Κεφάλαιο 6ο Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

Ενότητα 1η Εισαγωγή-Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

Ενότητα 1η Εισαγωγή – Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. **β**	2. **δ**	3. **γ**	4. **δ**	5. **β**	6. **α**	7. **δ**	8. **β**	9. **Α. δ** **Β. δ**
10. **Α. γ** **Β. δ** **Γ. γ**	11. **α**	12. **α**	13. **γ**	14. **β**	15. **δ**	16. **α**		

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

17.	α. Λ	β. Λ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ	18.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ

Γ. Θέματα πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

19. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Η μέση ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στον δακτύλιο ισούται, κατ' απόλυτη τιμή, με την κλίση της ευθείας $\Phi = f(t)$. Δηλαδή είναι: $E_{ΕΠ} = [\text{κλίση } \Phi = f(t)] = εφφ$.

Από το δοθέν διάγραμμα έχουμε: $E_{ΕΠ} = εφφ = εφ30^o$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = \frac{\sqrt{3}}{3}\ V}$.

20. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Η μέση ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται σε κάθε πλαίσιο ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής. Δηλαδή είναι:

$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N$, όπου N το πλήθος των σπειρών του πλαισίου.

Από το δοθέν διάγραμμα για το πλαίσιο (Ι) και το πλαίσιο (ΙΙ) αντίστοιχα έχουμε:

$$E_{ΕΠ1} = \frac{|0-\Phi_0|}{t_0 - 0}N \quad ή \quad E_{ΕΠ1} = \frac{\Phi_0}{t_0}N \quad (1) \quad και \quad E_{ΕΠ2} = \frac{|0-\Phi_0|}{2t_0 - 0}N \quad ή \quad E_{ΕΠ2} = \frac{\Phi_0}{2t_0}N \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\mathbf{E_{ΕΠ1} = 2E_{ΕΠ2}}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Το επαγωγικό φορτίο σε κάθε πλαίσιο υπολογίζεται από τη σχέση: $\Delta q = \frac{|\Delta\Phi|}{R}N$, όπου R η αντίσταση του πλαισίου.

Από το δοθέν διάγραμμα για το πλαίσιο (Ι) και το πλαίσιο (ΙΙ) αντίστοιχα έχουμε:

$$\Delta q_1 = \frac{|0-\Phi_0|}{R}N \quad \text{ή} \quad \Delta q_1 = \frac{|\Phi_0|}{R}N \quad (3) \quad \text{και} \quad \Delta q_2 = \frac{|0-\Phi_0|}{R}N \quad \text{ή} \quad \Delta q_2 = \frac{|\Phi_0|}{R}N \quad (4).$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει: $\mathbf{\Delta q_1 = \Delta q_2}$.

21. Α. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η μέση ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται σε κυκλικό αγωγό ακτίνας r του οποίου το επίπεδο είναι κάθετο στις μαγνητικές γραμμές ομογενούς πεδίου έντασης $\vec{B}$ ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής. Δηλαδή είναι:

$$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{\Delta t} = \frac{|B_{τελ}A - B_{αρχ}A|}{\Delta t} = \frac{|B_{τελ} - B_{αρχ}|}{\Delta t}A \quad \text{ή} \quad E_{ΕΠ} = \frac{|B_{τελ} - B_{αρχ}|}{\Delta t}\pi r^2.$$

Εφόσον η ένταση του μαγνητικού πεδίου τελικά μηδενίζεται ($B_{τελ} = 0$), η προηγούμενη σχέση γράφεται: $E_{ΕΠ} = \frac{B_{αρχ}}{\Delta t}\pi r^2$.

Σύμφωνα με την προηγούμενη σχέση, για τους κυκλικούς αγωγούς (1) και (2) αντίστοιχα έχουμε: $E_{ΕΠ1} = \frac{B_{αρχ}}{\Delta t}\pi r_1^2$ και $E_{ΕΠ2} = \frac{B_{αρχ}}{\Delta t}\pi r_2^2$.

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο προηγούμενες σχέσεις προκύπτει:

$$\frac{E_{ΕΠ1}}{E_{ΕΠ2}} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{r_1^2}{(2r_1)^2} = \frac{1}{4} \quad \text{ή} \quad \mathbf{E_{ΕΠ2} = 4E_{ΕΠ1}}.$$

Β. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Για το επαγωγικό φορτίο σε κυκλικό αγωγό ακτίνας r έχουμε:

$$\Delta q = \frac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{R} = \frac{|B_{τελ}A - B_{αρχ}A|}{R} \quad \text{ή} \quad \Delta q = \frac{|B_{τελ} - B_{αρχ}|}{R}\pi r^2,$$

όπου R η αντίσταση του αγωγού.

Εφόσον η ένταση του μαγνητικού πεδίου τελικά μηδενίζεται ($B_{τελ} = 0$), η προηγούμενη σχέση γράφεται: $\Delta q = \frac{B_{αρχ}}{R}\pi r^2$.

Σύμφωνα με την προηγούμενη σχέση, για τους κυκλικούς αγωγούς (1) και (2) αντίστοιχα έχουμε: $\Delta q_1 = \frac{B_{αρχ}}{R_1}\pi r_1^2$ και $\Delta q_2 = \frac{B_{αρχ}}{R_2}\pi r_2^2$.

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο προηγούμενες σχέσεις προκύπτει:

$$\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}\cdot\frac{R_2}{R_1} = \frac{r_1^2}{(2r_1)^2}\cdot\frac{R_1/2}{R_1} = \frac{1}{8} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\Delta q_2 = 8\Delta q_1}.$$

110

22. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Το μέτρο της μέσης ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο σωληνοειδές Σ_1 είναι: $E_{ΕΠ1} = \frac{|\Delta\Phi_1|}{\Delta t}N_1 = \left|\frac{\Phi_{τελ1} - \Phi_{αρχ1}}{\Delta t}\right|N_1 = \frac{|B_{τελ}A_1 - B_{αρχ}A_1|}{\Delta t}N_1 = \frac{|B_{τελ} - B_{αρχ}|}{\Delta t}N_1A_1$

ή $E_{ΕΠ1} = \frac{|B_{τελ} - B_{αρχ}|}{\Delta t}N_1\pi\left(\frac{\delta_1}{2}\right)^2$.

Επειδή το ρεύμα που διαρρέει το σωληνοειδές Σ_1 διακόπτεται, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό αυτού του σωληνοειδούς μηδενίζεται ($B_{τελ} = 0$). Επομένως, η προηγούμενη σχέση γράφεται: $E_{ΕΠ1} = \frac{B_{αρχ}}{\Delta t}N_1\pi\left(\frac{\delta_1}{2}\right)^2$ (1).

Το μέτρο της μέσης ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο σωληνοειδές Σ_2 είναι: $E_{ΕΠ2} = \frac{|\Delta\Phi_2|}{\Delta t}N_2 = \left|\frac{\Phi_{τελ2} - \Phi_{αρχ2}}{\Delta t}\right|N_2 = \frac{|B_{τελ}A_2 - B_{αρχ}A_2|}{\Delta t}N_2 = \frac{|B_{τελ} - B_{αρχ}|}{\Delta t}N_2A_2$

ή $E_{ΕΠ2} = \frac{|B_{τελ} - B_{αρχ}|}{\Delta t}N_2\pi\left(\frac{\delta_2}{2}\right)^2$.

Για $B_{τελ} = 0$, η προηγούμενη σχέση γίνεται: $E_{ΕΠ2} = \frac{B_{αρχ}}{\Delta t}N_2\pi\left(\frac{\delta_2}{2}\right)^2$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{E_{ΕΠ1}}{E_{ΕΠ2}} = \frac{N_1}{N_2}\cdot\frac{\delta_1^2}{\delta_2^2} = \frac{N_1}{N_1/20}\cdot\frac{(2\delta_2)^2}{\delta_2^2} \quad ή \quad \mathbf{\frac{E_{ΕΠ1}}{E_{ΕΠ2}} = 80}.$$

23. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Η ωμική αντίσταση R_1 του πλαισίου Π_1 δίνεται από τη σχέση:

$R_1 = \rho\frac{\ell_1}{A}$, όπου ρ η ειδική αντίσταση του χαλκού, A το εμβαδόν διατομής του χάλκινου σύρματος και ℓ_1 το μήκος του σύρματος από το οποίο είναι κατασκευασμένο το πλαίσιο Π_1.

Η προηγούμενη σχέση γράφεται: $R_1 = \rho\frac{N_1(4\alpha_1)}{A}$ (1).

Το επαγωγικό φορτίο (κατ' απόλυτη τιμή) που μετατοπίζεται στο πλαίσιο Π_1 κατά την απομάκρυνση του τελευταίου από το μαγνητικό πεδίο είναι:

$\Delta q_1 = \frac{|\Delta\Phi_1|}{R_1}N_1 = \frac{|\Phi_{τελ1} - \Phi_{αρχ1}|}{R_1}N_1 = \frac{|B_{τελ} - B_{αρχ}|}{R_1}A_1N_1$ ή, λόγω της σχέσης (1),

$$\Delta q_1 = \frac{|0 - B_{αρχ}|}{\rho\frac{N_1(4\alpha_1)}{A}}\alpha_1^2N_1 \quad ή \quad \Delta q_1 = \frac{B_{αρχ}A}{4\rho}\alpha_1 \quad (2).$$

Η ωμική αντίσταση R_2 του πλαισίου Π_2 δίνεται από τη σχέση:

$R_2 = \rho\dfrac{\ell_2}{A}$, όπου ℓ_2 το μήκος του σύρματος από το οποίο είναι κατασκευασμένο το πλαίσιο Π_2.

Η προηγούμενη σχέση γράφεται: $R_2 = \rho\dfrac{N_2(4\alpha_2)}{A}$ (3).

Το επαγωγικό φορτίο (κατ' απόλυτη τιμή) που μετατοπίζεται στο πλαίσιο Π_2 κατά την περιστροφή του τελευταίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι:

$$\Delta q_2 = \frac{|\Delta\Phi_2|}{R_2}N_2 = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda 2} - \Phi_{\alpha\rho\chi 2}|}{R_2}N_2 = \frac{|-B_{\alpha\rho\chi} - B_{\alpha\rho\chi}|}{R_2}A_2N_2$$ ή, λόγω της σχέσης (3),

$$\Delta q_2 = \frac{2B_{\alpha\rho\chi}}{\rho\dfrac{N_2(4\alpha_2)}{A}}\alpha_2^2N_2 \quad \text{ή} \quad \Delta q_2 = \frac{2B_{\alpha\rho\chi}A}{4\rho}\alpha_2 \quad (4).$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι:

$\Delta q_1 = \Delta q_2$ ή, λόγω των σχέσεων (2) και (4), $\dfrac{B_{\alpha\rho\chi}A}{4\rho}\alpha_1 = \dfrac{2B_{\alpha\rho\chi}A}{4\rho}\alpha_2$ ή $\boldsymbol{\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} = 2}$.

24. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Το μέτρο της μέσης ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο δίνεται από τη σχέση:

$$E_{E\Pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}|}{\Delta t} = \frac{|B_{\tau\varepsilon\lambda}A - B_{\alpha\rho\chi}A|}{\Delta t} = \frac{|\Delta B|}{\Delta t}d^2 = \frac{\Delta B}{\Delta t}d^2 \quad \text{ή} \quad E_{E\Pi} = \kappa d^2 \quad (1).$$

Ο πυκνωτής θα φορτιστεί πλήρως, όταν η τάση στα άκρα του γίνει $V_C = E_{E\Pi}$. Οπότε η ηλεκτρική ενέργεια W που αποθηκεύεται στον πυκνωτή μέχρι την πλήρη φόρτισή του είναι:

$W = \dfrac{1}{2}CV_C^2 = \dfrac{1}{2}CE_{E\Pi}^2$ ή, λόγω της σχέσης (1), $\boldsymbol{W = \dfrac{1}{2}C\kappa^2 d^4}$.

25. Α. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το σύρμα στην περιοχή του κυκλικού αγωγού είναι: $B = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I}{d}$ (1).

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του κυκλικού αγωγού είναι:

$\Phi = BA$ ή $\Phi = B\pi r^2$ ή, λόγω της σχέσης (1), $\Phi = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2\pi r^2}{d}I$ (2).

Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στον κυκλικό αγωγό είναι: $E_{E\Pi} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$ ή, λόγω της σχέσης (2), $E_{E\Pi} = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2\pi r^2}{d}\cdot\dfrac{|\Delta I|}{\Delta t}$ (3).

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σύρμα μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$I = \alpha + \beta t$ ή $\dfrac{|\Delta I|}{\Delta t} = \beta$ (4).

112

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει: $\mathbf{E_{ΕΠ} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi r^2}{d}\beta}$ (5).

Β. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Η θερμική ισχύς που αναπτύσσεται στον κυκλικό αγωγό δίνεται από τη σχέση:

$P = I^2R = \left(\frac{E_{ΕΠ}}{R}\right)^2 R = \frac{E_{ΕΠ}^2}{R}$ ή, λόγω της σχέσης (5), $\mathbf{P = \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\right)^2 \frac{4\pi^2 r^4}{d^2 R}\beta^2}$.

Λύσεις των ασκήσεων

26. Από τον νόμο της επαγωγής έχουμε: $E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N$ ή $|\Delta\Phi| = \frac{E_{ΕΠ}\cdot\Delta t}{N}$ ή $\mathbf{|\Delta\Phi| = 8\cdot 10^{-2}\ Wb}$.

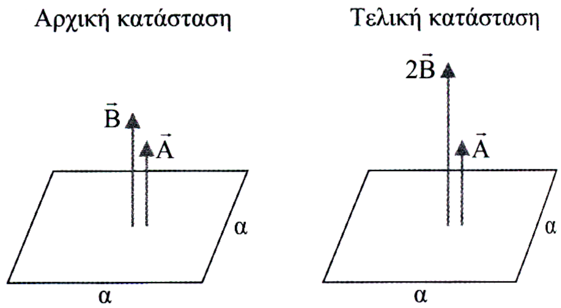
27. α. Σύμφωνα με το διπλανό σχήμα, η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από μία σπείρα του πλαισίου είναι:

$\Delta\Phi = \Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ} = 2B\alpha^2 - B\alpha^2$

ή $\Delta\Phi = B\alpha^2$.

Από τον νόμο της επαγωγής έχουμε:

$E_{ΕΠ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N = \frac{B\alpha^2}{\Delta t}N$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 12{,}5\ V}$.



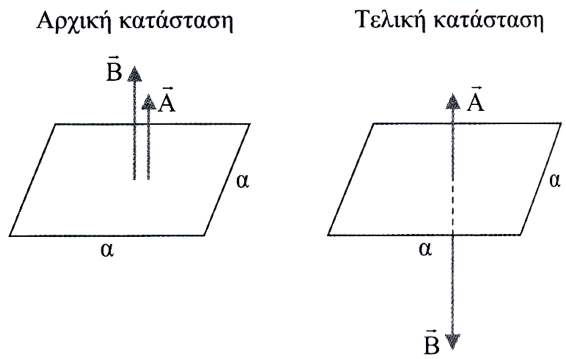
β. Σύμφωνα με το διπλανό σχήμα, η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από κάθε σπείρα του πλαισίου είναι:

$\Delta\Phi = \Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ} = -B\alpha^2 - B\alpha^2$

ή $\Delta\Phi = -2B\alpha^2$.

Εφαρμόζουμε τον νόμο της επαγωγής:

$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N = \frac{2B\alpha^2}{\Delta t}N$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 25\ V}$.



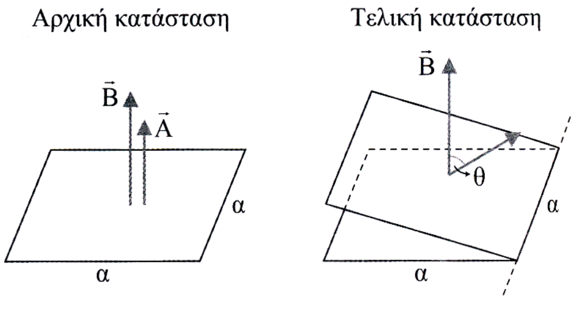
γ. Σύμφωνα με το διπλανό σχήμα, η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από μία σπείρα του πλαισίου είναι:

$\Delta\Phi = \Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ} = B\alpha^2συνθ - B\alpha^2 =$

$= B\alpha^2\frac{1}{2} - B\alpha^2$ ή $\Delta\Phi = -\frac{B\alpha^2}{2}$.

Από τον νόμο του Faraday έχουμε:

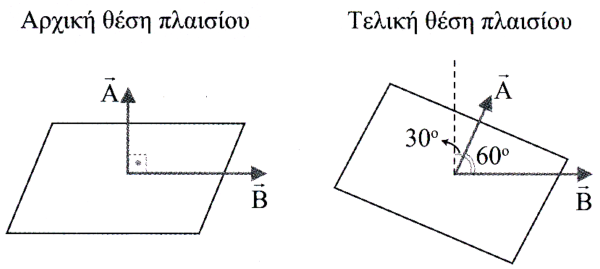
$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N = \frac{B\alpha^2}{2\Delta t}N$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 6{,}25\ V}$.



28. *α.* Για το επαγωγικό φορτίο έχουμε:

$$\Delta q = \frac{|\Delta\Phi|}{R}N \quad \text{ή} \quad |\Delta\Phi| = \frac{\Delta q R}{N}$$

ή $\mathbf{|\Delta\Phi| = 6 \cdot 10^{-4}\ Wb}$.



β. Η απόλυτη τιμή της μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από κάθε σπείρα του πλαισίου γράφεται ως εξής: $|\Delta\Phi| = |BA\text{συν}60^{\circ} - BA\text{συν}90^{\circ}| = \dfrac{BA}{2}$ ή $B = \dfrac{2|\Delta\Phi|}{A}$ ή $\mathbf{B = 1\ T}$.

γ. Η ένταση κατ' απόλυτη τιμή του επαγωγικού ρεύματος είναι:

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R} = \frac{|\Delta\Phi| \cdot N}{\Delta t \cdot R} \quad \text{ή} \quad \mathbf{I = 0{,}03\ A}.$$

29. *α.* Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στον κυκλικό αγωγό υπολογίζεται από τον νόμο του Faraday. Έχουμε: $E_{ΕΠ} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \dfrac{|\Delta B| \cdot A}{\Delta t}$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 0{,}03\ V}$.

β. Η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι:

$$V_C = E_{ΕΠ} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta q}{C} = E_{ΕΠ} \quad \text{ή} \quad C = \frac{\Delta q}{E_{ΕΠ}} \quad \text{ή} \quad \mathbf{C = 1 \cdot 10^{-7}\ F}.$$

Η ενέργεια που αποθηκεύεται στον πυκνωτή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$U = \frac{1}{2}\Delta q V_C \quad \text{ή} \quad \mathbf{U = 4{,}5 \cdot 10^{-11}\ J}.$$

30. *α.* Η ωμική αντίσταση του πλαισίου Π_1 γράφεται ως εξής:

$$R_1 = R^* 2(2\alpha + 2\beta) \quad \text{ή} \quad R_1 = 4R^*(\alpha + \beta).$$

Η ωμική αντίσταση του πλαισίου Π_2 γράφεται ως εξής:

$$R_2 = R^* 2(\alpha + \beta) \quad \text{ή} \quad R_2 = 2R^*(\alpha + \beta).$$

Ο ζητούμενος λόγος είναι: $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{4R^*(\alpha+\beta)}{2R^*(\alpha+\beta)}$ ή $\mathbf{\dfrac{R_1}{R_2} = 2}$.

β. Για το επαγωγικό φορτίο στο πλαίσιο Π_1 έχουμε:

$$\Delta q_1 = \frac{|\Delta\Phi_1|}{R_1} = \frac{|\Delta B| \cdot (2\alpha) \cdot (2\beta)}{R_1} \quad \text{ή} \quad \Delta q_1 = \frac{B \cdot 4\alpha\beta}{R_1} \quad (1).$$

Ομοίως, για το φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του σύρματος του πλαισίου Π_2 έχουμε:

$$\Delta q_2 = \frac{|\Delta\Phi_2|}{R_2} = \frac{|\Delta B| \cdot \alpha \cdot \beta}{R_2} \quad \text{ή} \quad \Delta q_2 = \frac{B\alpha\beta}{R_2} \quad (2).$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} = 4\frac{R_2}{R_1} = 4\frac{1}{2} = 2 \quad \text{ή} \quad \Delta q_2 = \frac{\Delta q_1}{2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\Delta q_2 = 0{,}5\ mC}.$$

Λύσεις των προβλημάτων

31. α. Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου δίνεται από τη σχέση:

$$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N = \frac{\Delta B \cdot A \cdot συν0^o}{\Delta t}N = \frac{\Delta B \cdot \pi r^2}{\Delta t}N \quad ή \quad N = \frac{E_{ΕΠ}}{(\Delta B/\Delta t)\pi r^2} \quad ή \quad \mathbf{N = 100}.$$

β. Η ωμική αντίσταση του λαμπτήρα υπολογίζεται από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας του.

Έχουμε: $P_\lambda = \frac{V_\lambda^2}{R_\lambda}$ ή $R_\lambda = \frac{V_\lambda^2}{P_\lambda}$ ή $R_\lambda = 2\ \Omega$.

Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R + R_\lambda}$ ή $I = 0{,}2\pi$ A.

Η ζητούμενη διαφορά δυναμικού είναι: $V = E_{ΕΠ} - I \cdot R$ ή $\mathbf{V = 0{,}4\pi\ V}$.

Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος. Δηλαδή: $V = I \cdot R_\lambda$ ή $\mathbf{V = 0{,}4\pi\ V}$.

γ. Το ρεύμα κανονικής λειτουργίας του λαμπτήρα υπολογίζεται από τη σχέση:

$P_\lambda = V_\lambda I_\lambda$ ή $I_\lambda = \frac{P_\lambda}{V_\lambda}$ ή $I_\lambda = 0{,}5$ A.

Επειδή είναι $\mathbf{I_\lambda \neq I}$, συμπεραίνουμε ότι **ο λαμπτήρας δεν λειτουργεί κανονικά**.

δ. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που πρέπει να αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου, προκειμένου ο λαμπτήρας να λειτουργεί κανονικά είναι: $E'_{ΕΠ} = I_\lambda(R + R_\lambda)$

$$ή \quad \left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)'\pi r^2 N = I_\lambda(R + R_\lambda) \quad ή \quad \left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)' = \frac{I_\lambda(R + R_\lambda)}{\pi r^2 N} \quad ή \quad \left(\frac{\mathbf{\Delta B}}{\mathbf{\Delta t}}\right)' = \frac{\mathbf{1{,}25}}{\boldsymbol{\pi}}\ \mathbf{T/s}.$$

32. α. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου, από το δοθέν διάγραμμα, προκύπτει: $\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{2\ T - 0}{2\ s - 0}$ ή $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 1$ T/s.

Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από κάθε σπείρα του πλαισίου είναι: $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot A \cdot συν0^o = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \alpha^2$ ή $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 0{,}04$ Wb/s.

Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου υπολογίζεται από τον νόμο της επαγωγής: $E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \cdot N$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 1{,}6\ V}$.

β. Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο και, κατ' επέκταση, το κύκλωμα υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Έχουμε:

$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R_{ολ}} = \frac{E_{ΕΠ}}{R^*N(4\alpha)+R}$ ή $\mathbf{I = 0{,}4\ A}$.

γ. Η ζητούμενη θερμότητα υπολογίζεται από τη σχέση: $Q_J = I^2 R\Delta t$ ή $\mathbf{Q_J = 0{,}256\ J}$.

δ. Το ζητούμενο φορτίο είναι: $\Delta q = I \cdot \Delta t$ ή $\mathbf{\Delta q = 0{,}8\ C}$.

33. α. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του σωληνοειδούς ισούται με τη διαφορά δυναμικού στους οπλισμούς του πυκνωτή, δηλαδή είναι:

$V_C = E_{ΕΠ}$ ή $V_C = 0{,}4\ V$.

Έστω Q το φορτίο που αποθηκεύεται στον πυκνωτή. Ισχύει η σχέση:

$U = \frac{1}{2}QV_C$ ή $Q = \frac{2U}{V_C}$ ή $\mathbf{Q = 4 \cdot 10^{-5}\ C}$.

β. Είναι: $E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N$ ή $\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{E_{ΕΠ}}{N}$ ή $\lambda = \frac{0{,}4}{10^3}\frac{Wb}{s}$ ή $\mathbf{\lambda = 4 \cdot 10^{-4}\ Wb/s}$.

γ. Η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα του σωληνοειδούς δίνεται από τη σχέση:

$\Phi = BA\sigma\upsilon\nu 0^o$ ή $B = \frac{\Phi}{A} = \frac{4\cdot 10^{-4} + 4\cdot 10^{-4}\ t}{16\cdot 10^{-4}}$ ή $B = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}t$ (S.I.).

Η προηγούμενη σχέση για t = 1 s, δίνει **B = 0,5 T**.

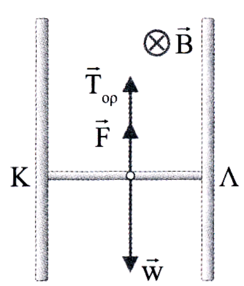
34. α. Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του σωληνοειδούς υπολογίζεται από τον νόμο του Faraday. Έχουμε:

$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N = 0{,}4 \cdot 100\ V$ ή $E_{ΕΠ} = 40\ V$.

Η απόλυτη τιμή της έντασης του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ είναι:

$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R_\sigma + R}$ ή $\mathbf{I = 2\ A}$.

β. Σύμφωνα με το διπλανό σχήμα, όπου $\vec{F}$ η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, για την ισορροπία του αγωγού ΚΛ ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F + T_{op} - w = 0$ ή $T_{op} = mg - F = mg - BId$ ή $\mathbf{T_{op} = 3\ N}$.



γ. Το ζητούμενο έργο ισούται με τη θερμότητα Joule που εκλύεται από το κύκλωμα στο περιβάλλον. Δηλαδή, είναι: $W = Q_J$ (1).

Επειδή το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα έχει σταθερή ένταση, ισχύει η σχέση: $Q_J = I^2(R + R_\sigma)\Delta t = 2^2 \cdot 20 \cdot 1\ J$ ή $Q_J = 80\ J$.

Από τη σχέση (1) προκύπτει: **W = 80 J**.

δ. Τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ακινητοποιούμε τον μαγνήτη, το κύκλωμα παύει να διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα. Επομένως, μηδενίζεται η δύναμη Laplace $\vec{F}$ που ασκεί το μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ στον ευθύγραμμο αγωγό ΚΛ. Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε: $\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $w - T_{ορ} = m\alpha$ ή $\alpha = \dfrac{w - T_{ορ}}{m}$ ή $\boldsymbol{\alpha = 4\ m/s^2}$.

Ενότητα 2η Ευθύγραμμος αγωγός κινούμενος σε ομογενές μαγνητικό πεδίο-Στρεφόμενος αγωγός

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. **α**	2. γ	3. α	4. α	5. γ	6. δ	7. **β**	8. δ	9. γ	10. δ
11. δ	12. **β**	13. **β**	14. δ	15. γ	16. **β**	17. γ			

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

18.	α. Λ	β. Λ	γ. Λ	δ. Σ	
19.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ
20.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	
21.	α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Σ
22.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ

Γ. Θέματα πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

23. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ την τυχαία χρονική στιγμή t δίνεται από τη σχέση: $E_{ΕΠ} = BυL = B(αt)L$ ή $E_{ΕΠ} = BαLt$.

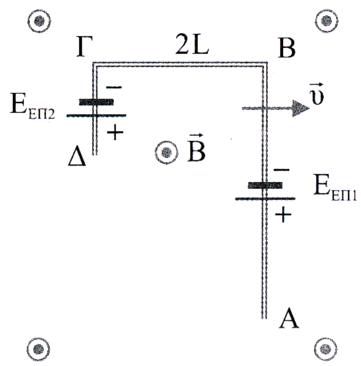
Η προηγούμενη σχέση είναι της μορφής y = αx, **οπότε η γραφική παράσταση $E_{ΕΠ} = f(t)$ είναι ευθεία που διέρχεται από τη αρχή των αξόνων**.

24. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Στα άκρα του τμήματος ΒΓ δεν αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή, επειδή δεν «σαρώνει» επιφάνεια μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Στα άκρα των τμημάτων ΑΒ και ΓΔ αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή με μέτρο $E_{ΕΠ1}$ και $E_{ΕΠ2}$ αντίστοιχα, όπου:

$E_{ΕΠ1} = Bυ(3L)$ και $E_{ΕΠ2} = BυL$.

Οι πολικότητες των δύο ηλεκτρεγερτικών δυνάμεων απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.



Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των άκρων Α και Δ του χάλκινου σύρματος είναι:

$V_A - V_\Delta = E_{ΕΠ1} - E_{ΕΠ2} = B\upsilon(3L) - B\upsilon L$ ή $\mathbf{V_A - V_\Delta = 2B\upsilon L}$.

25. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Εάν η ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ είναι κάθετη στον αγωγό ΚΛ, το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της διάταξης είναι: $E_1 = E_{ΕΠ(ΚΛ)} = B\upsilon L_1$ **(1)**.

Εάν η ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ είναι κάθετη στον αγωγό ΛΜ, το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της διάταξης είναι: $E_2 = E_{ΕΠ(ΛΜ)} = B\upsilon L_2$ **(2)**.

Εάν η ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΜ, το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της διάταξης ισούται με το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος ΚΜ. Δηλαδή είναι: $E = E_{ΕΠ(ΚΜ)} = B\upsilon(ΚΜ) = B\upsilon\sqrt{L_1^2 + L_2^2} = \sqrt{(B\upsilon L_1)^2 + (B\upsilon L_2)^2}$

ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2), $\mathbf{E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}}$.

26. Σωστή επιλογή είναι η γ.

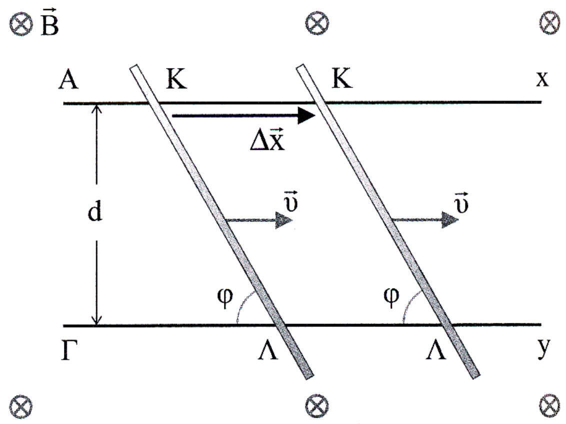
1ος τρόπος επίλυσης

Ο αγωγός μετατοπίζεται προς την κατεύθυνση της ταχύτητάς του $\vec{\upsilon}$ και «σαρώνει» σε χρόνο Δt επιφάνεια εμβαδού $\Delta A = \Delta x \cdot d$.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται μεταξύ των σημείων επαφής Κ και Λ του αγωγού με τους οδηγούς Αx και Γy έχει μέτρο:

$$E_{ΕΠ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta x \cdot d}{\Delta t}$$

ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = B\upsilon d}$.



2ος τρόπος επίλυσης

Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ σε δύο συνιστώσες ταχύτητες: Μία κάθετη συνιστώσα $\vec{\upsilon}_\kappa$ στον αγωγό με μέτρο $\upsilon_\kappa = \upsilon\eta\mu\varphi$ και μία παράλληλη συνιστώσα $\vec{\upsilon}_\pi$ στη διεύθυνση του αγωγού με μέτρο $\upsilon_\pi = \upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi$. Λόγω της συνιστώσας $\vec{\upsilon}_\pi$ της ταχύτητας, ο αγωγός δεν «σαρώνει» επιφάνεια εντός του μαγνητικού πεδίου. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται μεταξύ των σημείων επαφής Κ και Λ του αγωγού με τους οδηγούς Αx και Γy οφείλεται μόνο στη συνιστώσα $\vec{\upsilon}_\kappa$ της ταχύτητας και έχει μέτρο: $E_{ΕΠ} = B\upsilon_\kappa(ΚΛ) = B\upsilon\eta\mu\varphi(ΚΛ)$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = B\upsilon d}$.

27. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Για τα μέτρα των συνιστωσών ταχυτήτων της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ έχουμε:

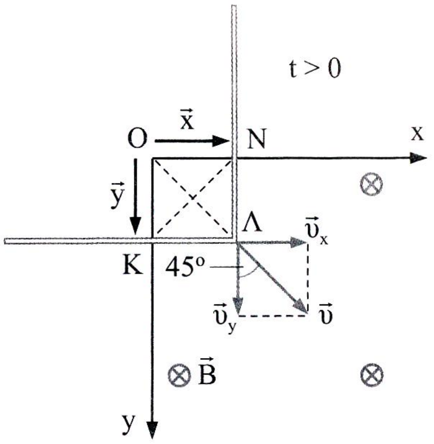
$$\upsilon_x = \upsilon_y = \upsilon \cdot \eta\mu 45^o \quad \acute{\eta} \quad \upsilon_x = \upsilon_y = \frac{\sqrt{2}}{2}\upsilon.$$

Για τα μέτρα των μετατοπίσεων της διάταξης στους ημιάξονες Ox και Oy αντίστοιχα ισχύει:

$$x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}\upsilon t \quad \textbf{(1)}.$$

1ος τρόπος επίλυσης

Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια την οποία «σαρώνει» η διάταξη των δύο αγωγών ισούται με το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στο τμήμα ΝΛΚ της διάταξης που βρίσκεται εντός του μαγνητικού πεδίου. Κάθε χρονική στιγμή $t > 0$ η διάταξη σχηματίζει με τους ημιάξονες τετράγωνο πλευράς $x = \upsilon_x t$ και διαγώνιους μήκους $x\sqrt{2}$, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Από τη γεωμετρία γνωρίζουμε ότι η διαγώνιος ΝΚ είναι κάθετη στη διαγώνιο ΟΛ, κατ' επέκταση και στην ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ της διάταξης. Επομένως, ισχύει:

$$\frac{d\Phi}{dt} = E_{ΕΠ(ΝΛΚ)} = E_{ΕΠ(ΝΚ)} = B\upsilon x\sqrt{2} \text{ ή, λόγω της σχέσης (1), } \frac{d\Phi}{dt} = B\upsilon\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\upsilon t\right)\sqrt{2} \text{ ή } \mathbf{\frac{d\Phi}{dt} = B\upsilon^2 t}.$$

2ος τρόπος επίλυσης

Είναι: $\dfrac{d\Phi}{dt} = E_{ΕΠ(ΝΛΚ)} = E_{ΕΠ(ΝΛ)} + E_{ΕΠ(ΛΚ)} = B\upsilon_x y + B\upsilon_y x = 2B\upsilon_x x$

ή $\dfrac{d\Phi}{dt} = 2B\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\upsilon\right)\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\upsilon t\right)$ ή $\mathbf{\dfrac{d\Phi}{dt} = B\upsilon^2 t}$.

3ος τρόπος επίλυσης

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια την οποία έχει «σαρώσει» η διάταξη των δύο αγωγών από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως μια τυχαία χρονική στιγμή $t > 0$ δίνεται από τη σχέση:

$\Phi = Bxy$ ή, λόγω της σχέσης (1), $\Phi = \dfrac{1}{2}B\upsilon^2 t^2$.

Παραγωγίζοντας την προηγούμενη σχέση ως προς τον χρόνο, ο ζητούμενος ρυθμός μεταβολής προκύπτει: $\mathbf{\dfrac{d\Phi}{dt} = B\upsilon^2 t}$.

28. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Η ένταση του επαγωγικού ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σύμφωνα με τον νόμο του Ohm είναι: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{2R}$ ή $I = \frac{B\upsilon L}{2R}$.

Η διαφορά δυναμικού που αναπτύσσεται μεταξύ των άκρων Κ και Λ του αγωγού ισούται με τη διαφορά δυναμικού στα άκρα Α και Γ του αντιστάτη. Επομένως, έχουμε:

$$V_K - V_Λ = V_Α - V_Γ = IR = \frac{B\upsilon L}{2R}R \quad ή \quad \mathbf{V_K - V_Λ = \frac{1}{2}B\upsilon L}.$$

29. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

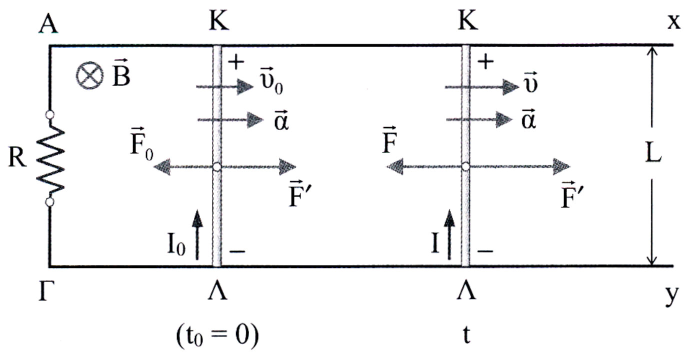
Την τυχαία χρονική στιγμή t η ένταση του επαγωγικού ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, σύμφωνα με τον νόμο του Ohm, είναι:

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{3R} = \frac{B\upsilon L}{3R} = \frac{B(\upsilon_0 + \alpha t)L}{3R} \quad ή \quad I = \frac{B\upsilon_0 L}{3R} + \frac{B\alpha L}{3R}t.$$

Η σχέση που καταλήξαμε είναι της μορφής y = αx + β, οπότε **η γραφική παράσταση I = f(t) είναι ευθεία η οποία διέρχεται από το σημείο** $(0,\ \beta) = \left(0,\ \frac{B\upsilon_0 L}{3R}\right)$.

30. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Λόγω μετατόπισης του αγωγού ΚΛ, επάγεται στα άκρα του ηλεκτρεγερτική δύναμη και το κλειστό πλαίσιο ΚΑΓΛ διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα. Η φορά του επαγωγικού ρεύματος είναι τέτοια, ώστε η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί να τείνει να μειώσει την αυξανόμενη μαγνητική ροή στο πλαίσιο ΚΑΓΛ. Την τυχαία χρονική στιγμή t το επαγωγικό ρεύμα έχει τη φορά που απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα και η έντασή του δίνεται από τη σχέση: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{2R}$ ή $I = \frac{B\upsilon L}{2R}$ **(1)**.



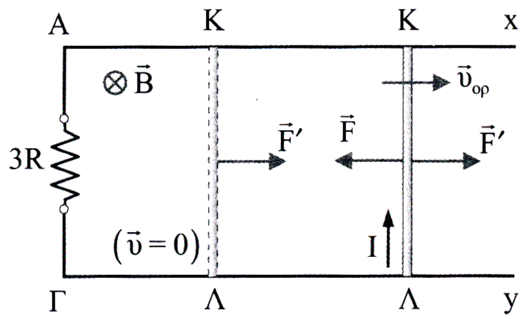
Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha} \quad ή \quad F' - F = m\alpha \quad ή \quad F' = m\alpha + BIL \quad ή,\ λόγω\ της\ σχέσης\ (1), \quad F' = m\alpha + \frac{B^2\upsilon L^2}{2R}.$$

Ο ζητούμενος ρυθμός είναι:

$$P_{F'} = F\upsilon = \left(m\alpha + \frac{B^2\upsilon L^2}{2R}\right)\upsilon = m\alpha\upsilon + \frac{B^2\upsilon^2 L^2}{2R} \quad \text{ή} \quad \mathbf{P_{F'} = m\alpha\left(\upsilon_0 + \alpha t\right) + \frac{B^2\left(\upsilon_0 + \alpha t\right)^2 L^2}{2R}}.$$

31. Σωστή επιλογή είναι η **α**.



Ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να μετατοπίζεται επιταχυνόμενος προς την κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}'$. Στον αγωγό, κατά τη διεύθυνση της κίνησής του, εκτός της δύναμης $\vec{F}'$ ασκείται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη Laplace της οποίας η κατεύθυνση είναι αντίθετη από την κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}'$. Ο αγωγός επιταχύνεται με διαρκώς μειούμενη επιτάχυνση, έως ότου αποκτήσει μέγιστη (οριακή) ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{op}$, όταν ικανοποιηθεί η συνθήκη $\Sigma\vec{F} = 0$. Στη συνέχεια, ο αγωγός κινείται ευθύγραμμα ομαλά με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{op}$ που απέκτησε.

Αξιοποιώντας τη συνθήκη $\Sigma\vec{F} = 0$ έχουμε:

$$F' - F = 0 \quad \text{ή} \quad F' - BIL = 0 \quad \text{ή} \quad F' - B\frac{E_{E\Pi}}{4R}L = 0 \quad \text{ή} \quad F' - B\frac{B\upsilon_{op}L}{4R}L = 0$$

$$\text{ή} \quad F' - \frac{B^2\upsilon_{op}L^2}{4R} = 0 \quad \text{ή} \quad \upsilon_{op} = \frac{4F'R}{B^2L^2} \quad \textbf{(1)}.$$

Επομένως, η σταθερή κινητική ενέργεια που αποκτά τελικά ο αγωγός ΚΛ είναι:

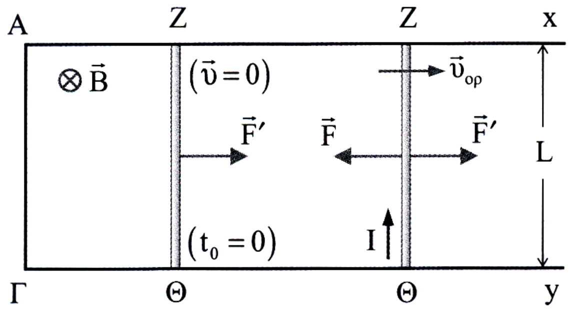
$$K_{op} = \frac{1}{2}m\upsilon_{op}^2 \quad \text{ή, λόγω της σχέσης (1),} \quad K_{op} = \frac{1}{2}m\left(\frac{4F'R}{B^2L^2}\right)^2 \quad \text{ή} \quad \mathbf{K_{op} = \frac{8mF'^2R^2}{B^4L^4}}.$$

32. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Ο αγωγός εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με μειούμενη επιτάχυνση και αποκτά σταθερή (οριακή) ταχύτητα, όταν ικανοποιηθεί η συνθήκη:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad \text{ή} \quad F' - F = 0 \quad \text{ή} \quad F' - BIL = 0 \quad \text{ή} \quad F' - B\frac{E_{E\Pi}}{R}L = 0$$

$$\text{ή} \quad F' - B\frac{B\upsilon_{op}L}{R}L = 0 \quad \text{ή} \quad F' - \frac{B^2\upsilon_{op}L^2}{R} = 0 \quad \text{ή} \quad \upsilon_{op} = \frac{F'R}{B^2L^2} \quad \textbf{(1)}.$$

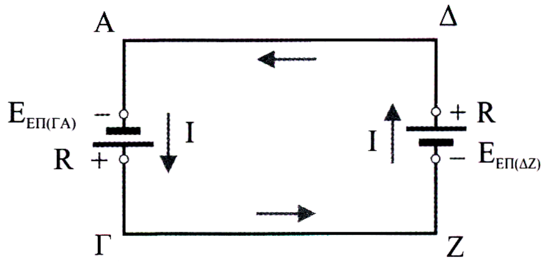


Ομοίως, εάν το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου ήταν B΄ = 2B, τότε το μέτρο της οριακής ταχύτητας θα ήταν: $\upsilon'_{op}=\dfrac{F'R}{B'^2L^2}=\dfrac{F'R}{(2B)^2L^2}$ ή $\upsilon'_{op}=\dfrac{F'R}{4B^2L^2}$ **(2)**.

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\boldsymbol{\upsilon'_{op}=\dfrac{\upsilon_{op}}{4}}$.

33. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Το ισοδύναμο κύκλωμα απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



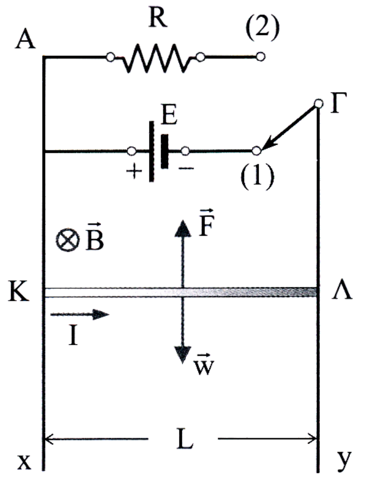
Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

$I=\dfrac{E_{ΕΠ(ΓΑ)}+E_{ΕΠ(ΔΖ)}}{2R}=\dfrac{B\upsilon L+B\upsilon L}{2R}$ ή $\boldsymbol{I=\dfrac{B\upsilon L}{R}}$.

34. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Όταν ο μεταγωγός μ βρίσκεται στη θέση (1), ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης Ι. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I=\dfrac{E}{R}$ **(1)**.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΚΛ είναι η δύναμη Laplace $\vec{F}$ και το βάρος του $\vec{w}=m\vec{g}$, όπως απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.

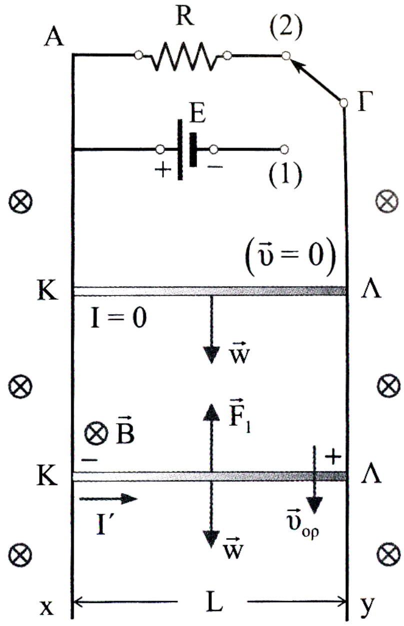


123

Επειδή ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί, ισχύει:

$\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F = w$ ή $BIL = mg$ ή, λόγω της σχέσης (1), $B\frac{E}{R}L = mg$ ή $B = \frac{mgR}{EL}$ **(2)**.

Μετά τη μετακίνηση του μεταγωγού στη θέση (2), ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να μετατοπίζεται επιταχυνόμενος προς τα κάτω εξαιτίας της δύναμης του βάρους του (η δύναμη Laplace $\vec{F}$ στιγμιαία μηδενίζεται). Στη συνέχεια, στα άκρα του αγωγού ΚΛ αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή και το κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα. Στον αγωγό ΚΛ ασκείται, εκτός του βάρους του και (νέα) δύναμη Laplace $\vec{F}_1$ από το μαγνητικό πεδίο η οποία σταδιακά αυξάνεται. Ο αγωγός ΚΛ εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με διαρκώς μειούμενη επιτάχυνση, έως ότου αποκτήσει μέγιστη (οριακή) ταχύτητα.



Τη χρονική στιγμή στην οποία ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται ισούται με μηδέν. Δηλαδή ισχύει:

$\Sigma\vec{F} = 0$ ή $w - F_1 = 0$ ή $w - BI'L = 0$ ή $mg - B\frac{E_{ΕΠ}}{2R}L = 0$

ή $mg - B\frac{B\upsilon_{ορ}L}{2R}L = 0$ ή $\upsilon_{ορ} = \frac{2mgR}{B^2L^2}$ **(3)**.

Από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει: $\upsilon_{ορ} = \frac{2mgR}{\left(\frac{mgR}{EL}\right)^2 L^2}$ ή $\boldsymbol{\upsilon_{ορ} = \frac{2E^2}{mgR}}$.

35. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στον αγωγό, όταν στρέφεται γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο του δίνεται από τη σχέση: $E_{ΕΠ} = \frac{1}{2}B\omega L^2$ **(1)**.

Εάν ο αγωγός στρέφεται ως προς άξονα που διέρχεται από σημείο Ο του αγωγού το οποίο απέχει απόσταση L/4 από το ένα άκρο του, ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή αναπτύσσεται τόσο μεταξύ του ενός άκρου του αγωγού και του σημείου Ο όσο και μεταξύ του άλλου άκρου του αγωγού και του σημείου Ο. Οι δύο επαγωγικές ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις έχουν αντίθετη πολικότητα και έτσι για την ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται μεταξύ των δύο άκρων του αγωγού ισχύει:

$$E'_{ΕΠ} = |E_{ΕΠ1} - E_{ΕΠ2}| = \left|\frac{1}{2}Bω\left(\frac{L}{4}\right)^2 - \frac{1}{2}Bω\left(\frac{3L}{4}\right)^2\right| = \left|\frac{1}{2}Bω\frac{L^2}{16} - \frac{1}{2}Bω\frac{9L^2}{16}\right|$$

ή $E'_{ΕΠ} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}BωL^2\right)$ **(2)**.

Από τις σχέσεις (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη προκύπτει: $\mathbf{E'_{ΕΠ} = \frac{E_{ΕΠ}}{2}}$.

36. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η διαφορά δυναμικού που αναπτύσσεται στην πλευρά ΚΛ και στην πλευρά ΚΜ του τριγωνικού πλαισίου είναι αντίστοιχα: $V_Κ - V_Λ = E_{ΕΠ(ΚΛ)} = \frac{1}{2}BωL^2$ **(1)** και $V_Κ - V_Μ = E_{ΕΠ(ΚΜ)} = \frac{1}{2}BωL^2$ **(2)**.

Αφαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει: $\mathbf{V_Μ - V_Λ = 0}$.

Λύσεις των ασκήσεων

37. α. Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού υπολογίζεται από τη σχέση: $E_{ΕΠ} = BυL$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 1\ V}$.

β. Η ζητούμενη απόλυτη τιμή υπολογίζεται από τη σχέση: 125

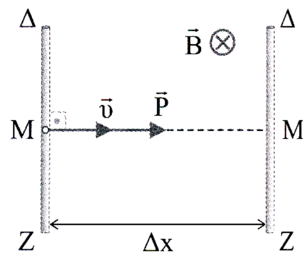
$$E_{ΕΠ} = \frac{|ΔΦ|}{Δt} \quad ή \quad |ΔΦ| = E_{ΕΠ} \cdot Δt \quad ή \quad \mathbf{|ΔΦ| = 4\ Wb}.$$

38. α. Το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού είναι:

$$υ = \frac{Δx}{Δt} \quad ή \quad υ = 2\ m/s.$$

Το μέτρο της ορμής του αγωγού είναι:

$P = mυ$ ή $\mathbf{P = 0{,}4\ kg \cdot m/s}$.

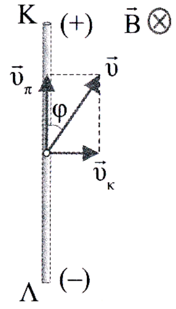


β. Η ζητούμενη απόλυτη τιμή είναι:

$$V = E_{ΕΠ(ΔΜ)} = Bυ(ΔΜ) = Bυ\frac{L}{2} \quad ή \quad \mathbf{V = 4\ V}.$$

39. α. Η ηλεκτρική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου που προσφέρει ο κινούμενος αγωγός στο κύκλωμα ισούται, από τον ορισμό, με την ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του. Δηλαδή, είναι:

$$\frac{W}{q} = E_{ΕΠ} = Bυ_κL = B(υημφ)L \quad ή \quad \mathbf{\frac{W}{q} = 0{,}2\ \frac{J}{C}}.$$

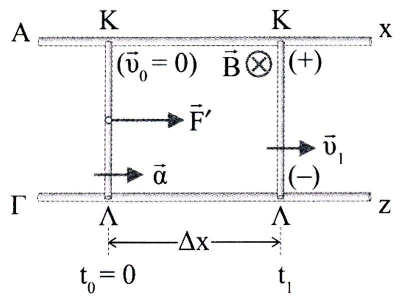


β. Για να είναι η επαγωγική τάση στα άκρα του κινούμενου αγωγού ίση με μηδέν, θα πρέπει ο αγωγός να είναι παράλληλος προς τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, ώστε να μη «σαρώνει» επιφάνεια. Οπότε η ζητούμενη γωνία είναι $\mathbf{φ = 0°}$.

40. *α.* Έστω $\vec{\alpha}$ η επιτάχυνση που αποκτά η ράβδος. Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $F' = m\alpha$ ή $\alpha = \dfrac{F'}{m}$ ή $\alpha = 2\ m/s^2$.

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0 = t_1$, η ράβδος διανύει απόσταση $\Delta x = \dfrac{1}{2}\alpha t_1^2 = 0,25\ m$ και «σαρώνει» επιφάνεια εμβαδού $\Delta A = L \cdot \Delta x = 0,25\ m^2$. Η δοθείσα μεταβολή της μαγνητικής ροής δίνεται από τη σχέση: $\Delta\Phi = B \cdot \Delta A$ ή $B = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta A}$ ή $\mathbf{B = 4\ T}$.



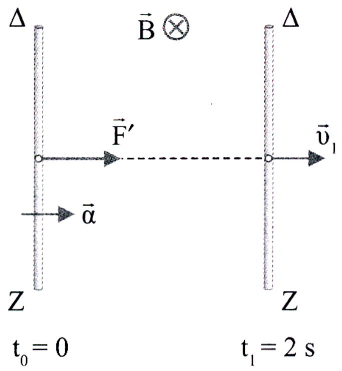
β. Το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου τη χρονική στιγμή t_1 είναι: $\upsilon_1 = \alpha t_1$ ή $\upsilon_1 = 1\ m/s$.
Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση: $E_{ΕΠ} = B\upsilon_1 L$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 4\ V}$.

41. *α.* Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $F' = m\alpha$ ή $\alpha = \dfrac{F'}{m}$ ή $\alpha = 8\ m/s^2$.

Η ταχύτητα της ράβδου τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ s$ έχει μέτρο: $\upsilon_1 = \alpha t_1$ ή $\upsilon_1 = 16\ m/s$.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου τη χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση: $E_{ΕΠ} = B\upsilon_1 L$ ή $L = \dfrac{E_{ΕΠ}}{B\upsilon_1}$ ή $\mathbf{L = 0,25\ m}$.



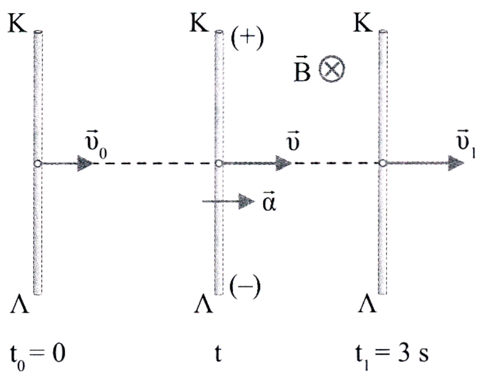
β. Ο ζητούμενος ρυθμός είναι: $\dfrac{dE_{ΕΠ}}{dt} = B \cdot \dfrac{d\upsilon}{dt} \cdot L = B\alpha L$ ή $\mathbf{\dfrac{dE_{ΕΠ}}{dt} = 2\ V/s}$.

42. *α.* Ο αγωγός ΚΛ κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα με επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Το μέτρο της ταχύτητάς του τη χρονική t_1 είναι:

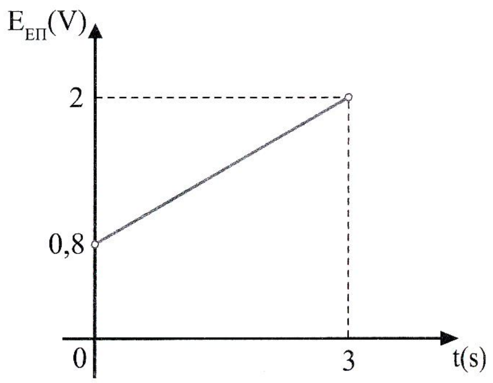
$\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha t_1$ ή $\alpha = \dfrac{\upsilon_1 - \upsilon_0}{t_1}$ ή $\alpha = 2\ m/s^2$.

Ο ζητούμενος ρυθμός είναι:

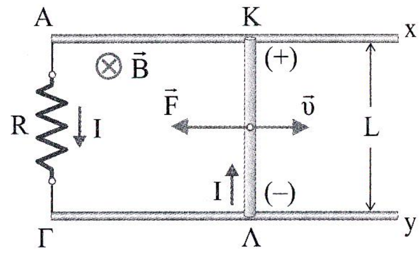
$\dfrac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon_1 = m\alpha \cdot \upsilon_1$ ή $\mathbf{\dfrac{dK}{dt} = 20\ J/s}$.



β. Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας του αγωγού είναι: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$ ή $\upsilon = 4 + 2t$ (S.I.).
Η ζητούμενη χρονική εξίσωση είναι:
$E_{ΕΠ} = B\upsilon L$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 0{,}8 + 0{,}4t}$ (S.I.).
Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα:



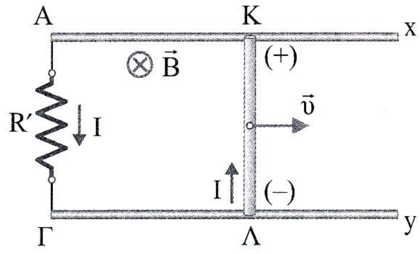
43. α. Η φορά του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό φαίνεται στο διπλανό σχήμα.
Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος υπολογίζεται από τη σχέση: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R} = \frac{B\upsilon L}{R}$ ή $\mathbf{I = 0{,}5\ A}$.



β. Το διάνυσμα το οποίο αναπαριστά τη δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός ΚΛ από το μαγνητικό πεδίο απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Το μέτρο του διανύσματος είναι:
$F = BIL$ ή $\mathbf{F = 0{,}1\ N}$.

44. α. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των άκρων Κ και Λ του αγωγού ΚΛ ισούται με τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των άκρων Α και Γ του αντιστάτη. Έχουμε:

$$V_{ΑΓ} = V_{ΚΛ} = IR' \quad ή \quad I = \frac{V_{ΚΛ}}{R'} \quad ή \quad I = 2\ A.$$



Η ηλεκτρική ισχύς που καταναλώνεται στο κύκλωμα υπολογίζεται από τη σχέση: $P_{ηλ} = P_{θ} = I^2 (R' + R)$ ή $\mathbf{P_{ηλ} = 40\ W}$.

β. Ισχύει η σχέση: $V_{ΚΛ} = E_{ΕΠ} - IR$ ή $E_{ΕΠ} = V_{ΚΛ} + IR$ ή $B\upsilon L = V_{ΚΛ} + IR$

ή $\upsilon = \frac{V_{ΚΛ} + IR}{BL}$ ή $\mathbf{\upsilon = 40\ m/s}$.

45. α. Ο αγωγός ΚΛ δέχεται το βάρος του και τη δύναμη Laplace από το ομογενές μαγνητικό πεδίο. Επειδή ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad F = w \quad ή \quad BIL = w \quad ή \quad I = \frac{w}{BL} \quad ή \quad I = 4\ A.$$

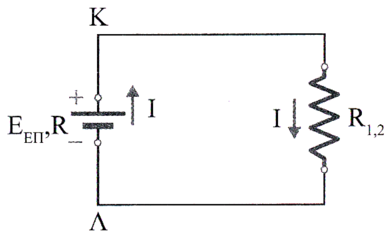
Το ζητούμενο φορτίο υπολογίζεται από τη σχέση: $Q = I \cdot \Delta t$ ή $\mathbf{Q = 10\ C}$.

β. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I=\frac{E_{ΕΠ}}{R}=\frac{BυL}{R} \quad ή \quad υ=\frac{IR}{BL} \quad ή \quad υ=20\ \text{m/s}.$$

Ο ζητούμενος ρυθμός είναι: $\frac{dU}{dt}=-w\cdot υ$ ή $\mathbf{\frac{dU}{dt}=-80\ J/s}$.

46. α. Το ισοδύναμο κύκλωμα απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου ΚΛ έχει μέτρο:

$E_{ΕΠ}=BυL$ ή $E_{ΕΠ}=5$ V.

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$R_{ολ}=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}+R \quad ή \quad R_{ολ}=2{,}5\ Ω.$$

Η ζητούμενη ένταση υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Έχουμε:

$$I=\frac{E_{ΕΠ}}{R_{ολ}} \quad ή \quad \mathbf{I=2\ A}.$$

β. Η μεταλλική ράβδος για να κινείται με σταθερή ταχύτητα πρέπει να δέχεται εξωτερική δύναμη $\vec{F}'$ αντίθετη της δύναμης Laplace που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο. Έχουμε:

$F'=F$ ή $F'=BIL$ ή $\mathbf{F'=2\ N}$.

γ. Σε χρόνο Δt το έργο της δύναμης $\vec{F}'$ είναι: $W_{F'}=F'\cdot Δx=F'\cdot υΔt$ ή $W_{F'}=10Δt$ (S.I.) (1).

Σε χρόνο Δt η θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον είναι:

$Q_J=I^2R_{ολ}Δt$ ή $Q_J=10Δt$ (S.I.) (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\mathbf{W_{F'}=Q_J}$.

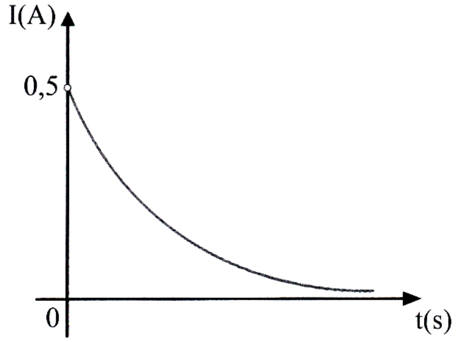
Επομένως, **επιβεβαιώσαμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας**.

47. α. Η αντίσταση του πλαισίου ΗΚΛΘ την τυχαία χρονική στιγμή t είναι:

$$R=R_{ΗΘ}+R_{ΚΛ}+2R_{ΗΚ}=R^*L+R+2R^*(L+x)$$
$$=3R^*L+R+2R^*x=3R^*L+R+2R^*υt \quad ή \quad R=12+12t\ \text{(S.I.)}.$$

Η χρονική εξίσωση της έντασης του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή t είναι: $I=\frac{E_{ΕΠ}}{R}=\frac{BυL}{R}$ ή $\mathbf{I=\frac{1}{2+2t}}$ (S.I.).

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα:



β. Ο αγωγός ΚΛ απέχει από την πλευρά ΗΘ του πλαισίου απόσταση 2L τη χρονική στιγμή:

$t_1 = \dfrac{2L - L}{\upsilon}$ ή $t_1 = 0,5$ s.

Αυτήν τη χρονική στιγμή η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

$I_1 = \dfrac{1}{2 + 2 \cdot 0,5}$ A ή $I_1 = \dfrac{1}{3}$ A και η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο έχει μέτρο: $F_1 = BI_1L$ ή $F_1 = 1$ N.

Επειδή ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα ισχύει:

$\Sigma\vec{F} = 0$ ή $\vec{F}' + \vec{F}_1 = 0$ ή $F' - F_1 = 0$ ή $F' = F_1$ ή $F' = 1$ N.

Ο ζητούμενος ρυθμός είναι: $\dfrac{dW_{F'}}{dt} = F' \cdot \upsilon$ ή $\mathbf{\dfrac{dW_{F'}}{dt} = 2\ \dfrac{J}{s}}$.

48. α. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια που «σαρώνει» ο αγωγός ΔΖ ισούται με την ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού.

Δηλαδή, είναι: $\dfrac{|d\Phi|}{dt} = E_{ΕΠ} = B\upsilon L = B(\alpha t)L$ ή $\dfrac{|d\Phi|}{dt} = 0,8t$ (S.I.).

Για $t = t_1 = 2$ s προκύπτει: $\mathbf{\dfrac{|d\Phi|}{dt} = 1,6\ \dfrac{Wb}{s}}$.

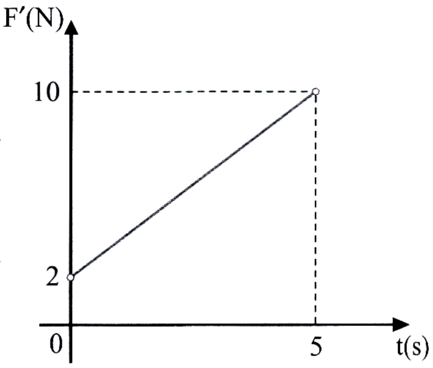
β. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $F' - F = m\alpha$ ή

$F' = m\alpha + F = m\alpha + BIL = m\alpha + B\dfrac{E_{ΕΠ}}{R}L = 2 + 1 \cdot \dfrac{0,8t}{0,2} \cdot 0,4$

ή **F = 2 + 1,6t** (S.I.).

Η ζητούμενη γραφική παράσταση $F' = f(t)$ απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



49. α. Η ταχύτητα του αγωγού ΠΡ τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\ s$ έχει μέτρο: $\upsilon_1 = \alpha t_1$ ή $\upsilon_1 = 12\ m/s$.

Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$$I_1 = \frac{E_{ΕΠ1}}{R} = \frac{B\upsilon_1 L}{R} \quad ή \quad I_1 = 6\ A.$$

Η ζητούμενη ηλεκτρική ισχύς υπολογίζεται από τη σχέση: $P_R = I_1^2 R$ ή $\mathbf{P_R = 36\ W}$.

β. Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τον αγωγό ΠΡ την τυχαία χρονική στιγμή t έχουμε: $\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $F' + mg - F = m\alpha$

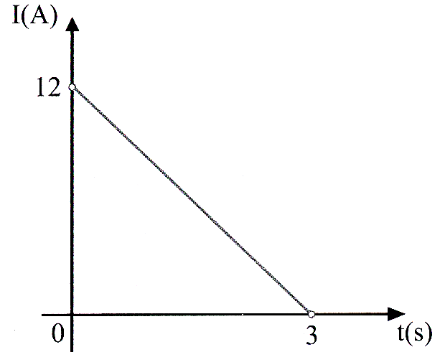
$$ή \quad F' = m\alpha + BIL - mg = m\alpha + B\frac{E_{ΕΠ}}{R}L - mg = m\alpha + \frac{B^2\upsilon L^2}{R} - mg \quad ή \quad \mathbf{F = 4 + 0{,}25\upsilon}\ (S.I.).$$

50. α. Την τυχαία χρονική στιγμή t η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R+R_1} = \frac{B\upsilon L}{R+R_1} = \frac{B(\upsilon_0 - \alpha t)L}{R+R_1}$$

ή $\mathbf{I = 12 - 4t}$ (S.I.).

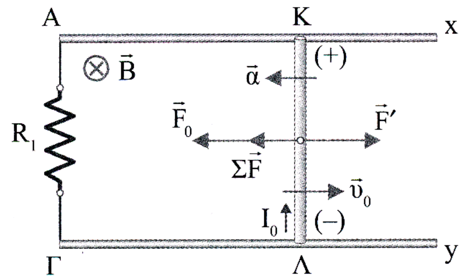
Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



β. Η δύναμη Laplace τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει μέτρο:

$F_0 = BI_0L = 4\cdot(12 - 4\cdot 0)\cdot 1\ N$ ή $F_0 = 48\ N$

και κατεύθυνση προς τα αριστερά, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται ο αγωγός ΚΛ είναι ομόρροπη της επιβράδυνσης $\vec{\alpha}$ του αγωγού και έχει μέτρο: $\Sigma F = m\alpha$ ή $\Sigma F = 6\ N$.

Κατά συνέπεια, η δύναμη $\vec{F}'$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει φορά προς τα δεξιά και μέτρο:

$F' = F_0 - \Sigma F$ ή $\mathbf{F' = 42\ N}$.

51. α. Από τη χρονική στιγμή t_1 και έπειτα, η συνισταμένη δύναμη που δέχεται ο αγωγός ΚΛ ισούται με μηδέν. Δηλαδή ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad F' - F = 0 \quad ή \quad F' = BIL = B\frac{E_{ΕΠ}}{R}L = B\frac{B\upsilon_{op}L}{R}L = \frac{B^2\upsilon_{op}L^2}{R}$$

$$ή \quad R = \frac{B^2\upsilon_{op}L^2}{F'} \quad ή \quad \mathbf{R = 0{,}4\ \Omega}.$$

β. Η ζητούμενη θερμότητα υπολογίζεται από τον τύπο:

$$Q_J = I^2 R\Delta t = \left(\frac{E_{ΕΠ}}{R}\right)^2 R\Delta t = \frac{E_{ΕΠ}^2}{R}\Delta t = \frac{\left(B\upsilon_{ορ}L\right)^2}{R}\Delta t \quad ή \quad \mathbf{Q_J = 400\ J}.$$

52. α. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα έχει ένταση:

$$I_0 = \frac{E_{ΕΠ.0}}{R_1 + R_2} \quad ή \quad I_0 = \frac{B\upsilon_0 L}{R_1 + R_2}.$$

Την ίδια χρονική στιγμή ο αγωγός ΚΛ δέχεται δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο με κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}'$ και μέτρο:

$$F_0 = BI_0L \quad ή \quad F_0 = \frac{B^2\upsilon_0 L^2}{R_1 + R_2} \quad (1).$$

Εάν η ταχύτητα με την οποία εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ έχει τέτοια τιμή, ώστε να είναι $F_0 < F'$, τότε ο αγωγός ΚΛ θα κινηθεί επιταχυνόμενα με διαρκώς μειούμενη επιτάχυνση, έως ότου αυτή μηδενιστεί και ο αγωγός αποκτήσει μέγιστη (οριακή) ταχύτητα.

Εάν η ταχύτητα με την οποία εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ έχει τέτοια τιμή, ώστε να είναι $F_0 > F'$, τότε ο αγωγός ΚΛ θα κινηθεί επιβραδυνόμενα με διαρκώς μειούμενη επιβράδυνση, έως ότου αυτή μηδενιστεί και ο αγωγός αποκτήσει ελάχιστη (οριακή) ταχύτητα.

Τη χρονική στιγμή στην οποία ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα ισχύει η σχέση:

$\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad F' - F_0 = 0$ ή, σύμφωνα με τη σχέση (1),

$$F' - \frac{B^2\upsilon_{ορ}L^2}{R_1 + R_2} = 0 \quad ή \quad \upsilon_{ορ} = \frac{F'(R_1 + R_2)}{B^2L^2} \quad (2).$$

Όπως παρατηρούμε, στην εξίσωση (2) δεν υπεισέρχεται το μέτρο της αρχικής ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$, οπότε πράγματι το μέτρο της οριακής ταχύτητας $\vec{\upsilon}_{ορ}$ που θα αποκτήσει τελικά ο αγωγός ΚΛ είναι ανεξάρτητο του μέτρου της αρχικής ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$ με την οποία εκτοξεύσαμε τον αγωγό. Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στη σχέση (2) προκύπτει:

$\mathbf{\upsilon_{ορ} = 10\ m/s}$.

