2 q}\right)$$

ή, εφόσον $m_B = 3m_A$, $s_A = |\upsilon_1'|\frac{3\pi m_A}{q}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right)$ ή $\boldsymbol{s_A = 1{,}5\pi\ m}$.

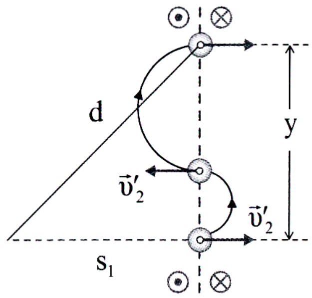
Από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t' το σωματίδιο Β διαγράφει αρχικά ημικυκλική τροχιά στο μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ και στη συνέχεια δεύτερη ημικυκλική τροχιά στο μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_2$, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Επομένως, η κατακόρυφη απόσταση που διανύει το σωματίδιο Β είναι:

$$y = 2R_1 + 2R_2 = 2\frac{3m_A\upsilon'_2}{B_1 q} + 2\frac{3m_A\upsilon'_2}{B_2 q} \quad \acute{\eta} \quad y = \frac{6m_A\upsilon'_2}{q}\cdot\left(\frac{1}{B_1}+\frac{1}{B_2}\right) \quad \acute{\eta} \quad y = 3\ \text{m}.$$

Επομένως, η ζητούμενη απόσταση d προκύπτει εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο που σχηματίζεται: $d = \sqrt{s_1^2 + y^2}$ ή $d = \frac{3}{2}\sqrt{14}$ m ή $\mathbf{d = 5{,}61\ m}$.



109. *α.* Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας προκύπτει:

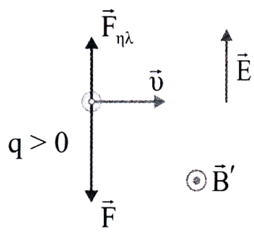
$K = qV$ ή $q = \frac{K}{V}$ ή $\mathbf{q = 10^{-12}\ C}$.

β. Το σωματίδιο εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ προκύπτει: $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ ή $\upsilon = \sqrt{\frac{2K}{m}}$ ή $\upsilon = 10^5$ m/s.

Εντός του μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}$, το σωματίδιο κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας R: $R = \frac{m\upsilon}{Bq}$ ή $R = \frac{\pi}{5}$ m. Το ζητούμενο μήκος της τροχιάς του σωματιδίου προκύπτει:

$s = \frac{1}{4}2\pi R$ ή $\mathbf{s = 1\ m}$.

γ. Τη χρονική στιγμή εισόδου του σωματιδίου στον επιλογέα ταχυτήτων ασκούνται στο σωματίδιο: η ηλεκτρική δύναμη μέτρου $F_{\eta\lambda} = qE$ ή $F_{\eta\lambda} = 10^{-9}$ N και η δύναμη Lorentz από το μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}'$, μέτρου $F = B'\upsilon q$ ή $F = 10^{-8}$ N.



Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας του σωματιδίου προκύπτει: $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \alpha = \frac{\Sigma F}{m}$ ή $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{F - F_{\eta\lambda}}{m}$ ή $\mathbf{\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 4{,}5\cdot 10^{-9}\ m/s^2}$.

δ. Για να διέρχεται το σωματίδιο από τον επιλογέα ταχυτήτων εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, πρέπει να ισχύει: $\alpha' = 0$ ή $\Sigma F' = 0$ ή $F'_{\eta\lambda} = F$ ή $E'q = F$ ή $E' = \frac{F}{q}$ ή $E' = 10^4$ V/m.

Το ζητούμενο ποσοστό μεταβολής είναι $\pi\% = \frac{E'-E}{E}100\%$ ή $\boldsymbol{\pi\% = 900\%}$.

110. α. Η μάζα του φορτίου είναι:

$F = m\alpha$ ή $E|q| = m\alpha$ ή $\frac{V}{d}|q| = m\alpha$ ή $m = \frac{V|q|}{d\alpha}$ ή $\mathbf{m = 2 \cdot 10^{-7}\ kg}$.

β. Από το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας για την κίνηση του φορτίου από το σημείο Α έως το σημείο Γ η ταχύτητά του κατά την έξοδό του από το ηλεκτρικό πεδίο προκύπτει:

$K_\Gamma - K_A = W$ ή $\frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2 = |q|V$ ή $\upsilon = \sqrt{\frac{2|q|V}{m}}$ ή $\boldsymbol{\upsilon = 10^3\ m/s}$.

Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του φορτίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι:

$R = \frac{m\upsilon}{B|q|}$ ή $\mathbf{R = 2\ m}$.

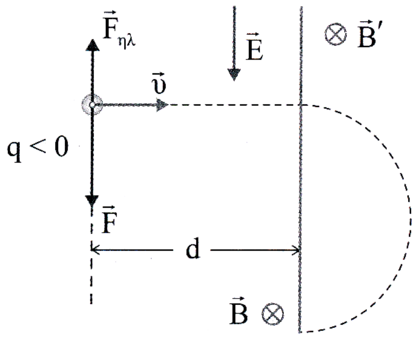
γ. Το χρονικό διάστημα κίνησης του φορτίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι:

$\upsilon = \alpha \cdot \Delta t_1$ ή $\Delta t_1 = \frac{\upsilon}{\alpha}$ ή $\Delta t_1 = 4\cdot 10^{-4}$s, ενώ το χρονικό διάστημα κίνησης του φορτίου στο μαγνητικό πεδίο είναι: $\Delta t_2 = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{B|q|}$ ή $\Delta t_2 = 20\pi \cdot 10^{-4}$s.

Άρα ο ζητούμενος λόγος προκύπτει: $\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{20\pi\cdot 10^{-4}s}{4\cdot 10^{-4}s}$ ή $\boldsymbol{\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = 5\pi}$.

δ. Το μέτρο της δύναμης Lorentz που δέχεται το φορτίο από το μαγνητικό πεδίο είναι:

$F = B\upsilon|q|\eta\mu 90^\circ$ ή $\mathbf{F = 0{,}1\ N}$.



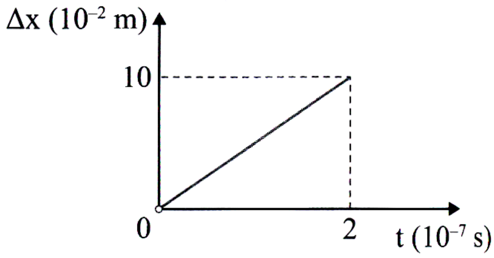
111. α. Εφόσον το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον χώρο όπου συνυπάρχουν τα δύο πεδία εντάσεων $\vec{E}$, $\vec{B}$, η ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}_{\eta\lambda}$ που ασκεί στο σωματίδιο το ηλεκτρικό πεδίο και η δύναμη Lorentz που ασκεί στο σωματίδιο το μαγνητικό πεδίο είναι αντίθετες, δηλαδή ισχύει: $\vec{F} = -\vec{F}_{\eta\lambda}$ (1). Η ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}_{\eta\lambda}$ έχει φορά προς τα επάνω. Συνεπώς, η δύναμη Lorentz έχει φορά προς τα κάτω και σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Στη συνέχεια, το σωματίδιο εισέρχεται σε δεύτερο μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}'$. Εφόσον κινείται σε ημικυκλική τροχιά σε αυτό, η διεύθυνση της ταχύτητας εισόδου του σωματιδίου είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του δεύτερου μαγνητικού πεδίου.

β. Από τη σχέση (1) προκύπτει: $F_{ηλ} = F$ ή $E|q| = Bυ|q|$ ή $υ = \frac{E}{B}$ ή $υ = 5 \cdot 10^5$ m/s.

Το σωματίδιο εξέρχεται από τον χώρο όπου συνυπάρχουν τα δύο πεδία εντάσεων $\vec{E}$, $\vec{B}$ τη χρονική στιγμή t' με $t' = \frac{d}{υ}$ ή $t' = 2 \cdot 10^{-7}$ s. Η χρονική εξίσωση της μετατόπισης του σωματιδίου είναι: $Δx = υt$ ή $Δx = 5 \cdot 10^5\, t$, για $0 \leq t \leq t'$.

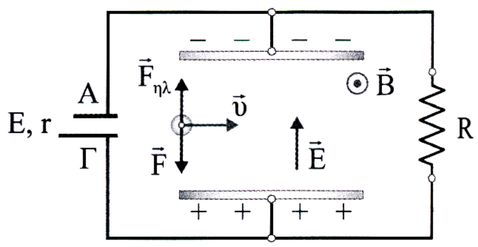
Το διάγραμμα $Δx - t$ απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



γ. Είναι $R = \frac{mυ}{B'|q|}$ ή $\mathbf{R = \frac{2{,}5}{\pi} 10^{-2}\ m}$.

δ. Το σωματίδιο κινείται εντός του μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}'$ για χρονικό διάστημα $Δt' = \frac{T}{2}$ ή $Δt' = \frac{\pi m}{B'|q|}$ ή $Δt' = 0{,}5 \cdot 10^{-7}$ s. Η ζητούμενη χρονική στιγμή προκύπτει: $t_1 = t' + Δt'$ ή $\mathbf{t_1 = 2{,}5 \cdot 10^{-7}\ s}$.

112. α. Σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, η δύναμη Lorentz που ασκείται στα θετικά ιόντα της δέσμης από το μαγνητικό πεδίο έχει φορά προς τα κάτω. Εφόσον τα ιόντα διέρχονται ανεπηρέαστα από τον επιλογέα ταχυτήτων, πρέπει η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται σε αυτά από το ηλεκτρικό πεδίο να έχει φορά προς τα επάνω. Συνεπώς, οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου έχουν φορά από κάτω προς τα επάνω. Έτσι η κάτω πλάκα του επιλογέα έχει φορτιστεί θετικά και η επάνω αρνητικά. Επομένως, ο θετικός πόλος της πηγής έχει συνδεθεί στο σημείο Γ και ο αρνητικός στο σημείο Α του κυκλώματος (βλ. σχήμα).



β. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα προκύπτει: $I = \frac{E}{R + r}$ ή $\mathbf{I = 5\ A}$.

γ. Η τάση στον επιλογέα ταχυτήτων είναι: $V = V_R$ ή $V = IR$ ή $V = 40$ V.

Εφόσον τα ιόντα της δέσμης διέρχονται ανεπηρέαστα από τον επιλογέα ταχυτήτων, ισχύει: $υ = \frac{E}{B}$ ή $υ = \frac{V}{Bd}$ ή $B = \frac{V}{υd}$ ή $\mathbf{B = 10^{-2}\ T}$.

δ. Η τάση στον επιλογέα ταχυτήτων θα γίνει:

$V' = V'_R$ ή $V' = I' \cdot R'$ ή $V' = \dfrac{ER'}{R'+r}$ ή $V' = \dfrac{E}{1+\dfrac{r}{R'}} < V$ ή

$E'd < E \cdot d$ ή $E' < E$ ή $E'q < Eq$ ή $F'_{\eta\lambda} < F_{\eta\lambda}$ ή, εφόσον $F_{\eta\lambda} = F$, $F'_{\eta\lambda} < F$.

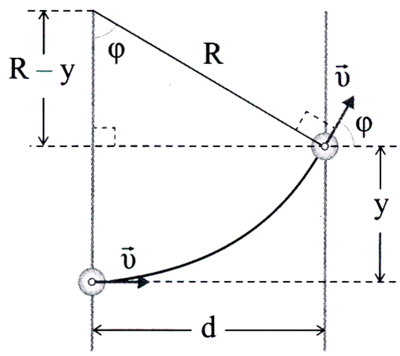
Συνεπώς, τα ιόντα δέχονται δύναμη Lorentz από το μαγνητικό πεδίο μεγαλύτερου μέτρου από την ηλεκτρική δύναμη που ασκεί σε αυτά το ηλεκτρικό πεδίο.

Για τον λόγο αυτόν, τα ιόντα θα αποκλίνουν προς την κάτω πλάκα του επιλογέα ταχυτήτων.

