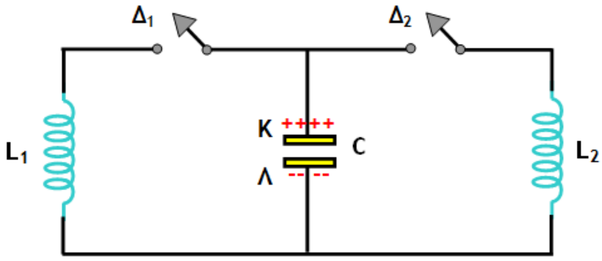
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΣΕ ΟΛΗ ΤΗΝ ΥΛΗ



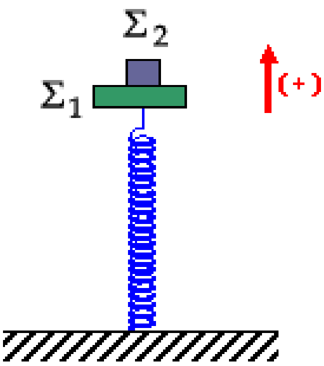
1. Στο ιδανικό κύκλωμα του σχήματος έχουμε αρχικά τον πυκνωτή χωρητικότητας C= 20 μF φορτισμένο με φορτίο Q, με πολικότητα που φαίνεται στο σχήμα και τους διακόπτες $Δ_1$ και $Δ_2$, ανοικτούς. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο διακόπτης $Δ_1$ κλείνει οπότε στο κύκλωμα L_1C έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής L_1 του πηνίου του κυκλώματος L_1C είναι L_1= 2 mH. Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα L_1C είναι $I_1 = 2\cdot 10^{-2}\,A$. Τη χρονική στιγμή $t_1=T_1$, όπου T_1 η περίοδος της ταλάντωσης του κυκλώματος L_1C, ο διακόπτης $Δ_1$ ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο $Δ_2$, οπότε στο κύκλωμα L_2C έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο $T_2 = 2T_1$. Να βρείτε:

α) την περίοδο T_1 της ταλάντωσης του κυκλώματος L_1C.

β) το μέγιστο φορτίο Q_1 που θα αποκτήσει ο πυκνωτής χωρητικότητας C_1 κατά τη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος L_1C.

γ) το συντελεστή αυτεπαγωγής L_2 του πηνίου του κυκλώματος L_2C.

δ) τη συνάρτηση του φορτίου q του οπλισμού Κ του πυκνωτή σε σχέση με το χρόνο και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση από $t_0 = 0$ μέχρι $t_2=3T_1$.



2. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο άνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 = 2kg που ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 αφήνεται πάνω στο σώμα $Σ_1$, χωρίς ταχύτητα, ένα άλλο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 1kg. Το σύστημα ελατήριο –$Σ_1$-$Σ_2$ ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = \frac{1}{30}\,m$. Θεωρώντας θετική την κατακόρυφη προς τα πάνω φορά, να βρείτε:

α) Τη σταθερά k του ελατηρίου.

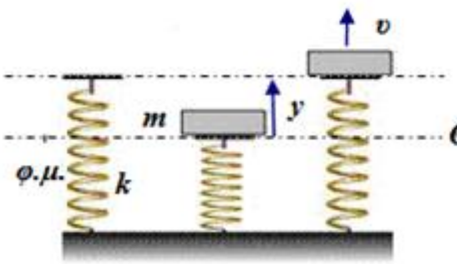
β) Τη μέγιστη συσπείρωση $ΔL_{max}$ του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος.

γ) Την εξίσωση U = f (t) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος.

δ) Τη δύναμη επαφής Ν που ασκείται από το $Σ_2$ στο $Σ_1$ στη θέση μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου.

Δίνεται : $g = 10m/s^2$.

3. Το σώμα του σχήματος έχει μάζα m = 2kg και ισορροπεί στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k = 200 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Εκτρέπουμε το σώμα από τη Θ.Ι. του φέρνοντας το στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή t = 0 δίνουμε στο σώμα αρχική ταχύτητα υ= $\sqrt{3}$ m/s, προς τα πάνω.



α) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.
β) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης y = f (t).
γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη ενέργεια του ελατηρίου.
δ) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή, το μέτρο της ταχύτητας του σώματος αποκτά μέγιστη τιμή για δεύτερη φορά, μετά τη στιγμή t = 0.

ε) Να βρείτε την ορμή του σώματος κατά τη χρονική στιγμή t = $\frac{\pi}{10}$ s.