β. Η ζητούμενη τάση είναι:

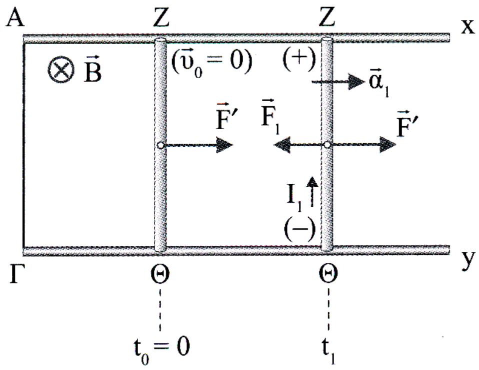
$$V = E_{ΕΠ} - IR_1 = B\upsilon_{ορ}L - \frac{B\upsilon_{ορ}L}{R_1 + R_2}R_1 = B\upsilon_{ορ}L\left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = B\upsilon_{ορ}L\frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad ή \quad \mathbf{V = 15\ V}.$$

53. Τη χρονική στιγμή στην οποία το ευθύγραμμο σύρμα αποκτά οριακή ταχύτητα ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad mg - F = 0 \quad ή \quad mg - BIL = 0 \quad ή \quad mg - B\frac{E_{ΕΠ}}{R}L = 0$$

$$ή \quad mg - B\frac{B\upsilon_{ορ}L}{R}L = 0 \quad ή \quad \upsilon_{ορ} = \frac{mgR}{B^2L^2} \quad ή \quad \mathbf{\upsilon_{ορ} = 12{,}5\ m/s}.$$

54. α.



Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τον αγωγό ΖΘ τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}_1$ ή $F' - F_1 = m\alpha_1$ ή $F' - BI_1L = m\alpha_1$ ή $\alpha_1 = \frac{F' - BI_1L}{m}$ ή $\boldsymbol{\alpha_1 = 0{,}4\ m/s^2}$.

β. Μια τυχαία χρονική στιγμή t, για τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται ο αγωγός ΖΘ ισχύει:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $F' - F = m\alpha$ ή $F' - BIL = m\alpha$ ή $F' - B\frac{E_{ΕΠ}}{R}L = m\alpha$

ή $F' - \frac{B^2\upsilon L^2}{R} = m\alpha$ ή $\alpha = \frac{F'}{m} - \frac{B^2\upsilon L^2}{Rm}$ ή $\boldsymbol{\alpha = 2 - 0{,}32\upsilon}$ (S.I.).

55. α. Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή στα άκρα του αγωγού τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ είναι: $E_{ΕΠ.0} = B\upsilon_0L$ ή $E_{ΕΠ.0} = 5$ V.

Η ένδειξη του αμπερομέτρου υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm:

$I_0 = \frac{E_{ΕΠ.0}}{R + r_A}$ ή $\boldsymbol{I_0 = 2{,}5\ A}$.

β. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το μέτρο της δύναμης Laplace είναι: $F_0 = BI_0L$ ή $F_0 = 1{,}25$ N.

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}'$ είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της αντιτιθέμενης στην κίνηση δύναμης Laplace $\vec{F}_0$ που ασκείται στον αγωγό από το μαγνητικό πεδίο, με αποτέλεσμα αυτός να επιταχύνεται με επιτάχυνση που διαρκώς ελαττώνεται.

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό μια τυχαία χρονική στιγμή t δίνεται από τη σχέση: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R + r_A}$ ή $I = \frac{B\upsilon L}{R + r_A}$.

Σύμφωνα με την προηγούμενη σχέση, για όσο χρονικό διάστημα αυξάνεται η ταχύτητα του αγωγού, αυξάνεται και η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.

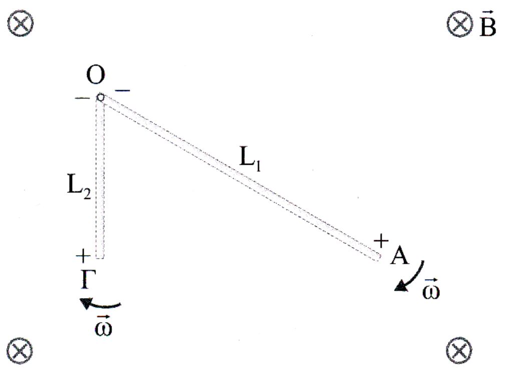
Η επιτάχυνση του αγωγού δίνεται από τη σχέση: $\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F' - F}{m}$ ή $\alpha = \frac{F' - BIL}{m}$.

Κάποια χρονική στιγμή η επιτάχυνση του αγωγού μηδενίζεται, ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα σταθερής πλέον έντασης $I_{ορ}$. Από την προηγούμενη σχέση για α = 0 έχουμε: $F = BI_{ορ}L$ ή $I_{ορ} = \frac{F}{BL}$ ή $\boldsymbol{I_{ορ} = 5\ A}$.

56. α. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου δίνεται από τη σχέση: $E_{ΕΠ} = \frac{1}{2}B\omega L^2 = B\left(\omega\frac{L}{2}\right)L = B\upsilon_M L$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 4\ V}$.

β. Το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στη ράβδο από το μαγνητικό πεδίο υπολογίζεται από τη σχέση: $F = BIL = B\frac{E_{ΕΠ}}{R_1 + R_2}L$ ή $\mathbf{F = 1\ N}$.

57. α.



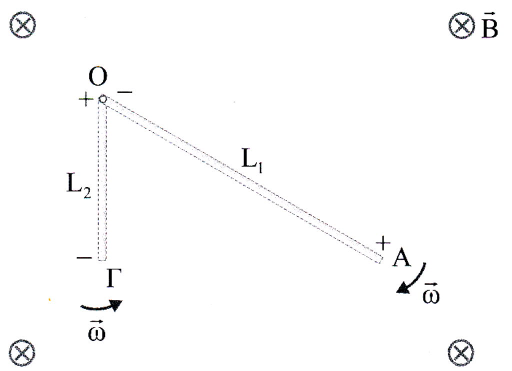
Η διαφορά δυναμικού στα άκρα των αγωγών ΟΑ και ΟΓ είναι αντίστοιχα:

$V_A - V_O = \frac{1}{2}B\omega L_1^2$ ή $V_A - V_O = 2,56\ V$

και $V_Γ - V_O = \frac{1}{2}B\omega L_2^2$ ή $V_Γ - V_O = 0,64\ V$.

Η ζητούμενη διαφορά δυναμικού είναι: $V_A - V_Γ = 2,56\ V - 0,64\ V$ ή $\mathbf{V_A - V_Γ = 1{,}92\ V}$.

β.

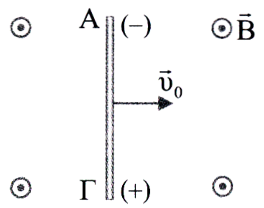


Η διαφορά δυναμικού στα άκρα των αγωγών ΟΑ και ΟΓ είναι αντίστοιχα:

$V_A - V_O = 2,56\ V$ και $V_O - V_Γ = 0,64\ V$.

Η ζητούμενη διαφορά δυναμικού είναι: $V_A - V_Γ = 2,56\ V + 0,64\ V$ ή $\mathbf{V_A - V_Γ = 3{,}2\ V}$.

Λύσεις των προβλημάτων



58. *α.* Η πολικότητα της επαγόμενης ηλεκτρεγερτικής δύναμης στα άκρα του αγωγού ΑΓ προσδιορίζεται με τη βοήθεια του κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού και φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

β. Από τον τύπο υπολογισμού της ηλεκτρεγερτικής δύναμης που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού έχουμε: $E_{ΕΠ.0} = B\upsilon_0 L$ ή $\upsilon_0 = \dfrac{E_{ΕΠ.0}}{BL}$ ή $\boldsymbol{\upsilon_0 = 6\ m/s}$.

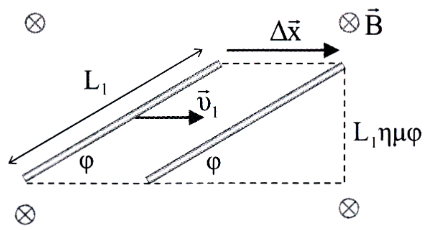
γ. Τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του αγωγού έχει μέτρο: $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha t_1$ ή $\upsilon_1 = 9\ m/s$.
Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού έχει μέτρο το οποίο υπολογίζεται από τη σχέση: $E_{ΕΠ.1} = B\upsilon_1 L$ ή $\boldsymbol{E_{ΕΠ.1} = 9\ V}$.

59. *α.* Το τμήμα του σύρματος που κινείται μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έχει μήκος D.
Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του σύρματος ισούται με την ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που εμφανίζεται σε αυτό και υπολογίζεται από τη σχέση:
$V_{ΑΓ} = E_{ΕΠ} = B\upsilon D$ ή $\boldsymbol{V_{ΑΓ} = 5\ V}$.

β. Το σύρμα κινείται ευθύγραμμα ομαλά, οπότε σε χρόνο Δt μετατοπίζεται κατά:
$\Delta x = \upsilon \Delta t$ (1).
Η επιφάνεια που «σαρώνει» το σύρμα μέσα στο μαγνητικό πεδίο έχει εμβαδόν:
$\Delta A = D\cdot\Delta x$ ή, λόγω της (1), $\Delta A = D\cdot\upsilon\Delta t$ ή $\boldsymbol{\Delta A = 1{,}5\ m^2}$.

γ. **1ος τρόπος επίλυσης**: Η διαφορά δυναμικού (κατ' απόλυτη τιμή) στα άκρα του δεύτερου σύρματος ισούται με το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του εν λόγω του σύρματος. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ του σύρματος σε δύο συνιστώσες: μία παράλληλη $\vec{\upsilon}_{1\pi}$ και μία κάθετη $\vec{\upsilon}_{1\kappa}$ στη διεύθυνση του σύρματος. Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ είναι υπεύθυνη για την εμφάνιση της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή στα άκρα του σύρματος.
Επομένως, έχουμε:

$$V = E_{ΕΠ} = B\upsilon_{1\kappa}L_1 = B(\upsilon_1 ημφ)L_1 \quad ή \quad \upsilon_1 = \frac{V}{BL_1 ημφ} = \frac{V_{ΑΓ}}{BL_1 ημφ} \quad ή \quad \boldsymbol{\upsilon_1 = 20\ m/s}.$$



2ος τρόπος επίλυσης: Σε χρόνο Δt ο αγωγός «σαρώνει» εντός του μαγνητικού πεδίου επιφάνεια εμβαδού $\Delta A = \Delta x \cdot L_1 ημφ$.
Από τον νόμο της επαγωγής, το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του αγωγού, είναι:

$$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{B\Delta A}{\Delta t} = \frac{B(\Delta x L_1 ημφ)}{\Delta t} = \frac{B(υ_1\Delta t)L_1 ημφ}{\Delta t} = Bυ_1 L_1 ημφ$$

ή $υ_1 = \frac{E_{ΕΠ}}{BL_1 ημφ} = \frac{V}{BL_1 ημφ} = \frac{V_{ΑΓ}}{BL_1 ημφ}$ ή $\mathbf{υ_1 = 20\ m/s}$.

60. α. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που εμφανίζεται στα άκρα του σύρματος δίνεται από τη σχέση: $E_{ΕΠ} = BυL$ (1).

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$I_A = \frac{E_{ΕΠ}}{R_1 + r_A}$ ή, λόγω της σχέσης (1), $I_A = \frac{BυL}{R_1 + r_A}$ ή $υ = \frac{I_A(R_1 + r_A)}{BL}$ ή $\mathbf{υ = 16\ m/s}$.

β. Η θερμότητα που εκλύεται από το κύκλωμα σε χρονικό διάστημα Δt υπολογίζεται από τον νόμο του Joule. Δηλαδή: $Q_J = I_A^2(R_1 + r_A)\Delta t$ ή $\Delta t = \frac{Q_J}{I_A^2(R_1 + r_A)}$ ή $\mathbf{\Delta t = 0{,}25\ s}$.

γ. Η μετατόπιση του σύρματος ΚΛ σε χρονικό διάστημα Δt υπολογίζεται από τη σχέση:
$\Delta x = υ\Delta t$ ή $\Delta x = 4\ m$.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που «σαρώνει» το σύρμα στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα Δt είναι: $\Phi = B\Delta A συνφ = B(L\Delta x)συν0^o$ ή $\mathbf{\Phi = 1\ Wb}$.

δ. Από τον ορισμό της έντασης του ρεύματος, υπολογίζουμε το χρονικό διάστημα $\Delta t'$. Έχουμε:

$I_A = \frac{\Delta q}{\Delta t'}$ ή $\Delta t' = \frac{\Delta q}{I_A}$ ή $\Delta t' = 0{,}2\ s$.

Σε αυτό το χρονικό διάστημα, το σύρμα έχει μετατοπιστεί κατά: $\Delta x' = υ\Delta t'$ ή $\mathbf{\Delta x' = 3{,}2\ m}$.

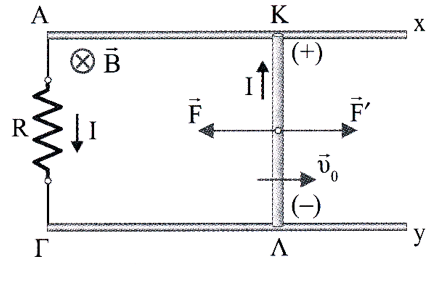
61. α. Εξαιτίας της κίνησης του αγωγού ΚΛ η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στο κύκλωμα είναι: $E_{ΕΠ} = Bυ_0 L$ ή $E_{ΕΠ} = 2\ V$.

Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος είναι: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R + R'}$ ή $I = 0{,}5\ A$.

Επομένως, η ζητούμενη τάση είναι: $V_{ΚΛ} = V_R$ ή $V_{ΚΛ} = IR$ ή $\mathbf{V_{ΚΛ} = 1\ V}$.

β. Από τον νόμο του Faraday έχουμε: $E_{ΕΠ} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ή $\mathbf{\Delta t = 1{,}5\ s}$.

γ. Εφαρμόζοντας όσα γνωρίζουμε από τη μεθοδολογία, προκύπτει ότι η φορά του επαγωγικού ρεύματος και η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ είναι αυτές που απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.



Από τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F' = F$ ή $F' = BIL$ ή $F' = 0{,}2\ N$.

Άρα το ζητούμενο έργο είναι: $W_{F'} = F' \cdot \Delta x$ ή $W_{F'} = F' \cdot \upsilon_0 \cdot \Delta t' = 2F' \cdot \upsilon_0 \cdot \Delta t$ ή $\mathbf{W_{F'} = 3\ J}$.

δ. Η ισχύς της δύναμης Laplace είναι: $P_F = -F \cdot \upsilon_0$ ή $\mathbf{P_F = -1\ W}$.

62. α. Από τον νόμο του Faraday έχουμε:

$$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \quad ή \quad E_{ΕΠ} = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} \quad ή \quad \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{E_{ΕΠ}}{B} \quad ή \quad \mathbf{\frac{\Delta A}{\Delta t} = 2{,}5\ m^2/s}.$$

β. Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος είναι: $I = \dfrac{E_{ΕΠ}}{R + R_\alpha}$ ή $I = 1\ A$.

Επομένως, η ζητούμενη τάση είναι: $V_\alpha = I \cdot R_\alpha$ ή $\mathbf{V_\alpha = 0{,}1\ V}$.

γ. Προκειμένου ο αγωγός ΚΛ να κινείται με σταθερή ταχύτητα πρέπει για την (εξωτερική) δύναμη $\vec{F}'$ που ασκείται σε αυτόν να ισχύει: $\vec{F}' = -\vec{F}$ ή $F' = F$ ή $F = BIL$ ή $\mathbf{F' = 0{,}08\ N}$.

δ. Μετά την κατάργηση της (εξωτερικής) δύναμης $\vec{F}'$, η κινητική ενέργεια του αγωγού μετατρέπεται σε θερμότητα στους αντιστάτες του κυκλώματος, λόγω του φαινομένου Joule.

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε: $Q_J = K$ ή $Q_J = \frac{1}{2} m\upsilon^2$ (1).

Ισχύει: $E_{ΕΠ} = B\upsilon L$ ή $\upsilon = \dfrac{E_{ΕΠ}}{BL}$ ή $\upsilon = 6{,}25\ m/s$.

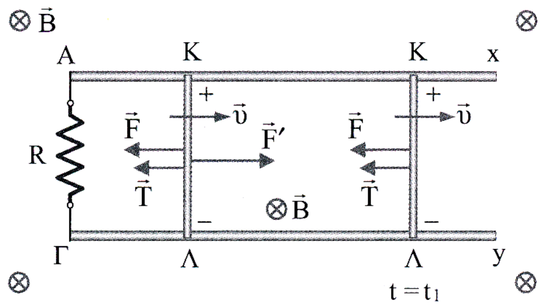
Με αντικατάσταση των τιμών στη σχέση (1) προκύπτει: $\mathbf{Q_J = 62{,}5\ J}$.

6. α. Η ένταση του ηλεκτρικού επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R + R_1} = \frac{B\upsilon L}{R + R_1} \quad ή \quad I = 3\ A.$$

Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός ΚΛ είναι: $F = BIL$ ή $F = 1{,}5\ N$.

Επειδή ο αγωγός ΚΛ κινείται με σταθερή ταχύτητα, πρέπει η συνισταμένη δύναμη που δέχεται να ισούται με μηδέν. Όμως, προέκυψε $F < F'$, οπότε μεταξύ του αγωγού ΚΛ και των χάλκινων συρμάτων αναπτύσσεται τριβή ολίσθησης $\vec{T}$.



Ισχύει η σχέση: $\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F' - F - T = 0$ ή $T = F' - F$ ή $\mathbf{T = 2{,}5\ N}$.

β. Ο αγωγός σε χρόνο Δt μετατοπίζεται κατά: $\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t$ ή $\Delta x = 36\ m$.

Η προσφερόμενη ενέργεια στο σύστημα ισούται με το έργο της δύναμης $\vec{F}'$. Δηλαδή είναι: $E_{\pi\rho} = W_{F'} = F' \cdot \Delta x$ ή $E_{\pi\rho} = 144\ J$.

Η θερμότητα λόγω τριβής ολίσθησης ισούται με την απόλυτη τιμή του έργου της τριβής ολίσθησης: $Q_T = |W_T| = |-T \cdot \Delta x|$ ή $Q_T = 90\ J$.

Το ζητούμενο ποσοστό είναι: $\pi\% = \dfrac{Q_T}{E_{\pi\rho}} \cdot 100\%$ ή $\boldsymbol{\pi\% = 62{,}5\%}$.

γ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}'$ είναι: $\dfrac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu 180^{o} = -(F+T)\upsilon$ ή $\boldsymbol{\dfrac{dK}{dt} = -72\ J/s}$.

64. *α.* Όταν ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτόν ισούται με μηδέν. Έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad F' = F + T = BIL + T = B\frac{B\upsilon_{o\rho}L}{R_1+R_2}L + T = \frac{B^2\upsilon_{o\rho}L^2}{R_1+R_2} + T$$

$$ή \quad T = F' - \frac{B^2\upsilon_{o\rho}L^2}{R_1+R_2} \quad ή \quad \mathbf{T = 8\ N}.$$

β. Κατά τη διάρκεια της κίνησης του αγωγού ΚΛ, ασκείται σε αυτόν δύναμη Laplace αντίρροπη της ταχύτητάς του. Επομένως, η μέγιστη επιτάχυνση του αγωγού εμφανίζεται τη χρονική στιγμή έναρξης της κίνησής του και υπολογίζεται από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

Έχουμε: $\alpha_{max} = \dfrac{\Sigma F_{max}}{m} = \dfrac{F' - T}{m}$ ή $\boldsymbol{\alpha_{max} = 12\ m/s^2}$.

γ. Τη χρονική στιγμή στην οποία ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα:

i. Ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας της δύναμης $\vec{F}'$ (ισχύς της δύναμης) στον αγωγό ΚΛ είναι: $\dfrac{dW_{F'}}{dt} = P_{F'} = F' \cdot \upsilon_{o\rho}$ ή $\boldsymbol{\dfrac{dW_{F'}}{dt} = 240\ J/s}$.

ii. Ο ρυθμός με τον οποίο μετατρέπεται η προσφερόμενη ενέργεια σε ηλεκτρική (απόλυτη τιμή της ισχύος της δύναμης Laplace) είναι:

$$\frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = |P_F| = F \cdot \upsilon_{o\rho} = BIL\upsilon_{o\rho} = \frac{B^2\upsilon_{o\rho}L^2}{R_1+R_2}\upsilon_{o\rho} \quad ή \quad \boldsymbol{\frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = 144\ J/s}.$$

iii. Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα λόγω μηχανικών τριβών (απόλυτη τιμή της ισχύος της τριβής $\vec{T}$) δίνεται από τη σχέση: $\dfrac{dQ_T}{dt} = |P_T| = T \cdot \upsilon_{o\rho}$ ή $\boldsymbol{\dfrac{dQ_T}{dt} = 96\ J/s}$.

iv. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού ΚΛ είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon_{o\rho} \quad ή \quad \boldsymbol{\frac{dK}{dt} = 0}.$$

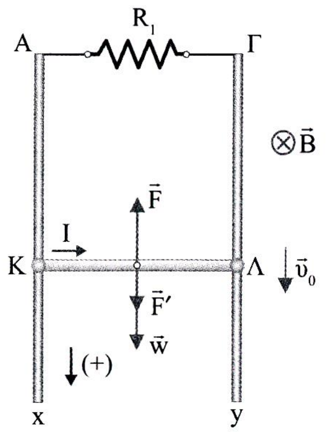
65. Α. *α.* Είναι $E_{E\Pi} = B\upsilon_0 L$ ή $\mathbf{E_{E\Pi} = 4\ V}$.

β. Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ είναι:

$$I = \frac{E}{R_1+R_2} \quad ή \quad I = 0{,}2\ A.$$

Ισχύει: $I = \dfrac{Q}{\Delta t}$ ή $I = \dfrac{N \cdot e}{\Delta t}$ ή $N = \dfrac{I_{E\Pi} \cdot \Delta t}{e}$ ή $\mathbf{N = 8 \cdot 10^{17}}$ **ηλεκτρόνια**.

γ. Στον αγωγό ΚΛ ασκούνται: η δύναμη του βάρους $\vec{w}$, η δύναμη Laplace $\vec{F}$ και η εξωτερική δύναμη $\vec{F}'$, όπως απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.



Από τον 1ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει:

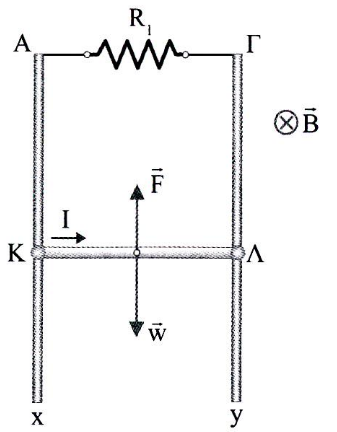
$\Sigma F = 0$ ή $\vec{F}' + \vec{w} + \vec{F} = 0$ ή $F' + w - F = 0$

ή $F' = F - w$ ή $F = BIL - mg$ ή $F' = -0{,}02$ N.

Συνεπώς, η δύναμη $\vec{F}'$ έχει φορά προς τα επάνω και το ζητούμενο έργο της είναι:

$W_{F'} = |F| \cdot \Delta x \cdot \text{συν}180^\circ = -|F'| \cdot \upsilon_0 \cdot \Delta t$ ή $\mathbf{W_{F'} = -0{,}128\ J}$.

Β. Μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}'$ στον αγωγό ΚΛ ασκούνται: η δύναμη του βάρους $\vec{w}$ και η δύναμη Laplace $\vec{F}$.



Ισχύει: $\Sigma F = w - F$ ή $\Sigma F = mg - BIL$

ή $\Sigma F = mg - B\dfrac{B\upsilon L}{R_1 + R_2}L$ ή $\Sigma F = mg - \dfrac{B^2L^2}{R_1 + R_2}\upsilon$ (1).

Ο αγωγός ΚΛ αποκτά οριακή ταχύτητα ($\upsilon = \upsilon_{ορ}$), όταν γίνει $\Sigma F = 0$. Τότε, η σχέση (1) γράφεται:

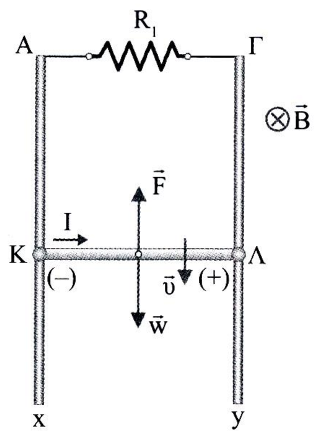
$$mg = \frac{B^2L^2}{R_1 + R_2}\upsilon_{ορ} \quad ή \quad \upsilon_{ορ} = \frac{mg(R_1 + R_2)}{B^2L^2} \quad ή \quad \mathbf{\upsilon_{ορ} = 12{,}5\ m/s}.$$

α. Τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του αγωγού ΚΛ η ένταση του επαγωγικού ρεύματος στο κύκλωμα υπολογίζεται από τη σχέση: $F_0 = BI_0L$ ή $I_0 = \dfrac{F_0}{BL}$ ή $I_0 = 2$ A.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα προκύπτει:

$$I_0 = \frac{E_{ΕΠ.0}}{R_1 + R_2} \quad ή \quad I_0 = \frac{B\upsilon_0 L}{R_1 + R_2} \quad ή \quad \upsilon_0 = \frac{I_0(R_1 + R_2)}{BL} \quad ή \quad \mathbf{\upsilon_0 = 16\ m/s}.$$

β. Κατά τη διάρκεια της καθόδου του αγωγού ΚΛ ασκούνται σε αυτόν η δύναμη του βάρους $\vec{w}$ και η δύναμη Laplace, όπως απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.



Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται ο αγωγός ΚΛ είναι:

$\Sigma F = w - F$ ή $\Sigma F = mg - BIL$ ή $\Sigma F = mg - \dfrac{B^2L^2\upsilon}{R_1 + R_2}$.

Ο αγωγός ΚΛ αποκτά οριακή ταχύτητα ($\upsilon = \upsilon_{ορ}$), όταν ικανοποιείται η συνθήκη: $\Sigma F = 0$ ή $mg = \dfrac{B^2L^2}{R_1 + R_2}\upsilon_{ορ}$

ή $\upsilon_{ορ} = \dfrac{mg(R_1 + R_2)}{B^2L^2}$ ή $\mathbf{\upsilon_{ορ} = 32\ m/s}$.

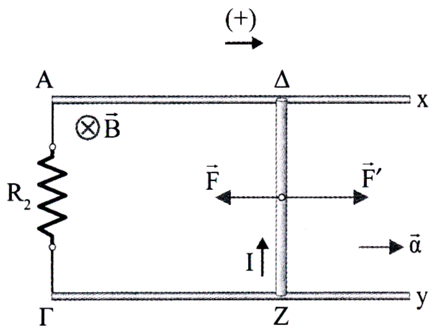
67. α. Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα την τυχαία χρονική στιγμή t είναι: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R_1 + R_2} = \frac{BυL}{R_1 + R_2} = \frac{B(αt)L}{R_1 + R_2}$ ή $\mathbf{I = 0{,}2t}$ (S.I.).

β. Για $t = t_1$ η ένταση του ρεύματος είναι: $I_1 = 0{,}2t_1$ ή $I_1 = 0{,}4$ A.

Η ζητούμενη τάση είναι: $V_{ΔZ} = I_1 R_2$ ή $\mathbf{V_{ΔZ} = 0{,}8\ V}$.

γ. Ισχύει: $\frac{dK}{dt} = ΣF \cdot υ = mα \cdot αt_2 = mα^2 t_2$

ή $t_2 = \frac{1}{mα^2} \cdot \frac{dK}{dt}$ ή $t_2 = 5$ s.



Η δύναμη $\vec{F}'$ προσφέρει τη χρονική στιγμή t_2 ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό:

$\frac{dW_{F'}}{dt} = P_{F'} = F' \cdot υ_2$ ή $\frac{dW_{F'}}{dt} = F' \cdot α \cdot t_2$ (1).

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τον αγωγό ΔΖ προκύπτει:

$ΣF = mα$ ή $F' - F = mα$ ή $F' = mα + BIL$ ή $F' = 0{,}8 + 0{,}04t$ (S.I.).

Για $t = t_2$ το μέτρο της δύναμης $\vec{F}'$ είναι $F' = 1$ N.

Με αντικατάσταση των τιμών στη σχέση (1) προκύπτει: $\mathbf{\frac{dW_{F'}}{dt} = 20\ J/s}$.

δ. Τη χρονική στιγμή t_3 ο αγωγός ΔΖ κινείται με ταχύτητα μέτρου: $υ' = α \cdot t_3$ ή $υ' = 32$ m/s. Μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}'$ η κινητική ενέργεια του αγωγού ΔΖ μετατρέπεται σε θερμότητα, η οποία εκλύεται από το κύκλωμα προς το περιβάλλον. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας προκύπτει: $Q_J = K$ ή $Q_J = \frac{1}{2}mυ'^2$ ή $\mathbf{Q_J = 102{,}4\ J}$.

68. α. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$I_A = \frac{E_{ΕΠ}}{R + R_A}$ ή $E_{ΕΠ} = I_A(R + R_A)$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 1{,}5\ V}$.

β. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της στρεφόμενης ράβδου δίνεται από τη σχέση: $E_{ΕΠ} = \frac{1}{2}BωL^2$ ή $ω = \frac{2E_{ΕΠ}}{BL^2}$ ή $ω = 6$ rad/s.

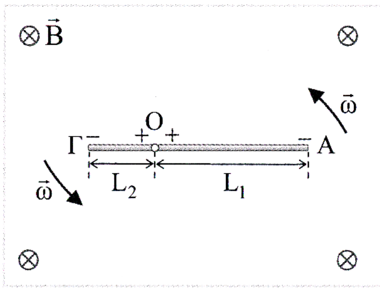
Η συχνότητα περιστροφής της ράβδου είναι: $f = \frac{ω}{2π}$ ή $\mathbf{f = \frac{3}{π}\ Hz}$.

γ. Η ισχύς της εξωτερικής δύναμης που απαιτείται για την περιστροφή της ράβδου είναι: $P_{F'} = P_{R_{ολ}} = I_A^2(R_A + R)$ ή $\mathbf{P_{F'} = 1{,}125\ W}$.

69. Α. α. Η ράβδος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα:
$\omega = 2\pi f$ ή $\omega = 8\ \mathrm{rad/s}$.

Ανάμεσα στα σημεία Ο και Α αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή μέτρου:

$E_{ΕΠ.1} = \frac{1}{2}B\omega L_1^2$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ.1} = 1{,}6\ V}$.



Αντίστοιχα ανάμεσα στα σημεία Ο και Γ της ράβδου αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή μέτρου: $E_{ΕΠ.2} = \frac{1}{2}B\omega L_2^2$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ.2} = 0{,}4\ V}$.

β. Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία Ο και Α της ράβδου είναι:
$V_O - V_A = E_{ΕΠ.1}$ ή $V_A = V_O - E_{ΕΠ.1}$ (1).
Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία Ο και Γ της ράβδου είναι:
$V_O - V_\Gamma = E_{ΕΠ.2}$ ή $V_\Gamma = V_O - E_{ΕΠ.2}$ (2).
Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $V_A - V_\Gamma = E_{ΕΠ.2} - E_{ΕΠ.1}$ ή $\mathbf{V_A - V_\Gamma = -1{,}2\ V}$.

Β. Το τμήμα ΟΓ της ράβδου έχει ωμική αντίσταση: $R_{ΟΓ} = \frac{L_2}{L}R$ ή $R_{ΟΓ} = 0{,}1\ \Omega$.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I = \frac{E_{ΕΠ.2}}{R_1 + R_{ΟΓ}}$ ή $\mathbf{I = 0{,}5\ A}$.

140

70. α. Το μέτρο της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται μεταξύ του άκρου Α και του σημείου Κ του αγωγού ΟΑ υπολογίζεται από τον νόμο του Faraday. Έχουμε:

$$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{B\cdot\Delta A}{\Delta t} = \frac{B\left(\pi L_2^2 - \pi L_1^2\right)}{T} = \frac{B\pi\left(L_2^2 - L_1^2\right)}{2\pi/\omega} = \frac{B\omega}{2}\left(L_2^2 - L_1^2\right) \text{ ή } \mathbf{E_{ΕΠ} = 15\ V}.$$

β. Η ωμική αντίσταση ομογενούς ευθύγραμμου αγωγού είναι ανάλογη του μήκους του. Επομένως, ισχύει η σχέση: $\frac{R_{AK}}{R_{AO}} = \frac{L_2 - L_1}{L_2}$ ή $R_{AK} = \frac{L_2 - L_1}{L_2}R_{AO}$ ή $\mathbf{R_{AK} = 1\ \Omega}$.

γ. Έστω Ι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη αντίστασης R_1. Από την εφαρμογή του νόμου του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R_1 + R_{AK}}$ ή $I = 3\ A$.

Η ζητούμενη τάση υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος. Δηλαδή:
$V_{R_1} = IR_1$ ή $\mathbf{V_{R_1} = 12\ V}$.

δ. Το μέτρο της δύναμης Laplace $\vec{F}$ που ασκείται από το μαγνητικό πεδίο στον αγωγό ΟΑ υπολογίζεται από τη σχέση: $F = BI(KA)\eta\mu 90^\circ = BI(L_2 - L_1)$ ή $\mathbf{F = 3\ N}$.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι από ρεύμα διαρρέεται μόνο το τμήμα ΑΚ του αγωγού ΟΑ, το διάνυσμα που αναπαριστά την εν λόγω δύναμη Laplace έχει σημείο εφαρμογής το μέσον Μ του τμήματος ΑΚ και κατεύθυνση αντίθετη της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Μ.

71. *α.* Είναι: $E_{ΕΠ} = \frac{1}{2}B\omega L^2$ ή $E_{ΕΠ} = \frac{1}{2}B\omega\rho^2$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 1{,}25\ V}$.

β. Μια τυχαία χρονική στιγμή η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R + R^{*}\cdot s}$ (1), όπου s το μήκος του τόξου που έχει διανύσει πάνω στο τεταρτοκύκλιο το άκρο Κ της ράβδου. Ισχύει $s = \upsilon_{\kappa}\cdot t = \omega\cdot\rho\cdot t$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R + R^{*}\omega\rho t}$ ή $I = \frac{1{,}25}{2{,}5 + 2{,}5t}$ ή $\mathbf{I = \frac{1}{2+2t}}$ (S.I.),

με $0 \le s \le \frac{2\pi\rho}{4}$ ή $0 \le \omega\rho t \le \frac{\pi\rho}{2}$ ή $0 \le t \le \frac{\pi}{2\omega}$ ή $\mathbf{0 \le t \le \frac{\pi}{10}}$ **s**.

γ. Είναι: $F = BIL$ ή $F = BI\rho$ ή $I = \frac{F}{B\rho}$ ή $I = 0{,}4$ A.

Επομένως έχουμε: $I = \frac{1}{2 + 2t_1}$ ή $t_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{I} - 2\right)$ ή $\mathbf{t_1 = 0{,}25\ s}$.