113. α. Στο σωματίδιο ασκούνται δύο δυνάμεις: η δύναμη Lorentz από το μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ με φορά προς τα πάνω και η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο με φορά προς τα κάτω. Εφόσον το φορτίο διέρχεται ανεπηρέαστο από τον χώρο όπου συνυπάρχουν τα δύο πεδία, οι δύο δυνάμεις είναι αντίθετες. Άρα έχουμε:

$F_{\eta\lambda} = F$ ή $Eq = B_1\upsilon q$ ή $E = B_1\upsilon$ ή $\mathbf{E = 10^3\ V/m}$.

β. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_2$ είναι: $R = \dfrac{m\upsilon}{B_2 q}$ ή **R = 2 m**. Για τη γωνία εκτροπής φ ισχύει:



$\eta\mu\varphi = \dfrac{d}{R} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ή $\boldsymbol{\varphi = 60^o}$.

Η κατακόρυφη απόκλιση του σωματιδίου στο πεδίο έντασης $\vec{B}_2$ προκύπτει: $\sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{R-y}{R} = \dfrac{1}{2}$, επομένως είναι: **y = 1 m**.

γ. Το χρονικό διάστημα κίνησης του σωματιδίου στο μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_2$ είναι:

$\Delta t = \dfrac{\varphi}{2\pi}T = \dfrac{(\pi/3)}{2\pi}T = \dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{2\pi m}{B_2|q|}$ ή $\boldsymbol{\Delta t = \dfrac{\pi}{6}\cdot 10^{-3}}$ **s**.

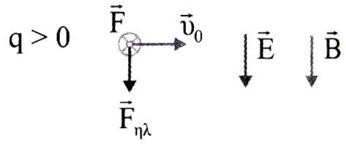
δ. Το βήμα της έλικας είναι: $\beta = \upsilon_\pi T = \upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot\dfrac{2\pi m}{B_3|q|}$ ή **β = 2 m**.

ε. Το πλήθος των περιστροφών του σωματιδίου προκύπτει: $N = \dfrac{x}{\beta}$ ή **N = 3**.

Το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το φορτίο κινείται κατά μήκος των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}_3$ κατά x είναι: $t = \dfrac{x}{\upsilon_\pi} = \dfrac{x}{\upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi}$ ή $t = 3\cdot 10^{-3}$ s,

επομένως το μήκος της τροχιάς του είναι: $s = \upsilon \cdot t$ ή **s = 12 m**.

114. α. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ στο φορτισμένο σωματίδιο ασκούνται:



- η ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}_{\eta\lambda}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με μέτρο: $F_{\eta\lambda} = Eq$ ή $F_{\eta\lambda} = 10^{-12}$ N.
- η μαγνητική δύναμη $\vec{F}$ από το μαγνητικό πεδίο με μέτρο: $F = B\upsilon q$ ή $F = 10^{-12}$ N.

Οι δυνάμεις $\vec{F}$, $\vec{F}_{\eta\lambda}$ είναι κάθετες μεταξύ τους. Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε: $\vec{\alpha} = \dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}$ ή $\alpha = \dfrac{\sqrt{F^2 + F_{\eta\lambda}^2}}{m}$ ή $\boldsymbol{\alpha = 10^5\sqrt{2}\ m/s^2}$.

β. Είναι: $R = \dfrac{m\upsilon_0}{Bq}$ ή $\mathbf{R = 1{,}6 \cdot 10^{-2}\ m}$.

γ. Λόγω της δύναμης Lorentz, το σωματίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, κάθετα στις δυναμικές γραμμές των δύο πεδίων με περίοδο $T = \dfrac{2\pi m}{Bq}$ ή $T = 8\pi \cdot 10^{-4}$ s.

Λόγω της ηλεκτρικής δύναμης, το σωματίδιο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές των δύο πεδίων με επιτάχυνση μέτρου:

$\alpha' = \dfrac{F_{\eta\lambda}}{m}$ ή $\alpha' = 10^5\ m/s^2$.

Το βήμα της πρώτης έλικας είναι: $\beta_1 = \dfrac{1}{2}\alpha' T^2$ ή $\mathbf{\beta_1 = 32 \cdot 10^{-2}\ m}$.

δ. Το σωματίδιο κινείται στη νιοστή έλικα της τροχιάς του από τη χρονική στιγμή $t_{\nu-1} = (\nu - 1)T$ έως τη χρονική στιγμή $t_\nu = \nu\, T$. Το νιοστό βήμα της έλικας είναι:

$$\beta_\nu = \frac{1}{2}\alpha' t_\nu^2 - \frac{1}{2}\alpha\, t_{\nu-1}^2 \quad ή \quad \beta_\nu = \frac{1}{2}\alpha'\left(t_\nu^2 - t_{\nu-1}^2\right) \quad ή \quad \beta_\nu = \frac{1}{2}\alpha' T^2\left[\nu^2 - (\nu-1)^2\right]$$

$$ή \quad \beta_\nu = \frac{2\nu - 1}{2}\alpha' T^2 \quad ή \quad \beta_\nu = (2\nu - 1)\, 32 \cdot 10^{-2}\ m, \ \ με\ 1 \le \nu \le 10.$$

115. α. Στον επιλογέα ταχυτήτων όσα ιόντα συνεχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα και δεν παρεκκλίνουν από την τροχιά τους είναι αυτά στα οποία η δύναμη Lorentz και η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο είναι μεταξύ τους αντίθετες. Δηλαδή ισχύει:

$F = F_{\eta\lambda}$ ή $B\upsilon q = Eq$ ή $\upsilon = \dfrac{E}{B}$ ή $\mathbf{\upsilon = 5 \cdot 10^4\ m/s}$.

β. Τα μονοσθενή θετικά ιόντα έχουν όλα φορτίο $|e|$, τον ίδιο αριθμό πρωτονίων, αλλά διαφορετικό αριθμό νετρονίων στον πυρήνα τους. Άρα η διαφορά στη μάζα που παρουσιάζουν μεταξύ τους οφείλεται στον διαφορετικό αριθμό νετρονίων στους πυρήνες τους. Εξαιτίας της διαφορετικής μάζας, τα ιόντα θα έχουν και διαφορετικές ακτίνες περιστροφής μέσα στο μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}'$. Αν m_1, m_2, με $m_2 > m_1$, οι μάζες των δύο ειδών ιόντων του χημικού στοιχείου, οι αντίστοιχες ακτίνες περιστροφής τους είναι:

$R_1 = \dfrac{m_1 \upsilon}{B'|e|}$ και $R_2 = \dfrac{m_2 \upsilon}{B'|e|}$.

Άρα για την απόσταση d των ιχνών στη φωτογραφική πλάκα ισχύει:

$d = 2R_2 - 2R_1 = 2\dfrac{\upsilon}{B'|e|}(m_2 - m_1)$.

Από την παραπάνω σχέση η ζητούμενη διαφορά μάζας προκύπτει:

$m_2 - m_1 = \dfrac{dB'|e|}{2\upsilon}$ ή $\mathbf{m_2 - m_1 = 4{,}8 \cdot 10^{-27}\ kg}$.

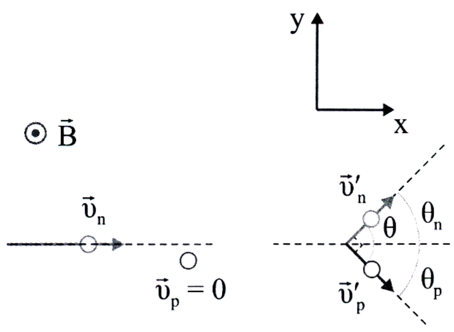
γ. Η διαφορά του αριθμού των νετρονίων στα δύο είδη ιόντων προκύπτει:

$\Delta N = \dfrac{\Delta m}{m_n} = \dfrac{m_2 - m_1}{m_n}$ ή $\mathbf{\Delta N = 3}$.

δ. Μέσα από τον επιλογέα ταχυτήτων δεν υπάρχει χρονική διαφορά στην κίνηση των ιόντων διαφορετικής μάζας, γιατί έχουν όλα το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Η χρονική διαφορά με την οποία προσπίπτουν στη φωτογραφική πλάκα οφείλεται στην διαφορά των ημιπεριόδων κίνησής τους μέσα στο μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}'$.

Άρα $\Delta t = \Delta t_2 - \Delta t_1 = \dfrac{T_2}{2} - \dfrac{T_1}{2}$ ή $\Delta t = \dfrac{\pi m_2}{B'|e|} - \dfrac{\pi m_1}{B'|e|} = \dfrac{\pi}{B'|e|}(m_2 - m_1)$ ή $\mathbf{\Delta t = 6\pi \cdot 10^{-8}\ s}$.

116. α. Η κρούση ανάμεσα στα πρωτόνιο και το νετρόνιο είναι μη κεντρική και ελαστική.



Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας του συστήματος πρωτόνιο – νετρόνιο έχουμε: $K_n = K'_n + K'_p$ ή $\dfrac{P_n^2}{2m} = \dfrac{P_n'^2}{2m} + \dfrac{P_p'^2}{2m}$ ή $P_n^2 = P_n'^2 + P_p'^2$ (1).

Από την αρχή διατήρησης της ορμής του συστήματος πρωτόνιο – νετρόνιο έχουμε:

$P_n = \sqrt{P_n'^2 + P_p'^2 + 2P'_n P'_p \sigma\upsilon\nu\theta}$ ή $P_n'^2 = P_n'^2 + P_p'^2 + 2P'_n P'_p \sigma\upsilon\nu\theta$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$P_n'^2 + P_p'^2 = P_n'^2 + P_p'^2 + 2P_n'P_p'\text{συν}\theta$ ή $2P_n'P_p'\text{συν}\theta = 0$ ή $\text{συν}\theta = 0$ ή $\boldsymbol{\theta = (\pi/2)}$ **rad**.

β. Για τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωματιδίων μετά την κρούση εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής στον άξονα x΄x:

$$m \cdot \upsilon_n = m \cdot \upsilon_p'\text{συν}60^o + m \cdot \upsilon_n'\text{συν}30^o \quad \text{ή} \quad \upsilon_n = \frac{\upsilon_p'}{2} + \frac{\upsilon_n'\sqrt{3}}{2} \quad (3).$$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής και στον άξονα των y΄y:

$$0 = m \cdot \upsilon_p'\text{ημ}60^o - m \cdot \upsilon_n'\text{ημ}30^o \quad \text{ή} \quad 0 = \frac{\upsilon_p'\sqrt{3}}{2} - \frac{\upsilon_n'}{2} \quad \text{ή} \quad \upsilon_n' = \upsilon_p'\sqrt{3} \quad (4).$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε:

$$\upsilon_n = \frac{\upsilon_p'}{2} + \frac{\upsilon_p'\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2} = 2\upsilon_p' \quad \text{ή} \quad \upsilon_p' = \frac{\upsilon_n}{2} \quad \text{και} \quad \upsilon_n' = \frac{\sqrt{3}}{2}\upsilon_n.$$

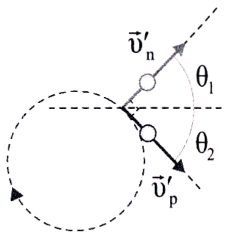
Επομένως, τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωματιδίων μετά την κρούση είναι:

$\boldsymbol{\upsilon_p' = \pi \cdot 10^6}$ **m/s**, $\boldsymbol{\upsilon_n' = \sqrt{3}\pi \cdot 10^6}$ **m/s**.

γ. Το πρωτόνιο αμέσως μετά την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_p' = \pi \cdot 10^6$ m/s, κάθετη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου και θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο περιστροφής: $T = \dfrac{2\pi m}{Bq} = 2 \cdot 10^{-8}$ s.

Επομένως, όταν το πρωτόνιο έχει διαγράψει δέκα (10) πλήρεις περιστροφές μετά την κρούση, έχει επιστρέψει στο σημείο όπου έγινε η σύγκρουση και έχει παρέλθει χρονικό διάστημα: $\Delta t = 10T = 2 \cdot 10^{-7}$ s.

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το νετρόνιο, το οποίο είναι ηλεκτρικά ουδέτερο και δεν δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.



Άρα η απόσταση ανάμεσα στο πρωτόνιο και το νετρόνιο, όταν το πρωτόνιο έχει διαγράψει 10 πλήρεις περιστροφές είναι: $d = \upsilon_n' \cdot 10T$ ή $\boldsymbol{d = 0{,}2\pi\sqrt{3}}$ **m**.