Δίνονται: g = 10m/s2, ημ $\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$, συν$\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **και ότι η θετική φορά είναι προς τα πάνω.**

4. Ένας κύβος μάζας M = 10kg ισορροπεί τοποθετημένος πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη μια κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένη η μια άκρη ιδανικού οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k = 250 N/m, του οποίου η άλλη άκρη είναι δεμένη σε ακλόνητο σημείο κατακόρυφου τοίχου. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Στην απέναντι κατακόρυφη έδρα του κύβου είναι δεμένο μη ελαστικό και αβαρές νήμα το οποίο έχει όριο θραύσεων F_θ = 120N. Μέσω του νήματος ασκούμε στο σώμα δύναμη κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και με φορά τέτοια ώστε το ελατήριο να επιμηκύνεται. Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την επιμήκυνση x του ελατηρίου σύμφωνα με την εξίσωση F = 80+200x (S.I.). 2

α) Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.
β) Να βρείτε την ταχύτητα του κύβου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.
γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης y = f(t). Να θεωρήσετε t_0 = 0 τη στιγμή που κόβεται το νήμα και άξονα x΄x με αρχή τη θέση ισορροπίας του κύβου και θετική φορά εκείνη κατά την οποία το ελατήριο επιμηκύνεται.
δ) Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή t_0 = 0 που κόβεται το νήμα, θα περάσει ο κύβος από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά.

5. Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής μεγάλου μήκους που το ένα άκρο της είναι ακλόνητα στερεωμένο, διαδίδονται δύο κύματα, των οποίων οι εξισώσεις είναι αντίστοιχα: $y_1 = 10ημ2π(5t\text{-}x)$ και $y_2=10ημ2π(5t + x)$, όπου y και x είναι μετρημένα σε cm και το t σε s. Στη θέση x = 0, που είναι το « ελεύθερο» άκρο της χορδής δημιουργείται κοιλία.
α) Να βρείτε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στη χορδή.
β) Να βρείτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που θα δημιουργηθεί από τη συμβολή των δύο αυτών κυμάτων και το πλάτος ταλάντωσης κάθε υλικού σημείου χορδής, συναρτήσει της απόστασης του από το « ελεύθερο» άκρο της.
γ) Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης-χρόνου, για τα σημεία Α, Β και Γ, τα οποία απέχουν από « ελεύθερο» άκρο αντίστοιχα, $x_A = \frac{λ}{4}$, $x_B=\frac{λ}{2}$ και $x_Γ = λ$, αφού δημιουργηθεί το στάσιμο.
δ) Να βρείτε τη σχέση που δίνει τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε υλικού σημείου της χορδής. Μεταξύ ποιών τιμών κυμαίνεται το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας των υλικών σημείων της χορδής;
ε) Ποια είναι η απόσταση από το « ελεύθερο» άκρο της χορδής των σημείων που παραμένουν –ακίνητα και των σημείων που πάλλονται με μέγιστο πλάτος;

6. Ένα αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα συχνότητας f = $6\cdot10^{14}$Hz εισέρχεται από τον αέρα σε ορθογώνιο διαφανές πλακίδιο πάχους d = $2{,}4\sqrt{28}$ cm, με γωνία πρόσπτωσης $θ = 30^0$. Κατά τη διάδοση του κύματος στον αέρα, το πλάτος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι $E_{max} = 18\cdot10^{-1}\frac{V}{m}$. Κατά την είσοδο του κύματος στο πλακίδιο παρατηρείται ελάττωση του μήκους κύματος λ κατά 20%, σε σχέση με την τιμή του στο κενό. 3
α) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος στο κενό και να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο του κύματος αυτού στον αέρα, κατά τη διάδοση του στον άξονα x΄x.
β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος αυτού στο διαφανές πλακίδιο και να βρείτε τον δείκτη διάθλασης του πλακιδίου.
γ) Να βρείτε τη γωνία με την οποία εξέρχεται η ακτίνα από την απέναντι πλευρά του πλακιδίου.
δ) Να βρείτε σε πόσο χρόνο η παραπάνω παράλληλη λεπτή δέσμη θα διαπεράσει το πλακίδιο.
Δίνεται: c=$3\cdot10^8\frac{m}{s}$

7. Κατά μήκος ενός γραμμικού ομογενούς, ελαστικού μέσου διαδίδεται στη θετική κατεύθυνση του άξονα x΄Οx ένα αρμονικό κύμα που περιγράφεται από

την εξίσωση : y = $4\cdot10^{-2}$ημ$\left[(200\pi t)\text{-}\frac{10\pi\chi}{17}\right]$ (S.I.). Δύο σημεία Α και Β βρίσκονται πάνω στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, απέχουν μεταξύ τους 17 m, και γνωρίζουμε ότι το ποιο κοντινό σημείο στην πηγή Ο είναι το σημείο Α.