δ. Τη χρονική στιγμή $t_2 = 0{,}2$ s η ένταση του ρεύματος είναι:

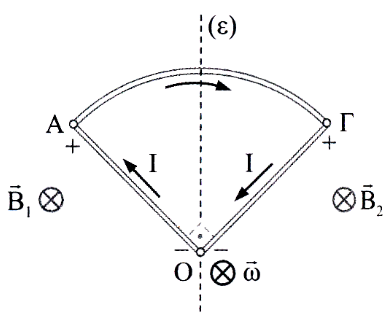
$I = \frac{1}{2(1 + 0{,}2)}$ A ή $I = \frac{1}{2{,}4}$ A ή $I = \frac{5}{12}$ A.

Το ζητούμενο κλάσμα είναι: $\kappa = \frac{P_R}{P_{\rho\alpha\beta.}}$ ή $\kappa = \frac{I^2 \cdot R}{E_{ΕΠ}\cdot I}$ ή $\kappa = \frac{I\cdot R}{E_{ΕΠ}}$ ή $\boldsymbol{\kappa = \frac{5}{6}}$.

72. Α. *α.* Η ζητούμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη υπολογίζεται από τη σχέση:

$E_{ΕΠ.1} = \frac{1}{2}B_1\omega L^2$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ.1} = 0{,}5\ V}$.

β. Σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου ΟΑ φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Η απόλυτη τιμή της τάσης στα άκρα της ράβδου ΟΓ ισούται με την απόλυτη τιμή της τάσης στα άκρα της ράβδου ΟΑ. Επομένως, μπορούμε να γράψουμε:

$|V_O - V_Γ| = |V_O - V_A| = V_A - V_O = E_{ΕΠ.1} - IR_1$

ή $\mathbf{|V_O - V_Γ| = 0{,}4\ V}$.

γ. Έστω ότι η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου ΟΓ είναι αυτή που απεικονίζεται στο σχήμα. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I = \frac{E_{ΕΠ.1} - E_{ΕΠ.2}}{R_1 + R_2} \quad ή \quad E_{ΕΠ.2} = E_{ΕΠ.1} - I\left(R_1 + R_2\right) \quad ή \quad E_{ΕΠ.2} = +0{,}1\ \text{V}.$$

Επειδή προέκυψε $E_{ΕΠ.2} > 0$, πράγματι η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου ΟΓ έχει σχεδιαστεί σωστά, διαφορετικά θα ήταν αντίθετη.

Κατά συνέπεια, η ένταση $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου εντός του οποίου περιστρέφεται η ράβδος ΟΓ, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, έχει φορά προς τα κάτω (από τον αναγνώστη προς τη σελίδα), όπως φαίνεται στο σχήμα (κάτοψη).

Για τον υπολογισμό του μέτρου της έντασης $\vec{B}_2$ θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο:

$$E_{ΕΠ.2} = \frac{1}{2}B_2\omega L^2 \quad ή \quad B_2 = \frac{2E_{ΕΠ.2}}{\omega L^2} \quad ή \quad \mathbf{B_2 = 0{,}8\ T}.$$

Β. Εάν οι δύο ράβδοι στρέφονταν εντός του ίδιου μαγνητικού πεδίου, δεν θα μεταβαλλόταν η διερχόμενη μαγνητική ροή από την επιφάνεια του πλαισίου, επομένως δεν θα αναπτυσσόταν ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στο πλαίσιο, κατά συνέπεια **η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα θα ήταν ίση με μηδέν**.

Ενότητα 3η Ο κανόνας του Lenz και η αρχή διατήρησης της ενέργειας στο φαινόμενο της επαγωγής

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. β	2. γ	3. δ	4. γ	5. γ	6. δ	7. α	8. α	9. δ
10. γ	11. δ	12. β	13. Α. γ Β. α					

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

14.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ	15.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Λ
16.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ	ε. Σ	17.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ	
18.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ	στ. Σ	ζ. Σ				

Γ. Θέματα πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

19. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Για το χρονικό διάστημα $0 \le t < 2t_1$ έχουμε:

$$I_1 = -\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t_1}\cdot\frac{1}{R} \quad \text{ή} \quad -\frac{I}{2} = -\frac{\Delta\Phi_1}{2t_1}\cdot\frac{1}{R} \quad \text{ή} \quad \Delta\Phi_1 = IRt_1 \quad (1).$$

Για το χρονικό διάστημα $2t_1 \le t < 3t_1$ έχουμε:

$$I_2 = -\frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t_2}\cdot\frac{1}{R} \quad \text{ή} \quad I = -\frac{\Delta\Phi_2}{t_1}\cdot\frac{1}{R} \quad \text{ή} \quad \Delta\Phi_2 = -IRt_1 \quad (2).$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\mathbf{\Delta\Phi_1 = -\Delta\Phi_2}$.

41. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Έστω R η ωμική αντίσταση και A το εμβαδόν της επιφάνειας του πλαισίου αντίστοιχα. Η θερμική ισχύς που αναπτύσσεται στο πλαίσιο δίνεται από τον τύπο:

$P = I^2R = \left(\frac{E_{ΕΠ}}{R}\right)^2 R$ ή $P = \frac{E_{ΕΠ}^2}{R}$, όπου $E_{ΕΠ}$ η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο και I η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που το διαρρέει.

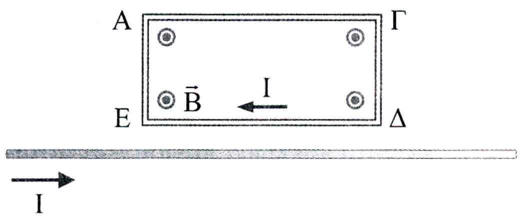
Η προηγούμενη σχέση γράφεται: $P = \left(-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)^2\cdot\frac{1}{R} = \left(-\frac{\Delta B\cdot A}{\Delta t}\right)^2\cdot\frac{1}{R}$ ή $P = \left(\frac{|\Delta B|}{\Delta t}\right)^2\cdot\frac{A^2}{R}$ (1).

Η απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της έντασης $|\Delta B|/\Delta t$ του μαγνητικού πεδίου στο χρονικό διάστημα $0 \le t < 2t_1$ είναι B_0/t_1, στο χρονικό διάστημα $2t_1 \le t < 3t_1$ ισούται με μηδέν και στο χρονικό διάστημα $3t_1 \le t \le 3,5t_1$ είναι $2B_0/t_1$.
Επομένως, σύμφωνα με τη σχέση (1), το χρονικό διάστημα εντός του οποίου αναπτύσσεται μεγαλύτερη θερμική ισχύς στο πλαίσιο είναι το $\mathbf{3t_1 \le t \le 3,5t_1}$.

21. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Καθώς ο ραβδόμορφος μαγνήτης κατέρχεται, αυξάνεται το πλήθος των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού του πεδίου οι οποίες διέρχονται από την επιφάνεια που ορίζει ο δακτύλιος. Επομένως, μεταβάλλεται (αυξάνεται) η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον δακτύλιο. Σύμφωνα με το νόμο του Faraday, στον δακτύλιο εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή. Ωστόσο, εξαιτίας της εγκοπής που φέρει ο δακτύλιος (ανοικτό κύκλωμα) **δεν αναπτύσσεται σε αυτόν ηλεκτρικό ρεύμα**.

22. Σωστή επιλογή είναι η **α**.



Ο ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός δημιουργεί σε κάθε σημείο της επιφάνειας τού πλαισίου μαγνητικό πεδίο, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στην επιφάνεια του πλαισίου και έχουν φορά προς τα έξω (από τη σελίδα προς τον αναγνώστη), όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

Επειδή η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό αυξάνεται, συμπεραίνουμε, σύμφωνα με τη σχέση $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$, ότι η ένταση του μαγνητικού που δημιουργεί στον χώρο γύρω του ο ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός αυξάνεται, κατ' επέκταση αυξάνεται και η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αναπτυχθεί στο πλαίσιο ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή και, εφόσον αυτό είναι κλειστό, να διαρρέεται από επαγωγικό ηλεκτρικό ρεύμα του οποίου η φορά, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, είναι όμοια με **τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού**.

23. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Καθώς ο ραβδόμορφος μαγνήτης κατέρχεται, αυξάνεται το πλήθος των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού του πεδίου οι οποίες διέρχονται από την επιφάνεια που ορίζει ο δακτύλιος. Επομένως, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του δακτυλίου. Σύμφωνα με τον νόμο του Faraday, στον δακτύλιο εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή και, εφόσον δεν φέρει εγκοπή, θα αρχίσει να διαρρέεται από επαγωγικό ηλεκτρικό ρεύμα. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το επαγωγικό ρεύμα θα έχει φορά τέτοια, ώστε να αντιστέκεται στην αιτία που το προκάλεσε (προσέγγιση μαγνήτη). Επομένως, το επαγωγικό ρεύμα στον δακτύλιο θα δημιουργήσει μαγνητικό πεδίο με νότιο πόλο (S) στην επάνω όψη της επιφάνειας που ορίζει ο δακτύλιος και βόρειο πόλο (N) στην κάτω όψη, απωθώντας έτσι τον ραβδόμορφο μαγνήτη. Κατά συνέπεια, το εμφανιζόμενο επαγωγικό ρεύμα διαρρέει τον δακτύλιο **σύμφωνα με τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού**.

24. Α. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Μετά το κλείσιμο του διακόπτη δ δεν παρατηρείται μεταβολή του πλήθους των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου του ραβδόμορφου μαγνήτη που διέρχονται από τις σπείρες του πηνίου. Επομένως, δεν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια των σπειρών του πηνίου. Οπότε, σύμφωνα με το νόμο του Faraday στο πηνίο δεν εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το κλειστό κύκλωμα πηνίου - αντιστάτη **να μη διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα**.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Κλείνοντας τον διακόπτη δ και εξαιτίας της απομάκρυνσης του πηνίου από τον ραβδόμορφο μαγνήτη, το πλήθος των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου οι οποίες διέρχονται από τις σπείρες του πηνίου ελαττώνεται. Επομένως, σύμφωνα με τον νόμο του Faraday, αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στο πηνίο και επαγωγικό ρεύμα στο κλειστό κύκλωμα πηνίου – αντιστάτη.

Η φορά του ρεύματος είναι τέτοια, ώστε να δημιουργηθεί στο εσωτερικό του πηνίου μαγνητικό πεδίο που να τείνει να αναιρέσει την ελάττωση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από κάθε σπείρα του πηνίου. Έτσι, η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το επαγωγικό ρεύμα στο εσωτερικό του πηνίου πρέπει να έχει φορά προς τα αριστερά. Αυτό μπορεί να συμβεί μόνο **όταν το επαγωγικό ρεύμα διαρρέει τον αντιστάτη από το σημείο Β προς το σημείο Α**.

25. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Εξαιτίας της γραμμικής αύξησης του μέτρου της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου παρατηρείται ανάλογη αύξηση της αντίστοιχης μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του μεταλλικού δακτυλίου. Στον δακτύλιο επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη και το κλειστό κύκλωμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα.

Η φορά του ρεύματος είναι τέτοια, ώστε να δημιουργηθεί στο εσωτερικό του δακτυλίου μαγνητικό πεδίο που τείνει να αναιρέσει την αύξηση (του μέτρου) της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Επομένως, η ένταση του μαγνητικού πεδίου του επαγωγικού ρεύματος πρέπει να έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Αυτό μπορεί να συμβεί μόνο όταν το επαγωγικό ρεύμα διαρρέει τον δακτύλιο **αντίθετα από τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού**.

26. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

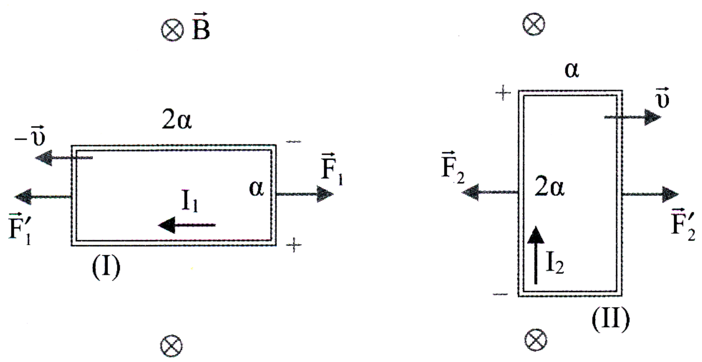
Γενικά, το εμβαδόν του χωρίου που σχηματίζεται από την καμπύλη που αντιστοιχεί στο διάγραμμα $E_{ΕΠ} = f(t)$ και τον άξονα των χρόνων ισούται αριθμητικά με την απόλυτη τιμή της μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τον μεταλλικό δακτύλιο. Όμως, είτε απομακρύνουμε απότομα τον μαγνήτη από τον δακτύλιο, είτε αργά, η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του δακτυλίου είναι ίδια. (Ίδια αρχική μαγνητική ροή Φ και ίδια τελική, ίση με μηδέν). Επομένως, είναι: $\Delta\Phi_1 = \Delta\Phi_2$ ή $|\Delta\Phi_1| = |\Delta\Phi_2|$ ή $\mathbf{E_1 = E_2}$.

27. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Έστω R η ωμική αντίσταση που παρουσιάζει κάθε πλαίσιο. Το πλαίσιο (Ι) κατά την έξοδό του από το μαγνητικό πεδίο δέχεται δύναμη Laplace $\vec{F}_1$ προς τα δεξιά (βλ. το ακόλουθο σχήμα) μέτρου: $F_1 = BI_1\alpha = B\dfrac{B\upsilon\alpha}{R}\alpha$ ή $F_1 = \dfrac{B^2\upsilon\alpha^2}{R}$.

Λόγω ισοταχούς κίνησης του πλαισίου (Ι), ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad \vec{F}_1' + \vec{F}_1 = 0 \quad ή \quad F_1' - F_1 = 0 \quad ή \quad F_1' = \frac{B^2\upsilon\alpha^2}{R} \quad \mathbf{(1)}.$$



Το πλαίσιο (ΙΙ) κατά την έξοδό του από το μαγνητικό πεδίο δέχεται δύναμη Laplace $\vec{F}_2$ προς τα αριστερά (βλ. το παραπάνω σχήμα) μέτρου:

$$F_2 = BI_2(2\alpha) = B\frac{B\upsilon(2\alpha)}{R}(2\alpha) \quad ή \quad F_2 = \frac{B^2\upsilon(2\alpha)^2}{R}.$$

Λόγω ισοταχούς κίνησης του πλαισίου (ΙΙ) ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad ή \quad \vec{F}_2' + \vec{F}_2 = 0 \quad ή \quad F_2' - F_2 = 0 \quad ή \quad F_2' = \frac{B^2\upsilon(2\alpha)^2}{R} \quad \mathbf{(2)}.$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2), προκύπτει: $\mathbf{F_1' = \dfrac{F_2'}{4}}$.

28. Α. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η μέση ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο (Ι) κατά την έξοδό του από το μαγνητικό πεδίο σε χρόνο Δt δίνεται από τη σχέση:

$$E_{ΕΠ1} = -\frac{\Delta\Phi_{(I)}}{\Delta t} \quad ή \quad E_{ΕΠ1} = \frac{B\alpha^2}{\Delta t} \quad \mathbf{(1)}.$$

Η μέση ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο (ΙΙ) κατά την έξοδό του από το μαγνητικό πεδίο σε χρόνο Δt δίνεται από τη σχέση:

$$E_{ΕΠ2} = -\frac{\Delta\Phi_{(II)}}{\Delta t} = \frac{B(2\alpha)^2}{\Delta t} \quad ή \quad E_{ΕΠ2} = \frac{4B\alpha^2}{\Delta t} \quad \mathbf{(2)}.$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\mathbf{E_{ΕΠ1} = \frac{E_{ΕΠ2}}{4}}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Έστω R^* η αντίσταση ανά μονάδα μήκους του χάλκινου σύρματος από το οποίο έχουν κατασκευαστεί τα δύο πλαίσια.

Το επαγωγικό ηλεκτρικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του πλαισίου (Ι) είναι:

$$\Delta q_1 = -\frac{\Delta\Phi_{(I)}}{R^*(4\alpha)} = \frac{B\alpha^2}{R^*(4\alpha)} \quad ή \quad \Delta q_1 = \frac{B\alpha}{4R^*} \quad \mathbf{(3)}.$$

Το επαγωγικό ηλεκτρικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του πλαισίου (ΙΙ) είναι:

$$\Delta q_2 = -\frac{\Delta\Phi_{(II)}}{R^*(8\alpha)} = \frac{B(2\alpha)^2}{R^*(8\alpha)} \quad ή \quad \Delta q_2 = \frac{B\alpha}{2R^*} \quad \mathbf{(4)}.$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει: $\mathbf{\Delta q_1 = \frac{\Delta q_2}{2}}$.

Λύσεις των ασκήσεων

29. α. Η κλίση της καμπύλης $\Phi = f(t)$ ισούται με την αλγεβρική τιμή της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή. Έχουμε:

Στο χρονικό διάστημα $0 \le t \le 2$ s:

$$E_{ΕΠ.1} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -8\cdot 10^{-2}\ \text{V}.$$

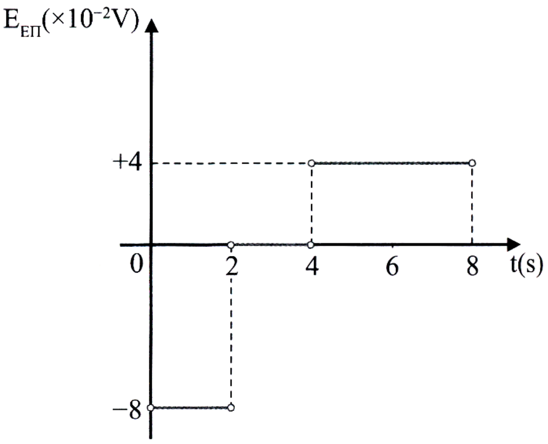
Στο χρονικό διάστημα $1\ \text{s} \le t \le 4\ \text{s}$:

$$E_{ΕΠ.2} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 0.$$

Στο χρονικό διάστημα $4\ \text{s} \le t \le 8\ \text{s}$:

$$E_{ΕΠ.3} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = +4\cdot 10^{-2}\ \text{V}.$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



β. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

Στο χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 2$ s:

$I_1 = \dfrac{E_{ΕΠ.1}}{R} = -4 \cdot 10^{-2}$ A.

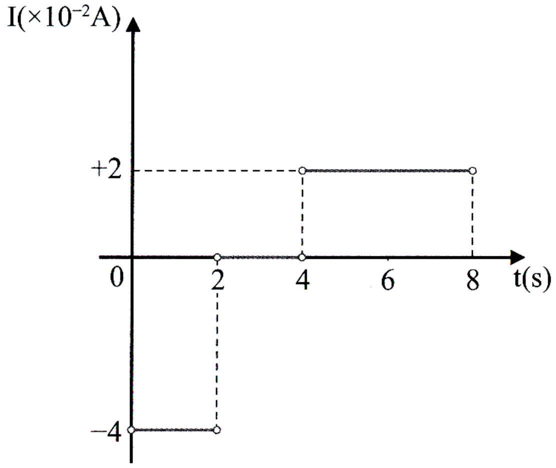
Στο χρονικό διάστημα $2\ s \leq t \leq 4$ s:

$I_2 = \dfrac{E_{ΕΠ.2}}{R} = 0.$

Στο χρονικό διάστημα $4\ s \leq t \leq 8$ s:

$I_3 = \dfrac{E_{ΕΠ.3}}{R} = +2 \cdot 10^{-2}$ A.

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



30. α. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε: $I = \dfrac{E_{ΕΠ}}{R}$ ή $E_{ΕΠ} = IR$.

Για το χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 2$ s είναι:

$E_{ΕΠ.1} = +5$ V.

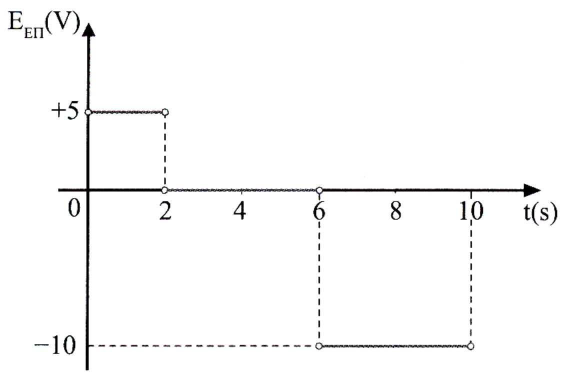
Για το χρονικό διάστημα $2\ s \leq t \leq 6$ s είναι:

$E_{ΕΠ.2} = 0.$

Για το χρονικό διάστημα $6\ s \leq t \leq 10$ s είναι:

$E_{ΕΠ.3} = -10$ V.

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



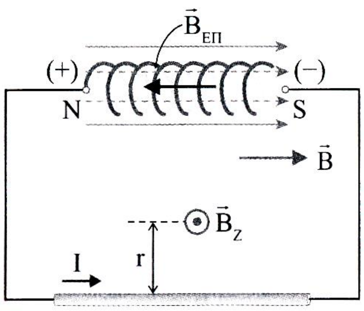
β. Η ζητούμενη θερμότητα υπολογίζεται από το άθροισμα:

$Q_J = I_1^2 R \Delta t_1 + I_2^2 R \Delta t_2 + I_3^2 R \Delta t_3 = 1 \cdot 5 \cdot 2\ J + 0 + (-2)^2 \cdot 5 \cdot 4$ J ή $\mathbf{Q_J = 90\ J.}$

31. α. Η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα του σωληνοειδούς τη χρονική στιγμή t_1 είναι: $\Phi_1 = B_1 A συν0^\circ = (0{,}4 + 0{,}2 \cdot 8) \cdot 20 \cdot 10^{-4}$ Wb ή $\mathbf{\Phi_1 = 4 \cdot 10^{-3}\ Wb}$.

β. Η αύξηση της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου οδηγεί σε μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από κάθε σπείρα του σωληνοειδούς. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα στα άκρα του σωληνοειδούς να αναπτυχθεί ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή με τέτοια πολικότητα, ώστε να δίνει επαγωγικό ρεύμα του οποίου το μαγνητικό πεδίο να έχει ένταση $\vec{B}_{ΕΠ}$ αντίθετης κατεύθυνσης από την ένταση $\vec{B}$.

Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται η ένταση $\vec{B}_Z$ του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στο επαγωγικό ρεύμα το οποίο διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό.



Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του σωληνοειδούς έχει μέτρο:

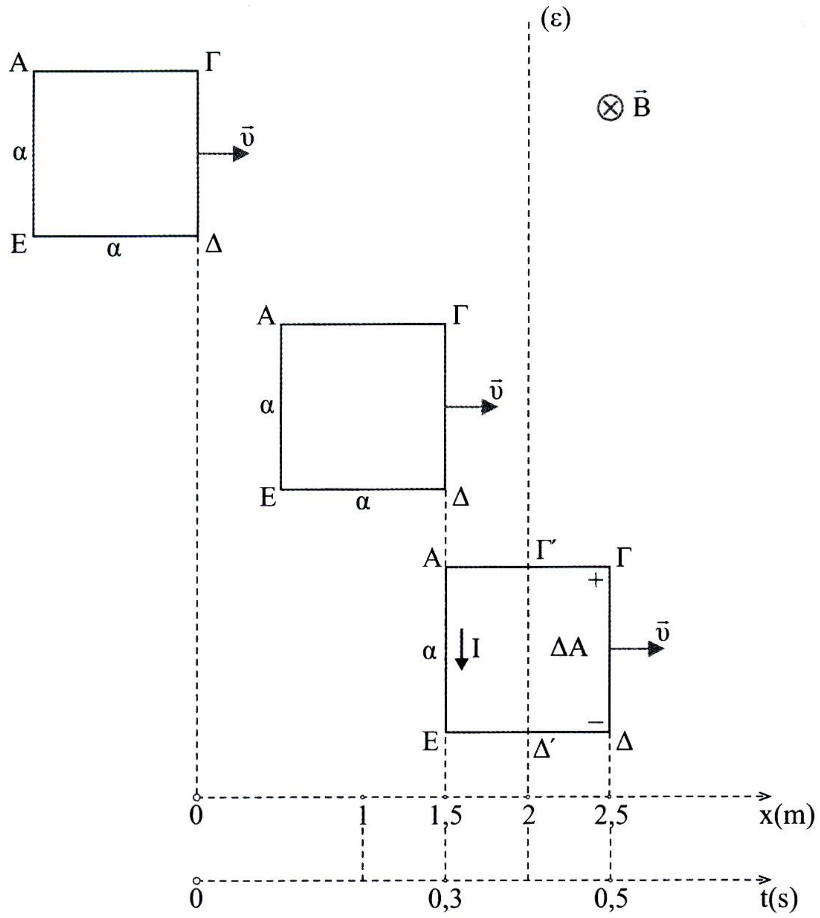
$$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N = \frac{|\Delta B|\cdot A}{\Delta t}N = 0{,}2\cdot 20\cdot 10^{-4}\cdot 10^{3}\ \text{V}$$

ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 0{,}4\ V}$.

Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα. Έχουμε: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{2R}$ ή $\mathbf{I = 0{,}4\ A}$.

Το μέτρο του διανύσματος $\vec{B}_Z$ είναι: $B_Z = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$ ή $\mathbf{B_Z = 8\cdot 10^{-6}\ T}$.

32. α.



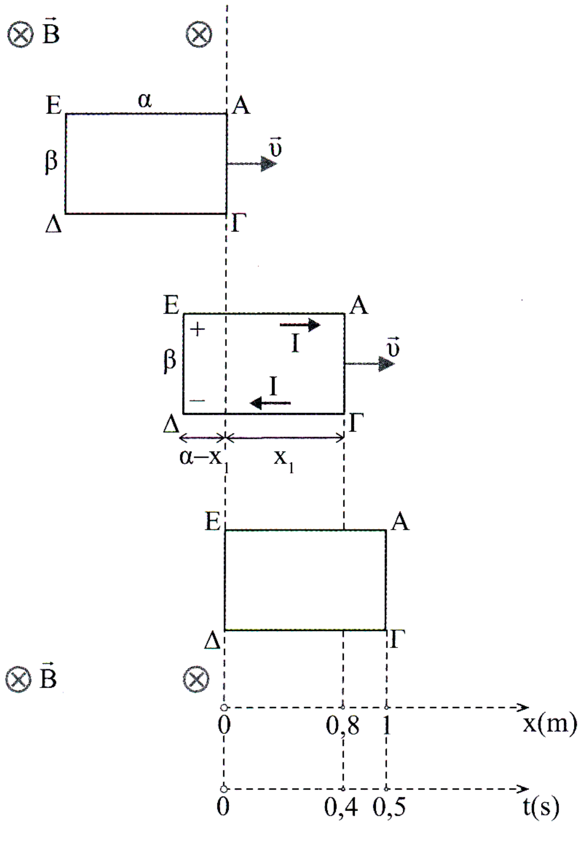
i. Η πλευρά ΓΔ του πλαισίου τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,3\ s$ βρίσκεται στη θέση $x_1 = \upsilon t_1 = 1,5\ m$ και δεν έχει εισέλθει στο μαγνητικό πεδίο.
Επομένως, αυτή τη χρονική στιγμή η πλευρά ΓΔ **δεν δέχεται δύναμη Laplace**.

ii. Τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,5\ s$, η πλευρά ΓΔ του πλαισίου βρίσκεται στη θέση $x_2 = \upsilon t_2 = 2,5\ m$, έχει εισέλθει στο μαγνητικό πεδίο και δέχεται δύναμη Laplace:

$$F = BI\alpha = B\frac{E_{ΕΠ}}{R}\alpha = B\frac{B\upsilon\alpha}{R}\alpha \quad ή \quad \mathbf{F = 2,5\ N}.$$

β. Η ζητούμενη μαγνητική ροή είναι: $\Phi = B\cdot\Delta A = B\cdot(ΓΓ')\alpha = 2\cdot(2,5-2)\cdot 1\ Wb$ ή $\mathbf{\Phi = 1\ Wb}$.

33. α.



Η ζητούμενη μεταβολή είναι:

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_0 = B(\alpha - x_1)\beta - B\alpha\beta = B\beta(\alpha - x_1 - \alpha) = -B\beta x_1 = -B\beta\upsilon t_1$$

ή **$\Delta\Phi = -0,2\ Wb$**.

β. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο κατά τη διάρκεια της εξόδου του από το πεδίο είναι:

$$E_{ΕΠ} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_0}{t_2 - t_0} = -\frac{0 - B\alpha\beta}{t_2 - 0} = \frac{B\alpha\beta}{t_2} = \frac{B\alpha\beta}{\alpha/\upsilon} \quad ή \quad E_{ΕΠ} = 0,5\ V.$$

Η ωμική αντίσταση του πλαισίου είναι: $R = R^{*}(2\alpha + 2\beta)$ ή $R = 0{,}5\ \Omega$.

Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το πλαίσιο κατά τη διάρκεια της εξόδου του από το μαγνητικό πεδίο έχει ένταση: $I = \dfrac{E_{ΕΠ}}{R}$ ή $I = 1$ A.

Η ζητούμενη θερμότητα είναι:

$$Q_J = I^2 R \Delta t = I^2 R\left(t_2 - t_0\right) = I^2 R \frac{\alpha}{\upsilon} \quad ή \quad \mathbf{Q_J = 0{,}25\ J}.$$

Λύσεις των προβλημάτων

34. Α. Η αντίσταση μιας σπείρας του πλαισίου είναι: $R = R^{*}(4\alpha)$ ή $R = 0{,}2\ \Omega$.

Η αντίσταση του πλαισίου είναι: $R_{ολ} = RN$ ή $R_{ολ} = 2\ \Omega$.

Στο χρονικό διάστημα $0 \le t \le 1$ s έχουμε:

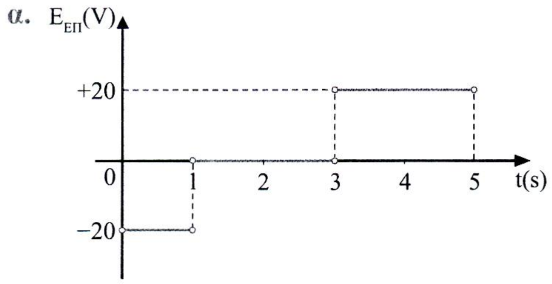
$$E_{ΕΠ} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N \ \ ή \ \ E_{ΕΠ} = -20\ V, \quad I = \frac{E_{ΕΠ}}{R_{ολ}} \ \ ή \ \ I = -10\ A, \quad P = I^2 \cdot R_{ολ} \ \ ή \ \ P = 200\ W.$$

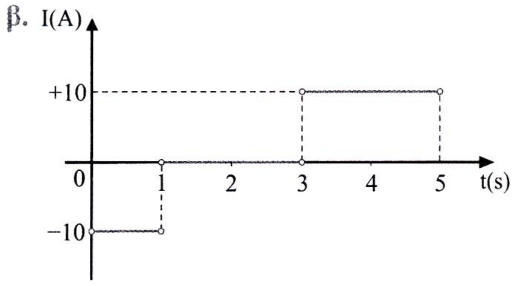
Στο χρονικό διάστημα $1\ s \le t \le 3$ s έχουμε: $E_{ΕΠ} = 0$, $I = 0$, $P = 0$.

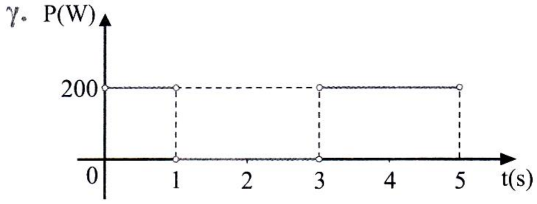
Στο χρονικό διάστημα $3\ s \le t \le 5$ s έχουμε:

$$E_{ΕΠ} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N \ \ ή \ \ E_{ΕΠ} = +20\ V, \quad I = \frac{E_{ΕΠ}}{R_{ολ}} \ \ ή \ \ I = +10\ A, \quad P = I^2 \cdot R_{ολ} \ \ ή \ \ P = 200\ W.$$

Οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις (ερωτήματα **α**, **β** και **γ**) απεικονίζονται στα ακόλουθα σχήματα.







Β. Το ζητούμενο φορτίο υπολογίζεται από τη σχέση:

$\Delta q = -\frac{\Delta\Phi}{R}N = -\frac{-2\ \text{Wb} - 0}{2\ \Omega}\cdot 10$ ή $\mathbf{\Delta q = +10\ C}$.

Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε το φορτίο και από το διάγραμμα $\mathbf{I = f(t)}$ **προσδιορίζοντας το εμβαδόν της περιοχής που σχηματίζεται από τη γραφική παράσταση και τον άξονα των χρόνων**.

Γ. Το ζητούμενο ποσό θερμότητας υπολογίζεται από τον γενικό τύπο: $Q_J = I^2 R_{ολ}\Delta t$.

Έχουμε: $Q_J = (-10\ \text{A})^2\cdot(2\ \Omega)\cdot(1\ \text{s} - 0) + 0 + (+10\ \text{A})^2\cdot(2\ \Omega)\cdot(5\ \text{s} - 3\ \text{s})$ ή $\mathbf{Q_J = 600\ J}$.

Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε τη θερμότητα και από το διάγραμμα $\mathbf{P = f(t)}$ **προσδιορίζοντας το εμβαδόν της περιοχής που σχηματίζεται από τη γραφική παράσταση και τον άξονα των χρόνων**.

35. α. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στο ρευματοφόρο σωληνοειδές στο κέντρο του τελευταίου, άρα και στο κέντρο του κυκλικού αγωγού δίνεται από τη σχέση: $B = \mu_o I n$.

Ο ζητούμενος ρυθμός, λαμβάνοντας υπόψη την προηγούμενη σχέση, είναι:

$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \mu_o \frac{\Delta I}{\Delta t} n = 10^{-7}\cdot 4\pi\cdot 50\cdot 10^3\ \text{T/s}$ ή $\mathbf{\frac{\Delta B}{\Delta t} = 2\pi\cdot 10^{-2}\ T/s}$.

β. Από τον κανόνα του Lenz προκύπτει ότι το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό έχει φορά όμοια με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στον κυκλικό αγωγό έχει μέτρο:

$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N = \frac{|\Delta B|\cdot\pi\cdot(\delta/2)^2}{\Delta t}N$ ή $E_{ΕΠ} = 4\cdot 10^{-4}\ \text{V}$.

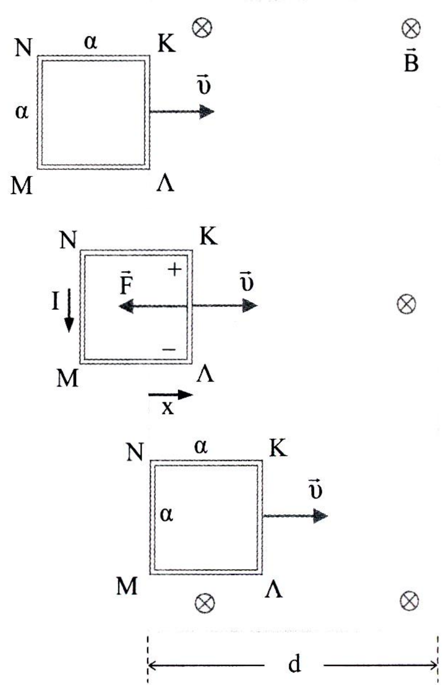
Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό έχει απόλυτη τιμή:

$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R_\alpha}$ ή $\mathbf{I = 4\cdot 10^{-4}\ A}$.

γ. Το μέτρο της έντασης του επαγόμενου μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού υπολογίζεται από τη σχέση: $B_{ΕΠ} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{\delta_\alpha/2}N$ ή $\mathbf{B_{ΕΠ} = 8\pi\cdot 10^{-8}\ T}$.