δ. Όταν το νετρόνιο μετά την κρούση έχει διανύσει απόσταση s, το πλήθος των περιστροφών του πρωτονίου είναι: $N = \dfrac{\Delta t}{T} = \dfrac{\frac{s}{\upsilon_n'}}{T}$ ή $\boldsymbol{N = 50}$.

Ενότητα 6η Δύναμη Laplace-Μαγνητική δύναμη ανάμεσα σε δύο παράλληλους ρευματοφόρους αγωγούς

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. δ	2. γ	3. α	4. γ	5. γ	6. δ	7. β	8. δ	9. β	10. δ
11. γ	12. γ	13. δ	14. δ	15. α	16. δ	17. β	18. δ	19. α	20. β
21. β									

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

22	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Λ	23	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ
24	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ					

Γ. Θέματα πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

25. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο δίνεται από τη σχέση: $F = BI\ell\eta\mu\varphi$ ή $\frac{F}{I} = B\ell\eta\mu\varphi$.

Η προηγούμενη σχέση υποδεικνύει ότι η κλίση της ευθείας F = f(I) ισούται με το γινόμενο $B\ell\eta\mu\varphi$. Δηλαδή είναι: $\left[\text{κλίση } F = f(I)\right] = \varepsilon\varphi\varphi = B\ell\eta\mu\varphi$ (1).

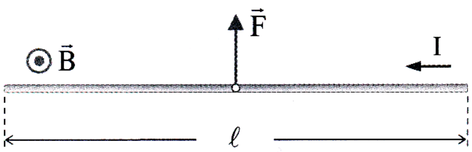
Από το δοθέν διάγραμμα έχουμε: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{BI_0\ell/2}{I_0}$ ή $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{B\ell}{2}$ (2).

Οι σχέσεις (1) και (2) έχουν τα πρώτα μέλη τους ίσα, οπότε προκύπτει:

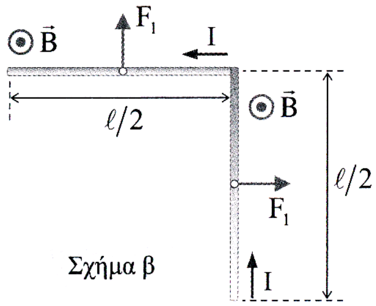
$B\ell\eta\mu\varphi = \frac{B\ell}{2}$ ή $\eta\mu\varphi = \frac{1}{2}$ ή $\boldsymbol{\varphi = 30^o}$.

26. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Αρχικά (βλέπε σχήμα **α**) η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο έχει μέτρο: $F = BI\ell$ (1).



Σχήμα α



Σχήμα β

Τελικά, οι δυνάμεις Laplace που ασκούνται στα δύο τμήματα του αγωγού από το μαγνητικό πεδίο είναι μεταξύ τους κάθετες και έχουν το ίδιο μέτρο: $F_1 = BI\frac{\ell}{2}$ (2).

Επομένως, η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο έχει τελικά μέτρο:

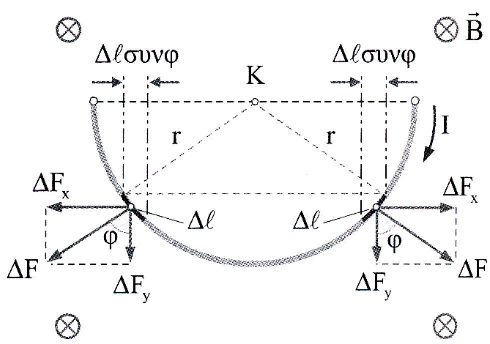
$F' = \sqrt{F_1^2 + F_1^2} = F_1\sqrt{2}$ ή, λόγω της σχέσης (2), $F' = \frac{\sqrt{2}}{2}BI\ell$ (3).

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) προκύπτει: $\mathbf{F' = \frac{\sqrt{2}}{2}F}$.

27. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Διαιρούμε τον ημικυκλικό αγωγό σε στοιχειώδη τμήματα καθένα εκ των οποίων μπορεί να θεωρηθεί ευθύγραμμο μήκους $\Delta\ell$. Η δύναμη Laplace που δέχεται κάθε στοιχειώδες ρευματοφόρο τμήμα από το ομογενές μαγνητικό πεδίο έχει μέτρο: $\Delta F = BI\Delta\ell$.

Οι οριζόντιες συνιστώσες αυτών των δυνάμεων σε συμμετρικά, ως προς την κατακόρυφη ακτίνα του ημικυκλικού αγωγού, στοιχειώδη τμήματα έχουν μηδενική συνισταμένη (βλέπε διπλανό σχήμα).



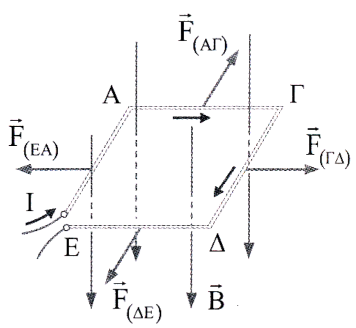
Επομένως, η δύναμη Laplace στον ημικυκλικό αγωγό έχει κατακόρυφη διεύθυνση, φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$F = \Sigma(\Delta F_y) = \Sigma(\Delta F\sigma\upsilon\nu\varphi) = \Sigma(BI\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\varphi) = BI\Sigma(\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\varphi) = BI(2r)$ ή $\mathbf{F = 2BIr}$.

28. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται οι δυνάμεις Laplace που ασκούνται από το μαγνητικό πεδίο στις τέσσερις πλευρές του τετράγωνου πλαισίου.

Επειδή οι δυνάμεις αυτές έχουν το ίδιο μέτρο $(BI\ell)$ και αντίθετη κατεύθυνση στις απέναντι πλευρές του πλαισίου, δίνουν **συνισταμένη μηδέν** $(\mathbf{F = 0})$.



29. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Έστω I η ένταση του ρεύματος που αντιστοιχεί στην κίνηση της δέσμης των ηλεκτρονίων. Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται τμήμα της δέσμης μήκους Δx είναι: $F = BI\Delta x$.

Από μία εγκάρσια τομή της δέσμης διέρχεται φορτίο q (κατ' απόλυτη τιμή) σε χρόνο Δt. Από την εξίσωση ορισμού της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος έχουμε: $I = \frac{q}{\Delta t}$.

Συνδυάζοντας τις δύο προηγούμενες σχέσεις προκύπτει:

$F = Bq\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ή $F = B(Ne)\upsilon$, όπου N το πλήθος των ηλεκτρονίων που δίνουν φορτίο q.

Επομένως, το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη δέσμη από το μαγνητικό πεδίο ανά μονάδα μετατόπισης των ηλεκτρονίων είναι: $\frac{F}{\Delta x} = B\frac{N}{\Delta x}e\upsilon$ ή $\mathbf{\frac{F}{\Delta x} = Bne\upsilon}$.

30. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

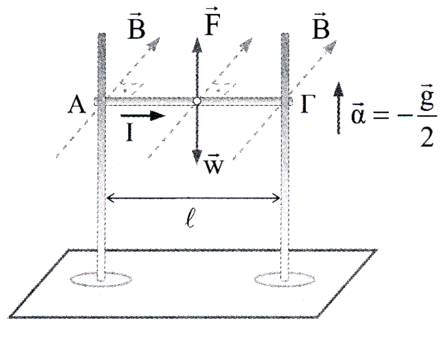
Έστω ότι στον αγωγό ασκείται δύναμη Laplace $\vec{F}$ από το μαγνητικό πεδίο. Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής, για τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται ο αγωγός έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{g}$, όπου m η μάζα του αγωγού.

Τελικά, προκύπτει $\vec{F} = 0$. Δηλαδή, ο αγωγός δεν δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο. Αυτό, στη συγκεκριμένη περίπτωση που εξετάζουμε, μπορεί να συμβεί μόνο όταν οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι οριζόντιες, παράλληλες στον αγωγό.

31. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Ο αγωγός δέχεται δύο δυνάμεις: Το βάρος του $\vec{w}$ και τη δύναμη Laplace $\vec{F}$ από το μαγνητικό πεδίο, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $F - mg = m\frac{g}{2}$

ή $BI\ell = \frac{3}{2}mg$ ή $\mathbf{m = \frac{2BI\ell}{3g}}$.

32. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Επειδή ο αγωγός μόλις που εφάπτεται στους κατακόρυφους στύλους, η δύναμη που δέχεται από αυτούς είναι αμελητέα. Επομένως, ο αγωγός ΚΛ δέχεται το βάρος του $\vec{w}$ και τη δύναμη Laplace $\vec{F}$ από το μαγνητικό πεδίο. Από την ισορροπία του αγωγού έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F - w = 0$ ή $BI\ell - mg = 0$ ή $\mathbf{B = \frac{mg}{I\ell}}$ (1).

Β. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Προκειμένου ο αγωγός ΚΛ να κινηθεί επιταχυνόμενος προς τα επάνω, θα πρέπει η δύναμη Laplace που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο να αυξηθεί. Έστω $\vec{F}'$ η δύναμη Laplace που ασκεί τώρα το μαγνητικό πεδίο στον αγωγό ΚΛ. Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $F' - mg = mg$ ή $BI'\ell = 2mg$ ή $I' = \dfrac{2mg}{B\ell}$ ή, λόγω της σχέσης (1),

$I' = \dfrac{2mg}{(mg/I\ell)\ell}$ ή $\mathbf{I' = 2I}$.

33. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Έστω x_1 και x_2 οι θέσεις του αγωγού τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 αντίστοιχα. Το έργο που παράγει η δύναμη Laplace στο χρονικό διάστημα Δt είναι:

$$W_F = F\Delta x = BI\ell(x_2 - x_1) = BI\ell\left(\frac{1}{2}\alpha t_2^2 - \frac{1}{2}\alpha t_1^2\right) \quad ή \quad W_F = \frac{1}{2}\alpha BI\ell(t_2 - t_1)(t_2 + t_1) \quad (1).$$

Από τον ορισμό, η μέση ισχύς της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2 είναι:

$$\bar{P}_F = \frac{W_F}{\Delta t} \quad ή, λόγω της σχέσης (1), \quad \bar{P}_F = \frac{\alpha BI\ell(t_2 - t_1)(t_2 + t_1)}{2(t_2 - t_1)} \quad ή \quad \boldsymbol{\bar{P}_F = \frac{1}{2}\alpha BI\ell(t_1 + t_2)}.$$

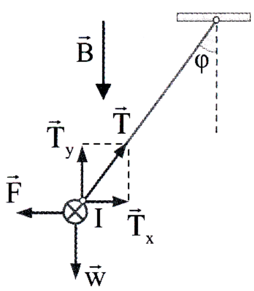
34. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Το σύρμα ΚΛ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t κατά την οποία θα αρχίσει να ολισθαίνει επί των οδηγών δέχεται τη δύναμη Laplace $\vec{F}$ από το μαγνητικό πεδίο και τη δύναμη της στατικής τριβής $\vec{T}_{στ}$ από τους οριζόντιους οδηγούς. Στο παραπάνω χρονικό διάστημα ισχύει (μετρικά) η σχέση:

$$F \le T_{στ.max} \quad ή \quad BI\ell \le \mu_s N \quad ή \quad B(I_0 + \alpha t)\ell \le \mu_s w \quad ή \quad t \le \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\mu_s w}{B\ell} - I_0\right)$$

Επομένως, η ζητούμενη χρονική στιγμή είναι η $\boldsymbol{t = \dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{\mu_s w}{B\ell} - I_0\right)}$.

35. Σωστή επιλογή είναι η **β**.



Όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα, στον αγωγό ασκούνται οι εξής δυνάμεις: Το βάρος του $\vec{w}$, η συνισταμένη δύναμη $\vec{T}$ από τα δύο νήματα και η δύναμη Laplace $\vec{F}$ από το μαγνητικό πεδίο.

Από την ισορροπία του αγωγού στην οριζόντια διεύθυνση έχουμε:

$\Sigma\vec{F}_x = 0$ ή $T_x = F$ ή $T_x = BI\ell$ (1).

Από την ισορροπία του αγωγού στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε:

$\Sigma\vec{F}_y = 0$ ή $T_y = w$ ή $T_y = mg$ (2).