α) Να βρείτε τη συχνότητα και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β) Να δείξετε ότι η διαφορά φάσης των σημείων Α και Β είναι ανεξάρτητη του χρόνου και ότι τα σημεία αυτά είναι σε συμφωνία φάσης.

γ) Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης- χρόνου για τα δύο αυτά υλικά σημεία Α και Β, αν γνωρίζουμε ότι το σημείο Α βρίσκεται στη θέση x_A = 6,8 m.

δ) Να βρείτε τη μεταβολή της φάσης του υλικού σημείου Α σε χρονική διάρκεια Δt = 1s.

ε) Να βρείτε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου Γ της θέσης x_Γ =3,4 m, τη χρονική στιγμή t που το υλικό σημείο Β έχει απομάκρυνση y_B=2,2cm, και αρνητική ταχύτητα.

8. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού που ηρεμεί εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα υ = 80$\frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Οι δύο πηγές τη χρονική στιγμή t = 0 αρχίζουν να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, σε διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια του υγρού και η εξίσωση ταλάντωσης τους είναι y = Αημ$\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$.

Με την επίδραση των δύο κυμάτων ένα μικρό κομμάτι φελλού που βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού ταλαντώνεται, με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του: y = 4ημ2π(8t-4), όπου y σε cm και t σε s.

Οι αποστάσεις του φελλού από τις πηγές Π_1 και Π_2 είναι r_1, r_2 αντίστοιχα και συνδέονται με τη σχέση r_1-r_2 = 2λ, όπου λ το μήκος κύματος λ των δύο κυμάτων.

α) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης των πηγών.

β) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ των κυμάτων καθώς και τις αποστάσεις r_1 και r_2.

γ) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση ταλάντωσης του φελλού την χρονική στιγμή t_1=1s.

δ) Να βρείτε τη χρονική στιγμή t, κατά την οποία ο φελλός περνάει από τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης y = 4cm για 1η φορά, εκτελώντας σύνθετη ταλάντωση.

ε) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης των σημείων που βρίσκονται στην μεσοκάθετη του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τις δύο πηγές.

9. Δύο αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους (Α = 2cm) και ίδιας συχνότητας (f = 10Hz) διαδίδονται με ταχύτητα υ = 20$\frac{\text{m}}{\text{s}}$ σε ελαστική χορδή x΄Οx, με αντίθετη φορά. Κατά μήκος της χορδής αποκαθίσταται στάσιμο κύμα και στο σημείο Ο, της θέσης x = 0, δημιουργείται κοιλία. Το σημείο Ο τη χρονική στιγμή t = 0 έχει απομάκρυνση y = 0 και ταχύτητα υ>0.

α) Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο κυμάτων και να βρείτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει από τη συμβολή των δύο αυτών κυμάτων.

β) Να προσδιορίσετε τις θέσεις των δεσμών και τις θέσεις των κοιλιών και να βρείτε την απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της γειτονικής του κοιλίας.
γ) Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των δύο πλησιέστερων σημείων που βρίσκονται εκατέρωθεν ενός δεσμού και ταλαντώνονται με πλάτος ίσο με το μισό του πλάτους της κοιλίας.
δ) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί κατά μήκος της χορδής, τις χρονικές στιγμές $t_1=\frac{T}{4}$ και $t_2=\frac{T}{2}$.

10. Σε ομογενή ελαστική χορδή μήκους L = 22,5 cm που το ένα άκρο της είναι ακλόνητα στερεωμένο, δημιουργούνται στάσιμα κύματα. Ένα από τα αρμονικά κύματα που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση $y=4\eta\mu\left(8\pi t-\frac{\pi x}{5}\right)$ (t σε s, y και x σε cm). Το ελεύθερο άκρο της χορδής βρίσκεται στη θέση x = 0 και γνωρίζουμε ότι σε αυτό δημιουργείται κοιλία.
α) Να γραφούν οι εξισώσεις του ανακλώμενου και του στάσιμου κύματος.
β) Να βρεθούν ο αριθμός των δεσμών και ο αριθμός των κοιλιών, που δημιουργούνται κατά μήκος της χορδής.
γ) Να γίνουν τα στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές $t_1=\frac{T}{4}$ και $t_2=\frac{3T}{4}$ στο ίδιο διάγραμμα.
δ) Να βρεθούν οι θέσεις των σημείων της χορδής που έχουν μέγιστη ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό της μέγιστης ταχύτητας μιας κοιλίας.