δ. Ο ζητούμενος ρυθμός είναι: $\frac{dQ_J}{dt} = I^2 R_\alpha$ ή $\mathbf{\frac{dQ_J}{dt} = 16\cdot 10^{-8}\ J/s}$.

36. Α. 1η φάση: Φάση εισόδου του πλαισίου στο ομογενές μαγνητικό πεδίο



Θεωρώντας ότι η πλευρά ΚΛ του πλαισίου εισέρχεται στο πεδίο τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ από τη θέση $x = 0$, κατά τη φάση αυτή ισχύουν οι ανισώσεις:

$0 \le x < \alpha$ ή $0 \le x < 0,2\ \text{m}$ και $0 \le t < \dfrac{\alpha}{\upsilon}$

ή $0 \le t < 0,2\ \text{s}$.

Σύμφωνα με το διπλανό σχήμα, η χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου είναι:

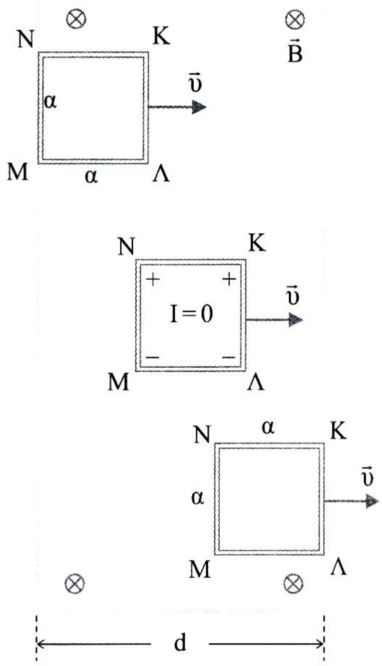
$\Phi = BA = B\alpha x = B\alpha\upsilon t$ ή $\mathbf{\Phi = 0,4t}$ (S.I.).

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο είναι σταθερή και υπολογίζεται με τη βοήθεια του νόμου της επαγωγής. Δηλαδή είναι:

$E_{ΕΠ} = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = -0,4\ V}$.

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι: $I = \dfrac{E_{ΕΠ}}{R}$ ή $\mathbf{I = -0,1\ A}$. Η δύναμη Laplace που ασκείται στο πλαίσιο, συγκεκριμένα στην πλευρά ΚΛ, είναι: $F = BI\alpha$ ή $\mathbf{F = -0,04\ N}$.

2η φάση: Φάση παραμονής του πλαισίου στο ομογενές μαγνητικό πεδίο



Κατά τη φάση αυτή ισχύουν οι ανισώσεις:

$\alpha \le x < d$ ή $0,2\ \text{m} \le x < 0,8\ \text{m}$ και

$\dfrac{\alpha}{\upsilon} \le t < \dfrac{d}{\upsilon}$ ή $0,2\ \text{s} \le t < 0,8\ \text{s}$.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου είναι σταθερή:

$\Phi = B\alpha^2$ ή $\mathbf{\Phi = 0,08\ Wb}$.

Επειδή δεν μεταβάλλεται η ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στο πλαίσιο ισούται με μηδέν: $E_{ΕΠ} = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ή $\mathbf{E_{ΕΠ} = 0}$.

Η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι: $I = \dfrac{E_{ΕΠ}}{R}$ ή $\mathbf{I = 0}$.

Η δύναμη Laplace που ασκείται στο πλαίσιο είναι: $\mathbf{F = 0}$.

3η φάση: Φάση εξόδου του πλαισίου από το ομογενές μαγνητικό πεδίο

Κατά τη φάση αυτή ισχύουν οι ανισώσεις:

$$d \le x \le d+\alpha \quad ή \quad 0{,}8\ m \le x \le 1\ m \quad και \quad \frac{d}{\upsilon} \le t \le \frac{d+\alpha}{\upsilon} \quad ή \quad 0{,}8\ s \le t \le 1\ s.$$

Σύμφωνα με το ακόλουθο σχήμα, η χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου είναι:

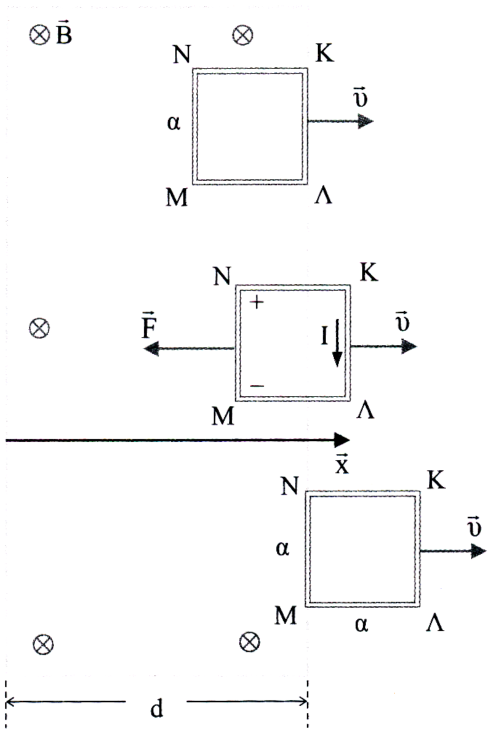
$$\Phi = B\alpha[\alpha-(x-d)] = B\alpha(\alpha+d) - B\alpha\upsilon t \quad ή \quad \mathbf{\Phi = 0{,}4 - 0{,}4t} \ \text{(S.I.)}.$$

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο είναι σταθερή και υπολογίζεται με τη βοήθεια του νόμου της επαγωγής. Δηλαδή είναι:

$$E_{ΕΠ} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad ή \quad \mathbf{E_{ΕΠ} = +0{,}4\ V}.$$

Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι: $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R}$ ή $I = +0{,}1$ A.

Η δύναμη Laplace που ασκείται στο πλαίσιο, συγκεκριμένα στην πλευρά του ΜΝ, είναι: $F = -BI\alpha$ ή $\mathbf{F = -0{,}04\ N}$.



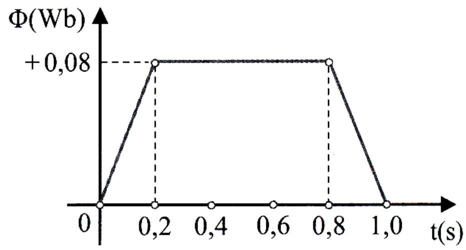
Β. Οι εξισώσεις της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου, της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται σε αυτό, του επαγωγικού ρεύματος που το διαρρέει, της δύναμης Laplace που ασκείται στο πλαίσιο και τα διαγράμματα των παραπάνω μεγεθών σε συνάρτηση με τον χρόνο, για τις τρεις φάσεις διέλευσης του πλαισίου από το πεδίο αποδίδονται στη συνέχεια.

Μαγνητική ροή

$\Phi = 0,4t$ (S.I.), όταν $0 \le t < 0,2$ s.

$\Phi = 0,08$ Wb, όταν $0,2\ s \le t < 0,8$ s.

$\Phi = 0,4 - 0,4t$ (S.I.), όταν $0,8\ s \le t \le 1$ s.

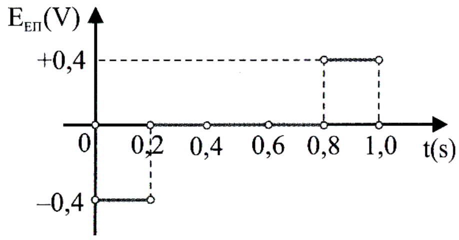


Ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή

$E_{ΕΠ} = -0,4$ V, όταν $0 \le t < 0,2$ s.

$E_{ΕΠ} = 0$, όταν $0,2\ s \le t < 0,8$ s.

$E_{ΕΠ} = +0,4$ V, όταν $0,8\ s \le t \le 1$ s.

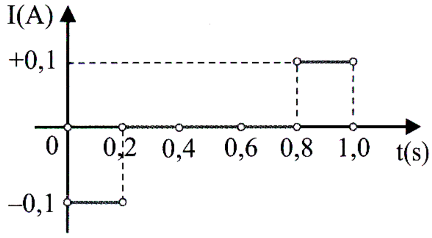


Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος

$I = -0,1$ A, όταν $0 \le t < 0,2$ s.

$I = 0$, όταν $0,2\ s \le t < 0,8$ s.

$I = +0,1$ A, όταν $0,8\ s \le t \le 1$ s.



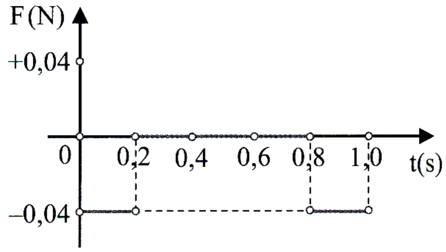
155

Μέτρο δύναμης Laplace

$F = -0,04$ N, όταν $0 \le t < 0,2$ s.

$F = 0$, όταν $0,2\ s \le t < 0,8$ s.

$F = -0,04$ N, όταν $0,8\ s \le t \le 1$ s.



Γ. ***α.*** Η διαφορά δυναμικού $V_{ΚΛ}$ στα άκρα της πλευράς ΚΛ του πλαισίου κατά τη διάρκεια εισόδου του στο πεδίο υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος. Έχουμε: $V_{ΚΛ} = |I|(R_{ΚΝ} + R_{ΝΜ} + R_{ΜΛ})$ ή $\mathbf{V_{ΚΛ} = 0,3\ V}$.

β. Το έργο της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}'$ που ασκείται στο πλαίσιο:

Κατά τη διάρκεια εισόδου του πλαισίου στο ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι:

$W_1 = F'α συν180^o = -Fα$ ή $W_1 = 0,008$ J.

Κατά τη διάρκεια παραμονής του πλαισίου στο ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι: $W_2 = 0$.

Κατά τη διάρκεια εξόδου του πλαισίου από το ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι:

$W_3 = F'α συν180^o = -Fα$ ή $W_3 = 0,008$ J.

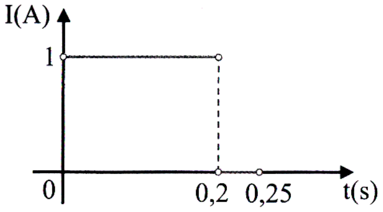
Το συνολικό έργο της εξωτερικής δύναμης είναι: $W_{ολ} = W_1 + W_2 + W_3$ ή $\mathbf{W_{ολ} = 0,016\ J}$.

37. α. Το πλαίσιο εισέρχεται πλήρως στο μαγνητικό πεδίο τη χρονική στιγμή: $t' = \dfrac{\beta}{\upsilon}$ ή $t' = 0,2$ s.

Εφόσον $t_1 < t'$, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή εμφανίζεται μόνο στην πλευρά ΛΜ του πλαισίου η οποία βρίσκεται εντός μαγνητικού πεδίου και κινείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

Επομένως έχουμε: $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = E_{ΕΠ(ΛΜ)} = B\upsilon\alpha$ ή $\boldsymbol{\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 5}$ **Wb/s**.

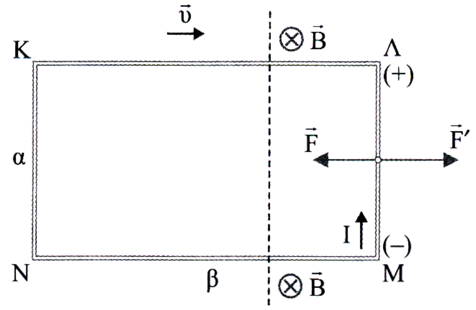
β. Για $0 \le t < t'$ έχουμε: $I = \dfrac{E_{ΕΠ(ΛΜ)}}{R}$ ή $I = 1$ A.



Για $t' < t < t_2$ δεν επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πλαίσιο, εφόσον δεν μεταβάλλεται η ροή που διέρχεται από αυτό. Έτσι προκύπτει: $I' = \dfrac{E_{ΕΠ}}{R}$ ή $I' = 0$.

Το ζητούμενο διάγραμμα απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

γ. Εφόσον το πλαίσιο κινείται με σταθερή ταχύτητα ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F' - F = 0$ ή $F' = BI\alpha$ ή $F' = 1$ N.



Το ζητούμενο έργο είναι:

$W_{F'} = F' \cdot \beta$ ή $\boldsymbol{W_{F'} = 1}$ **J**.

δ. Το ζητούμενο ποσό θερμότητας είναι:

$Q_J = I^2 R t'$ ή $\boldsymbol{Q_J = 1}$ **J**.

Παρατηρούμε ότι η ενέργεια που προσφέρεται στο κύκλωμα μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}'$ μετατρέπεται σε θερμότητα Joule και εκλύεται από το πλαίσιο προς το περιβάλλον. **Επιβεβαιώνεται, έτσι, η αρχή διατήρησης της ενέργειας**.

38. α. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας κατά τη διάρκεια εξόδου του πλαισίου από το μαγνητικό πεδίο. Έχουμε:

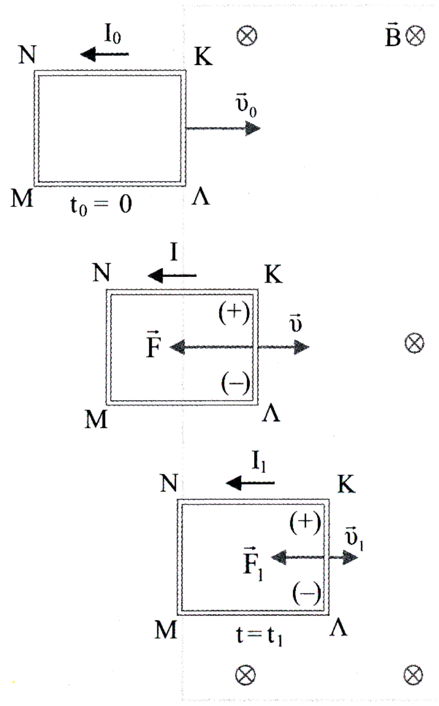
$K_{αρχ} = K_{τελ} + Q$ ή $\dfrac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2 + Q$ ή $Q = \dfrac{1}{2}m(\upsilon_0^2 - \upsilon^2)$ ή $\mathbf{Q = 11}$ **J**.

β. Ο λόγος των μέτρων F_0/F των μαγνητικών δυνάμεων Laplace είναι:

$$\frac{F_0}{F} = \frac{BI_0\alpha}{BI\alpha} = \frac{I_0}{I} = \frac{(B\upsilon_0\alpha)/R}{(B\upsilon\alpha)/R} = \frac{\upsilon_0}{\upsilon} \quad ή \quad \frac{F_0}{F} = \frac{8}{3}.$$

γ. Για το επαγωγικό φορτίο έχουμε: $\Delta q = \dfrac{|\Delta\Phi|}{R} = \dfrac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{R} = \dfrac{|0 - B\alpha^2|}{R} = \dfrac{B\alpha^2}{R}$ ή $\mathbf{\Delta q = 2}$ **C**.

39. Α. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και έπειτα αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στην πλευρά ΚΛ του πλαισίου, με αποτέλεσμα το πλαίσιο να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα.



Έτσι, το μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη Laplace στο πλαίσιο, η οποία αντιτίθεται στην κίνηση του πλαισίου, με συνέπεια να το επιβραδύνει. Επειδή η ταχύτητα του πλαισίου ελαττώνεται, ελαττώνεται και η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στην πλευρά ΚΛ του πλαισίου [$E_{ΕΠ} = Β\upsilon(ΚΛ)$], οπότε ελαττώνεται και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα ($I = E_{ΕΠ}/R$), με αποτέλεσμα να ελαττώνεται και το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στο πλαίσιο [$F = BI(ΚΛ)$]. Για τον λόγο αυτόν, η επιβράδυνση του πλαισίου ελαττώνεται ($\alpha = ΣF/m = F/m$).

Επομένως, **η κίνηση του πλαισίου είναι ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη, με επιβράδυνση η οποία διαρκώς ελαττώνεται**.

Β. *α.* Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας κατά τη φάση εισόδου του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο έχουμε: $K_{αρχ} = K_{τελ} + Q_J$ ή $\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + Q_J$

ή $\upsilon_0^2 = \upsilon_1^2 + \frac{2Q_J}{m}$ ή $\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 - \frac{2Q_J}{m}}$ ή $\boldsymbol{\upsilon_1 = 4}$ **m/s**.

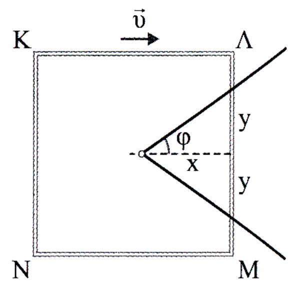
β. Έστω R η ωμική αντίσταση του πλαισίου. Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα τις χρονικές στιγμές $t = t_0$ και $t = t_1$ αντίστοιχα έχουμε:

$I_0 = \frac{E_{ΕΠ.0}}{R}$ ή $I_0 = \frac{B\upsilon_0(ΚΛ)}{R}$ (1) και $I_1 = \frac{E_{ΕΠ.1}}{R}$ ή $I_1 = \frac{B\upsilon_1(ΚΛ)}{R}$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει:

$\frac{I_0}{I_1} = \frac{\upsilon_0}{\upsilon_1}$ ή $I_1 = I_0\frac{\upsilon_1}{\upsilon_0}$ ή $\boldsymbol{I_1 = 0{,}2}$ **Α**.

40. *α.* Η πλευρά ΚΝ του πλαισίου φθάνει στην κορυφή του πεδίου τη χρονική στιγμή: $t' = \frac{\alpha}{\upsilon}$ ή $t' = 1\ s = t_1$.



Μια τυχαία χρονική στιγμή t, με $0 \le t < t_1$, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο είναι:

$\Phi = B \cdot A$ ή $\Phi = B \cdot 2 \cdot \frac{x \cdot y}{2}$ ή $\Phi = Bxy$ (1).

Ισχύει η σχέση: $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{y}{x}$ ή $y = x \cdot \varepsilon\varphi\varphi$ ή $y = \dfrac{x}{2}$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$\Phi = B \cdot \dfrac{x^2}{2}$ ή $\Phi = B \cdot \dfrac{(\upsilon t)^2}{2}$ ή $\Phi = \dfrac{B\upsilon^2}{2} t^2$ ή $\boldsymbol{\Phi = 2t^2}$ (S.I.).

β. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στο πλαίσιο είναι:
$E_{ΕΠ} = B\upsilon \cdot (2y)$ ή, μέσω της σχέσης (2), $E_{ΕΠ} = B\upsilon x$ ή $E_{ΕΠ} = B\upsilon(\upsilon t)$
ή $E_{ΕΠ} = B\upsilon^2 t$ ή $\boldsymbol{E_{ΕΠ} = 4t}$ (S.I.).

γ. Τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,5$ s η ένταση του επαγωγικού ρεύματος είναι:

$I_2 = \dfrac{E_{ΕΠ.2}}{R}$ ή $I_2 = \dfrac{4t_2}{R}$ ή $I_2 = 1$ A.

Η ζητούμενη ισχύς είναι: $P_2 = I_2^2 R$ ή $\boldsymbol{P_2 = 2}$ **W**.

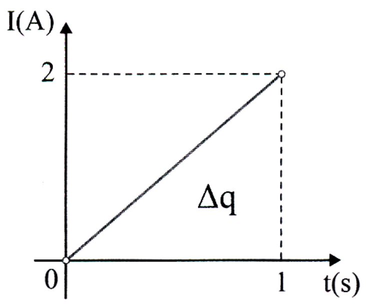
δ. Η χρονική εξίσωση της έντασης του επαγωγικού ρεύματος είναι:

$I = \dfrac{E_{ΕΠ}}{R}$ ή $I = \dfrac{4t}{R}$ ή $I = 2t$ (S.I.).

Από τη γραφική παράσταση I - t, υπολογίζοντας το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν προκύπτει το ζητούμενο φορτίο. Έχουμε:

$\Delta q = E$ (αριθμητικά) ή $\Delta q = \dfrac{2 \cdot 1}{2}$ C ή $\boldsymbol{\Delta q = 1}$ **C**.

Το ζητούμενο φορτίο θα μπορούσε να προκύψει και από τη σχέση: $\Delta q = \dfrac{|\Delta\Phi|}{R}$.



41. α. Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για την κίνηση του πλαισίου έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $mg - F = m\alpha$ ή $mg - BId = m\alpha$ ή $mg - B\dfrac{E_{ΕΠ}}{R_{\pi\lambda.}} d = m\alpha$

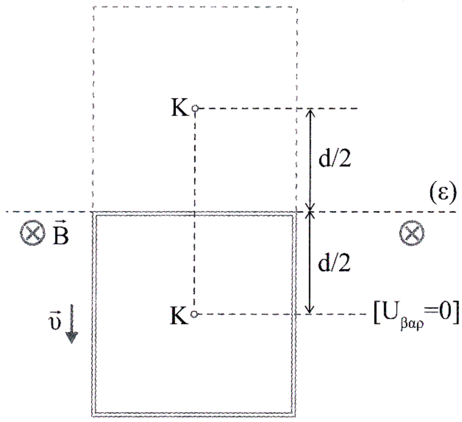
ή $mg - \dfrac{B^2 d^2}{R^* \cdot 4d}\upsilon = m\alpha$ ή $\alpha = g - \dfrac{B^2 d}{4R^* m}\upsilon$ ή $\boldsymbol{\alpha = 10 - 5\upsilon}$ (S.I.) (1).

β. Το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στο πλαίσιο κατά τη φάση εισόδου του στο μαγνητικό πεδίο είναι: $F = BId$ ή $F = \dfrac{B^2 d^2}{4R^* d}\upsilon$ ή $F = \dfrac{B^2 d}{4R^*}\upsilon$.

Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της δύναμης Laplace είναι:

$\dfrac{dF}{dt} = \dfrac{B^2 d}{4R^*} \cdot \dfrac{d\upsilon}{dt}$ ή $\dfrac{dF}{dt} = \dfrac{B^2 d}{4R^*}\alpha$ ή $\left(\dfrac{dF}{dt}\right)_{max} = \dfrac{B^2 d}{4R^*} \cdot g$ ή $\boldsymbol{\left(\dfrac{dF}{dt}\right)_{max} = 5}$ **N/s**.

γ. Τη χρονική στιγμή στην οποία ολοκληρώνεται η φάση εισόδου του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο, σύμφωνα με την εκφώνηση, είναι: $\alpha = 0$ ή $10 - 5\upsilon = 0$ ή **$\upsilon = 2$ m/s**.

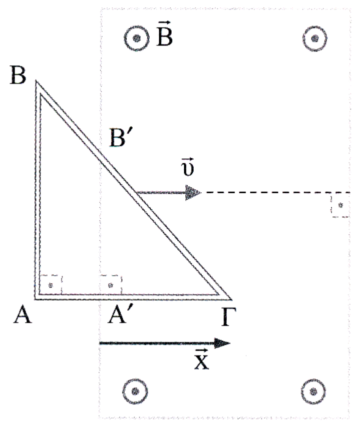


Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. για τη φάση εισόδου του πλαισίου στο πεδίο έχουμε:

$$mgd = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + Q_J \quad ή \quad Q_J = m\left(gd - \frac{\upsilon^2}{2}\right) \quad ή \quad Q_J = 0,3 \text{ J}.$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι: $\pi\% = \frac{Q_J}{mgd}\cdot 100\%$ ή **$\pi\% = 60\%$**.

42. α. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται το τριγωνικό πλαίσιο ΑΒΓ μια τυχαία χρονική στιγμή t κατά τη διάρκεια της φάσης εισόδου του στο μαγνητικό πεδίο, η οποία αρχίζει τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και ολοκληρώνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = (\mathrm{A\Gamma})/\upsilon = 1$ s.



Η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου τη χρονική στιγμή t είναι:

$$\Phi = B A \sigma\upsilon\nu 0^\circ \quad ή \quad \Phi = B\frac{1}{2}x(\mathrm{A'B'}) \quad (1).$$

Τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α′Β′Γ είναι όμοια, οπότε ισχύει η σχέση: $\frac{x}{(\mathrm{A\Gamma})} = \frac{(\mathrm{A'B'})}{(\mathrm{AB})}$ ή $(\mathrm{A'B'}) = \frac{(\mathrm{AB})}{(\mathrm{A\Gamma})}x$ (2).

Η σχέση (1) λόγω της σχέσης (2) γράφεται:

$$\Phi = B\frac{1}{2}x\frac{(\mathrm{AB})}{(\mathrm{A\Gamma})}x = \frac{1}{2}B\frac{(\mathrm{AB})}{(\mathrm{A\Gamma})}x^2 = \frac{1}{2}B\frac{(\mathrm{AB})}{(\mathrm{A\Gamma})}(\upsilon t)^2 \quad ή \quad \mathbf{\Phi = 0,06\ t^2} \text{ (S.I.)}.$$

β. Η ωμική αντίσταση του τριγωνικού πλαισίου είναι:

$$R = R^*\left[(\mathrm{AB}) + (\mathrm{B\Gamma}) + (\mathrm{\Gamma A})\right] = 0,2(0,4 + 0,5 + 0,3)\ \Omega \quad ή \quad R = 0,24\ \Omega.$$

Κατά τη φάση εισόδου του πλαισίου στο πεδίο, η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του πλαισίου μεταβάλλεται κατά: $\Delta\Phi = BA - 0 = B\frac{1}{2}(AB)(A\Gamma)$ ή $\Delta\Phi = 0{,}06\ \text{Wb}$.
Το ζητούμενο φορτίο είναι ανεξάρτητο από τον χρόνο που διαρκεί η φάση εισόδου του πλαισίου στο πεδίο και υπολογίζεται από τη σχέση: $\Delta q = \frac{|\Delta\Phi|}{R}$ ή $\mathbf{\Delta q = 0{,}25\ C}$.

Ενότητα 4η Στρεφόμενο πλαίσιο-Εναλλασσόμενη τάση-Εναλλασσόμενο ρεύμα-Ενεργός ένταση-Ενεργός τάση-Ο νόμος του Joule-Ισχύς εναλλασσόμενου ρεύματος

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. **β**	2. γ	3. **α**	4. γ	5. γ	6. **δ**	7. **β**	8 **β**	9. **α**	10. **δ**
11. **δ**	12. **α**	13. γ	14. **δ**	15. **β**	16. γ	17. **α**	18. γ	19. **δ**	

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

20	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Λ	21	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ
22	α. Λ	β. Λ	γ. Σ			23	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ

Γ. Θέματα πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

24. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Έστω $\vec{B}$ η ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που αναπτύσσεται στα άκρα του πρώτου πλαισίου δίνεται από τη σχέση:

$V = N\omega BA$ ή $V = N\omega B\alpha^2$ **(1)**.

Κατά τον μετασχηματισμό του πλαισίου δεν παρατηρείται μεταβολή του μήκους του σύρματος. Επομένως ισχύει: $\ell = \ell'$ ή $N(4\alpha) = N'(4\beta)$ ή $N\alpha = N'\beta$ **(2)**.

Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που εμφανίζεται στα άκρα του δεύτερου στρεφόμενου πλαισίου δίνεται από τη σχέση:

$V' = N'\omega BA' = N'\omega B\beta^2$ ή, μέσω της σχέσης (2), $V' = N\omega B\alpha\beta$ **(3)**.

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (3), προκύπτει: $\mathbf{\dfrac{V}{V'} = \dfrac{\alpha}{\beta}}$.

25. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Τη χρονική στιγμή στην οποία η φάση του ρεύματος είναι (7π/6) rad, η ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος έχει τιμή: $i = 10\eta\mu\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)\,A = 10\eta\mu\left(\pi + \dfrac{\pi}{6}\right)\,A = 10\left(-\dfrac{1}{2}\right)\,A$ ή $i = -5$ A.

Η ζητούμενη τάση υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm. Έχουμε:

$$i = \frac{\upsilon}{R} \quad ή \quad \upsilon = iR \quad ή \quad \boldsymbol{\upsilon = -50\ V}.$$

26. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Η μορφή της εφαρμοζόμενης εναλλασσόμενης τάσης στα άκρα του αντιστάτη είναι: $\upsilon = 60ημ(ωt)$ (S.I.). Για $ωt = φ_Z = (5π/3)$ rad η προηγούμενη σχέση δίνει:

$$\upsilon_Z = 60ημ\left(\frac{5π}{3}\right) V = 60ημ\left(2π - \frac{π}{3}\right) V = -60ημ\frac{π}{3}\ V \quad ή \quad \boldsymbol{\upsilon_Z = -30\sqrt{3}\ V}.$$

27. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Αντικαθιστώντας στη δοθείσα εξίσωση όπου $t = t_1$ και $i = I_{εν} = \frac{I}{\sqrt{2}}$ προκύπτει:

$$\frac{I}{\sqrt{2}} = Iημ(ωt_1) \quad ή \quad ημ(ωt_1) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ή \quad ημ(ωt_1) = ημ\frac{π}{4}$$

$$ή \quad \begin{Bmatrix} ωt_1 = 2κπ + \frac{π}{4}, \quad κ \in \mathbb{Z} \quad ή \\ ωt_1 = 2κπ + \frac{3π}{4} \end{Bmatrix} \quad ή \quad \begin{Bmatrix} \frac{2π}{T}t_1 = 2κπ + \frac{π}{4}, \quad κ \in \mathbb{Z} \quad ή \\ \frac{2π}{T}t_1 = 2κπ + \frac{3π}{4} \end{Bmatrix} \quad ή \quad \begin{Bmatrix} t_1 = κT + \frac{T}{8} \quad ή \\ t_1 = κT + \frac{3T}{8} \end{Bmatrix}$$

162

Εφόσον τη χρονική στιγμή t_1 ($t_1 > 0$) η στιγμιαία τιμή της έντασης i γίνεται ίση με την ενεργό τιμή του ρεύματος για πρώτη φορά, για κ = 0 από την πρώτη οικογένεια λύσεων προκύπτει: $t_1 = \frac{T}{8}$ ή $\boldsymbol{T = 8t_1}$.

28. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Εφόσον τη χρονική στιγμή t_1 η εναλλασσόμενη τάση στο πλαίσιο (1) γίνεται μέγιστη για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή t_0, ισχύει: $t_1 = \frac{T_1}{4}$ **(1)**, όπου T_1 η περίοδος της εναλλασσόμενης τάσης στο πλαίσιο (1).

Αντίστοιχα, εφόσον τη χρονική στιγμή t_1 η εναλλασσόμενη τάση στο πλαίσιο (2) μηδενίζεται για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή t_0, ισχύει: $t_1 = \frac{T_2}{2}$ **(2)**, όπου T_2 η περίοδος της εναλλασσόμενης τάσης στο πλαίσιο (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\frac{T_1}{4} = \frac{T_2}{2}$ ή $T_1 = 2T_2$ ή $\frac{2π}{ω_1} = 2 \cdot \frac{2π}{ω_2}$ ή $ω_2 = 2ω_1$ **(3)**.

Για τα πλάτη V_1 και V_2 των εναλλασσόμενων τάσεων στα πλαίσια (1) και (2) αντίστοιχα ισχύει: $V_1 = NBω_1A$ **(4)** και $V_2 = NBω_2A$ ή, μέσω της σχέσης (3), $V_2 = 2NBω_1A$ **(5)**.

Από τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει: $V_2 = 2V_1$ **(6)**.

Εφόσον τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο (2) είναι μηδενική και αυτό αρχίζει να στρέφεται ομόρροπα με το πλαίσιο (1), η χρονική εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης που αναπτύσσεται στο πλαίσιο (2) είναι:

$\upsilon_2 = V_2 \eta\mu(\omega_2 t)$ ή, λόγω των σχέσεων (3) και (6), $\boldsymbol{\upsilon_2 = 2V_1 \eta\mu(2\omega_1 t)}$.

29. Α. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Όπως είδαμε στη μεθοδολογία, η περίοδος της στιγμιαίας ισχύος είναι η μισή της περιόδου της εναλλασσόμενης τάσης. Δηλαδή ισχύει: $T_{(p)} = \dfrac{T}{2}$ ή $T = 2T_{(p)}$. Από το δοθέν διάγραμμα πληροφορούμαστε ότι είναι $T_{(p)} = 1 \cdot 10^{-2}$ s, επομένως η περίοδος της εναλλασσόμενης τάσης θα είναι $T = 2 \cdot 10^{-2}$ s και η ζητούμενη συχνότητα είναι: $f = \dfrac{1}{T}$ ή **f = 50 Hz**.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Η χρονική εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος είναι:

$$p = \upsilon i = V\eta\mu(\omega t) I\eta\mu(\omega t) = VI\eta\mu^2(\omega t) = \left(V_{\varepsilon\nu}\sqrt{2}\right)\left(I_{\varepsilon\nu}\sqrt{2}\right)\eta\mu^2(\omega t)$$

ή $p = 2V_{\varepsilon\nu} I_{\varepsilon\nu} \eta\mu^2(\omega t)$ ή $p = 2P\eta\mu^2(\omega t)$.

Από την προηγούμενη εξίσωση προκύπτει ότι η μέγιστη τιμή της στιγμιαίας ισχύος είναι: $p_{max} = 2P$ ή, σύμφωνα με το διάγραμμα, $100\ W = 2P$ ή **P = 50 W**.

30. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Έστω R η αντίσταση του αντιστάτη. Όταν ο αντιστάτης διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα, καταναλώνει ενέργεια: $W = I_{\varepsilon\nu}^2 R\Delta t = \left(\dfrac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R\Delta t$ ή $W = \dfrac{I^2 R\Delta t}{2}$ **(1)**.

Όταν ο αντιστάτης διαρρέεται από συνεχές ρεύμα σταθερής έντασης I, καταναλώνει ενέργεια: $W = I^2 R\Delta t'$ **(2)**.

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\dfrac{I^2 R\Delta t}{2} = I^2 R\Delta t'$ ή $\boldsymbol{\Delta t' = \dfrac{\Delta t}{2}}$.

31. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Η ισοδύναμη αντίσταση στα κυκλώματα των σχημάτων **α** και **β** είναι αντίστοιχα:

$R_\Sigma = R_1 + R_2$ και $R_\Pi = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

Για τη μέση ισχύ P_Σ ισχύει η σχέση: $P_\Sigma = \dfrac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R_\Sigma}$ ή $P_\Sigma = \dfrac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R_1 + R_2}$ **(1)**.

Για τη μέση ισχύ P_Π ισχύει η σχέση: $P_\Pi = \dfrac{V_{εν}^2}{R_\Pi}$ ή $P_\Pi = \dfrac{V_{εν}^2(R_1+R_2)}{R_1 \cdot R_2}$ **(2)**.

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{P_\Sigma}{P_\Pi} = \frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)^2} \quad ή \quad \frac{4}{25} = \frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)^2} \quad ή \quad 4R_1^2 + 4R_2^2 + 8R_1R_2 = 25R_1R_2$$

$$ή \quad 4R_2^2 - 17R_1R_2 + 4R_1^2 = 0 \quad ή \quad R_2 = \frac{17R_1 \pm \sqrt{(17R_1)^2 - 64R_1^2}}{8} = \frac{17R_1 \pm 15R_1}{8}$$

$$ή \quad \left\{\mathbf{R_2 = \frac{R_1}{4} \quad ή \quad R_2 = 4R_1}\right\}.$$

32. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Σε χρόνο Δt ο αντιστάτης αντίστασης R απελευθερώνει ποσό θερμότητας: $Q = \dfrac{V_{εν}^2}{R}\Delta t$ **(1)**.