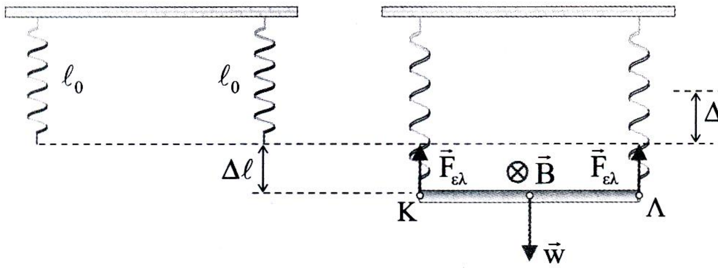
Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει:

$\dfrac{T_x}{T_y} = \dfrac{BI\ell}{mg}$ ή $\boldsymbol{εφφ = \dfrac{BI\ell}{mg}}$.

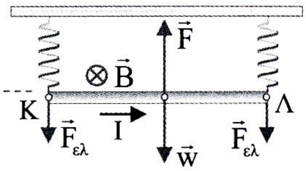
36. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Όταν ο διακόπτης είναι ανοιχτός (βλέπε σχήμα **α**), στον αγωγό ΚΛ ασκούνται το βάρος του $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}_{ελ}$ από κάθε ελατήριο. Για την ισορροπία του αγωγού μπορούμε να γράψουμε:

$\Sigma\vec{F} = 0$ ή $2F_{ελ} = w$ ή $2K\Delta\ell = w$ (1), όπου $\Delta\ell$ η επιμήκυνση κάθε ελατηρίου.



Σχήμα **α**



Σχήμα **β**

Επειδή κλείνοντας τον διακόπτη δ ο αγωγός ισορροπεί ακίνητος σε νέα θέση, όπου η δυναμική ενέργεια των ελατηρίων δεν παρουσιάζει μεταβολή συγκριτικά με τη δυναμική ενέργεια που αυτά είχαν όταν ο διακόπτης ήταν ανοικτός, κάθε ελατήριο θα είναι συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell$ (βλέπε σχήμα **β**). Τώρα, εκτός του βάρους και τις δυνάμεις από τα δύο ελατήρια, ο αγωγός δέχεται και τη δύναμη Laplace $\vec{F}$ από το μαγνητικό πεδίο. Σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, η διεύθυνση της δύναμης Laplace είναι κατακόρυφη και έχει φορά προς τα επάνω. Οι δυνάμεις από τα ελατήρια έχουν μέτρο ίσο με το μέτρο που είχαν όταν ο διακόπτης ήταν ανοιχτός, αλλά, επειδή τα ελατήρια είναι τώρα συσπειρωμένα, η φορά τους έχει αντιστραφεί.

Για την ισορροπία του αγωγού στη νέα θέση ισορροπίας του μπορούμε να γράψουμε:

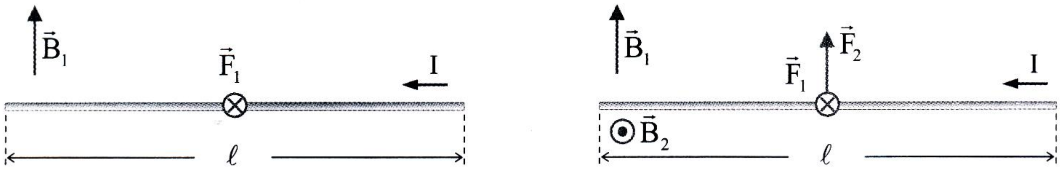
$\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F = w + 2F_{ελ}$ ή $BI\ell = w + 2K\Delta\ell$ ή, λόγω της σχέσης (1),

$BI\ell = 2w$ ή $\mathbf{I = \dfrac{2w}{B\ell}}$.

37. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Όταν ο αγωγός βρίσκεται εντός του ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}_1$ (βλέπε σχήμα **α**), η δύναμη Laplace $\vec{F}_1$ που δέχεται ο αγωγός από το πεδίο έχει μέτρο: $F_1 = B_1 I\ell$ (1).

Όταν ο αγωγός βρίσκεται ταυτόχρονα εντός και των δύο μαγνητικών πεδίων (βλέπε σχήμα **β**), εκτός από τη δύναμη Laplace $\vec{F}_1$, δέχεται και τη δύναμη Laplace $\vec{F}_2$ από το ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_2$, η οποία έχει μέτρο $F_2 = B_2 I\ell$.



Σχήμα **α**　　Σχήμα **β**

92

Επειδή οι διευθύνσεις των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι μεταξύ τους κάθετες, για το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ο αγωγός και από τα δύο πεδία μαζί μπορούμε να γράψουμε:

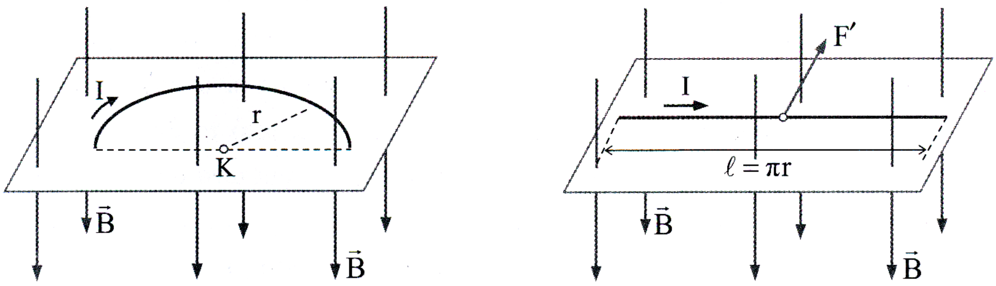
$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2} \quad ή \quad 5\sqrt{2}\,F_1=\sqrt{\left(B_1I\ell\right)^2+\left(B_2I\ell\right)^2} \quad ή \quad 5\sqrt{2}\,F_{L1}=I\ell\sqrt{B_1^2+B_2^2} \quad (2).$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{1}{5\sqrt{2}}=\frac{B_1}{\sqrt{B_1^2+B_2^2}} \quad ή \quad 50B_1^2=B_1^2+B_2^2 \quad ή \quad \mathbf{B_2=7B_1}.$$

38. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Έστω r η ακτίνα του ημικυκλικού σύρματος, I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σύρμα και $\vec{B}$ η ένταση του κατακόρυφου ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Η δύναμη Laplace $\vec{F}$ που ασκείται στο ημικυκλικό σύρμα από το μαγνητικό πεδίο (βλέπε σχήμα **α**), όπως αναλυτικά αποδείχθηκε στο θέμα 27, έχει μέτρο: $F=BI(2r) \quad (1)$.



Σχήμα **α** Σχήμα **β**

Όταν ευθυγραμμίσουμε το σύρμα, αυτό θα δέχεται δύναμη Laplace $\vec{F}'$ από το μαγνητικό πεδίο με μέτρο: $F'=BI\ell$, όπου $\ell=\pi r$ το μήκος του σύρματος.

Η προηγούμενη σχέση γράφεται: $F'=BI\pi r \quad (2)$.

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\pi\%=\frac{F'-F}{F}100\% \quad ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2), \quad \pi\%=\frac{BI\pi r-BI(2r)}{BI(2r)}100\%$$

ή $\boldsymbol{\pi\%=50(\pi-2)\%}$.

39. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Έστω $\vec{\alpha}$ η επιτάχυνση του αγωγού. Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}=m\vec{\alpha} \quad ή \quad \vec{F}+\vec{w}=m\vec{\alpha} \quad ή \quad 2\vec{w}+\vec{w}=m\vec{\alpha} \quad ή \quad 3m\vec{g}=m\vec{\alpha} \quad ή \quad \vec{\alpha}=3\vec{g}.$$

Ο αγωγός κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha=3g$. Επομένως, το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού σε συνάρτηση με τον χρόνο είναι: $\upsilon=\alpha t$ ή $\upsilon=3gt \quad (1)$.

Ο ζητούμενος ρυθμός (ισχύς της δύναμης Laplace) δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dW_F}{dt}=P_F=F\upsilon \quad ή, λόγω της σχέσης (1), \quad \frac{dW_F}{dt}=(2mg)\cdot(3gt) \quad ή \quad \boldsymbol{\frac{dW_F}{dt}=6mg^2t}.$$

40. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Έστω Ι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό και $\vec{B}_1$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ρευματοφόρος κυκλικός αγωγός στο κέντρο του Κ. Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι:

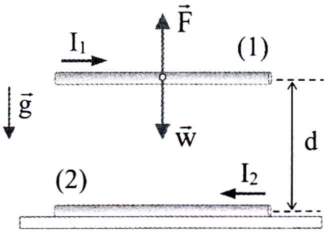
$$0=\vec{B}_1+\vec{B} \quad \text{ή} \quad \vec{B}_1=-\vec{B} \quad \text{ή, μετρικά,} \quad B_1=B \quad \text{ή} \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{\alpha}=B \quad \text{ή} \quad I=\frac{B\alpha}{2\pi(\mu_o/4\pi)} \quad (1).$$

Η δύναμη Laplace $\vec{F}$ που δέχεται ο μεταλλικός αγωγός, μετά την ευθυγράμμισή του, από το μαγνητικό πεδίο είναι: $F=BI(2\pi\alpha)$ (2).

Η σχέση (2), λόγω της σχέσης (1), γράφεται: $F=\frac{B\alpha}{2\pi(\mu_o/4\pi)}(2\pi\alpha)$ ή $\mathbf{F=\frac{B\alpha^2}{(\mu_o/4\pi)}}$.

41. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Ο αγωγός (1) δέχεται το βάρος του $\vec{w}$ και τη δύναμη Laplace $\vec{F}$ από τον αγωγό (2) μέσω του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο τελευταίος στα σημεία του αγωγού (1), όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



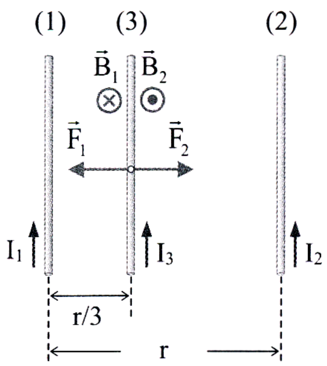
Από την ισορροπία του αγωγού (1) έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0 \quad \text{ή} \quad F-w=0 \quad \text{ή} \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1I_2\ell}{d}-mg=0$$

$$\text{ή} \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1(2I_1)\ell}{d}=mg \quad \text{ή} \quad \mathbf{\frac{m}{\ell}=4\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I_1^2}{dg}}.$$

42. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα, μήκος ℓ του αγωγού (3) δέχεται τις δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ από τα μαγνητικά πεδία που δημιουργούν στα σημεία αυτού του αγωγού οι ρευματοφόροι αγωγοί (1) και (2), αντίστοιχα.



Τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι:

$$F_1=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1I_3\ell}{r/3} \quad (1) \quad \text{και} \quad F_2=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2I_3\ell}{2r/3} \quad (2).$$

Επειδή ο αγωγός (3) ισορροπεί ακίνητος, ισχύει:

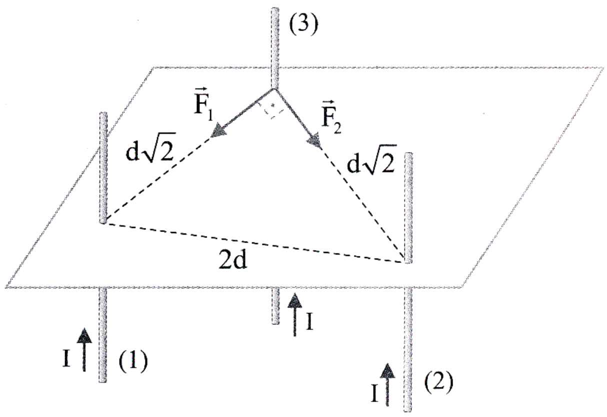
$$\Sigma\vec{F}=0 \quad \text{ή} \quad \vec{F}_1+\vec{F}_2=0 \quad \text{ή} \quad \vec{F}_1=-\vec{F}_2 \quad \text{ή, μετρικά,} \quad F_1=F_2$$

ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2), $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1I_3\ell}{r/3}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2I_3\ell}{2r/3}$ ή $\mathbf{I_2=2I_1}$.

Σχόλιο: Η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό (3) δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα.

43. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα, μήκος ℓ του αγωγού (3) δέχεται τις δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ από τους ρευματοφόρους αγωγούς (1) και (2) αντίστοιχα.



Τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι:

$$F_1 = F_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I^2\ell}{d\sqrt{2}}$$

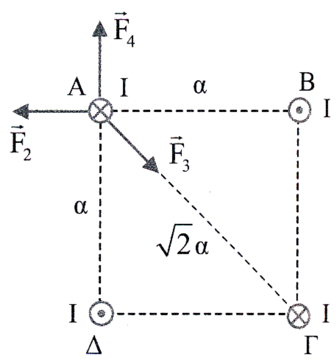
ή $\quad F_1 = F_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\sqrt{2}\,I^2\ell}{d} \quad (1).$

Οι διευθύνσεις των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι κάθετες μεταξύ τους, οπότε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται τμήμα μήκους ℓ του αγωγού (3) από τους δύο άλλους αγωγούς είναι:

$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{2F_1^2} = \sqrt{2}\,F_1$ ή, λόγω της σχέσης (1), $F = 2\dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{I^2\ell}{d}$ ή $\boldsymbol{\dfrac{F}{\ell} = 2\dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{I^2}{d}}$.

44. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Μήκος ℓ του ρευματοφόρου αγωγού που διέρχεται από την κορυφή Α του τετραγώνου δέχεται τις δυνάμεις $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ και $\vec{F}_4$ από τους ρευματοφόρους αγωγούς που διέρχονται από τις κορυφές Β, Γ και Δ (βλέπε διπλανό σχήμα).



Οι δυνάμεις $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_4$ έχουν κάθετες μεταξύ τους διευθύνσεις και μέτρο: $F_2 = F_4 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I^2\ell}{\alpha} \quad (1).$

Η συνισταμένη $\vec{F}_{2,4}$ των δυνάμεων $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_4$ έχει τη διεύθυνση της διαγώνιου ΑΓ και μέτρο:

$F_{2,4} = \sqrt{F_2^2 + F_4^2} = \sqrt{2F_2^2} = \sqrt{2}\,F_2$ ή, λόγω της σχέσης (1), $F_{2,4} = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2\sqrt{2}\,I^2\ell}{\alpha} \quad (2).$

Η δύναμη $\vec{F}_3$ έχει μέτρο: $F_3 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I^2\ell}{\sqrt{2}\,\alpha}$ ή $F_3 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\sqrt{2}\,I^2\ell}{\alpha} \quad (3).$

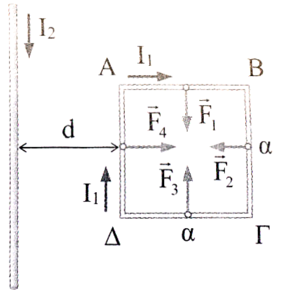
Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης Laplace που δέχεται μήκος ℓ του ρευματοφόρου αγωγού που διέρχεται από την κορυφή Α του τετραγώνου είναι:

$F = F_{2,4} - F_3$ ή, λόγω των σχέσεων (2) και (3), $F = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2\sqrt{2}\,I^2\ell}{\alpha} - \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\sqrt{2}\,I^2\ell}{\alpha}$ ή

$F = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{\sqrt{2}\,I^2\ell}{\alpha}$ ή $\boldsymbol{\dfrac{F}{\ell} = \sqrt{2}\,\dfrac{(\mu_o/4\pi)I^2}{\alpha}}$.

45. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται οι δυνάμεις που δέχεται το πλαίσιο από το μαγνητικό πεδίο του ευθύγραμμου αγωγού.



Οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_3$ που ασκούνται στις πλευρές ΑΒ και ΓΔ του τετραγώνου είναι αντίθετες, επομένως έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν. Έστω d η απόσταση του ευθύγραμμου αγωγού από την πλευρά ΔΑ του τετραγώνου και α το μήκος της πλευράς του τετραγώνου. Οι δυνάμεις $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_4$ που ασκούνται στις πλευρές ΒΓ και ΔΑ του τετραγώνου έχουν αντίθετη κατεύθυνση και μέτρο:

$$F_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1I_2\alpha}{d+\alpha} \quad \text{και} \quad F_4 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1I_2\alpha}{d}.$$

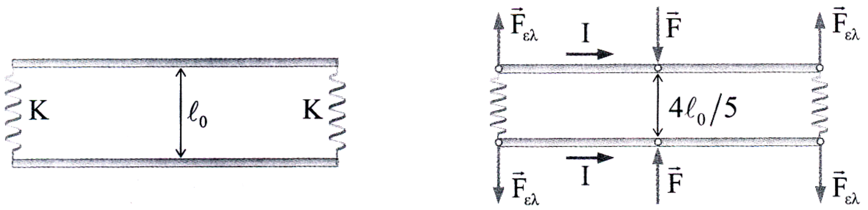
Επειδή είναι $F_4 > F_2$, **το πλαίσιο θα αρχίσει να επιταχύνεται απομακρυνόμενο από τον αγωγό**.

46. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Οι δύο αγωγοί διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα με αποτέλεσμα, όπως γνωρίζουμε από τη θεωρία, να έλκονται με δύναμη $\vec{F}$, μέτρου: $F = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I^2\ell}{4\ell_0/5}$ ή $F = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{5I^2\ell}{2\ell_0}$ (1).

Επίσης, κάθε ελατήριο ασκεί σε κάθε αγωγό δύναμη $\vec{F}_{ελ}$ μέτρου: $F_{ελ} = K\frac{\ell_0}{5}$ (2).

Οι κατευθύνσεις των δυνάμεων που δέχεται κάθε αγωγός φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα.



Από την ισορροπία κάθε αγωγού έχουμε:

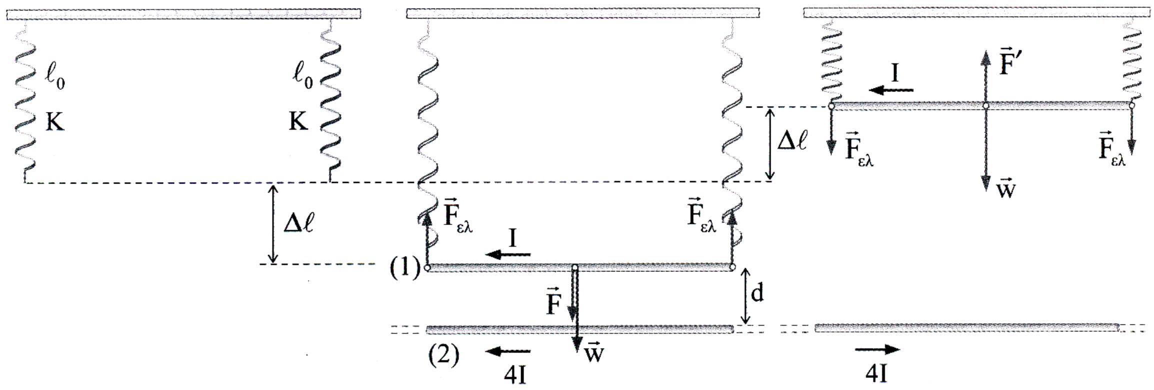
$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad \text{ή} \quad F = 2F_{ελ} \quad \text{ή} \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{5I^2\ell}{2\ell_0} = 2K\frac{\ell_0}{5} \quad \text{ή} \quad \mathbf{I = \frac{2\ell_0}{5}\sqrt{\frac{K}{(\mu_o/4\pi)\ell}}}.$$

47. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Στο σχήμα **α** απεικονίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό (1), όταν τα ρεύματα που διαρρέουν τους δύο αγωγούς είναι ομόρροπα.

Από την ισορροπία του αγωγού (1) έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad \text{ή} \quad 2F_{ελ} - F - w = 0 \quad \text{ή} \quad 2K\Delta\ell - \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I\cdot 4I\cdot \ell}{d} - w = 0 \quad \text{ή} \quad 8Kd - \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{8I^2\ell}{d} - w = 0 \quad (1).$$



Σχήμα **α** Σχήμα **β**

Στο σχήμα **β** απεικονίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό (1), όταν τα ρεύματα που διαρρέουν τους δύο αγωγούς είναι αντίρροπα.

Από την ισορροπία του αγωγού (1) έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0 \quad ή \quad F'-2F_{\varepsilon\lambda}-w=0 \quad ή \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I\cdot 4I\cdot\ell}{d+2\Delta\ell}-2K\Delta\ell-w=0 \quad ή \quad \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{8I^2\ell}{9d}-8Kd-w=0 \quad (2).$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2), προκύπτει:

$$16Kd-\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{8I^2\ell}{d}-\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{8I^2\ell}{9d}=0 \quad ή \quad 16Kd-\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{80I^2\ell}{9d}=0 \quad ή \quad Kd-\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{5I^2\ell}{9d}=0$$

$$ή \quad 9Kd^2-\frac{\mu_o}{4\pi}5I^2\ell=0 \quad ή \quad \mathbf{d=\frac{I}{3}\sqrt{\frac{5(\mu_o/4\pi)\ell}{K}}}.$$

Λύσεις των ασκήσεων

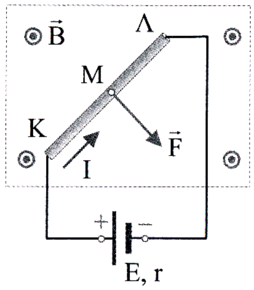
48. α. Η μέγιστη τιμή της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός από το πεδίο δίνεται από τη σχέση: $F_{max}=BI\ell$ ή $B=\frac{F_{max}}{I\ell}$ ή $\mathbf{B=1{,}5\ T}$.

β. i. Έστω φ_1 η ζητούμενη γωνία. Ισχύει η σχέση:

$$F_1=BI\ell\,ημφ_1 \quad ή \quad ημφ_1=\frac{F_1}{BI\ell}=\frac{F_1}{F_{max}}=\frac{F_{max}}{2F_{max}}=\frac{1}{2} \quad ή \quad \boldsymbol{\varphi_1=30^o}.$$

ii. Έστω φ_2 η ζητούμενη γωνία. Είναι: $F_2=BI\ell ημφ_2$ ή $ημφ_2=0$ ή $\boldsymbol{\varphi_2=0^o}$.

49. α. Η δύναμη Laplace $\vec{F}$ που δέχεται ο αγωγός ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο εφαρμόζεται στο μέσον Μ του αγωγού και η κατεύθυνσή της προσδιορίζεται με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.



Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάνυσμα που αναπαριστά τη δύναμη Laplace και το μέτρο της υπολογίζεται από τον τύπο: $F = BI\ell$ (1), όπου I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$I = \dfrac{E}{R + r}$ ή $I = 10$ A.

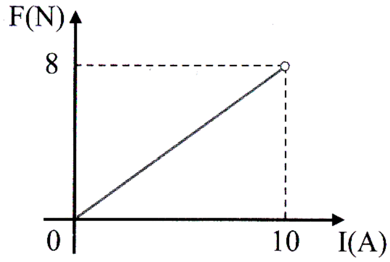
Από τη σχέση (1) προκύπτει: **F = 8 N**.

β. Αντιστρέφοντας την πολικότητα της πηγής, αντιστρέφεται η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό. Αντιστρέφοντας, όμως, ταυτόχρονα και την ένταση του μαγνητικού πεδίου, η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός από το πεδίο δεν υφίσταται καμία αλλαγή, τόσο στο μέτρο της όσο και στην κατεύθυνσή της. Επομένως, η ζητούμενη μεταβολή είναι: $\mathbf{\Delta\vec{F} = 0}$.

γ. Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$F = BI\ell$ ή $\mathbf{F = 0,8I}$ (S.I.).

Η γραφική παράσταση της σχέσης $F = f(I)$ απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



50. α. Έστω I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, κατ' επέκταση και τον αγωγό. Ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή τροφοδοτεί με ηλεκτρική ενέργεια το κύκλωμα δίνεται από τη σχέση: $\dfrac{dW_\Pi}{dt} = P_\Pi = E \cdot I$ ή $I = \dfrac{dW_\Pi/dt}{E}$ ή $\mathbf{I = 1\ A}$.

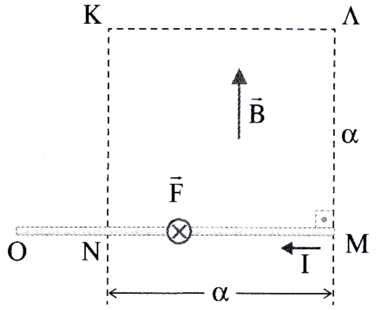
β. Ισχύει η σχέση: $F_1 = BI\ell\eta\mu\varphi_1$ ή $B = \dfrac{F_1}{I\ell\eta\mu\varphi_1}$ ή $\mathbf{B = 2\ T}$.