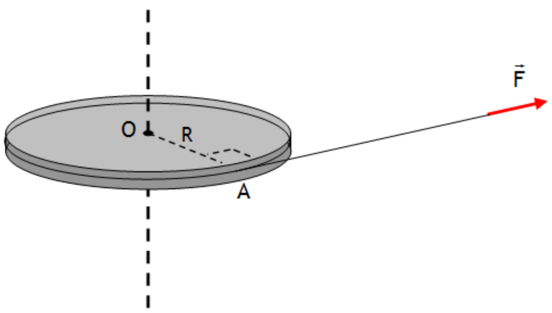
11. Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός συχνότητας f = $5\cdot10^{14}$ Hz διέρχεται από δύο διαφανή πλακίδια Α και Β, ίδιου πάχους d = 3cm, τα οποία έχουν δείκτες διάθλασης n_A = 2 και $n_B=\sqrt{3}$.

Α) Αν η μονοχρωματική δέσμη φωτός, προσπέσει κάθετα και στα δύο πλακίδια
α) να βρείτε τους χρόνους διέλευσης της φωτεινής ακτίνας από τα δύο πλακίδια.
β) να βρείτε τον αριθμό μηκών κύματος που δημιουργούνται σε κάθε πλακίδιο.

Β) Τοποθετούμε το πλακίδιο Β, πάνω στο πλακίδιο Α. Η παραπάνω μονοχρωματική δέσμη φωτός, προσπίπτει με γωνία θ = $\frac{\pi}{3}$ στην επιφάνεια του πλακιδίου Β.
α) Να βρείτε αν η ακτίνα θα εισέλθει στο πλακίδιο Α ή θα υποστεί ολική ανάκλαση και θα συνεχίσει την πορεία της στο πλακίδιο Β.
β) να βρείτε το συνολικό χρόνο μέχρι το φως να εξέλθει πάλι στον αέρα.

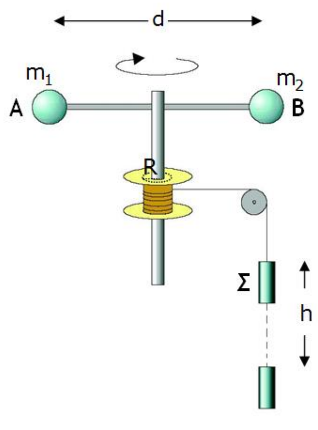
Δίνονται η ταχύτητα του φωτός στο κενό, c= $3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$**,** $\sqrt{13}$ **= 3,6 και ημ** $\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$**.**

12. Ο ομογενής και ισοπαχής δίσκος του σχήματος έχει ακτίνα R = 10cm και μάζα M = 2kg, είναι οριζόντιος και μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος και στην περιφέρεια του είναι τυλιγμένο αβαρές, μη εκτατό σχοινί μήκους $\ell = 4\text{m}$**. Τη χρονική στιγμή** t_0**=0 ασκούμε στην ελεύθερη άκρη του σχοινιού σταθερή , οριζόντια δύναμη F = 2N και ο δίσκος ξεκινά να περιστρέφεται. Το σχοινί δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του δίσκου.**



Να υπολογίσετε:
α) το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης α_γ **του δίσκου.**
β) τη χρονική στιγμή t_1 **που ξετυλίγεται όλο το σχοινί.**
γ) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω του δίσκου τη στιγμή κατά την οποία έχει ξετυλιχθεί όλο το σχοινί.
δ) το έργο της δύναμης στη διάρκεια του δεύτερου δευτερόλεπτου της κίνησης.
Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του: I= $\frac{1}{2}MR^2$**.**