Από τον νόμο της θερμιδομετρίας έχουμε: $Q = mc\Delta\theta$ **(2)**, όπου m η μάζα και c η ειδική θερμότητα του νερού. Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\dfrac{V_{εν}^2}{R}\Delta t = mc\Delta\theta$ **(3)**.

Ομοίως εργαζόμενοι και για τον αντιστάτη αντίστασης 2R, προκύπτει: $\dfrac{V_{εν}^2}{2R}\Delta t = mc\Delta\theta'$ **(4)**.

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4), παίρνουμε $\mathbf{\Delta\theta' = \dfrac{\Delta\theta}{2}}$.

33. Σωστή επιλογή είναι η **γ**.

Από το δοθέν διάγραμμα προκύπτει ότι η στιγμιαία τάση δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \begin{cases} +V, & 0 \le t \le T/2 \\ 0, & T/2 < t \le T \end{cases}.$$

Η θερμότητα που αναπτύσσεται στον αντιστάτη σε χρόνο μίας περιόδου ($\Delta t = T$) είναι:

$$Q_J = Q_{J(0\to T/2)} + Q_{J(T/2\to T)} = \frac{V^2}{R}\cdot\frac{T}{2} + 0 \quad ή \quad Q_J = \frac{V^2T}{2R} \quad \mathbf{(1)}.$$

Έστω $V_{εν}$ η ενεργός τιμή της τάσης. Από τον νόμο του Joule η θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη σε χρόνο μίας περιόδου ($\Delta t = T$) είναι: $Q_J = \dfrac{V_{εν}^2}{R}T$ **(2)**.

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\dfrac{V_{εν}^2}{R}T = \dfrac{V^2T}{2R}$ ή $\mathbf{V_{εν} = \dfrac{V}{\sqrt{2}}}$.

34. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Η καταναλισκόμενη ενέργεια στον αντιστάτη αντίστασης R δίνεται από τη σχέση:

$W_{συν} = I^2 R\Delta t$ ή, μέσω του νόμου του Ohm για κλειστό κύκλωμα,

$$W_{συν} = \left(\frac{E}{R}\right)^2 R\Delta t \quad ή \quad W_{συν} = \frac{E^2}{R}\Delta t \quad \textbf{(1)}.$$

Η καταναλισκόμενη ενέργεια στον αντιστάτη αντίστασης 4R είναι:

$$W_{εν} = I_{εν}^2 (4R)\Delta t = \left(\frac{V_{εν}}{4R}\right)^2 (4R)\Delta t = \frac{V_{εν}^2}{4R}\Delta t = \frac{\left(V/\sqrt{2}\right)^2}{4R}\Delta t \quad ή \quad W_{εν} = \frac{V^2}{8R}\Delta t \quad \textbf{(2)}.$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι:

$W_{συν} = W_{εν}$ ή, λόγω των σχέσεων (1) και (2), $\frac{E^2}{R}\Delta t = \frac{V^2}{8R}\Delta t$ ή $\mathbf{V = 2\sqrt{2}\,E}$.

Λύσεις των ασκήσεων

35. α. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου υπολογίζεται από τη σχέση: $V = N\omega BA = N\frac{2\pi}{T}B\alpha^2$ ή $V = 1600\ V$.

Η ενεργός τιμή της παραγόμενης εναλλασσόμενης τάσης είναι:

$$V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}} \quad ή \quad V_{εν} = \mathbf{800\sqrt{2}}\ \mathbf{V}.$$

β. Έστω Δt το ζητούμενο χρονικό διάστημα. Ισχύει η σχέση:

$$Q = \frac{V_{εν}^2}{R}\Delta t \quad ή \quad \Delta t = \frac{Q\cdot R}{V_{εν}^2} \quad ή \quad \mathbf{\Delta t = 0{,}25\ s}.$$

36. α. Η μέγιστη τιμή (πλάτος) που λαμβάνει η επαγόμενη τάση στα άκρα του πλαισίου δίνεται από τη σχέση: $V = N\omega BA = N\omega B\alpha^2$ ή $B = \frac{V}{N\omega\alpha^2}$ ή $\mathbf{B = 0{,}5\ T}$.

β. Η γενική μορφή της χρονικής εξίσωσης της μαγνητικής ροής που διέρχεται από μία σπείρα του πλαισίου είναι η: $\Phi = BA συν(\omega t) = B\alpha^2 συν(\omega t)$ ή $\Phi = 0{,}02 συν(125t)$ (S.I.).

Για t = (π/125) s η προηγούμενη εξίσωση δίνει $\mathbf{\Phi = -0{,}02\ Wb}$.

37. α. Από τη δοθείσα εξίσωση πληροφορούμαστε για το πλάτος και τη γωνιακή συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης. Έχουμε: V = 220 V και ω = 50π rad/s.

Η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης είναι: $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ή $\mathbf{f = 25\ Hz}$.

β. Από τον νόμο του Ohm για τα πλάτη των μεγεθών έχουμε: $I = \frac{V}{R}$ ή $\mathbf{I = 2\ A}$.

γ. Από τον νόμο του Joule έχουμε:

$$Q = I_{εν}^2 R\Delta t = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R(10T) = \frac{I^2}{2} R\left(10\frac{2\pi}{\omega}\right) = \frac{10\pi I^2 R}{\omega} \quad ή \quad \mathbf{Q = 88\ J}.$$

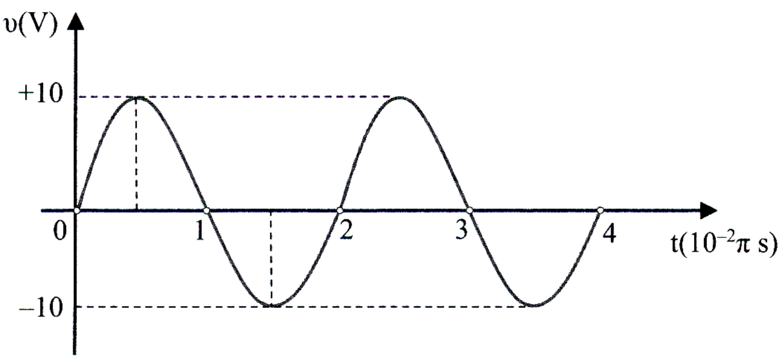
38. α. Από τη δοθείσα εξίσωση πληροφορούμαστε το πλάτος της έντασης και τη γωνιακή συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος. Έχουμε: $I = 0{,}5\ A$ και $\omega = 100\ rad/s$.
Η μέση ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P = I_{εν}^2 R = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R \quad ή \quad \mathbf{P = 2{,}5\ W}.$$

β. Η γενική μορφή της εξίσωσης $\upsilon = f(t)$ είναι:

$$\upsilon = V ημ(\omega t) = IR ημ(\omega t) \quad ή \quad \boldsymbol{\upsilon = 10 ημ(100t)} \ \text{(S.I.)}.$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διάγραμμα του ακόλουθου σχήματος.



γ. **Η ελάχιστη τιμή της στιγμιαίας ισχύος που καταναλώνει ο αντιστάτης ισούται με μηδέν**. Αυτό συμβαίνει, όταν η στιγμιαία τιμή της τάσης, κατ' επέκταση και της έντασης του ρεύματος, ισούται με μηδέν.

39. α. Από τον νόμο του Ohm για τις ενεργές τιμές προκύπτει ότι εάν διπλασιάσουμε την ενεργό τάση στα άκρα του αντιστάτη, θα διπλασιαστεί και η ενεργός ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος, δηλαδή θα γίνει $\mathbf{I'_{εν} = 6\ A}$.

β. Ισχύει η σχέση: $P' = I'^2_{εν} R$ ή $R = \frac{P'}{I'^2_{εν}} = \frac{72}{6^2}\ \Omega$ ή $\mathbf{R = 2\ \Omega}$.

γ. Η ζητούμενη ισχύς είναι: $p_{max} = I^2 R = \left(I_{εν}\sqrt{2}\right)^2 R$ ή $\mathbf{p_{max} = 36\ W}$.

166

40. *α.* Η κλίση της ευθείας φ = f(t) ισούται αριθμητικά με τη γωνιακή συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης. Δηλαδή είναι: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{200\pi - 0}{2-0}\ \frac{rad}{s}$ ή $\boldsymbol{\omega = 100\pi\ rad/s}$.

β. Η ηλεκτρική ισχύς που προσφέρεται στον αντιστάτη κάθε χρονική στιγμή είναι:

$$p = \upsilon i = V\eta\mu(\omega t) I\eta\mu(\omega t) = VI\eta\mu^2(\omega t) = \left(V_{\varepsilon\nu}\sqrt{2}\right)\left(I_{\varepsilon\nu}\sqrt{2}\right)\eta\mu^2(\omega t)$$

ή $p = 2V_{\varepsilon\nu}I_{\varepsilon\nu}\eta\mu^2(\omega t)$ ή $p = 2P\eta\mu^2(\omega t)$, όπου P = 100 J/s ο μέσος χρονικός ρυθμός με τον οποίο καταναλώνει ηλεκτρική ενέργεια ο αντιστάτης ή, αλλιώς, η μέση ισχύς του εναλλασσόμενου ρεύματος.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στην προηγούμενη σχέση προκύπτει:

$$p = 2\cdot 100\eta\mu^2\left(100\pi\cdot 25\cdot 10^{-3}\right)\ W \quad ή \quad \mathbf{p = 200\ W}.$$

41. *α.* Συγκρίνοντας τις δοθείσες εξισώσεις με αυτές που γνωρίζουμε από τη θεωρία προκύπτει:
V = 8 V, I = 0,1 A και ω = 5 rad/s.

Από τον νόμο του Ohm για τα πλάτη των μεγεθών έχουμε:

$$I = \frac{V}{R} \quad ή \quad R = \frac{V}{I} \quad ή \quad \mathbf{R = 80\ \Omega}.$$

β. Η μέση ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P = I_{\varepsilon\nu}^2 R = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R = \frac{I^2}{2}R \quad ή \quad \mathbf{P = 0{,}4\ W}.$$

γ. Τη χρονική στιγμή t = (π/15) s η τιμή της έντασης του ρεύματος είναι:

$$i = 0{,}1\eta\mu\left(5\frac{\pi}{15}\right)\ A \quad ή \quad i = 0{,}05\sqrt{3}\ A.$$

Η ζητούμενη ισχύς υπολογίζεται από τη σχέση: $p = i^2R$ ή $\mathbf{p = 0{,}6\ W}$.

42. *α.* Από το δοθέν διάγραμμα πληροφορούμαστε το πλάτος της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη και την περίοδο της εναλλασσόμενης τάσης. Έχουμε:
I = 1 A και T = 1 s. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης είναι: V = IR ή V = 8 V.

Η χρονική εξίσωση της τάσης στα άκρα του αντιστάτη είναι:

$$\upsilon = V\eta\mu(\omega t) = V\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad ή \quad \boldsymbol{\upsilon = 8\eta\mu(2\pi t)}\ \ (S.I.).$$

β. Θέτουμε στην προηγούμενη σχέση όπου $\upsilon = 4\sqrt{2}\ V$. Έχουμε:

$$4\sqrt{2} = 8\eta\mu(2\pi t) \quad ή \quad \eta\mu(2\pi t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ή \quad \eta\mu(2\pi t) = \eta\mu\frac{\pi}{4}$$

ή $\left\{\begin{array}{l} 2\pi t = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{4}, \quad \kappa \in \mathbb{Z} \\ 2\pi t = 2\kappa\pi + \dfrac{3\pi}{4} \end{array}\right\}$ ή $\left\{\begin{array}{l} t = \kappa + \dfrac{1}{8} \\ t = \kappa + \dfrac{3}{8} \end{array}\right\}$

Η ζητούμενη χρονική στιγμή προκύπτει από την πρώτη οικογένεια λύσεων για κ = 1.

Έχουμε: **t = 1,125 s**.

43. *α.* Η γενική μορφή της εξίσωσης υ = f(t) είναι η $\upsilon = V\eta\mu(\omega t)$, η οποία για ωt = (π/4) rad και υ = 16 V δίνει: $16 = V\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ή $V = 16\sqrt{2}$ V.

Η ενεργός τιμή της τάσης του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι: $V_{\varepsilon\nu} = \dfrac{V}{\sqrt{2}}$ ή $V_{\varepsilon\nu} = 16$ V.

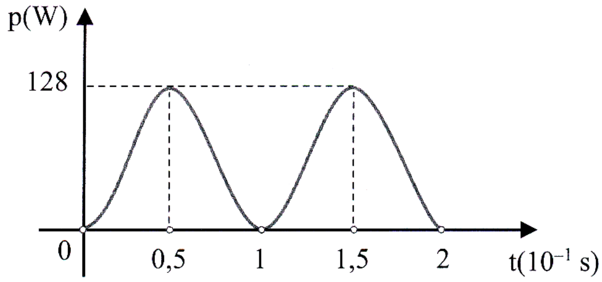
Η ενεργός τιμή της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$I_{\varepsilon\nu} = \dfrac{V_{\varepsilon\nu}}{R}$ ή $\mathbf{I_{\varepsilon\nu} = 4\ A}$.

β. Η εξίσωση της τάσης στο S.I. είναι η $\upsilon = 16\sqrt{2}\eta\mu(10\pi t)$. Η ζητούμενη ισχύς δίνεται από τη σχέση: $p = \dfrac{\upsilon^2}{R} = \dfrac{\left[16\sqrt{2}\eta\mu(10\pi t)\right]^2}{4}$ ή $\mathbf{p = 128\eta\mu^2(10\pi t)}$ (S.I.)

Η περίοδος της εναλλασσόμενης τάσης είναι T = 1/f = 0,2 s.

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



44. *α.* Το πλάτος της έντασης όπως και η περίοδος του εναλλασσόμενου ρεύματος προκύπτουν από το δοθέν διάγραμμα. Έχουμε: I = 6 A και $T = 4\ \text{ms} = 4\cdot 10^{-3}$ s.

Η ενεργός ένταση του ρεύματος είναι: $I_{\varepsilon\nu} = \dfrac{I}{\sqrt{2}}$ ή $I_{\varepsilon\nu} = 3\sqrt{2}$ A.

Η μέση ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης υπολογίζεται από τη σχέση:

$P = I_{\varepsilon\nu}^2 R$ ή $\mathbf{P = 180\ W}$.

β. Η ζητούμενη εξίσωση είναι: $i = I\eta\mu(\omega t) = I\eta\mu\left(\dfrac{2\pi}{T}t\right)$ ή $\mathbf{i = 6\eta\mu(500\pi t)}$ (S.I.).

γ. Από τον νόμο του Ohm για τις στιγμιαίες τιμές της τάσης και της έντασης του ρεύματος έχουμε: $i = \dfrac{\upsilon}{R}$ ή $\upsilon = iR$ ή, για $i = -I_{\varepsilon\nu}$, $\upsilon = (-I_{\varepsilon\nu})R$ ή $\boldsymbol{\upsilon = -30\sqrt{2}}$ **V**.

45. α. Η αντίσταση της συσκευής υπολογίζεται από τον τύπο: $R_\sigma = \dfrac{V_\kappa^2}{P_\kappa}$ ή $\mathbf{R_\sigma = 20\ \Omega}$.

Η ένταση κανονικής λειτουργίας της συσκευής υπολογίζεται από τη σχέση:

$P_\kappa = V_\kappa I_\kappa$ ή $I_\kappa = \dfrac{P_\kappa}{V_\kappa}$ ή $\mathbf{I_\kappa = 5\ A}$.

β. Η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος είναι: $I_{\varepsilon\nu} = \dfrac{I}{\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ ή $I_{\varepsilon\nu} = 5\ A$.

Επειδή είναι $\mathbf{I_\kappa = I_{\varepsilon\nu}}$, **η συσκευή λειτουργεί κανονικά**.

γ. Σε κάθε περίοδο η ένταση του ρεύματος μηδενίζεται 2 φορές. Επομένως, οι 600 φορές μηδενισμού της έντασης αντιστοιχούν σε 300 περιόδους. Συνεπώς είναι:

$300T = 1\ s$ ή $T = \dfrac{1}{300}\ s$ ή $f = 300\ Hz$ ή $\omega = 600\pi\ \dfrac{rad}{s}$.

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$\upsilon = V\eta\mu(\omega t) = V_{\varepsilon\nu}\sqrt{2}\,\eta\mu(\omega t) = V_\kappa\sqrt{2}\,\eta\mu(\omega t)$ ή $\boldsymbol{\upsilon = 100\sqrt{2}\,\eta\mu(600\pi t)}$ (S.I.).

Λύσεις των προβλημάτων

46. α. Συγκρίνοντας τη δοθείσα εξίσωση $\Phi = 4\cdot 10^{-2}\sigma\upsilon\nu(200t)$ με την εξίσωση $\Phi = BA\sigma\upsilon\nu(\omega t)$ που γνωρίζουμε από τη θεωρία, προκύπτει: $\omega = 200\ rad/s$ και $BA = 4\cdot 10^{-2}\ Wb$.

Από τη δεύτερη εξίσωση προκύπτει: $A = 4\cdot 10^{-2}\ m^2$ ή $\alpha^2 = 4\cdot 10^{-2}\ m^2$ ή $\boldsymbol{\alpha = 0{,}2\ m}$.

β. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης υπολογίζεται από τη σχέση:

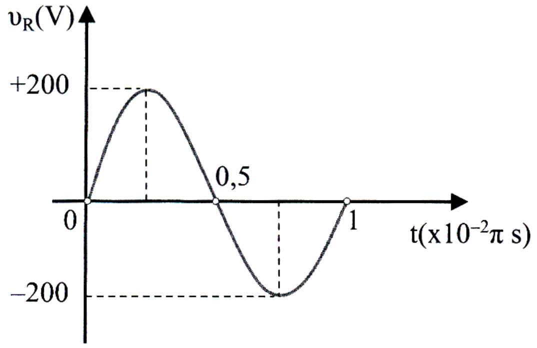
$V = N\omega BA$ ή $V = 400\ V$.

Το πλάτος της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm. Έχουμε: $I = \dfrac{V}{R + NR_1}$ ή $\mathbf{I = 40\ A}$.

γ. Η ζητούμενη τάση προκύπτει από τον νόμο του Ohm για τμήμα κυκλώματος. Έχουμε:

$i = \dfrac{\upsilon_R}{R}$ ή $\upsilon_R = iR = I\eta\mu(\omega t)R$ ή $\boldsymbol{\upsilon_R = 200\eta\mu(200t)}$ (S.I.).

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διάγραμμα του ακόλουθου σχήματος.



δ. Έστω P ο αρχικός και P΄ ο τελικός μέσος ρυθμός με τον οποίο εκλύεται θερμότητα. Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι:

$P' = 4P$ ή $I'^2_{εν}R = 4I^2_{εν}R$ ή $I'_{εν} = 2I_{εν}$ ή $I' = 2I$ ή $I' = 80$ A.

Το νέο πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης πρέπει να είναι:

$V' = I'(R + NR_1)$ ή $V' = 800$ V.

Έστω B΄ η τελική τιμή του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Ισχύει η σχέση:

$V' = N\omega B'A$ ή $B' = \dfrac{V'}{N\omega A}$ ή $B' = 2$ T.

Η ζητούμενη μεταβολή είναι: $\Delta B = B' - B$ ή $\mathbf{\Delta B = 1\ T}$.

47. α. Η μέγιστη τιμή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από μία σπείρα του πλαισίου υπολογίζεται από τη σχέση: $\Phi_{max} = BA = B(\pi\alpha^2)$ ή $\mathbf{\Phi_{max} = 8 \cdot 10^{-2}\ Wb}$.

β. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου είναι:

$V = N\omega BA = N\omega\Phi_{max}$ ή $V = 32$ V.

Το πλάτος της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm: $I = \dfrac{V}{R}$ ή $I = 4$ A.

Η γενική μορφή της i = f(t) είναι: $i = I\eta\mu(\omega t) = I\eta\mu(2\pi f t)$ ή $\mathbf{i = 4\eta\mu(40t)}$ (S.I.).

γ. Το πλαίσιο ολοκληρώνει τη δεύτερη περιστροφή του τη χρονική στιγμή t = 2T. Αυτή τη χρονική στιγμή η τάση στα άκρα του πλαισίου είναι:

$\upsilon = V\eta\mu(\omega \cdot 2T) = V\eta\mu\left(\dfrac{2\pi}{T} \cdot 2T\right)$ ή $\mathbf{\upsilon = 0}$.

δ. Έστω P η αρχική και P΄ η τελική μέση ηλεκτρική ισχύς που προσφέρεται στον αντιστάτη. Σύμφωνα με την εκφώνηση είναι:

$P' = \dfrac{P}{4}$ ή $I'^2_{εν}R = \dfrac{I^2_{εν}R}{4}$ ή $I'_{εν} = \dfrac{I_{εν}}{2}$ ή $I' = \dfrac{I}{2}$ ή $V' = \dfrac{V}{2}$

ή $N\omega' BA = \dfrac{N\omega BA}{2}$ ή $\omega' = \dfrac{\omega}{2}$ ή $f' = \dfrac{f}{2}$ ή $f' = \dfrac{10}{\pi}$ Hz

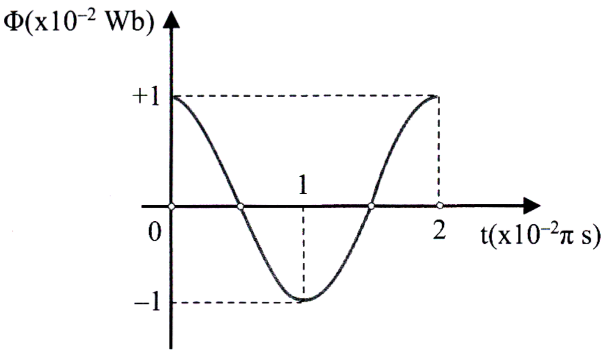
Η ζητούμενη μεταβολή είναι: $\Delta f = f' - f$ ή $\mathbf{\Delta f = -\dfrac{10}{\pi}\ Hz}$.

48. *α.* Η εξίσωση Φ = f(t) έχει γενική μορφή:

$\Phi = BA\sigma\upsilon\nu(\omega t) = B\alpha\beta\sigma\upsilon\nu(\omega t)$ ή $\mathbf{\Phi = 10^{-2}\sigma\upsilon\nu(100t)}$ (S.I.).

Η περίοδος της εναλλασσόμενης τάσης είναι: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ ή $T = 2\pi \cdot 10^{-2}$ s .

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διάγραμμα του ακόλουθου σχήματος.



β. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$V = N\omega BA = N\omega B\alpha\beta$ ή $V = 100$ V.

Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο είναι:

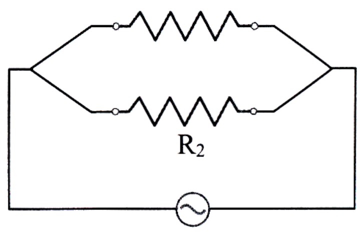
$I = \dfrac{V}{R + R_\pi}$ ή $\mathbf{I = 2\ A}$.

γ. Η ζητούμενη θερμότητα υπολογίζεται από τον νόμο του Joule. Έχουμε:

$Q = I_{\varepsilon\nu}^2 R_\pi \Delta t = \dfrac{I^2}{2} R_\pi (10T)$ ή $\mathbf{Q = 12{,}56\ J}$.

49. *α.* Η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης είναι:

$V_{\varepsilon\nu} = \dfrac{V}{\sqrt{2}} = \dfrac{12}{\sqrt{2}}$ V ή $V_{\varepsilon\nu} = 6\sqrt{2}$ V.



υ = 12ημ(150t)

Ο μέσος ρυθμός με τον οποίο εκλύεται θερμότητα στο περιβάλλον από τον αντιστάτη αντίστασης R_1 είναι:

$P_1 = \dfrac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R_1}$ ή $\mathbf{P_1 = 18\ W}$.

β. Το ζητούμενο ποσό θερμότητας υπολογίζεται από την εξίσωση:

$Q_2 = \dfrac{V_{εν}^2}{R_2}\Delta t$ ή $\mathbf{Q_2 = 720\ J}$.

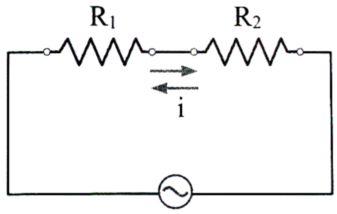
γ. Η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των δύο αντιστατών είναι:

$R_{1,2} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ ή $R_{1,2} = 3\ \Omega$.

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος που διαρρέει την ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των δύο αντιστατών είναι: $I = \dfrac{V}{R_{1,2}}$ ή $I = 4\ A$.

Η ζητούμενη εξίσωση είναι: $i = I ημ(ωt)$ ή $\mathbf{i = 4ημ(150t)}$ (S.I.).

50. α. Η μέση ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης αντίστασης R_1 δίνεται από τη σχέση:



$υ = 60\sqrt{2}\, ημ(200t)$

$P_1 = I_{εν}^2 R_1$ ή $I_{εν} = \sqrt{\dfrac{P_1}{R_1}}$ ή $\dfrac{I}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{P_1}{R_1}}$ ή $I = 5\sqrt{2}\ A$.

Η χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος είναι:

$i = Iημ(ωt)$ ή $\mathbf{i = 5\sqrt{2}\ ημ(200t)}$ (S.I.).

β. Από τον νόμο του Ohm για τις μέγιστες τιμές της τάσης και της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος έχουμε: $I = \dfrac{V}{R_1 + R_2}$ ή $R_2 = \dfrac{V}{I} - R_1$ ή $\mathbf{R_2 = 7\ \Omega}$.

γ. Από τον νόμο του Ohm έχουμε: $i = \dfrac{υ_2}{R_2}$ ή $υ_2 = iR_2$ ή $\mathbf{υ_2 = 35\sqrt{2}\ ημ(200t)}$ (S.I.).

δ. Η ζητούμενη τιμή είναι: $\dfrac{p_{max}}{P} = \dfrac{I^2(R_1 + R_2)}{I_{εν}^2(R_1 + R_2)} = \dfrac{\left(I_{εν}\sqrt{2}\right)^2}{I_{εν}^2}$ ή $\mathbf{\dfrac{p_{max}}{P} = 2}$.

51. α. Το ρεύμα κανονικής λειτουργίας της συσκευής είναι: $I_κ = \dfrac{P_κ}{V_κ}$ ή $I_κ = 0,5\ A$.

Η ωμική αντίσταση της συσκευής υπολογίζεται από τη σχέση: $R_σ = \dfrac{V_κ^2}{P_κ}$ ή $R_σ = 40\ \Omega$.

Η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης είναι: $V_{εν} = \dfrac{V}{\sqrt{2}}$ ή $V_{εν} = 30\ V$.

Η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm για τις ενεργές τιμές των μεγεθών. Έχουμε: $I_{εν} = \dfrac{V_{εν}}{R_σ + R}$ ή $I_{εν} = 0,5\ A$.

Εφόσον προέκυψε $\mathbf{I_{εν} = I_κ}$, **η συσκευή λειτουργεί κανονικά**.

β. Η ζητούμενη εξίσωση είναι: $i = I\eta\mu(\omega t) = I_{\varepsilon\nu}\sqrt{2}\,\eta\mu(\omega t)$ ή $\mathbf{i = 0{,}5\sqrt{2}\,\eta\mu(250t)}$ (S.I.).

γ. Από τον νόμο του Ohm έχουμε: $\upsilon_\sigma = iR_\sigma$ ή $\boldsymbol{\upsilon_\sigma = 20\sqrt{2}\,\eta\mu(250t)}$ (S.I.).

δ. Η θερμότητα που παράγεται στη συσκευή σε χρόνο Δt και η θερμότητα που παράγεται στον αγωγό στον ίδιο χρόνο είναι αντίστοιχα: $Q_\sigma = I_{\varepsilon\nu}^2 R_\sigma \Delta t$ και $Q_{\alpha\gamma} = I_{\varepsilon\nu}^2 R\Delta t$.

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο προηγούμενες εξισώσεις, προκύπτει:

$$\frac{Q_\sigma}{Q_{\alpha\gamma}} = \frac{R_\sigma}{R} \quad \text{ή} \quad Q_{\alpha\gamma} = \frac{R}{R_\sigma}Q_\sigma \quad \text{ή} \quad \mathbf{Q_{\alpha\gamma} = 300\ J}.$$

52. α. Η αντίσταση του λαμπτήρα υπολογίζεται από τη σχέση: $R_\lambda = \frac{V_\kappa^2}{P_\kappa}$ ή $\mathbf{R_\lambda = 160\ \Omega}$.

β. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του πλαισίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}01\pi}\frac{rad}{s} \quad \text{ή} \quad \omega = 200\ \frac{rad}{s}.$$

Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου είναι:

$$V = N\omega BA = N\omega B\alpha^2 \quad \text{ή} \quad V = 320\ V \quad \text{ή} \quad V_{\varepsilon\nu} = 160\sqrt{2}\ V.$$

Παρατηρούμε ότι είναι $\mathbf{V_{\varepsilon\nu} > V_\kappa}$**, οπότε ο λαμπτήρας δεν λειτουργεί κανονικά**.

γ. Η μέση ηλεκτρική ισχύς που καταναλώνεται στον λαμπτήρα δίνεται από τη σχέση:

$$P = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R_\lambda} \quad \text{ή} \quad P = 320\,W \quad \text{ή} \quad P = 0{,}32\ kW.$$

Η ηλεκτρική ενέργεια που δαπανά ο λαμπτήρας σε χρόνο Δt δίνεται από τη σχέση:

$$E_{\delta\alpha\pi} = P\cdot\Delta t = 0{,}32\ kW\cdot 4\ h \quad \text{ή} \quad E_{\delta\alpha\pi} = 1{,}28\ kWh.$$

Επομένως, το ζητούμενο κόστος είναι: $(1{,}28\ kWh)\,x\,(0{,}2\ \text{ευρώ/kWh}) =$ **0,256 ευρώ**.

δ. Για να λειτουργεί κανονικά ο λαμπτήρας, θα πρέπει η ενεργός τάση στα άκρα του να ισούται με την τάση κανονικής λειτουργίας του. Δηλαδή πρέπει να ισχύει:

$$V'_{\varepsilon\nu} = V_\kappa \quad \text{ή} \quad V'_{\varepsilon\nu} = 200\ V \quad \text{ή} \quad V' = 200\sqrt{2}\ V.$$

Έστω ω΄ η νέα τιμή της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του πλαισίου. Ισχύει η σχέση:

$$V' = N\omega' BA = N\omega' B\alpha^2 \quad \text{ή} \quad \omega' = \frac{V'}{NB\alpha^2} \quad \text{ή} \quad \omega' = 125\sqrt{2}\ \frac{rad}{s}.$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι: $\pi\% = \frac{\omega' - \omega}{\omega}\cdot 100\% = \left(\frac{\omega'}{\omega} - 1\right)\cdot 100\%$ ή $\mathbf{\pi\% = -12{,}5\%}$.

53. Α. α. Έστω T η περίοδος της εναλλασσόμενης τάσης. Ισχύει η σχέση:

$$\Delta t = \frac{T}{4} \quad \text{ή} \quad T = 4\Delta t \quad \text{ή} \quad T = 0{,}01\ s.$$

Η γωνιακή συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ή $\omega = 200\pi\ \frac{rad}{s}$.

Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$V = IR = (2\ A)\cdot(20\ \Omega)$ ή $V = 40\ V$.

Η χρονική εξίσωση της τάσης που παράγει η γεννήτρια είναι:

$\upsilon = V\eta\mu(\omega t)$ ή $\boldsymbol{\upsilon = 40\eta\mu(200\pi t)}$ (S.I.).

β. Η προηγούμενη εξίσωση για $200\pi t = 0{,}25\pi$ rad δίνει:

$\upsilon = 40\eta\mu(0{,}25\pi)\ V$ ή $\upsilon = 20\sqrt{2}\ V$.

Ο ζητούμενος ρυθμός είναι: $p = \frac{\upsilon^2}{R}$ ή $\mathbf{p = 40\ W}$.

γ. Η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης είναι: $V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}}$ ή $V_{\varepsilon\nu} = 20\sqrt{2}\ V$.

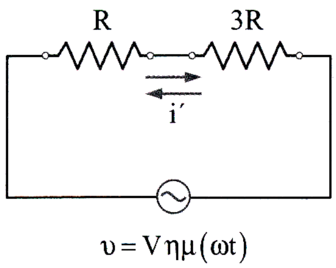
Για $\upsilon = V_{\varepsilon\nu} = 20\sqrt{2}\ V$ η εξίσωση $\upsilon = f(t)$ γράφεται:

$20\sqrt{2} = 40\eta\mu(200\pi t)$ ή $\eta\mu(200\pi t) = \eta\mu\frac{\pi}{4}$

$$\text{ή}\ \left\{\begin{matrix} 200\pi t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4}, & \kappa \in \mathbb{Z} \\ 200\pi t = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4} & \end{matrix}\right\} \ \text{ή}\ \left\{\begin{matrix} t = \frac{1}{200}\left(2\kappa + \frac{1}{4}\right) \\ t = \frac{1}{200}\left(2\kappa + \frac{3}{4}\right) \end{matrix}\right\}$$

Οι ζητούμενες χρονικές στιγμές προκύπτουν από τις δύο προηγούμενες οικογένειες λύσεων για $\kappa = 0$. Έχουμε λοιπόν: $\mathbf{t_1 = \frac{1}{800}\ s}$ και $\mathbf{t_2 = \frac{3}{800}\ s}$.

Β. α. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται η σύνδεση των ηλεκτρικών στοιχείων.



Η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος είναι:

$I'_{\varepsilon\nu} = \frac{V_{\varepsilon\nu}}{R + 3R}$ ή $I'_{\varepsilon\nu} = \frac{\sqrt{2}}{4}\ A$.

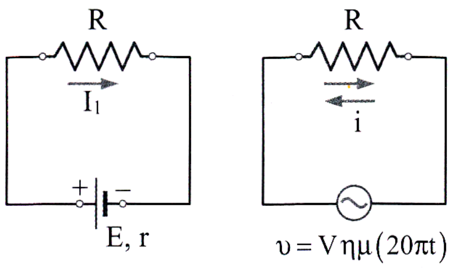
Έστω Δt ο ζητούμενος χρόνος. Από τον νόμο του Joule έχουμε: $Q_{(3R)} = I'^2_{\varepsilon\nu}(3R)\Delta t$ ή $\Delta t = \frac{Q_{(3R)}}{I'^2_{\varepsilon\nu}(3R)}$ ή $\mathbf{\Delta t = 2\ s}$.

β. Η ζητούμενη εξίσωση προκύπτει από τον νόμο του Ohm για τις στιγμιαίες τιμές των μεγεθών υ και i′. Έχουμε: $i' = \frac{\upsilon}{R + 3R} = \frac{40\eta\mu(200\pi t)}{4R}$ ή $\boldsymbol{i' = 0{,}5\eta\mu(200\pi t)}$ (S.I.).

Η χρονική εξίσωση της τάσης στα άκρα του δεύτερου αντιστάτη είναι:

$\upsilon_{(3R)} = i'(3R)$ ή $\boldsymbol{\upsilon_{(3R)} = 30\eta\mu(200\pi t)}$ (S.I.).

54. Α. *α.* Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται ο αντιστάτης συνδεδεμένος με την πηγή συνεχούς και στη συνέχεια με την πηγή εναλλασσόμενης τάσης.