γ. Από τη σχέση $F = BI\ell\eta\mu\varphi$ συμπεραίνουμε ότι το μέτρο της δύναμης Laplace είναι ανάλογο του ημφ και όχι της γωνίας φ. Επομένως, διπλασιάζοντας τη γωνία φ **δεν θα διπλασιαστεί** το μέτρο της δύναμης Laplace.

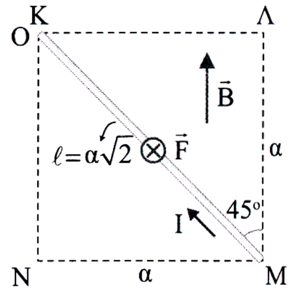
Πράγματι, είναι: $F_2 = BI\ell\eta\mu\varphi_2 = BI\ell\eta\mu2\varphi_1$ ή $F_2 = 0,5\sqrt{3}$ N $\neq F_1 = 0,5$ N.

51. α. Το μήκος του αγωγού που βρίσκεται εντός μαγνητικού πεδίου είναι ίσο με το μήκος της πλευράς του τετραγώνου. Επομένως, το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο είναι:

$F = BI\alpha\eta\mu90^\circ$ ή $\mathbf{F = 3\ N}$.



β. Το μήκος του αγωγού που βρίσκεται εντός μαγνητικού πεδίου είναι ίσο με το μήκος $\alpha\sqrt{2}$ της διαγωνίου του τετραγώνου, το οποίο ισούται με το μήκος ℓ του αγωγού. Έχουμε: $F = BI\ell\eta\mu 45^o$ ή $\mathbf{F = 3\ N}$.

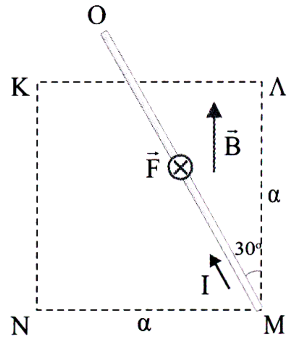


γ. Το μήκος του αγωγού που βρίσκεται εντός μαγνητικού πεδίου είναι:

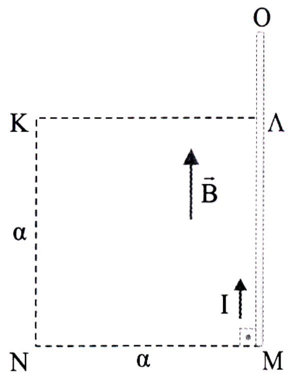
$$\ell' = \frac{\alpha}{\sigma\upsilon\nu 30^o} \quad \text{ή} \quad \ell' = \frac{2\sqrt{3}}{3}\alpha \quad \text{ή} \quad \ell' = \frac{\sqrt{3}}{3}\ \text{m}.$$

Επομένως, το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός από το πεδίο είναι:

$F = BI\ell'\eta\mu 30^o$ ή $\mathbf{F = \sqrt{3}\ N}$.



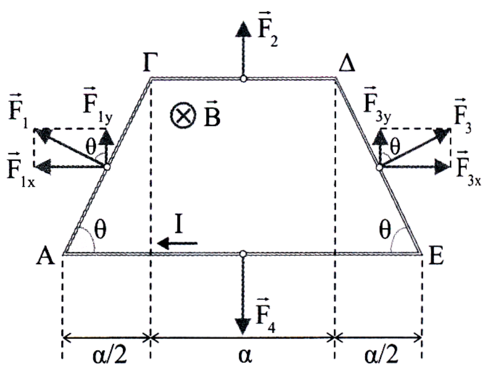
δ. Ο αγωγός είναι παράλληλος προς τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, οπότε δεν δέχεται δύναμη Laplace. Δηλαδή, σε αυτήν την περίπτωση είναι: **F = 0**.



52. α. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται οι δυνάμεις Laplace που δέχονται οι πλευρές του ισοσκελούς τραπεζίου. Είναι:

$F_1 = F_2 = F_3 = BI\alpha$ ή $\mathbf{F_1 = F_2 = F_3 = 1{,}6\ N}$

και $F_4 = BI(2\alpha)$ ή $\mathbf{F_4 = 3{,}2\ N}$.



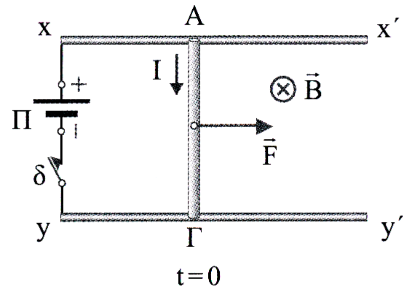
β. Οι δυνάμεις $\vec{F}_{1x}$ και $\vec{F}_{3x}$ δίνουν συνισταμένη μηδέν. Επομένως, το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται από το πεδίο στο πλαίσιο είναι: $F_{o\lambda} = F_2 + F_{1y} + F_{3y} - F_4 = F_2 + F_1\sigma\upsilon\nu\theta + F_3\sigma\upsilon\nu\theta - F_4$

ή $F_{o\lambda} = F_1(1 + 2\sigma\upsilon\nu\theta) - F_4$, όπου $\sigma\upsilon\nu\theta = \dfrac{\alpha/2}{\alpha} = \dfrac{1}{2}$.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (1) προκύπτει: $\mathbf{F_{o\lambda} = 0}$.

53. α. Η ράβδος είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, επομένως το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται είναι: $F = BI\ell$ ή $\mathbf{F = 3\ N}$.

Το σημείο εφαρμογής της δύναμης Laplace είναι το μέσον Μ της ράβδου και η κατεύθυνσή της προκύπτει με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού (βλέπε διπλανό σχήμα).



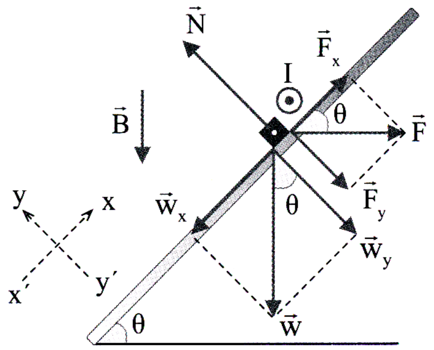
β. Οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.

Για να παραμείνει ακίνητη η ράβδος πρέπει να ισχύει:

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_x - w_x = 0$ ή $F\sigma\upsilon\nu\theta = w\eta\mu\theta$

ή $BI\ell = mg \cdot \varepsilon\varphi\theta$ ή $\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{BI\ell}{mg}$

ή $\varepsilon\varphi\theta = 1$ ή $\boldsymbol{\theta = 45^o}$.



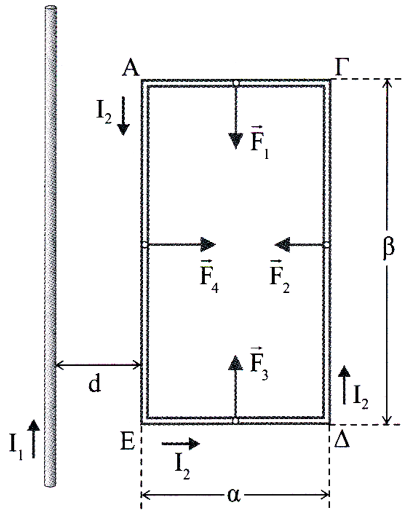
54. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται οι δυνάμεις Laplace που ασκούνται στις πλευρές του πλαισίου από το μαγνητικό πεδίο του ευθύγραμμου αγωγού.

Η συνισταμένη των δυνάμεων Laplace $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_3$ ισούται με μηδέν. Επομένως, η συνισταμένη δύναμη Laplace $\vec{F}$ που ασκείται στο πλαίσιο έχει μέτρο:

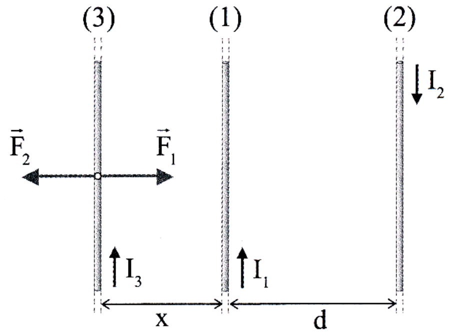
$$F = F_4 - F_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{d}\beta - \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{d+\alpha}\beta = 2\frac{\mu_o}{4\pi}I_1I_2\beta\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+\alpha}\right)$$

ή $F = 2\dfrac{\mu_o}{4\pi}I_1I_2\beta\dfrac{\alpha}{d(d+\alpha)}$ ή $\mathbf{F = 48 \cdot 10^{-7}\ N}$.

Επειδή μετρικά είναι $F_4 > F_2$, **η δύναμη $\vec{F}$ είναι ομόρροπη της δύναμης $\vec{F}_4$**.



55. Έστω ότι ο αγωγός (3) διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_3 ομόρροπο του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (1). Ο αγωγός (1) έλκει τμήμα μήκους ℓ του αγωγού (3) με δύναμη $\vec{F}_1$ μέτρου $F_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_1I_3}{x}\ell$. Ο αγωγός (2) απωθεί τμήμα μήκους ℓ του αγωγού (3) με δύναμη $\vec{F}_2$ μέτρου $F_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_2I_3}{d+x}\ell$.

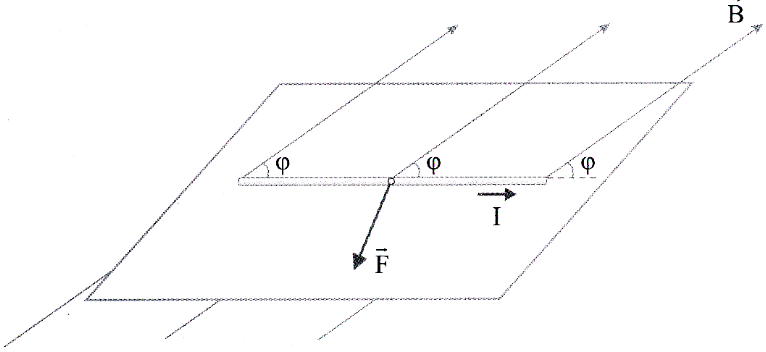


Προκειμένου ο αγωγός (3) να δέχεται συνισταμένη δύναμη ίση με μηδέν, πρέπει να ισχύει:

$F_1 = F_2$ ή $\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_1I_3}{x}\ell = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I_2I_3}{d+x}\ell$ ή $\frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{d+x}$ ή $x = \frac{dI_1}{I_2 - I_1}$ ή $\mathbf{x = 20\ cm}$.

Σχόλιο: Το αποτέλεσμα δεν θα άλλαζε, εάν είχαμε θεωρήσει ότι ο αγωγός (3) διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_3 αντίρροπο του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (1).

56. α. Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο δίνεται από τη σχέση: $F = BI\ell\eta\mu\varphi$ ή $\frac{\Delta F}{\Delta B} = I\ell\eta\mu\varphi$.

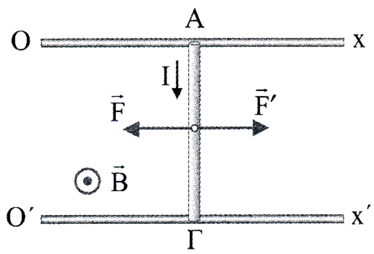


Σύμφωνα με την προηγούμενη σχέση, η κλίση της ευθείας $F = f(B)$ ισούται με το γινόμενο $I\ell\eta\mu\varphi$. Δηλαδή: [κλίση ευθείας $F = f(B)$] $= \varepsilon\varphi\theta = I\ell\,\eta\mu\varphi$

ή, σύμφωνα με το δοθέν διάγραμμα: $\frac{0,9}{3} = 3\ell\,\eta\mu30^o$ ή $\boldsymbol{\ell = 0,2\ m}$.

β. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το χρονικό διάστημα κίνησης του αγωγού έχουμε: $\Delta K = \Sigma W$ ή $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F$ ή $0 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = W_F$ ή $\mathbf{W_F = -2\ J}$.