13. Η οριζόντια και ομογενής ράβδος AB του σχήματος έχει μήκος d = 2 m μάζα M = 3 kg και μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο σωλήνα που περνά από το κέντρο της. Στο σωλήνα έχει προσαρμοστεί, σταθερά, ένας μικρός κύλινδρος ακτίνας R = 0,1m. Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό νήμα, στην ελεύθερη άκρη του οποίου αναρτάται, μέσω τροχαλίας, ένα σώμα Σ. Στα άκρα A και B της ράβδου έχουν στερεωθεί δύο μικρές σφαίρες με μάζες m_1 **=1kg και** m_2 **= 2kg αντίστοιχα. Ο σωλήνας, ο κύλινδρος, η τροχαλία και το νήμα θεωρούνται αβαρή. Το νήμα δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο. Αρχικά όλη η διάταξη είναι ακίνητη. Τη στιγμή** t_0 **= 0 το σώμα Σ αφήνεται να κινηθεί και η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται. Το νήμα ασκεί στον κύλινδρο σταθερή ροπή μέτρου τ = 16 Nm.**

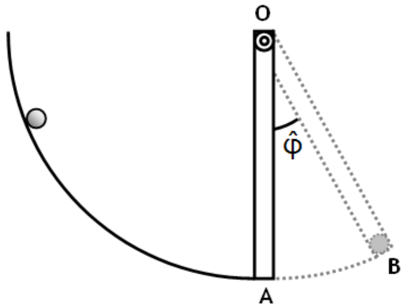


Να βρείτε:

α) Τη συνολική ροπή αδράνειας $I_{ολ}$ του συστήματος της ράβδου και των δύο σφαιριδίων ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου.
β) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης $α_γ$ του παρακάτω συστήματος.
γ) Το ύψος h κατά το οποίο έχει κατέλθει το σώμα Σ από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=\sqrt{10\pi}$ s.
δ) Τον αριθμό των περιστροφών $N_{στρ}$ της ράβδου στο ίδιο χρονικό διάστημα.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \frac{1}{12}Md^2$, $g = 10\frac{m}{s^2}$.

14. Μια λεπτή ομογενής ράβδος μήκους L=0,3m και μάζας m = 1kg μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα, που περνά από το άκρο της Ο, όπως στο σχήμα. Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη στη θέση ΟΑ. Ένα μικρό σφαιρίδιο μάζας m = 1 kg αφήνεται να κινηθεί εντός τεταρτοκυκλίου που έχει κέντρο του το σημείο Ο και συναντά τη ράβδο στο σημείο Α, έχοντας ταχύτητα μέτρου υ = 2$\frac{m}{s}$. Το σφαιρίδιο συγκρούεται με τη ράβδο και προσκολλάται στο άκρο της Α δημιουργώντας το σύστημα ράβδος-σφαιρίδιο το οποίο έχει ροπή αδράνειας που δίνεται από τη σχέση I = $\frac{4}{3}mL^2$. Το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο ξεκινά να περιστρέφεται γύρω από το άκρο Ο της ράβδου.



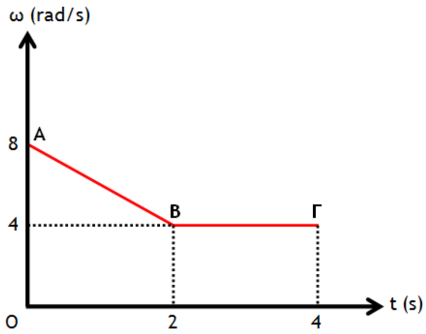
Να βρείτε:
α) Τη ροπή αδράνειας $I_ρ$ της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής που περνά από το άκρο Ο.
β) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο αμέσως μετά την κρούση.
γ) Τη μείωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος λόγω της κρούσης.
δ) Το μέτρο του ρυθμούς μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο $\frac{dL}{dt}$ όταν βρίσκεται στη θέση ΟΒ, η οποία σχηματίζει γωνία $\hat{φ}$ = 30⁰ με την αρχική της θέση.

Δίνονται: g = 10$\frac{m}{s^2}$ και ημ30^0 = 0,5, συν30^0 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

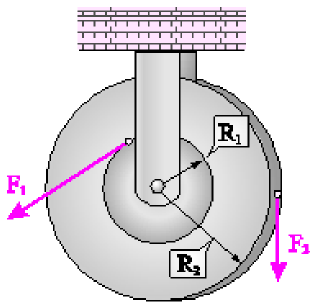
15. Ένα στερεό Σ περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα ως προς τον οποίο παρουσιάζει ροπή αδράνειας I = 0,2 kgm^2. Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας του στερεού Σ ως προς το χρόνο δίνεται στο διπλανό διάγραμμα.
Να βρείτε:

7

α) την αλγεβρική τιμή της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού τις χρονικές στιγμές t_1 = 1s και t_3 = 3s.
β) τον αριθμό των περιστροφών που εκτέλεσε το στερεό από t_A =0 μέχρι $t_Γ$ = 4s.
γ) την ισχύ της δύναμης που ασκείται στο στερεό τη χρονική στιγμή t_1 = 1s.
δ) το μέτρο της στροφορμής του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή t_B = 2s.