Από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I_1 = \frac{E}{R+r} \quad ή \quad R + r = \frac{E}{I_1} \quad ή \quad R = \frac{E}{I_1} - r \quad ή \quad \mathbf{R = 10\ \Omega}.$$

β. Το ζητούμενο ποσό θερμότητας υπολογίζεται από τον νόμο του Joule.

$$Q_1 = I_1^2 R\Delta t_1 \quad ή \quad \mathbf{Q_1 = 9600\ J}.$$

Β. *α.* Το ποσό θερμότητας που εκλύεται από τον αντιστάτη σε χρόνο Δt_2 δίνεται από τη σχέση:

$$Q_2 = I_{εν}^2 R\Delta t_2 \quad ή \quad 2Q_1 = I_{εν}^2 R\Delta t_2 \quad ή \quad I_{εν} = \sqrt{\frac{2Q_1}{R\Delta t_2}} \quad ή \quad I_{εν} = 4\ A \quad ή \quad \mathbf{I = 4\sqrt{2}\ A}.$$

β. Η χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη είναι:

$$i = I\eta\mu(20\pi t) \quad ή \quad i = 4\sqrt{2}\,\eta\mu(20\pi t) \quad (S.I.)$$

Για $i = I_{εν} = 4$ A η προηγούμενη εξίσωση γράφεται:

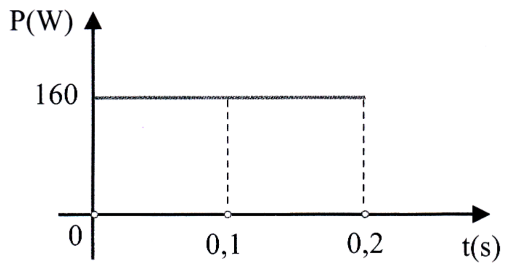
$$4 = 4\sqrt{2}\,\eta\mu\varphi \quad ή \quad \eta\mu\varphi = \eta\mu\frac{\pi}{4} \quad ή \quad \left\{\begin{matrix} \varphi = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{4}, \quad \kappa \in \mathbb{Z} \\ \varphi = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{4} \end{matrix}\right\} \quad ή \quad \boldsymbol{\varphi = \frac{\pi}{4}\ \mathrm{rad}}.$$

γ. Η μέση ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P = I_{εν}^2 R \quad ή \quad P = 160\ W.$$

Η περίοδος της εναλλασσόμενης τάσης είναι: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ή $T = 0{,}1$ s.

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διάγραμμα του ακόλουθου σχήματος.



Ενότητα 5η Αυτεπαγωγή

Α. Θέματα πολλαπλής επιλογής

1. γ	2. α	3. δ	4. δ	5. α	6. β	7. β	8. α	9. δ	10. γ
11. δ	12. γ	13. γ	14. γ	15. β	16. γ	17. β	18. α	19. γ	20. β
21. β	22. β	23. β	24. α						

Β. Θέματα του τύπου Σωστό/Λάθος

25.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ	ε. Λ	26.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ	ε. Σ
27.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Σ	28.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ	ε. Λ

Γ. Θέματα πολλαπλής επιλογής με αιτιολόγηση

29. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Ο λόγος των συντελεστών αυτεπαγωγής στα δύο κυκλώματα $\frac{L_1}{L_2}$ είναι:

$$\frac{L_1}{L_2}=\frac{\dfrac{\left|E_{AYT(1)}\right|}{\left|\frac{\Delta i}{\Delta t}\right|_{(1)}}}{\dfrac{\left|E_{AYT(2)}\right|}{\left|\frac{\Delta i}{\Delta t}\right|_{(2)}}}=\frac{\dfrac{1}{10^3}}{\dfrac{0,5}{10^3}} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\frac{L_1}{L_2}=2.}$$

30. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

$$\left|\bar{E}_{AYT}\right|=\frac{\left|E_{AYT.max}\right|}{2} \quad \text{ή} \quad L\frac{\Delta i}{\Delta t}=\frac{1}{2}L\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)_{max} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\frac{\Delta i}{\Delta t}=\frac{E}{2L}}.$$

31. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Ο λόγος των μέγιστων τιμών των αποθηκευμένων ενεργειών στα πηνία (1), (2) είναι:

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{\frac{1}{2}L_1I^2}{\frac{1}{2}L_2(2I)^2}=\frac{1}{8} \quad \text{ή} \quad \mathbf{U_2=8U_1}.$$

32. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Ο λόγος των δύο συντελεστών αυτεπαγωγής είναι:

$$\frac{L_1}{L_2}=\frac{\mu_o \frac{N^2}{\ell}A}{\mu_o \frac{(2N)^2}{2\ell}2A} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\frac{L_1}{L_2}=\frac{1}{4}}.$$

33. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Για τον λόγο των δύο συντελεστών αυτεπαγωγής των πηνίων (1) και (2) ισχύει:

$$\frac{L_1}{L_2}=\frac{\mu_o \frac{(N_1)^2}{\ell_1}\pi r_1^2}{\mu_o \frac{(N_2)^2}{\ell_2}\pi r_2^2}=1 \quad \text{ή} \quad \mathbf{\frac{N_1}{N_2}}=\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}.$$

34. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Εφόσον τα δύο πηνία κατασκευάστηκαν με σύρμα ίδιου μήκους, ισχύει:

$\ell_{\sigma\upsilon\rho}=N2\pi r$ και $\ell_{\sigma\upsilon\rho}=N'2\pi r'$.

Επομένως, είναι: $Nr=N'r'$ ή $\frac{r}{r'}=\frac{N'}{N}$ (1), όπου r, r′ οι ακτίνες των σπειρών των δύο πηνίων.

Επειδή οι σπείρες των πηνίων εφάπτονται μεταξύ τους, το μήκος κάθε πηνίου θα είναι:

$\ell=N\delta$ και $\ell'=N'\delta$, όπου δ είναι η διάμετρος της διατομής τού κάθε πηνίου.

Με διαίρεση κατά μέλη έχουμε: $\frac{\ell}{\ell'}=\frac{N}{N'}$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2), ο λόγος των συντελεστών αυτεπαγωγής των δύο πηνίων προκύπτει:

$$\frac{L_1}{L_2}=\frac{\mu_o \frac{N^2}{\ell}\pi(r)^2}{\mu_o \frac{N^2}{\ell'}\pi(r')^2}=\left(\frac{N}{N'}\right)^2\frac{\ell'}{\ell}\left(\frac{r}{r'}\right)^2=\frac{N}{N'}\left(\frac{r}{r'}\right)^2=\frac{N}{N'}\left(\frac{N'}{N}\right)^2 \quad \text{ή} \quad \mathbf{\frac{L_1}{L_2}=\frac{N'}{N}}.$$

35. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η μαγνητική ροή και ο συντελεστής αυτεπαγωγής του δακτυλιοειδούς πηνίου συνδέονται με τη σχέση: $L=\frac{N\Phi}{I}$ (1).

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το δακτυλιοειδές πηνίο είναι: Φ = ΒΑ.

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampère σε έναν κυκλικό βρόχο ακτίνας R + r (r << R), όπου r είναι μια πολύ μικρή απόσταση στο εσωτερικό του σωληνοειδούς: $B\sum\Delta\ell\sigma\upsilon\nu0°=\mu\mu_o NI$ ή

$B2\pi(R+r)=\mu\mu_o NI$ ή $B=\frac{\mu\mu_o NI}{2\pi(R+r)}$ ή, προσεγγιστικά, $B=\frac{\mu\mu_o NI}{2\pi R}$.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το δακτυλιοειδές πηνίο γίνεται: $\Phi = \frac{\mu\mu_o NI}{2\pi R}A$ (2).

Από τις σχέσεις (1), (2) ο συντελεστής αυτεπαγωγής του δακτυλιοειδούς πηνίου είναι:

$L = \frac{N}{I}\frac{\mu\mu_o NIA}{2\pi R}$ ή $\mathbf{L = \mu\mu_o \frac{N^2 A}{2\pi R}}$.

36. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες ενός πηνίου είναι: $\Phi = BA$.

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό ενός πηνίου που περιέχει πυρήνα υλικού μαγνητικής διαπερατότητας μ είναι: $B = \mu\mu_o \frac{NI}{\ell}$.

Άρα η μαγνητική ροή γράφεται: $\Phi = \mu\mu_o \frac{NI}{\ell}A$ (1).

Ο συντελεστής αυτεπαγωγής για το πηνίο είναι: $L = \mu\mu_o \frac{N^2}{\ell}A$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει: $\frac{\Phi}{L} = \frac{\mu\mu_o \frac{NI}{\ell}A}{\mu\mu_o \frac{N^2}{\ell}A} = \frac{I}{N}$ ή $\mathbf{\Phi = \frac{LI}{N}}$. 178

37. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Αφού το πηνίο και ο αντιστάτης συνδέονται σε σειρά, από τον νόμο του Ohm έχουμε:

$i = \frac{E + E_{AYT}}{R} = \frac{E - L\frac{di}{dt}}{R}$ ή $\frac{di}{dt} = \frac{E - iR}{L}$.

Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη το ρεύμα στο κύκλωμα είναι μηδενικό ($i = 0$).

Άρα έχουμε: $i = \frac{E + E_{AYT}}{R} = 0$ ή $\mathbf{E_{AYT} = -E}$.

Για τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος ισχύει: $\mathbf{\frac{di}{dt} = \frac{E}{L}}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Μετά από πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα το πηνίο έχει φορτιστεί πλήρως, το ρεύμα έχει αποκτήσει τη μέγιστη τιμή του, **ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου είναι μηδενικές**.

38. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου του πηνίου δίνεται από τη σχέση: $B = \mu_o N \frac{i}{\ell}$.

Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι:

$\frac{dB}{dt} = \frac{\mu_o N}{\ell}\frac{di}{dt}$ (1), όπου $\frac{di}{dt} = -\frac{E_{AYT}}{L}$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: $\dfrac{dB}{dt} = -\dfrac{\mu_o N}{\ell}\dfrac{E_{ΑΥΤ}}{L}$ (3).

Όταν η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι ίση με το 1/3 της μέγιστης τιμής της, έχουμε: $i = \dfrac{E + E_{ΑΥΤ}}{R}$ ή $\dfrac{I_o}{3} = \dfrac{E + E_{ΑΥΤ}}{R}$ ή $\dfrac{E}{3R} = \dfrac{E + E_{ΑΥΤ}}{R}$ ή $3E + 3E_{ΑΥΤ} = E$

ή $E_{αυτ} = -\dfrac{2E}{3}$ (4).

Άρα ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου την ίδια χρονική στιγμή είναι: $\mathbf{\dfrac{dB}{dt} = \dfrac{2}{3}\dfrac{\mu_o NE}{\ell L}}$.

39. Α. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Μετά τη χρονική στιγμή t_0, όπως φαίνεται από το δοθέν διάγραμμα, οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τα δύο κυκλώματα έχουν αποκτήσει τις μέγιστες και σταθερές τιμές τους και οι ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα δύο κυκλώματα είναι μηδενικές. Για τον λόγο των μέγιστων εντάσεων των ρευμάτων στα δύο κυκλώματα ισχύει:

$$\frac{I_o}{\frac{I_o}{3}} = \frac{\frac{E}{R_1}}{\frac{E}{R_2}} \quad ή \quad 3 = \frac{R_2}{R_1} \quad ή \quad \mathbf{R_2 = 3R_1}.$$

Β. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Ο λόγος των μέγιστων ρευμάτων στα δύο κυκλώματα είναι:

$$\frac{I_o}{\frac{I_o}{3}} = \frac{\frac{E_1}{R}}{\frac{E_2}{R}} \quad ή \quad 3 = \frac{E_1}{E_2} \quad ή \quad \mathbf{E_1 = 3E_2}.$$

40. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Ισχύει: $εφθ_1 = \dfrac{R_1}{L}$ (1) και $εφθ_2 = \dfrac{R_2}{L}$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$\frac{εφθ_1}{εφθ_2} = \frac{\frac{R_1}{L}}{\frac{R_2}{L}} = \frac{R_1}{R_2} \quad ή \quad \frac{εφ60°}{εφ30°} = \frac{R_1}{R_2} \quad ή \quad \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{R_1}{R_2} \quad ή \quad \mathbf{R_1 = 3R_2}.$$

41. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Ισχύει: $εφθ_1 = \dfrac{R}{L_1}$ (1) και $εφθ_2 = \dfrac{R}{L_2}$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$\frac{εφθ_1}{εφθ_2} = \frac{\frac{R}{L_1}}{\frac{R}{L_2}} = \frac{L_2}{L_1} \quad ή \quad \frac{εφ30°}{εφ60°} = \frac{L_2}{L_1} \quad ή \quad \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{L_2}{L_1} \quad ή \quad \mathbf{L_1 = 3L_2}.$$

42. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Ο λόγος της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου προς τη θερμική ισχύ του κυκλώματος στην ίδια χρονική στιγμή είναι: $\frac{U}{P} = \frac{\frac{1}{2}Li^2}{i^2R} = \frac{L}{2R}$ ή $\frac{\mathbf{L}}{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{2U}}{\mathbf{P}}$.

43. Σωστή επιλογή είναι η γ.

Για τη ζητούμενη χρονική στιγμή ισχύει: $\frac{I_o}{2} = I_o\left(1 - e^{-R\frac{t}{L}}\right)$ ή $\frac{1}{2} = 1 - e^{-R\frac{t}{L}}$ ή $e^{-R\frac{t}{L}} = \frac{1}{2}$

ή $\ln e^{-R\frac{t}{L}} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ ή $-R\frac{t}{L} = -\ln 2$ ή $t = \frac{L}{R}\ln 2$.

44. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Το μέγιστο ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα όταν έχει ολοκληρωθεί το φαινόμενο της αυτεπαγωγής είναι: $I_o = \frac{E}{R}$.

Η μέγιστη ενέργεια που αποθηκεύεται στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου είναι:

$$U_{max} = \frac{1}{2}LI_o^2 = \frac{LE^2}{2R^2}.$$

Ο μέσος ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου στο χρονικό διάστημα $\Delta t = 5L/R$ στο οποίο έχει ολοκληρωθεί το φαινόμενο της αυτεπαγωγής είναι:

$$\bar{P} = \frac{U_{max}}{\Delta t} = \frac{\frac{LE^2}{2R^2}}{\frac{5L}{R}} \quad ή \quad \bar{\mathbf{P}} = \frac{\mathbf{E^2}}{\mathbf{10R}}.$$

45. Α. Σωστή επιλογή είναι η **β**.

Επειδή κάθε χρονική στιγμή, τα δύο πηνία τα διαρρέει ρεύμα ίδιας έντασης ($i_1 = i_2$) ισχύει:

$$i_1 = i_2 \quad ή \quad \frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt} = \frac{di}{dt}.$$

Από τον νόμο της αυτεπαγωγής η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα κάθε πηνίου (κατά απόλυτη τιμή) είναι: $E_{ΑΥΤ(1)} = -L_1\frac{di}{dt}$ (1) και $E_{ΑΥΤ(2)} = -L_2\frac{di}{dt}$ (2).

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: $\frac{E_{ΑΥΤ(1)}}{E_{ΑΥΤ(2)}} = \frac{L_1}{L_2}$ ή $\mathbf{E_{ΑΥΤ(1)}} = \frac{\mathbf{L_1}}{\mathbf{L_2}}\mathbf{E_{ΑΥΤ(2)}}$.

Β. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Για την ολική ΗΕΔ από αυτεπαγωγή του συστήματος των δύο πηνίων ισχύει:

$$E_{AYT} = -L_{\text{ολ}}\frac{di}{dt} \quad (3).$$

Όταν δύο ιδανικά πηνία με συντελεστές αυτεπαγωγής L_1 και L_2 συνδέονται σε σειρά μεταξύ τους, τότε για την ολική ΗΕΔ από αυτεπαγωγή του συστήματος των δύο πηνίων ισχύει:

$$E_{AYT} = E_{AYT(1)} + E_{AYT(2)} \quad \text{ή} \quad L_{\text{ολ}}\frac{di}{dt} = L_1\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt} \quad \text{ή} \quad \mathbf{L_{\text{ολ}} = L_1 + L_2}.$$

Γ. Σωστή επιλογή είναι η **α**.

Ο λόγος των μέγιστων ενεργειών που έχουν αποθηκευτεί στα πηνία όταν φορτιστούν πλήρως

είναι: $$\frac{U_{max(1)}}{U_{max(2)}} = \frac{\frac{1}{2}L_1 I_o^2}{\frac{1}{2}L_2 I_o^2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\frac{U_{max(1)}}{U_{max(2)}} = \frac{L_1}{L_2}}.$$

46. Α. Σωστή επιλογή η **β**.

Όταν κλείσουμε τον διακόπτη, τα δύο πηνία αρχίζουν να διαρρέονται από ρεύμα και θα αντισταθούν στην αύξηση του ρεύματος που διέρχεται από αυτά δίνοντας στον αριστερό τους ακροδέκτη θετικό πόλο και στον δεξιό τους ακροδέκτη αρνητικό πόλο. Εφόσον τα ιδανικά πηνία είναι παράλληλα συνδεδεμένα μεταξύ τους, θα έχουν κάθε χρονική στιγμή στα άκρα τους της ίδια ΗΕΔ από αυτεπαγωγή, δηλαδή: $E_{AYT(1)} = E_{AYT(2)}$ ή $L_1\frac{di_1}{dt} = L_2\frac{di_2}{dt}$

ή, κάθε χρονική στιγμή, $L_1 i_1 = L_2 i_2$ ή $i_2 = \frac{L_1}{L_2}i_1$ (1).

Από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο έχουμε: $i_{\text{ολ}} = i_1 + i_2$ ή $i_{\text{ολ}} = i_1 + \frac{L_1}{L_2}i_1$

ή $i_{\text{ολ}} = \frac{L_2 + L_1}{L_2}i_1$ ή $i_1 = \frac{L_2}{L_2 + L_1}i_{\text{ολ}}$ και από τη σχέση (1): $i_2 = \frac{L_1}{L_2 + L_1}i_{\text{ολ}}$.

Όταν το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα έχει αποκτήσει τη μέγιστη τιμή του, οι ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα πηνία είναι μηδενικές και η ένταση του ολικού ρεύματος είναι: $I_{\text{ολ}} = \frac{E}{R}$.

Οι εντάσεις των ρευμάτων σε κάθε κλάδο του κυκλώματος είναι:

$$I_1 = \frac{L_2}{L_1 + L_2}\frac{E}{R}, \quad I_2 = \frac{L_1}{L_1 + L_2}\frac{E}{R}.$$

Ο λόγος των μέγιστων ενεργειών που έχουν αποθηκευτεί στα πηνία είναι:

$$\frac{U_{max(1)}}{U_{max(2)}} = \frac{\frac{1}{2}L_1 I_1^2}{\frac{1}{2}L_2 I_2^2} = \frac{L_1\left(\frac{L_2}{L_1 + L_2}\frac{E}{R}\right)^2}{L_2\left(\frac{L_1}{L_1 + L_2}\frac{E}{R}\right)^2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{\frac{U_{max(1)}}{U_{max(2)}} = \frac{L_2}{L_1}}.$$

Β. Σωστή επιλογή η **β**.

Από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο και επειδή οι ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι ίσες μεταξύ τους κάθε χρονική στιγμή, ισχύει ότι: $i_{ολ} = i_1 + i_2$ ή $\frac{di_{ολ}}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt}$

ή $-\frac{E_{ΑΥΤ}}{L_{ολ}} = -\frac{E_{ΑΥΤ(1)}}{L_1} - \frac{E_{ΑΥΤ(2)}}{L_2}$ ή $\frac{1}{L_{ολ}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ ή $\mathbf{L_{ολ} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}}$.

Λύσεις των ασκήσεων

47. α. Είναι: $L = \frac{\mu_o N^2 A}{\ell}$ ή $\mathbf{L = 8 \cdot 10^{-4}\ H}$.

β. Η σταθερή τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

$I_o = \frac{E}{R + r}$ ή $I_o = 4\ A$.

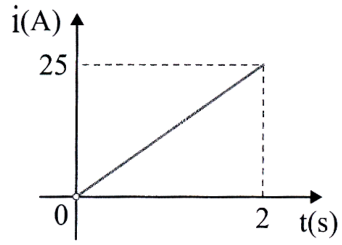
Στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου αποθηκεύεται ενέργεια U_o. Μετά το άνοιγμα του διακόπτη η ενέργεια που είχε αποθηκευτεί στο πηνίο εκλύεται ως θερμότητα από τους αντιστάτες του κυκλώματος. Λόγω διατήρησης της ενέργειας ισχύει: 182

$Q = U_o$ ή $Q = \frac{1}{2} L I_o^2$ ή $\mathbf{Q = 64 \cdot 10^{-4}\ J}$.

48. α. Η αντίσταση στο κύκλωμα είναι μηδενική. Εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff προκύπτει: $E + E_{ΑΥΤ} = 0$ ή $E - L\frac{di}{dt} = 0$ ή $\frac{di}{dt} = \frac{E}{L}$ ή $\mathbf{\frac{di}{dt} = 12{,}5\ A/s}$.

β. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι σταθερός. Επομένως η ένταση του ρεύματος αυξάνεται με σταθερό ρυθμό και εφόσον τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ δεν διέρρεε το κύκλωμα ηλεκτρικό ρεύμα, η χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος είναι: $i = \left(\frac{di}{dt}\right) \cdot t$ ή $i = 12{,}5t$ (S.I.).

Η ζητούμενη γραφική παράσταση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



49. α. Είναι: $E_{ΑΥΤ} = E_{ΕΠ}$ ή $-L\frac{di}{dt} = -N\frac{d\Phi}{dt}$ ή $\frac{d\Phi}{dt} = \frac{L}{N}\frac{di}{dt}$ ή $\mathbf{\frac{d\Phi}{dt} = 4 \cdot 10^{-3}\ Wb/s}$.

β. Από τον νόμο της αυτεπαγωγής έχουμε: $E_{AYT} = -L\dfrac{di}{dt}$ ή $\mathbf{E_{AYT} = -0{,}8\ V}$.

50. α. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο τη χρονική στιγμή t_1 είναι:
$i_1 = 0{,}2t_1$ ή $i_1 = 1$ A.
Η αποθηκευμένη ενέργεια στο πηνίο είναι: $U_1 = \dfrac{1}{2}Li_1^2$ ή $\mathbf{U_1 = 0{,}25\ J}$.

β. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι:
$\dfrac{\Delta i}{\Delta t} = 0{,}2\ \text{A/s}$.
Ο ζητούμενος ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο πηνίο είναι:
$\dfrac{dU}{dt} = |E_{AYT}| \cdot i_1 = L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}i_1$ ή $\mathbf{\dfrac{dU}{dt} = 0{,}1\ J/s}$.

51. α. Για μεγάλο χρονικό διάστημα μετά το κλείσιμο του διακόπτη, η ένταση του ρεύματος είναι:
$I_o = \dfrac{E}{R}$ ή $I_o = 2$ A.
Η αποθηκευμένη ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου είναι: $U_o = \dfrac{1}{2}LI_o^2$ ή $\mathbf{U_o = 0{,}2\ J}$.

β. Από τον 2ο κανόνα του Kirchhoff έχουμε: $E + E_{AYT} - iR = 0$ ή $E_{AYT} = iR - E$ (1)
ή $\dfrac{dE_{AYT}}{dt} = \dfrac{d(iR - E)}{dt}$ ή $\dfrac{dE_{AYT}}{dt} = R\dfrac{di}{dt}$ ή, μέσω του νόμου της αυτεπαγωγής,
$\dfrac{dE_{AYT}}{dt} = -\dfrac{E_{AYT}}{L}$ ή $\left(\dfrac{dE_{AYT}}{dt}\right)_{max} = -\dfrac{E_{AYT.min}}{L}$ (2).
Από τη σχέση (1), η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι (αλγεβρικά) ελάχιστη, όταν $i = 0$.
Τότε είναι: $E_{AYT.min} = -E$ (3).
Από τις σχέσεις (2), (3) προκύπτει: $\left(\dfrac{dE_{AYT}}{dt}\right)_{max} = \dfrac{E}{L}$ ή $\mathbf{\left(\dfrac{dE_{AYT}}{dt}\right)_{max} = 200\ V/s}$.

52. α. Από τον 2ο κανόνα του Kirchhoff ισχύει: $E + E_{AYT} + V_R = 0$ ή, εφόσον $E_{AYT} = V_R = -iR$,
$E - 2iR = 0$ ή $i = \dfrac{E}{2R}$ ή $i = 1$ A.
Επομένως είναι: $E_{AYT} = -iR$ ή $-L\dfrac{di}{dt} = -iR$ ή $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{R}{L}i$ ή $\mathbf{\dfrac{di}{dt} = 200\ A/s}$.

β. Για μεγάλο χρονικό διάστημα μετά το κλείσιμο του διακόπτη, η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα έχει σταθεροποιηθεί και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι μηδενική ($E_{AYT} = 0$).
Τότε ο ζητούμενος ρυθμός προκύπτει: $\dfrac{dU}{dt} = |E_{AYT}| \cdot I$ ή $\mathbf{\dfrac{dU}{dt} = 0}$.

53. α. Είναι: $I = \frac{E}{R}$ ή $I = 5$ A.

Η αποθηκευμένη ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου είναι: $U = \frac{1}{2}LI^2$ ή $\mathbf{U = 2{,}5\ J}$.

β. Μετά τη μετακίνηση του μεταγωγού στη θέση Β εφαρμόζοντας τον 2ο κανόνα του Kirchhoff προκύπτει: $E_{AYT} - iR = 0$ ή $E_{AYT} = iR$ ή $E_{AYT} = 12{,}5$ V.

Ο ζητούμενος ρυθμός μεταβολής είναι: $\left|\frac{dU}{dt}\right| = E_{AYT}i$ ή $\left|\frac{\mathbf{dU}}{\mathbf{dt}}\right| = \mathbf{15{,}625\ J/s}$.

54. α. Η μέγιστη τιμή που αποκτά η ένταση του ρεύματος είναι: $I_o = \frac{E}{R+r}$ ή $I_o = 2$ A.

Η ζητούμενη μέση ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι: $E_{AYT} = L\frac{\Delta i}{\Delta t} = L\frac{0{,}75I_o - 0}{t_1 - 0}$ ή $\mathbf{E_{AYT} = 7{,}5\ V}$.

β. Ισχύει: $E'_{AYT} = L'\frac{\Delta i}{\Delta t'}$ ή $L' = \frac{E'_{AYT}\Delta t'}{\Delta i}$ ή $L' = \frac{E'_{AYT}\cdot\Delta t'}{0{,}75I_o}$ ή $L' = 15\cdot 10^{-4}$ H.

Η σχετική μαγνητική διαπερατότητα του σιδήρου είναι: $L = \mu L'$ ή $\mu = \frac{L}{L'}$ ή $\boldsymbol{\mu} \mathbf{= 2000}$.

184

55. α. Με το κλείσιμο του διακόπτη στα άκρα του πηνίου εμφανίζεται τάση από αυτεπαγωγή η οποία αντιστέκεται στην αύξηση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο. Έτσι, το πηνίο εμφανίζει θετικό πόλο στον αριστερό του ακροδέκτη και αρνητικό πόλο στον δεξιό του ακροδέκτη.

Από τον 2ο κανόνα του Kirchhoff έχουμε: $i = \frac{E + E_{AYT}}{R}$.

Από την προηγούμενη σχέση προκύπτει ότι η ένταση του ρεύματος λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της, όταν η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου γίνει μηδενική. Τότε έχουμε: $I_o = \frac{E}{R}$ ή $\mathbf{I_o = 10\ A}$.

β. Είναι: $\frac{di}{dt} = \frac{E - iR}{L}$ ή $i = 0$, $\left(\frac{di}{dt}\right)_{max} = \frac{E}{L}$ ή $\left(\frac{\mathbf{di}}{\mathbf{dt}}\right)_{\mathbf{max}} = \mathbf{600\ A/s}$.

γ. Τη χρονική στιγμή στην οποία η ένταση του ρεύματος είναι $i = 4$ A η πτώση τάσης στα άκρα του αντιστάτη είναι: $V = iR$ ή $\mathbf{V = 48\ V}$.

Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο είναι: $E_{AYT} = iR - E$ ή $\mathbf{E_{AYT} = -72\ V}$.

δ. Όταν η ένταση του ρεύματος είναι $i_1 = 3$ A, τότε η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι:

$E_{AYT} = i_1R - E = -84$ V.

Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι:

$E_{AYT} = -L\frac{di}{dt}$ ή $\frac{di}{dt} = -\frac{E_{AYT}}{L}$ ή $\frac{\mathbf{di}}{\mathbf{dt}} = \mathbf{420\ A/s}$.

56. α. Τη χρονική στιγμή στην οποία κλείνει ο διακόπτης ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα είναι μέγιστος και ίσος με 100 A/s. Την ίδια χρονική στιγμή η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι ίση με την ΗΕΔ της πηγής και ισχύει:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{max} = \frac{E}{L} \quad ή \quad L = \frac{E}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{max}} \quad ή \quad \mathbf{L = 0,4\ H}.$$

β. Όταν η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα σταθεροποιηθεί, ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος και η τάση από αυτεπαγωγή στο πηνίο είναι μηδενικές. Επομένως, η τάση στα άκρα του αντιστάτη του κυκλώματος είναι ίση με την ΗΕΔ της πηγής. Ισχύει:

$$P = \frac{E^2}{R} \quad ή \quad R = \frac{E^2}{P} \quad ή \quad \mathbf{R = 40\ \Omega}.$$

γ. Η μέγιστη ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι: $I_o = \frac{E}{R}$ ή $I_o = 1$ A.

Οπότε η μέγιστη ενέργεια που αποθηκεύεται στο πηνίο είναι: $U_{max} = \frac{1}{2}LI_o^2$ ή $\mathbf{U_{max} = 0,2\ J}$.

δ. Όταν η ενέργεια του πηνίου είναι ίση με το 36% της μέγιστης τιμής της, τότε ισχύει:

$$U = 0,36U_{max} \quad ή \quad \frac{1}{2}Li^2 = 0,36\frac{1}{2}LI_o^2 \quad ή \quad i = 0,6I_o \quad ή \quad \mathbf{i = 0,6\ A}.$$

Λύσεις των προβλημάτων

57. α. Οι ρυθμοί μεταβολής της έντασης του ρεύματος στα χρονικά διαστήματα από 0 έως 2 s, από 2 s έως 3 s, από 3 s έως 5 s είναι:

- $\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)_{0\to2} = \frac{4-2}{2}$ A/s ή $\mathbf{\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)_{0\to2} = 1\ A/s}$.
- $\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)_{2\to3} = \frac{3-4}{3-2}$ A/s ή $\mathbf{\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)_{2\to3} = -1\ A/s}$.
- $\mathbf{\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)_{3\to5} = 0}$.

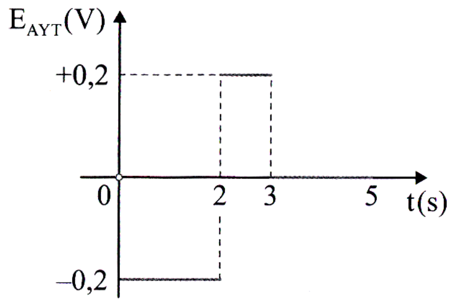
β. Η τάση από αυτεπαγωγή στα χρονικά διαστήματα από 0 έως 2 s, από 2 s έως 3 s, από 3 s έως 5 s είναι:

- $E_{0\to2} = -L\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)_{0\to2}$ ή $\mathbf{E_{0\to2} = -0,2\ V}$.
- $E_{2\to3} = -L\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)_{2\to3}$ ή $\mathbf{E_{2\to3} = 0,2\ V}$.
- $E_{3\to5} = -L\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)_{3\to5}$ ή $\mathbf{E_{3\to5} = 0}$.

γ. Επειδή το ρεύμα μεταβάλλεται γραμμικά με τον χρόνο, η κλίση της γραφικής παράστασης σε μια χρονική στιγμή θα είναι ίση με την κλίση της γραφικής παράστασης στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα στο οποίο ανήκει η στιγμή αυτή. Επομένως, η μέση και η στιγμιαία τιμή της τάσης από αυτεπαγωγή είναι ίσες. Άρα έχουμε:
Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s: $\mathbf{E_1 = -0{,}2\ V}$.
Τη χρονική στιγμή $t_2 = 2{,}5$ s: $\mathbf{E_2 = 0{,}2\ V}$.
Τη χρονική στιγμή $t_3 = 3{,}5$ s: $\mathbf{E_3 = 0}$.

δ. Η ενέργεια που έχει αποθηκευτεί στο πηνίο τη χρονική στιγμή t = 2 s είναι:
$U = \frac{1}{2}LI^2$ ή $\mathbf{U = 1{,}6\ J}$.

ε. Η γραφική παράσταση της μέσης ΗΕΔ από αυτεπαγωγή σε συνάρτηση με τον χρόνο, στο χρονικό διάστημα από 0 έως 5 s απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



58. α. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου είναι: $|E_{AYT}| = L\left|\frac{\Delta i}{\Delta t}\right|$ ή $L = \frac{|E_{AYT}|}{\left|\frac{\Delta i}{\Delta t}\right|}$ ή $\mathbf{L = 0{,}1\ H}$.

β. Η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου δίνεται από τη σχέση $\Phi = \frac{Li}{N}$.
Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών στην προηγούμενη σχέση προκύπτει:
$\mathbf{\Phi = 2 \cdot 10^{-3}\ Wb}$.

γ. Για $t_1 = 2$ s και $t_2 = 3$ s οι αντίστοιχες τιμές της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι: $i_1 = 0{,}6$ A και $i_2 = 0{,}9$ A.
Η μεταβολή της ενέργειας που αποθηκεύεται στο πηνίο στο τρίτο δευτερόλεπτο είναι:
$\Delta U = U' - U = \frac{1}{2}Li_2^2 - \frac{1}{2}Li_1^2$ ή $\mathbf{\Delta U = 225 \cdot 10^{-4}\ J}$.

δ. Την χρονική στιγμή t = 10 s η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι i = 3 A. Οπότε ο ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο πηνίο την ίδια χρονική στιγμή είναι:
$\frac{dU}{dt} = P_{\pi\eta\nu} = |E_{\alpha\upsilon\tau}|i$ ή $\mathbf{\frac{dU}{dt} = 0{,}09\ W}$.

59. α. Για $i = \frac{I_o}{2}$ είναι: $\frac{I_o}{2} = I_o - I_o e^{-R\frac{t}{L}}$ ή $e^{-R\frac{t}{L}} = \frac{1}{2}$ ή $\ln e^{-R\frac{t}{L}} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ ή $-R\frac{t}{L} = -\ln 2$
ή $t = \frac{L}{R}\ln 2$ ή $\mathbf{t = \frac{ln\,2}{100}\ s}$.