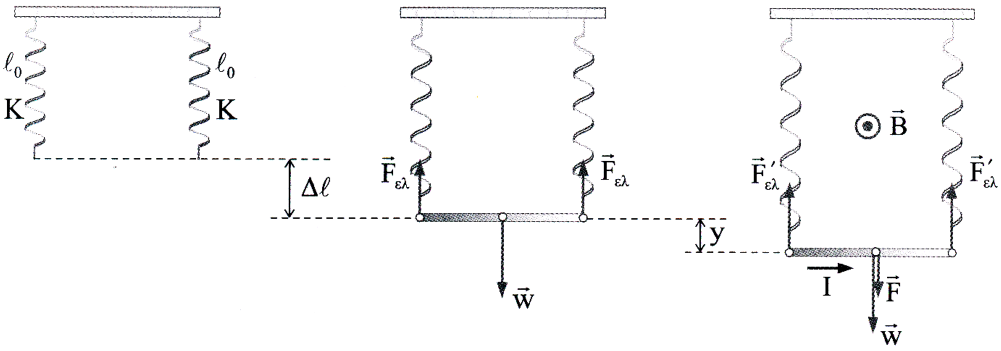
57. α. Επειδή ο αγωγός ισορροπεί ακίνητος, θα πρέπει η δύναμη Laplace $\vec{F}$ που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο να είναι αντίθετη της δύναμης $\vec{F}'$ (βλέπε διπλανό σχήμα). Από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού προκύπτει ότι η φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου είναι προς τα επάνω (από τη σελίδα προς τον αναγνώστη). Ισχύει η σχέση:
$F' = F$ ή $F' = BI\ell$ ή $\mathbf{F' = 1\ N}$.



β. Από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα στη γενική μορφή του έχουμε: $\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \Sigma\vec{F}$ ή $\frac{\Delta P}{\Delta t} = F' - F_1$, όπου $\vec{F}_1$ η δύναμη Laplace που ασκείται από το μαγνητικό πεδίο, όταν η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ελαττωθεί στο μισό. Είναι:

$\frac{\Delta P}{\Delta t} = F' - B\frac{I}{2}\ell = F' - \frac{F}{2}$ ή $\Delta P = \frac{F}{2}\Delta t$ ή $\mathbf{\Delta P = 2,5\ kg\ m/s}$.

58.



α. Από την ισορροπία του αγωγού έχουμε:

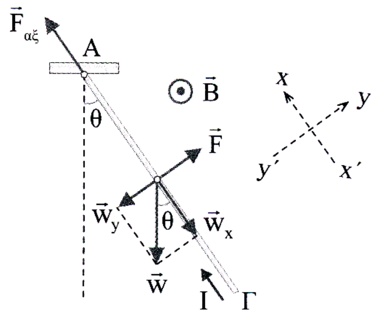
$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad 2F_{\varepsilon\lambda} - w = 0 \quad ή \quad 2K\Delta\ell = mg \quad ή \quad \Delta\ell = \frac{mg}{2K} \quad ή \quad \boldsymbol{\Delta\ell = 3\ \mathrm{cm}}.$$

β. Η φορά της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα.

Από την ισορροπία του αγωγού έχουμε: $\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad 2F'_{\varepsilon\lambda} - w - F = 0$

$$ή \quad 2K(\Delta\ell + y) - mg - BI\ell = 0 \quad ή \quad B = \frac{2K(\Delta\ell + y) - mg}{I\ell} \quad ή \quad \mathbf{B = 2\ T}.$$

59. *α.* Για να ισορροπεί ακίνητη η ράβδος στη νέα θέση της, πρέπει η δύναμη Laplace $\vec{F}$ που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο να είναι αντίθετη από τη συνιστώσα $\vec{w}_y$ του βάρους της. Κατά συνέπεια, με τη βοήθεια των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, συμπεραίνουμε ότι το ρεύμα που διαρρέει τη ράβδο έχει φορά από το άκρο της Γ προς το άλλο άκρο της Α (βλέπε διπλανό σχήμα).



β. Για τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}$ και $\vec{w}_y$ ισχύει:

$$F = w_y \quad ή \quad BI\ell = mg\eta\mu\theta \quad ή \quad B = \frac{mg\eta\mu\theta}{I\ell} \quad ή \quad \mathbf{B = 0{,}5\ T}.$$

γ. Στη διεύθυνση του άξονα x′x ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \quad ή \quad F_{\alpha\xi} - w_x = 0 \quad ή \quad F_{\alpha\xi} = mg\sigma\upsilon\nu\theta \quad ή \quad \boldsymbol{F_{\alpha\xi} = 5\sqrt{2}\ \mathrm{N}}.$$

Λύσεις των προβλημάτων

60. *α.* Το τμήμα ΓΑΔ του πλαισίου παρουσιάζει ωμική αντίσταση:

$$R_1 = R^*(\Gamma A\Delta) = 4{,}8\ \frac{\Omega}{cm} \cdot 7\ cm \quad ή \quad R_1 = 33{,}6\ \Omega.$$

Το τμήμα ΓΔ του πλαισίου παρουσιάζει ωμική αντίσταση:

$$R_2 = R^*(\Gamma\Delta) = 4{,}8\ \frac{\Omega}{cm} \cdot 5\ cm \quad ή \quad R_2 = 24\ \Omega.$$

Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι μεταξύ τους συνδεδεμένες παράλληλα. Επομένως, η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας είναι: $R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + r$ ή $\mathbf{R_{ολ} = 15\ \Omega}$.

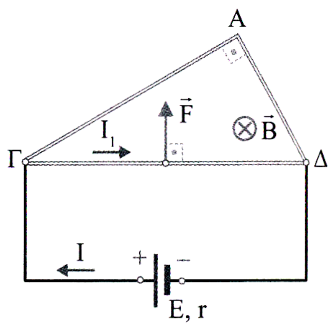
β. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Έχουμε: $I = \frac{E}{R_{ολ}}$ ή $I = 4{,}8\ A$.

Η πολική τάση στα άκρα της πηγής ισούται με την τάση στα άκρα της πλευράς ΓΔ του πλαισίου. Έχουμε: $V_Π = V_{ΓΔ} = E - Ir$ ή $V_{ΓΔ} = 67{,}2\ V$.

Η ζητούμενη ένταση είναι: $I_1 = \frac{V_{ΓΔ}}{R_2}$ ή $\mathbf{I_1 = 2{,}8\ A}$.

γ. Η δύναμη Laplace $\vec{F}$ που ασκείται στην πλευρά ΓΔ του πλαισίου από το ομογενές μαγνητικό πεδίο εφαρμόζεται στο μέσον της πλευράς ΓΔ, έχει κατεύθυνση που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα και μέτρο:

$F = BI_1(ΓΔ)$ ή $\mathbf{F = 0{,}28\ N}$.

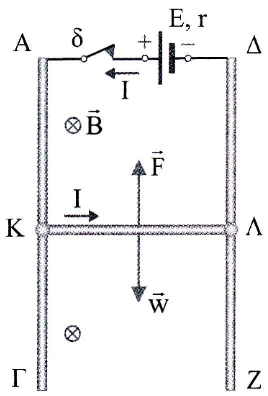


61. A. α. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα.

Είναι: $I = \frac{E}{R_1 + r}$ ή $\mathbf{I = 2\ A}$.

β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα. Από την ισορροπία του αγωγού έχουμε: $\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F - w = 0$ ή $BI\ell = mg$

ή $\ell = \frac{mg}{BI}$ ή $\boldsymbol{\ell = 0{,}5\ m}$.



B. α. Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

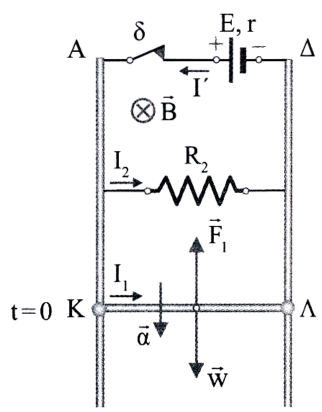
$R_{ισ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + r$ ή $\mathbf{R_{ισ} = 8\ \Omega}$.

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή είναι:

$I' = \frac{E}{R_{ισ}}$ ή $I' = 5\ A$.

Η τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι:

$V_{ΚΛ} = I' \cdot R_{1,2} = I' \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ ή $V_{ΚΛ} = 30\ V$.



Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ είναι: $I_1 = \dfrac{V_{ΚΛ}}{R_1}$ ή $I_1 = \dfrac{5}{3}$ A.

Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο είναι:
$F_1 = BI_1\ell$ ή $F_1 = 1{,}25$ N.

Επειδή η κατεύθυνση της δύναμης Laplace $\vec{F}_1$ είναι αντίθετη του βάρους $\vec{w}$ του αγωγού και μετρικά είναι $w > F_1$, ο **αγωγός ΚΛ θα κινηθεί προς τα κάτω**.

β. Το μέτρο της επιτάχυνσης του αγωγού ΚΛ τη χρονική στιγμή $t = 0$ υπολογίζεται με τη βοήθεια του Θεμελιώδους Νόμου της Μηχανικής. Έχουμε:

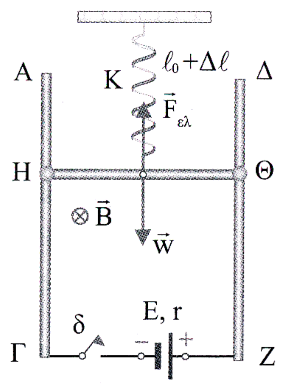
$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha} \quad ή \quad w - F_1 = m\alpha \quad ή \quad \alpha = \frac{mg - F_1}{m} \quad ή \quad \boldsymbol{\alpha = \frac{5}{3}\ m/s^2}.$$

62. α. Επειδή ο διακόπτης είναι ανοιχτός, ο αγωγός ΗΘ δεν διαρρέεται από ρεύμα και, κατ' επέκταση, δεν δέχεται δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο.

Έστω $\Delta\ell$ η επιμήκυνση του ελατηρίου. Επειδή ο αγωγός ΗΘ ισορροπεί (βλέπε σχήμα **α**) ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad F_{ελ} - w = 0 \quad ή \quad K\Delta\ell - mg = 0 \quad ή \quad \Delta\ell = \frac{mg}{K}$$

ή $\boldsymbol{\Delta\ell = 0{,}1}$ **m**.



Σχήμα **α**

Όταν κλείσουμε τον διακόπτη, η θέση ισορροπίας του αγωγού ΗΘ αλλάζει και η επιμήκυνση του ελατηρίου γίνεται:

$$\Delta\ell' = \Delta\ell + 25\%\Delta\ell \quad ή \quad \Delta\ell' = 1{,}25\Delta\ell \quad ή \quad \Delta\ell' = 0{,}125 \text{ m}.$$

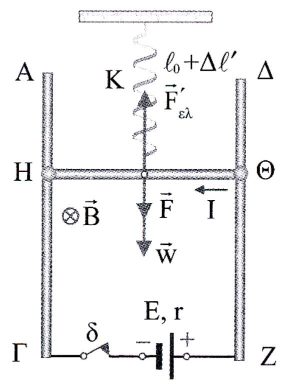
Από την ισορροπία του αγωγού ΗΘ στη νέα θέση (βλέπε σχήμα **β**) ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad F'_{ελ} - w - F = 0 \quad ή \quad K\Delta\ell' - mg - BI\ell = 0$$

$$ή \quad I = \frac{K\Delta\ell' - mg}{B\ell} \quad ή \quad I = 5 \text{ A}.$$

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I = \frac{E}{R + r} \quad ή \quad R = \frac{E}{I} - r \quad ή \quad \boldsymbol{R = 8\ \Omega}.$$



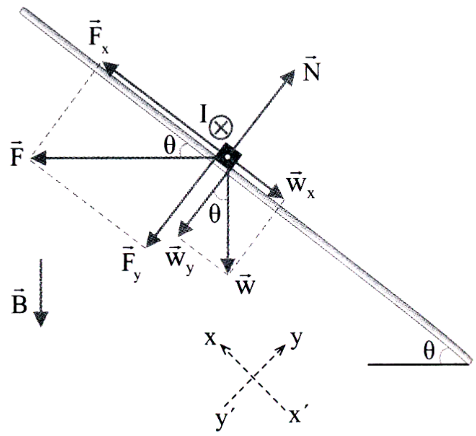
Σχήμα **β**

β. Εάν αντιστρέψουμε την πολικότητα της πηγής, αντιστρέφεται η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΗΘ, επομένως αντιστρέφεται και η κατεύθυνση της δύναμης Laplace που ασκείται στον εν λόγω αγωγό από το μαγνητικό του πεδίο. Για την ισορροπία του αγωγού ΗΘ μπορούμε να γράψουμε:

$\Sigma\vec{F}=0$ ή $F''_{ελ}+F'-mg=0$ ή $K\Delta\ell''+BI\ell-mg=0$ ή $\Delta\ell''=\dfrac{mg-BI\ell}{K}$ ή $\boldsymbol{\Delta\ell''=7{,}5\ \mathrm{cm}}$.