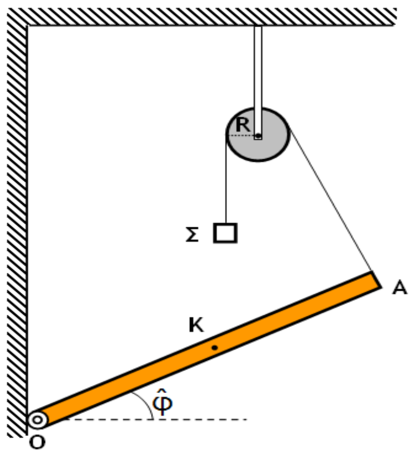


16. Η ακίνητη διπλή τροχαλία του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας της. Η τροχαλία έχει ακτίνες R_1=10cm, R_2 = 20cm και ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής I =1 kgm^2. Στην τροχαλία που είναι αρχικά ακίνητη, ασκούνται μέσω κατάλληλων αβαρών νημάτων οι δυνάμεις F_1 = 60N και F_2 = 40N, με σημεία εφαρμογής και κατευθύνσεις όπως στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



α) τη συνολική ροπή που δέχεται η τροχαλία.
β) τη γωνιακή επιτάχυνση που αποκτά η τροχαλία.
γ) τη γωνιακή της ταχύτητα τη χρονική στιγμή t = 4s.
δ)τη χρονική στιγμή t = 4s, το μήκος των νημάτων που έχει τυλιχτεί ή ξετυλιχθεί σε κάθε τροχαλία.

17. Η λεπτή, ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μήκος L, μάζα Μ κα μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα (άρθρωση) που διέρχεται από το άκρο της Ο. Στο άλλο άκρο Α της ράβδου είναι δεμένο ένα αβαρές νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου είναι αναρτημένο, μέσω τροχαλίες ακτίνας R, ένα σώμα Σ μάζας m_1=0,1$\sqrt{5}$ kg.
Το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο ΟΑ στο άκρο της Α. Η ράβδος, το σώμα Σ και η τροχαλία ισορροπούν ακίνητα, με τη ράβδο να σχηματίζει γωνία φ = 45^0 με το δάπεδο.

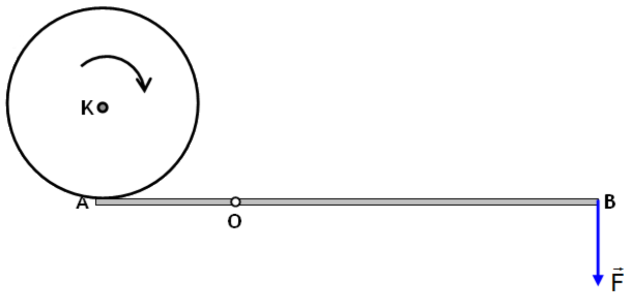


Να βρείτε:
α) το μέτρο της τάσης T_1 του νήματος στο σημείο Α.
β) τη μάζα Μ της ράβδου.
γ) το μήκος L της ράβδου, αν η ροπή αδράνειας της ως προς τον άξονα που διέρχεται που διέρχεται από το σημείο Ο είναι I_O = 15$\sqrt{10}\cdot 10^{-4}$ kgm^2.
δ) Το μέτρο της δύναμης F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

8

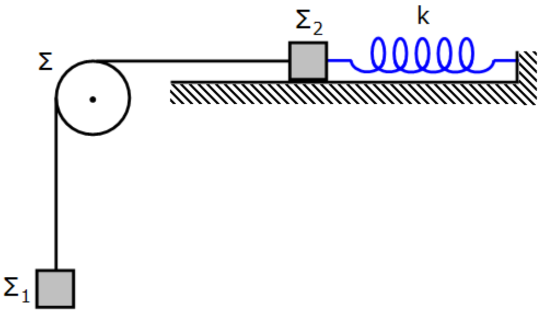
Δίνονται: Η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από κέντρο μάζας είναι $I_{cm}=\frac{1}{12}ml^2$.

18. Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα R = 0,1 m και στρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του με στροφορμή μέτρου $L_0 = 20\frac{kgm^2}{s}$. Η ράβδος ΑΟΒ του σχήματος έχει μήκος d = 0,4 m, είναι αβαρής και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που περνά από σημείο Ο και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής του τροχού.



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο άκρο Β της ράβδου κατακόρυφη δύναμη μέτρου F = 400N με αποτέλεσμα η ράβδος να εφάπτεται στον τροχό στο άκρο Α. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, ενώ ο τροχός, λόγω τριβών στο σημείο επαφής με τη ράβδο, επιβραδύνεται και τελικά σταματά. Η τριβή ολίσθησης που ασκεί η ράβδος στον τροχό όσο αυτός περιστρέφεται, έχει μέτρο $T_{ολ}$ = 10 N.
Να βρείτε:
α) Την απόσταση (ΑΟ).
β)Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του τροχού, $\frac{dL}{dt}$, κατά τη διάρκεια της στροφικής του κίνησης.
γ) Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του τροχού, $\frac{dK}{dt}$, τη στιγμή που το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας είναι το μισό από το αρχικό.
δ) Τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ο τροχός ακινητοποιείται καθώς και τη μέση ισχύ $|P_μ|$ της ροπής που τον ακινητοποίησε (σε απόλυτη τιμή).
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=2kg\cdot m^2$ και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ τροχού και της ράβδου μ=0,1.

19. Η τροχαλία Σ του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδο της. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα της, είναι $I=0,01kgm^2$ και η ακτίνα της είναι R=0,1 m. Γύρω από την τροχαλία είναι

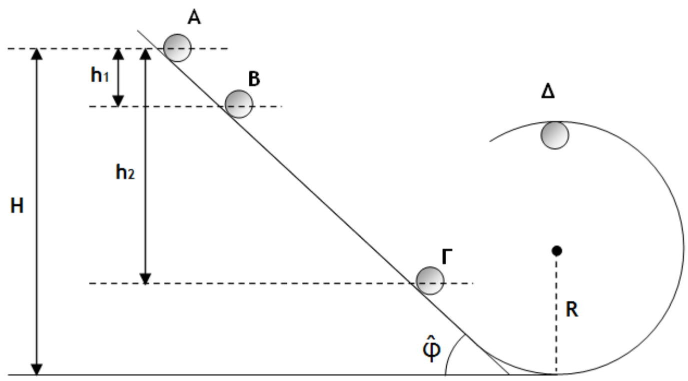


9

τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία. Στη μία άκρη του νήματος έχει αναρτηθεί το σώμα $Σ_1$. Στην άλλη άκρη του νήματος έχει προσδεθεί το σώμα $Σ_2$, το οποίο βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σύστημα ισορροπεί ακίνητο με τη βοήθεια ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\frac{N}{m}$, στο οποίο έχει προσδεθεί στο ένα άκρο του το σώμα $Σ_2$ και το άλλο άκρο του σε ακλόνητο στήριγμα. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν μάζα m = 1kg το καθένα.

α) Να βρεθεί το μετρό της δύναμης $F_{ελ}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα $Σ_2$, όταν το σύστημα ισορροπεί.
β) Τη χρονική στιγμή t_0=0 κόβουμε το νήμα στο σημείο που συνδέει το σώμα $Σ_2$ με την τροχαλία, με αποτέλεσμα η τροχαλία να ξεκινήσει να περιστρέφεται και το σύστημα ελατήριο –$Σ_2$ να ξεκινήσει απλή αρμονική ταλάντωση.
Να βρείτε:
β1) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης $α_γ$ της τροχαλίας.
β2) Πόσο έχει κατέβει το σώμα $Σ_1$ από τη χρονική στιγμή t_0=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας γίνεται αριθμητικά ίσο με τη γωνιακή συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο –$Σ_2$.
β3) Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας $\frac{dK}{dt}$ τη χρονική στιγμή t_1 όπως αυτή καθορίζεται στο προηγούμενο ερώτημα.
Δίνεται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

20. Μια συμπαγής ομογενής σφαίρα μάζας m = 0,7 kg και ακτίνας r, αφήνεται από το σημείο Α ενός πλάγιου επιπέδου που σχηματίζει γωνία $\hat{φ}$ με το οριζόντιο δάπεδο. Το σημείο Α βρίσκεται σε ύψος H=84 cm από το οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα καθώς κατέρχεται κυλιόμενη διέρχεται από τα σημεία Β και Γ που απέχουν από το σημείο Α κατακόρυφη απόσταση h_1 και h_2 αντίστοιχα, με $h_2=4h_1$.