β. Το ποσοστό της ενέργειας που έχει αποθηκεύσει το πηνίο την χρονική στιγμή t_1 σε σχέση με τη μέγιστη ενέργεια που αποθηκεύεται σε αυτό είναι:

$$\pi\% = \frac{U}{U_{max}}100\% = \frac{\frac{1}{2}Li^2}{\frac{1}{2}LI_o^2}100\% = \frac{\left(\frac{I_o}{2}\right)^2}{I_o^2}100\% \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\pi\% = 25\%}.$$

γ. Τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{2L}{R}\ln 2$ s η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι:

$$i_2 = I_o - I_o e^{-2\ln 2} = I_o - \frac{I_o}{4} = \frac{3I_o}{4} = \frac{3E}{4R} = 1,5 \text{ A}.$$

Την ίδια χρονική στιγμή η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου είναι:

$$i_2 = \frac{E + E_{AYT}}{R} \quad \text{ή} \quad E_{AYT} = i_2 \cdot R - E = -10 \text{ V}.$$

Ο ρυθμός με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο πηνίο την ίδια χρονική στιγμή είναι:

$$\frac{dU}{dt} = P_{\pi\eta\nu.} = |E_{AYT}|i_2 \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\frac{dU}{dt} = 15\ J/s}.$$

Ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα την ίδια χρονική στιγμή είναι: $P_{\pi\eta\gamma.} = Ei_2$ ή $\boldsymbol{P_{\pi\eta\gamma.} = 60\ J/s}$.

Ο ρυθμός με τον οποίο εκλύεται θερμική ενέργεια, λόγω φαινομένου Joule, την ίδια χρονική στιγμή είναι: $P_{\theta\varepsilon\rho.} = i_2^2R$ ή $\boldsymbol{P_{\theta\varepsilon\rho.} = 45\ J/s}$.

Παρατηρούμε ότι ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα είναι ίσος με το άθροισμα του ρυθμού με τον οποίο εκλύεται θερμότητα από το κύκλωμα και του ρυθμού αποθήκευσης ενέργειας στο πηνίο.

δ. Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα παρατηρείται τη χρονική στιγμή $t = 0$ στην οποία η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι μηδενική. Ισχύει:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{max} = \frac{E}{L} \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\left(\frac{di}{dt}\right)_{max} = 200\ A/s}.$$

60. α. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι μηδενική αμέσως μετά τη χρονική στιγμή στην οποία ο μεταγωγός μετακινείται στη θέση Α. Τότε ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα είναι:

$$\frac{di}{dt} = \frac{E - iR}{L} \quad \text{ή, για } i = 0, \quad \frac{di}{dt} = \frac{E}{L} \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{\frac{di}{dt} = 6000\ A/s}.$$

β. Η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι μέγιστη, όταν η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου γίνει μηδενική. Τότε έχουμε: $I_o = \frac{E}{R_{o\lambda}}$ ή $\boldsymbol{I_o = 12\ A}$.

Η μέγιστη ενέργεια που αποθηκεύεται τότε στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου είναι:

$$U_{max} = \frac{1}{2}LI_o^2 \quad \text{ή} \quad \boldsymbol{U_{max} = 0,72\ J}.$$

γ. Όταν η τάση από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου είναι –20 V, τότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι: $i = \dfrac{E + E_{AYT}}{R_{ολ}}$ ή $i = 8\ A$.

Την ίδια χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι: $\dfrac{di}{dt} = -\dfrac{E_{AYT}}{L}$ ή $\mathbf{\dfrac{di}{dt} = 2000\ A/s}$.

Ο ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο πηνίο είναι: $P_{πην.} = |E_{AYT}|i$ ή $\mathbf{P_{πην.} = 160\ J/s}$.

Ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας στο κύκλωμα είναι: $P_{θερ.} = i^2R_{ολ}$ ή $\mathbf{P_{θερ.} = 320\ J/s}$.

Ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα προκύπτει:
$P_{πηγής} = Ei$ ή $\mathbf{P_{πηγής} = 480\ J/s}$.
Παρατηρούμε ότι η ισχύς της πηγής είναι ίση με το άθροισμα της θερμικής ισχύος και της ισχύος αποθήκευσης ενέργειας στο πηνίο.

δ. Όταν αποκατασταθεί η σταθερή τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα έχουμε:
$I_o = \dfrac{E}{R_{ολ}} = 12\ A$. Η αποθηκευμένη ενέργεια στο πηνίο είναι: $U_{max} = \dfrac{1}{2}LI_o^2 = 0,72\ J$.

Μετά τη μετακίνηση του μεταγωγού στη θέση Β η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα αρχίζει να μειώνεται και η πολικότητα του πηνίου αντιστρέφεται. Άρα ο αριστερός ακροδέκτης του γίνεται αρνητικός και ο δεξιός θετικός και το πηνίο αρχίζει να εκφορτίζεται. Όταν η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι ίση με i = 10 A, τότε η αποθηκευμένη ενέργεια του πηνίου θα είναι: $U_{τελ} = \dfrac{1}{2}Li^2$ ή $\mathbf{U_{τελ} = 0,5\ J}$.

Την ίδια χρονική στιγμή η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου είναι:
$i = \dfrac{E_{AYT}}{R}$ ή $E_{AYT} = iR = 40\ V$.

Ο ρυθμός με τον οποίο το πηνίο προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα είναι:
$P_{πην.} = |E_{AYT}|i$ ή $\mathbf{P_{πην.} = 400\ J/s}$.

ε. Λόγω διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που είχε αποθηκεύσει το πηνίο στο κύκλωμα μετατρέπεται σε θερμότητα στον αντιστάτη, δηλαδή ισχύει: $Q = U_{max}$ ή $\mathbf{Q = 0,72\ J}$.

61. α. Όταν ο μεταγωγός βρίσκεται για μεγάλο χρονικό διάστημα στη θέση (1), τότε το πηνίο έχει φορτιστεί πλήρως, η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι μηδενική και η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι μέγιστη. Ισχύει: $I_o = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$ ή $\mathbf{I_o = 6\ A}$.

β. Όταν ο μεταγωγός μεταφερθεί στη θέση (2), το πηνίο αρχίζει να εκφορτίζεται. Επειδή η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο μειώνεται, το πηνίο εμφανίζει στον δεξιό ακροδέκτη θετικό πόλο και στον αριστερό ακροδέκτη αρνητικό πόλο. Ισχύει:
$E_{AYT} = i(R_1 + R_2) = 40\ V$.

Από τον νόμο της αυτεπαγωγής ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής του ρεύματος είναι:

$E_{AYT} = -L\dfrac{di}{dt}$ ή $\dfrac{di}{dt} = -\dfrac{E_{AYT}}{L} = -80\ A/s$.

Την ίδια χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της τάσης στα άκρα του αντιστάτη R_1 είναι:

$\dfrac{dV_1}{dt} = R_1\dfrac{di}{dt}$ ή $\mathbf{\dfrac{dV_1}{dt} = -480\ V/s}$.

γ. Τη χρονική στιγμή στην οποία ο μεταγωγός μεταφέρθηκε στη θέση (2) η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή ήταν: $|E_{AYT}| = I_o(R_1 + R_2) = 60\ V$.

Όταν η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα γίνει ίση με 1 A, η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι:

$E'_{AYT} = i(R_1 + R_2) = 10\ V$.

Άρα η μεταβολή της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή προκύπτει:

$\Delta E_{AYT} = E'_{AYT} - E_{AYT}$ ή $\mathbf{\Delta E_{AYT} = -50\ V}$.

δ. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια που έχει αποθηκεύσει το πηνίο είναι: $U_{max} = \dfrac{1}{2}LI_o^2 = 9\ J$.

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε: $U_{max} = Q_{ολ} = Q_1 + Q_2 = 9\ J$ (1).

Κάθε χρονική στιγμή τους αντιστάτες διαρρέει ρεύμα ίδιας έντασης. Για τη θερμότητα που εκλύεται από κάθε αντιστάτη κυκλώματος ισχύει: $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{3}{2}$ (2).

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) προκύπτει: $\mathbf{Q_1 = 5{,}4\ J}$, $\mathbf{Q_2 = 3{,}6\ J}$.

62. α. Όταν ο μεταγωγός βρίσκεται για μεγάλο χρονικό διάστημα στη θέση (1), το πηνίο έχει φορτιστεί πλήρως, η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του είναι μηδενική και η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι μέγιστη. Ισχύει: $I_o = \dfrac{E}{R_1}$ ή $\mathbf{I_o = 5\ A}$.

Η μέγιστη ενέργεια που έχει αποθηκεύσει το πηνίο είναι:

$U_{max} = \dfrac{1}{2}LI_o^2$ ή $\mathbf{U_{max} = 6{,}25\ J}$.

β. Όταν ο μεταγωγός μεταφέρεται ακαριαία στη θέση (2), τότε η ένταση του ρεύματος στο πηνίο αρχίζει να μειώνεται και το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά, ώστε να αντιστέκεται στη μείωση της έντασής του. Άρα το πηνίο θα εμφανίσει θετικό πόλο στον δεξιό του ακροδέκτη και αρνητικό πόλο στον αριστερό του ακροδέκτη, ώστε να «δώσει» στο κύκλωμα ρεύμα ομόρροπο με αυτό που έδινε αρχικά η πηγή στο κύκλωμα. Έτσι, το πηνίο αρχίζει να εκφορτίζεται.

Η ένταση του ρεύματος προκύπτει: $U = \dfrac{1}{2}Li^2$ ή $i = \sqrt{\dfrac{2U}{L}} = 2\ A$.

Την ίδια χρονική στιγμή η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου είναι:

$i = \dfrac{E_{AYT}}{R_1 + R_2}$ ή $E_{AYT} = i(R_1 + R_2) = 16\ V$.

Ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα είναι:

$E_{AYT} = -L\frac{di}{dt}$ ή $\frac{di}{dt} = -\frac{E_{AYT}}{L}$ ή $\mathbf{\frac{di}{dt} = -32\ A/s}$.

γ. Ο ρυθμός με τον οποίο εκλύεται θερμότητα από τους αντιστάτες του κυκλώματος είναι:

$P_{θερ.} = i^2(R_1 + R_2)$ ή $\mathbf{P_{θερ.} = 32\ J/s}$.

Ο ρυθμός απώλειας της αποθηκευμένης ενέργειας στο πηνίο είναι:

$P_{πην.} = |E_{AYT}|i$ ή $\mathbf{P_{πην.} = 32\ J/s}$.

δ. Λόγω της διατήρησης ενέργειας, έχουμε: $Q_{ολ} = U_{max}$ ή $\mathbf{Q_{ολ} = 6,25\ J}$.

63. α. **i.** Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη το πηνίο εμφανίζει τάση από αυτεπαγωγή, γιατί το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο του τείνει να αυξηθεί. Ο πάνω ακροδέκτης του πηνίου γίνεται θετικός και ο κάτω αρνητικός, για να αντισταθεί στην αύξηση του ρεύματος που παρατηρείται στον κλάδο του. Ωστόσο τη χρονική στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο του πηνίου, εξαιτίας της αυτεπαγωγής, είναι μηδενικό. Ισχύει: $i = \frac{E}{R_1 + R_2}$ ή $\mathbf{i = 5\ A}$.

ii. Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πηνίου είναι ίση με την τάση στα άκρα του αντιστάτη R_2, γιατί ο κλάδος του πηνίου συνδέεται παράλληλα στον αντιστάτη αυτόν. Ισχύει: $|E_{AYT}| = iR_2$ ή $\mathbf{|E_{AYT}| = 25\ V}$.

iii. Ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο είναι:

$\left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{|E_{AYT}|}{L}$ ή $\mathbf{\left|\frac{di}{dt}\right| = 250\ A/s}$.

β. Μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα το πηνίο φορτίζεται πλήρως, η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή και ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος γίνονται μηδενικά και η τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα σταθεροποιείται. Στη φάση αυτή, επειδή το πηνίο είναι ιδανικό (δεν έχει αντίσταση), δημιουργείται στα άκρα του πηνίου βραχυκύκλωμα, με αποτέλεσμα και η τάση στα άκρα του αντιστάτη R_2 να γίνεται μηδενική. Έτσι, το ρεύμα διέρχεται από τον κλάδο του πηνίου. Συνεπώς η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα θα είναι:

$I_o = \frac{E}{R_1}$ ή $I_o = 10\ A$.

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποθηκεύεται στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου προκύπτει:

$U_{max} = \frac{1}{2}LI_o^2$ ή $\mathbf{U_{max} = 5\ J}$.

γ. Όταν ανοίγουμε τον διακόπτη, το πηνίο αντιστέκεται στη μείωση του ρεύματος και εμφανίζει θετικό πόλο στον κάτω ακροδέκτη του και αρνητικό πόλο στον πάνω ακροδέκτη του.
Η ζητούμενη θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη R_2 είναι: $Q_2 = U_{max}$ ή $\mathbf{Q_2 = 5\ J}$.

Με το κλείσιμο του διακόπτη ο πάνω ακροδέκτης του πηνίου γίνεται θετικός και ο κάτω αρνητικός. Ισχύει: $V_A - |E_{ΑΥΤ}| - i_1R_1 = V_Γ$ ή $V_{ΑΓ} = |E_{ΑΥΤ}| + i_1R_1$ ή $|E_{ΑΥΤ}| = V_{ΑΓ} - i_1R_1$ ή $|\mathbf{E}_{ΑΥΤ}| = \mathbf{25{,}5\ V}$.

Από την τάση από αυτεπαγωγή βρίσκουμε τον στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής του ρεύματος που διέρχεται από τον κλάδο του πηνίου: $|E_{ΑΥΤ}| = L\dfrac{di_1}{dt}$ ή $\dfrac{di_1}{dt} = \dfrac{|E_{ΑΥΤ}|}{L} = 637{,}5\ A/s$.

ii. Ισχύει: $E_{ΑΥΤ} + i_1R_1 = E - I_{ολ}r$ ή $E_{ΑΥΤ} = E - I_{ολ}r - i_1R_1$ ή

$$\frac{dE_{ΑΥΤ}}{dt} = -r\frac{dI_{ολ}}{dt} - R_1\frac{di_1}{dt} = -r\frac{di_1}{dt} - r\frac{di_2}{dt} - R_1\frac{di_1}{dt} \quad ή \quad \frac{d|E_{ΑΥΤ}|}{dt} = r\frac{di_1}{dt} + r\frac{di_2}{dt} + R_1\frac{di_1}{dt} \quad (3).$$

Επειδή ο κλάδος του πηνίου και ο κλάδος του αντιστάτη αντίστασης R_2 είναι παράλληλα συνδεδεμένοι, εμφανίζουν στα άκρα τους την ίδια διαφορά δυναμικού, δηλαδή ισχύει:

$$i_2R_2 = |E_{ΑΥΤ}| + i_1R_1 \quad ή \quad R_2\frac{di_2}{dt} = \frac{d|E_{ΑΥΤ}|}{dt} + R_1\frac{di_1}{dt} \quad ή \quad \frac{d|E_{ΑΥΤ}|}{dt} = R_2\frac{di_2}{dt} - R_1\frac{di_1}{dt} \quad (4).$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε: $r\dfrac{di_1}{dt} + r\dfrac{di_2}{dt} + R_1\dfrac{di_1}{dt} = R_2\dfrac{di_2}{dt} - R_1\dfrac{di_1}{dt}$ ή

$$(r + 2R_1)\frac{di_1}{dt} = (R_2 - r)\frac{di_2}{dt} \quad ή \quad \frac{di_2}{dt} = \frac{(r+2R_1)}{(R_2 - r)}\frac{di_1}{dt} \quad ή \quad \mathbf{\frac{di_2}{dt} = 1275\ A/s}.$$

δ. Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι: $R_{ολ} = \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + r = 4\ Ω$.

Όταν έχει ολοκληρωθεί το φαινόμενο της αυτεπαγωγής, το ολικό ρεύμα από τον νόμο του Ohm είναι: $I_{ολ} = \dfrac{E}{R_{ολ}} = 10\ A$. Από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff έχουμε: $I_1 + I_2 = 10\ A$ (5).

Επειδή οι κλάδοι όπου βρίσκονται οι αντιστάτες είναι παράλληλα συνδεδεμένοι και δεν υπάρχει ΗΕΔ από αυτεπαγωγή έχουμε: $I_1R_1 = I_2R_2$ ή $I_1 = 2I_2$ (6).

Από τις σχέσεις (5) και (6) έχουμε: $3I_2 = 10\ A$ ή $I_2 = \dfrac{10}{3}\ A$ και $I_1 = \dfrac{20}{3}\ A$.

Άρα η μέγιστη ενέργεια που αποθηκεύεται στο πηνίο είναι: $U_{max} = \dfrac{1}{2}LI_1^2$ ή $\mathbf{U_{max} = \dfrac{8}{9}\ J}$.

ε. Η ολική θερμότητα που εκλύεται από τους δύο αντιστάτες μαζί είναι ίση με την αρχική ενέργεια του πηνίου: $U_{max} = Q_1 + Q_2 = \dfrac{8}{9}\ J$ (7).

Μετά το άνοιγμα του διακόπτη, οι αντιστάτες διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης κάθε χρονική στιγμή. Επομένως, ισχύει: $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{1}{2}$ (8).

Από τις σχέσεις (7) και (8) προκύπτει: $3Q_1 = \dfrac{8}{9}\ J$ ή $\mathbf{Q_1 = \dfrac{8}{27}\ J}$ και $\mathbf{Q_2 = \dfrac{16}{27}\ J}$.

65. *α.* Για τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος κατά τη φόρτιση του πηνίου ισχύει η σχέση: $i=\frac{E+E_{ΑΥΤ}}{R_{ολ}}=\frac{E-L\frac{di}{dt}}{R_{ολ}}=\frac{E}{R_{ολ}}-\frac{L}{R_{ολ}}\frac{di}{dt}$ ή $\frac{di}{dt}=\frac{E-iR_{ολ}}{L}=\frac{E}{L}-\frac{R_{ολ}}{L}i$ (1).

Συγκρίνοντας την εξίσωση (1) με την εξίσωση που μας δίνεται στην εκφώνηση έχουμε:
$\frac{R_{ολ}}{L}=\frac{R+r}{L}=200\,s^{-1}$ ή $L=0{,}03$ H και $\frac{E}{L}=1000=$ **30 V**.

β. Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:
$\left|\frac{di}{dt}\right|_{max}=\frac{E}{L}$ ή $\left|\frac{di}{dt}\right|_{max}=\mathbf{1000\ A/s}$.

Η μέγιστη ΗΕΔ από αυτεπαγωγή (κατά απόλυτη τιμή) την ίδια χρονική στιγμή είναι:
$\left|E_{ΑΥΤ(max)}\right|=L\left|\frac{di}{dt}\right|_{max}$ ή $\left|\mathbf{E}_{ΑΥΤ(max)}\right|=\mathbf{30\ V}$.

γ. Τη χρονική στιγμή στην οποία η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι 4 A, η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι: $E_{ΑΥΤ}=iR_{ολ}-E=-6$ V. Την ίδια χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της ΗΕΔ στα άκρα του αντιστάτη R είναι: $\frac{dV_R}{dt}=R\frac{di}{dt}=-R\frac{E_{ΑΥΤ}}{L}$ ή $\mathbf{\frac{dV_R}{dt}=1000\ V/s}$.

Ο ρυθμός μεταβολής της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου προκύπτει:
$E_{ΑΥΤ}=iR_{ολ}-E$ ή $\frac{dE_{ΑΥΤ}}{dt}=R_{ολ}\frac{di}{dt}=R_{ολ}\frac{E_{ΑΥΤ}}{L}$ ή $\mathbf{\frac{dE_{ΑΥΤ}}{dt}=-1200\ V/s}$.

δ. Είναι: $\frac{1}{2}Li^2=\frac{64}{100}\frac{1}{2}LI_o^2$ ή $i=\frac{8I_o}{10}=0{,}8\frac{E}{R_{ολ}}$ ή $\mathbf{i=4\ A}$.

66. *α.* Για τον συντελεστή αυτεπαγωγής L_1 ισχύει: $L_1=\frac{\mu_o N^2 A}{\ell_1}=\frac{\mu_o n^2 \ell_1^2 A}{\ell_1}=\mu_o n^2 \ell_1 A$.

Για τους δύο συντελεστές αυτεπαγωγής έχουμε: $\frac{L_1}{L_2}=\frac{\mu_o n^2\ell_1 A}{\mu_o n^2 \ell_2 A}=2$ ή $L_1=2L_2$.

Συνεπώς, προκύπτει: $\mathbf{L_1=0{,}04\ H}$.

β. Για την ισοδύναμη αυτεπαγωγή ολόκληρου του κυκλώματος έχουμε ότι: $\left|E_{ΑΥΤ}\right|=L_{ολ}\left|\frac{di}{dt}\right|$.

Για την καθεμία αυτεπαγωγή ξεχωριστά ισχύει ότι: $\left|E_{ΑΥΤ(1)}\right|=L_1\left|\frac{di}{dt}\right|$ και $\left|E_{ΑΥΤ(2)}\right|=L_2\left|\frac{di}{dt}\right|$.

Επειδή τα πηνία συνδέονται σε σειρά, θα διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης. Άρα και ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος για τα δύο πηνία θα είναι ίδιος.

Η συνολική ΗΕΔ από αυτεπαγωγή του συστήματος θα είναι: $\left|E_{ΑΥΤ}\right|=\left|E_{ΑΥΤ(1)}\right|+\left|E_{ΑΥΤ(2)}\right|$ ή

$L_{ολ}\left|\frac{di}{dt}\right|=L_1\left|\frac{di}{dt}\right|+L_2\left|\frac{di}{dt}\right|$ ή $L_{ολ}=L_1+L_2$ ή $\mathbf{L_{ολ}=0{,}06\ H}$.

γ. Με το κλείσιμο του διακόπτη ο λόγος των ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσονται στα άκρα των δύο πηνίων είναι: $\dfrac{\left|E_{AYT(1)}\right|}{\left|E_{AYT(2)}\right|}=\dfrac{L_1\left|\dfrac{di}{dt}\right|}{L_2\left|\dfrac{di}{dt}\right|}=\dfrac{L_1}{L_2}$ ή $\dfrac{\left|\mathbf{E}_{\mathbf{AYT(1)}}\right|}{\left|\mathbf{E}_{\mathbf{AYT(2)}}\right|}=\mathbf{2}$.

δ. Όταν κλείσει ο διακόπτης, οι αριστεροί ακροδέκτες του κάθε πηνίου γίνονται θετικοί και οι δεξιοί ακροδέκτες αρνητικοί, ώστε τα δύο πηνία να αντισταθούν στην αύξηση της έντασης του ρεύματος που διέρχεται από αυτά. Τη χρονική στιγμή στην οποία η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι i = 6 A είναι:

$$i=\frac{E-\left|E_{AYT(1)}\right|-\left|E_{AYT(2)}\right|}{R_{ολ}}=\frac{E-2\left|E_{AYT(2)}\right|-\left|E_{AYT(2)}\right|}{R_{ολ}}=\frac{E-3\left|E_{AYT(2)}\right|}{R_{ολ}} \quad ή$$

$$\left|E_{AYT(2)}\right|=\frac{E-iR_{ολ}}{3}=4\ V \quad και \quad \left|E_{AYT(1)}\right|=2\left|E_{AYT(2)}\right|=8\ V.$$

Επομένως ο ρυθμός με τον οποίο αποθηκεύει ενέργεια το κάθε πηνίο την ίδια χρονική στιγμή είναι: $P_{πην.(1)}=\left|E_{AYT(1)}\right|i$ ή $\mathbf{P_{πην.(1)}=48\ J/s}$ και $P_{πην.(2)}=\left|E_{AYT(2)}\right|i$ ή $\mathbf{P_{πην.(2)}=24\ J/s}$.

ε. **i.** Τη χρονική στιγμή στην οποία το πηνίο (2) έχει αποθηκεύσει ενέργεια $U_2=0,25\ J$ η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι: $U_2=\frac{1}{2}L_2i^2$ ή $i=\sqrt{\dfrac{2U_2}{L_2}}=5\ A$.

Οι ΗΕΔ από αυτεπαγωγή θα είναι:

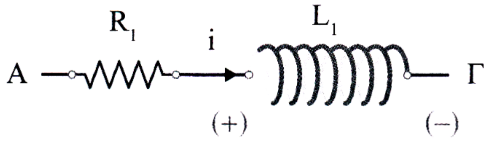
$$i=\frac{E-\left|E_{AYT(1)}\right|-\left|E_{AYT(2)}\right|}{R_{ολ}}=\frac{E-2\left|E_{AYT(2)}\right|-\left|E_{AYT(2)}\right|}{R_{ολ}}=\frac{E-3\left|E_{AYT(2)}\right|}{R_{ολ}} \quad ή$$

$$\left|E_{AYT(2)}\right|=\frac{E-iR_{ολ}}{3}=5\ V \quad και \quad \left|E_{AYT(1)}\right|=2\left|E_{AYT(2)}\right|=10\ V.$$

Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα είναι:

$$\left|\frac{di}{dt}\right|=\frac{\left|E_{AYT(2)}\right|}{L_2} \quad ή \quad \left|\mathbf{\frac{di}{dt}}\right|=\mathbf{250\ A/s}.$$

ii.



Η διαφορά δυναμικού στα άκρα Α και Γ του πηνίου (1) θα είναι:

$$V_A-iR_1-\left|E_{αυτ(1)}\right|=V_Γ \quad ή \quad V_A-V_Γ=iR_1+\left|E_{AYT(1)}\right| \quad ή \quad V_{AΓ}=V_1=iR_1+\left|E_{AYT(1)}\right| \quad ή$$

$$V_1=\left|E_{AYT(1)}\right|+iR_1 \quad ή \quad \mathbf{V_1=20\ V}.$$

Ομοίως, η διαφορά δυναμικού στα άκρα του πηνίου (2) θα είναι:

$$V_2=\left|E_{AYT(2)}\right|+iR_2 \quad ή \quad \mathbf{V_2=10\ V}.$$

67. *α.* Ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου είναι: $L = \dfrac{\mu_o N^2 A}{\ell_\pi}$ ή $\mathbf{L = 4 \cdot 10^{-3}\ H}$.

β. Τη χρονική στιγμή στην οποία αφήνουμε τον αγωγό ελεύθερο χωρίς αρχική ταχύτητα η ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα του αγωγού είναι μηδενική: $\mathbf{E_{ΕΠ} = 0}$.

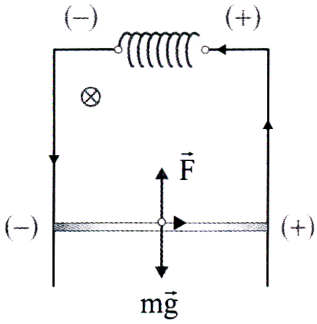
Η ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα του πηνίου είναι κάθε στιγμή ίση με την ΗΕΔ στα άκρα του αγωγού. Επομένως ισχύει: $E_{ΕΠ} = 0$ και $I = 0$.

Την ίδια χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο είναι μηδενικός, διότι: $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{|E_{ΑΥΤ}|}{L} = 0$.

Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής το μέτρο της επιτάχυνσης του αγωγού είναι:

$\Sigma F = m\alpha$ ή $mg = m\alpha$ ή $\mathbf{\alpha = g = 10\ m/s^2}$.

γ. Καθώς ο αγωγός αρχίζει να κινείται προς τα κάτω, στα άκρα του δημιουργείται επαγωγική τάση και επαγωγικό ρεύμα των οποίων οι τιμές συνεχώς αυξάνονται. Άρα στον δεξιό ακροδέκτη του πηνίου θα δημιουργηθεί θετικός πόλος και στον αριστερό αρνητικός πόλος, ώστε η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο να αντιτίθεται στην αύξηση της τιμής της έντασης του ρεύματος που διέρχεται από αυτό.



Όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στον αγωγό μηδενιστεί, ο αγωγός αποκτά σταθερή (οριακή) ταχύτητα. Τότε ή ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

$\Sigma F = 0$ ή $mg = BI_o\ell$ ή $I_o = \dfrac{mg}{B\ell} = 5\ A$.

Εφόσον η ένταση του ρεύματος έχει αποκτήσει σταθερή τιμή, ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι μηδενικός. Συνεπώς, μηδενική θα είναι και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή μετά την απόκτηση της οριακής ταχύτητας από τον αγωγό, δηλαδή ισχύει:

$\dfrac{di}{dt} = 0$ και $E_{ΑΥΤ} = 0$.

Από τον νόμο του Ohm έχουμε: $I_o = \dfrac{E}{R} = \dfrac{B\upsilon_{op}\ell}{R}$ ή $\upsilon_{op} = \dfrac{I_o R}{B\ell}$ ή $\mathbf{\upsilon_{op} = 50\ m/s}$.

δ. Το πηνίο έχει αποθηκεύσει το 25% της μέγιστης ενέργειας που αποθηκεύει στη διάρκεια του φαινομένου, όταν: $U = \dfrac{1}{4}U_{max}$ ή $\dfrac{1}{2}Li^2 = \dfrac{1}{4}\dfrac{1}{2}LI_o^2$ ή $i = \dfrac{I_o}{2} = 2{,}5\ A$.

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι: $B = \dfrac{\mu_o N i}{\ell} = 10^{-2}\ T$.

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πηνίο είναι: $\Phi = BA$ ή $\mathbf{\Phi = 10^{-4}\ Wb}$.

ε. Μετά την απόκτηση οριακής ταχύτητας είναι $E_{ΑΥΤ} = 0$. Άρα η ισχύς του πηνίου είναι:

$P_{πην.} = E_{αυτ} I_o$ ή $\mathbf{P_{πην.} = 0}$.

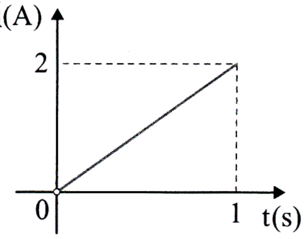
Η ισχύς που προσφέρει ο αγωγός στο κύκλωμα είναι: $P_{πηγ.} = EI_o = Bυ_{ορ}\ell I_o$ ή $\mathbf{P_{πηγ.} = 50\ J/s}$.

Η θερμική ισχύς στο κύκλωμα είναι: $P_{θερμ.} = I_o^2 R$ ή $\mathbf{P_{θερμ.} = 50\ J/s}$.

68. *α.* Η μαγνητική διαπερατότητα μ του υλικού του πυρήνα τού πηνίου είναι:

$$L = \mu\mu_o \frac{N^2}{\ell} A \quad ή \quad \mu = \frac{L\ell}{\mu_o N^2 A} \quad ή \quad \mathbf{\mu = 1250}.$$

β. Από τη χρονική εξίσωση $i = 2t$ (S.I.) προκύπτει ότι ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι $\frac{\Delta i}{\Delta t} = 2\ A/s$.



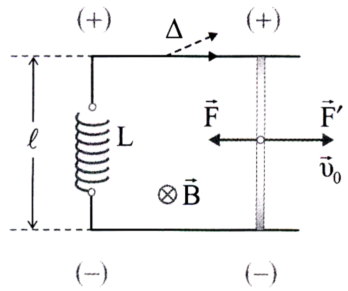
Άρα η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στα άκρα του πηνίου είναι:

$$|E_{ΑΥΤ}| = L\frac{\Delta i}{\Delta t} \quad ή \quad |E_{ΑΥΤ}| = 1\ V.$$

Ισχύει: $i = \frac{E - |E_{ΑΥΤ}|}{R_{ολ}}$ ή $iR_{ολ} = Bυ\ell - |E_{ΑΥΤ}|$ ή $υ = \frac{iR_{ολ}}{B\ell} + \frac{|E_{ΑΥΤ}|}{B\ell}$ ή $υ = 5 + 5\,t$ (S.I.).

Η παραπάνω εξίσωση είναι η εξίσωση ταχύτητας-χρόνου για μία ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα μέτρου $\mathbf{υ_0 = 5\ m/s}$ και επιτάχυνση μέτρου $\mathbf{α = 5\ m/s^2}$.

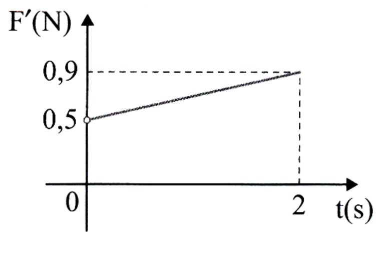
γ. Όταν ο αγωγός αρχίζει να κινείται, στο επάνω άκρο του δημιουργείται θετικός πόλος και στο κάτω αρνητικός. Το κύκλωμα αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα και στον αγωγό ασκείται δύναμη Laplace προς τα αριστερά. Το πηνίο αντιστέκεται στην αύξηση της έντασης του ρεύματος που διέρχεται από αυτό και εμφανίζει στο πάνω του άκρο θετικό πόλο και στο κάτω του άκρο αρνητικό πόλο.



Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = mα \quad ή \quad F' - F = mα \quad ή \quad F' = Bi\ell + mα \quad ή \quad F' = 0,4t + 0,5\ \text{(S.I.)}.$$

Η γραφική παράσταση της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}'$ σε συνάρτηση με τον χρόνο t απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Από την κλίση στο διάγραμμα προκύπτει ο ρυθμός μεταβολής της εξωτερικής δύναμης: $\mathbf{\frac{\Delta F'}{\Delta t} = 0,4\ N/s}$.

δ. Τη χρονική στιγμή t = 2 s η ένταση του ρεύματος είναι: i = 4 A και το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού είναι: υ = 15 m/s.

Η ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα του αγωγού είναι: $E = Bυ\ell = 3\ V$.

Την ίδια χρονική στιγμή το μέτρο της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}'$ είναι: $F' = 1,3\ N$ και ο ρυθμός με τον οποίο αποθηκεύει ενέργεια το πηνίο είναι: $P_{πην.} = E_{ΑΥΤ} i$ ή $\mathbf{P_{πην.} = 4\ J/s}$.

Ο ρυθμός με τον οποίο εκλύεται θερμότητα από τους αντιστάτες του κυκλώματος είναι:

$P_{θερμ.} = i^2 R_{ολ}$ ή $\mathbf{P_{θερμ.} = 8\ J/s}$.

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού είναι:

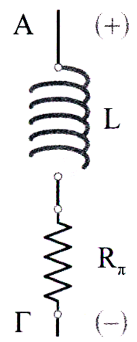
$$\frac{ΔK}{Δt} = \frac{ΣW}{Δt} = \frac{ΣFΔx}{Δt} = ΣFυ = mαυ \quad ή \quad \mathbf{\frac{ΔK}{Δt} = 7,5\ J/s}.$$

Ο ρυθμός με τον οποίο η εξωτερική δύναμη προσφέρει ενέργεια στον αγωγό είναι:

$P_{εξ.} = F'υ$ ή $\mathbf{P_{εξ.} = 19,5\ J/s}$.

Παρατηρούμε ότι: $P_{εξ.} = \frac{ΔK}{Δt} + P_{θερ.} + P_{πην.}$

ε. Τη χρονική στιγμή t = 3 s η ένταση του ρεύματος είναι: i = 6 A, η ταχύτητα του αγωγού έχει μέτρο: υ = 20m/s και η ενέργεια που έχει αποθηκευτεί στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου είναι: $U = \frac{1}{2} L i^2$ ή $\mathbf{U = 9\ J}$.



Η επαγωγική τάση στον αγωγού είναι: $E = Bυ\ell = 4\ V$ και η πολική τάση στα άκρα του αγωγού την ίδια στιγμή είναι: $V_Π = E - iR_α$ ή $\mathbf{V_Π = 1,6\ V}$.

Η διαφορά δυναμικού στα άκρα Α, Γ του πηνίου προκύπτει:

$$V_A - |E_{αυτ}| - iR_π = V_Γ \quad ή \quad V_{AΓ} = |E_{αυτ}| + iR_π \quad ή \quad \mathbf{V_{AΓ} = 1,6\ V}.$$