Επομένως, **το ελατήριο είναι παραμορφωμένο και, συγκεκριμένα, επιμηκυμένο κατά 7,5 cm**.

63. α. Το διάνυσμα της δύναμης Laplace $\vec{F}$ που ασκείται στον αγωγό από το μαγνητικό πεδίο απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Στη διεύθυνση του άξονα x′x ισχύει:

$\Sigma F_x=0$ ή $F_x-w_x=0$ ή $F\sigmaυν\theta=mg\etaμ\theta$

ή $F=\dfrac{mg\etaμ\theta}{\sigmaυν\theta}$ ή $\mathbf{F=3\ N}$.

β. Το μέτρο της δύναμης Laplace δίνεται από τη σχέση: $F=BI\ell$ ή $I=\dfrac{F_L}{B\ell}$ ή $\mathbf{I=2\ A}$.

γ. Έστω R η ωμική αντίσταση που παρουσιάζει καθένα από τα τμήματα ΟΚ και Ο′Λ των ράβδων Οx και Ο′x′ αντίστοιχα.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I=\frac{E}{R_1+2R} \quad ή \quad I=\frac{E}{R_1+2R^*(OK)} \quad ή \quad (OK)=\frac{E-IR_1}{2R^*I} \quad ή \quad (OK)=0{,}5\ \mathrm{m}.$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε: $\etaμ\theta=\dfrac{h}{(OK)}$ ή $h=(OK)\,\etaμ\theta$ ή $\mathbf{h=0{,}3\ m}$.

64. α. Το βολτόμετρο δείχνει την πολική τάση της πηγής, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$V=E-I_A r$ ή $I_A=\dfrac{E-V}{r}$ ή $\mathbf{I_A=20\ A}$.

β. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

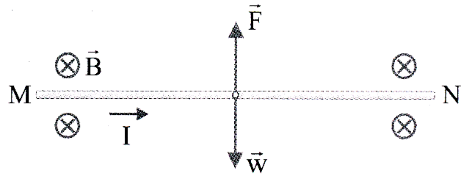
$I_A=\dfrac{E}{R_{ΚΛ}+r}$ ή $R_{ΚΛ}=\dfrac{E}{I_A}-r$ ή $R_{ΚΛ}=2\ \Omega$.

Όμως ισχύει: $R^*=\dfrac{R_{ΚΛ}}{\ell}$ ή $\ell=\dfrac{R_{ΚΛ}}{R^*}$ ή $\boldsymbol{\ell=1\ \mathrm{m}}$.

γ. Η ρευματοφόρος ράβδος ΚΛ δημιουργεί στα σημεία της ράβδου ΜΝ μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, μέτρου: $B=\dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_A}{x}$ ή $\mathbf{B=2\cdot10^{-4}\ T}$.

δ. Η φορά του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο ΜΝ πρέπει να είναι τέτοια, ώστε η δύναμη Laplace που δέχεται να έχει αντίθετη κατεύθυνση από το βάρος της.

Με τη βοήθεια του κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού προκύπτει ότι η ράβδος ΜΝ πρέπει να διαρρέεται από ρεύμα με τη φορά που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Για να αιωρείται ακίνητη η ράβδος ΜΝ, πρέπει μετρικά να ισχύει:

$F = w$ ή $BI\ell' = mg$ ή $I = \dfrac{mg}{B\ell'}$ ή $\mathbf{I = 50\ A}$.

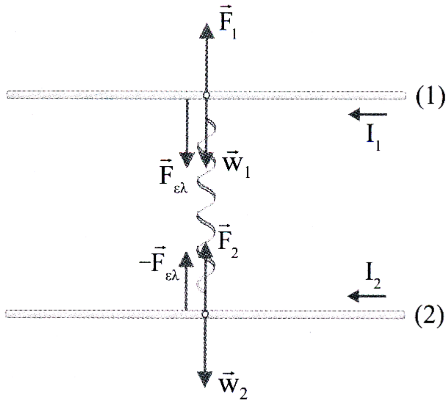
65. A. *α.* Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι: $R_{ισ} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + r$ ή $R_{ισ} = 8\ \Omega$.

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή είναι: $I = \dfrac{E}{R_{ισ}}$ ή $I = 6\ A$.

Η πολική τάση της πηγής υπολογίζεται από τη σχέση: $V_Π = E - Ir$ ή $V_Π = 36\ V$.

Η ένταση I_1 του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (1) και η ένταση I_2 του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό (2) είναι αντίστοιχα: $I_1 = \dfrac{V_Π}{R_1}$ ή $\mathbf{I_1 = 4\ A}$ και $I_2 = \dfrac{V_Π}{R_2}$ ή $\mathbf{I_2 = 2\ A}$.

β. Οι δυνάμεις που ασκούνται στους αγωγούς (1) και (2) απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.



Από την ισορροπία του αγωγού (1) έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F_1 - F_{ελ} - w_1 = 0$

ή $BI_1\ell - K\Delta\ell - m_1 g = 0$ ή $\Delta\ell = \dfrac{BI_1\ell - m_1 g}{K}$

ή $\Delta\ell = 0{,}1\ m$.

Το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά $\Delta\ell = 0{,}1\ m$, επομένως η δυναμική του ενέργεια είναι: $U_{ελ} = \dfrac{1}{2}K\Delta\ell^2$ ή $\mathbf{U_{ελ} = 0{,}1\ J}$.

Β. Ανοίγοντας τον διακόπτη οι αγωγοί παύουν να διαρρέονται από ρεύμα, επομένως δεν ασκούνται επ' αυτών δυνάμεις Laplace από το μαγνητικό πεδίο. Θεωρώντας θετική φορά προς τα κάτω, από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τους αγωγούς (1) και (2) αντίστοιχα έχουμε:

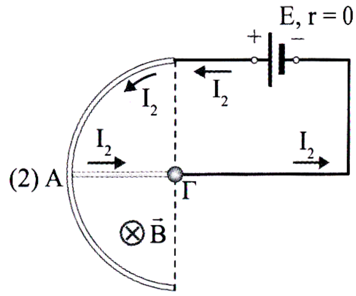
$\Sigma\vec{F} = m_1\vec{\alpha}_1$ ή $m_1 g + F_{ελ} = m_1\alpha_1$ ή $\alpha_1 = \dfrac{m_1 g + K\Delta\ell}{m_1}$ ή $\mathbf{\alpha_1 = 15\ m/s^2}$

και $\Sigma\vec{F} = m_2\vec{\alpha}_2$ ή $m_2 g - F_{ελ} = m_2\alpha_2$ ή $\alpha_2 = \dfrac{m_2 g - K\Delta\ell}{m_2}$ ή $\mathbf{\alpha_2 = 6\ m/s^2}$.

66. α. Έστω I_1 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, όταν το άκρο Α του αγωγού βρίσκεται στη θέση (1). Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός σε αυτή τη θέση από το μαγνητικό πεδίο δίνεται από τον τύπο: $F_1 = BI_1\ell$ ή $I_1 = \dfrac{F_{L_1}}{B\ell}$ ή $I_1 = 3{,}6$ A.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I_1 = \dfrac{E}{R}$ ή $R = \dfrac{E}{I_1}$ ή $\mathbf{R = 10\ \Omega}$.

β. Έστω I_2 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, όταν το άκρο Α του αγωγού βρίσκεται στη θέση (2). Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται τώρα ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο είναι:

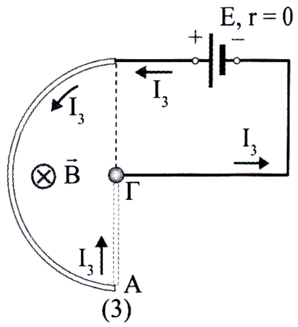


$F_2 = BI_2\ell$ ή $I_2 = \dfrac{F_2}{B\ell} = \dfrac{F_1}{3B\ell}$ ή $I_2 = 1{,}2$ A.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I_2 = \frac{E}{R + R_1/2} \quad \text{ή} \quad R_1 = 2\left(\frac{E}{I_2} - R\right) \quad \text{ή} \quad \mathbf{R_1 = 40\ \Omega}.$$

γ. Έστω I_3 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, όταν το άκρο Α του αγωγού βρίσκεται στη θέση (3).
Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:



$$I_3 = \frac{E}{R + R_1} \quad \text{ή} \quad I_3 = 0{,}72\ \text{A}.$$

Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός σε αυτή τη θέση είναι: $F_3 = BI_3\ell$ ή $\mathbf{F_3 = 0{,}72\ N}$.

67. Α. α. Η ισοδύναμη αντίσταση των ωμικών αντιστάσεων που παρουσιάζουν τα τμήματα ΑΔΓ και ΑΓ του κυκλώματος είναι:

$$R_{ΑΔΓ,\,ΑΓ} = \frac{R_{ΑΔΓ}\cdot R_{ΑΓ}}{R_{ΑΔΓ}+R_{ΑΓ}} = \frac{(R/2)\cdot R_1}{(R/2)+R_1} \quad \text{ή} \quad R_{ΑΔΓ,\,ΑΓ} = 7{,}5\ \Omega.$$

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$R_{ισ} = R_{ΑΔΓ,\,ΑΓ} + R_{ΑZ} + R_{ΓZ} = R_{ΑΔΓ,\,ΑΓ} + \frac{R}{4} + \frac{R}{4} \quad \text{ή} \quad \mathbf{R_{ισ} = 22{,}5\ \Omega}.$$

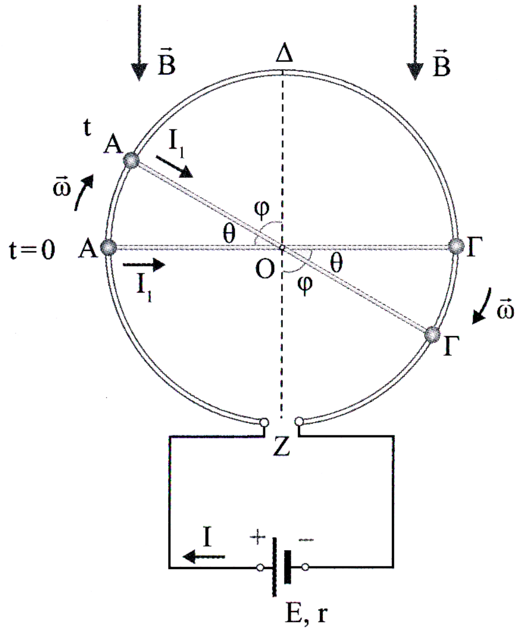
β. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή είναι: $I = \dfrac{E}{R_{ισ} + r}$ ή $I = 8$ A.

Η ζητούμενη τάση υπολογίζεται από τη σχέση: $V_{ΑΓ} = IR_{ΑΔΓ,\,ΑΓ}$ ή $\mathbf{V_{ΑΓ} = 60\ V}$.

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΑΓ υπολογίζεται με τη βοήθεια του νόμου του Ohm για τμήμα κυκλώματος. Έχουμε: $I_1 = \dfrac{V_{ΑΓ}}{R_1}$ ή $\mathbf{I_1 = 4\ A}$.

Β. α. Τη τυχαία χρονική στιγμή t ο αγωγός δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη Laplace μέτρου: $F = BI_1(2\alpha)\eta\mu\varphi = BI_1(2\alpha)\eta\mu(90^\circ - \theta) = BI_1(2\alpha)\sigma\upsilon\nu\theta = BI_1(2\alpha)\sigma\upsilon\nu(\omega t)$

ή $\mathbf{F = 1,2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{8}t\right)\ (S.I.),\quad 0 \le t \le 4\,s}$.



β. Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.