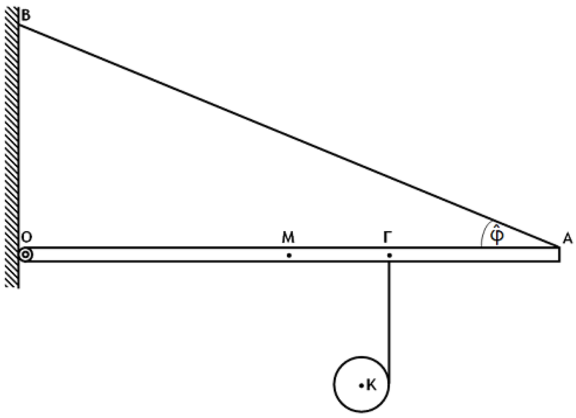
Μόλις η σφαίρα φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, μπαίνει σε κυκλική στεφάνη ακτίνας R = 28cm. Η σφαίρα κυλιόμενη εντός της κυκλικής στεφάνης εκτελεί ανακύκλωση.

α) Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας, $α_{cm}$, της σφαίρας κατά την κίνηση της στο πλάγιο επίπεδο.

β) Να βρείτε το λόγο των μέτρων $\frac{L_B}{L_\Gamma}$ των στροφορμών της σφαίρας στις θέσεις Β και Γ.
γ) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας $υ_{cm}$ στο ανώτερο σημείο της στεφάνης (σημείο Δ στο σχήμα).

δ) Να βρείτε το μέτρο της δύναμης Ν που δέχεται η σφαίρα από τη στεφάνη στο σημείο Δ.
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: $I_{cm}=\frac{2}{5}$, ημ $\hat{φ}$ =0,7. Η ακτίνα της σφαίρας r είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ακτίνα R της στεφάνης $g = 10\frac{m}{s^2}$.

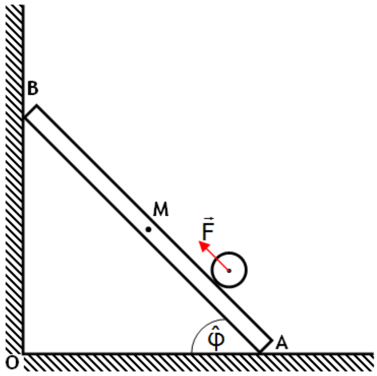
21. Η ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μάζα Μ = 4kg και μήκος L =2 m. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια άρθρωσης στο άκρο Ο και νήματος που είναι δεμένο στο άκρο Α και σχηματίζει γωνία 30^0 με τη ράβδο όπως φαίνεται στο σχήμα. Από ένα σημείο Γ της ράβδου έχει δεθεί μέσω αβαρούς σχοινιού ένα γιο-γιο μάζας m=12 kg, ο κύλινδρος του οποίου έχει ακτίνα R = 0,1 m. Το γιο-γιο ελευθερώνεται και κατέρχεται διαγράφοντας κατακόρυφη τροχιά, χωρίς ποτέ το σχοινί να γλιστρά. Καθώς το γιο-γιο κατέρχεται το νήμα ΑΒ ασκεί στη ράβδο δύναμη μέτρου Τ = 100 Ν.



Να βρείτε:
α) το μέτρο της επιτάχυνσης $α_{cm}$του κέντρου μάζας Κ του γιο-γιο.
β) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του γιο-γιο ως προς τον ελεύθερο άξονα περιστροφής του, που πέρνα από το κέντρο του Κ.
γ) την απόσταση (ΟΓ).
δ) τη δύναμη $\vec{F}$που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο (μέτρο και διεύθυνση ως προς τον οριζόντιο άξονα).
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του γιο-γιο ως προς τον ελεύθερο άξονα περιστροφής του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$, $g = 10\frac{m}{s}$.

22. Η λεπτή ομογενής δοκός ΑΒ του σχήματος μήκους L = $7{,}5\sqrt{2}$ m και μάζας Μ= 20 kg ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο ΟΒ και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία $\hat{φ}$ =45^0 με το οριζόντιο δάπεδο. Ένας ομογενής, λεπτός δίσκος μάζας m=1kg και ακτίνας R κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) κατά μήκος της δοκού

προς το άκρο Β, υπό την επίδραση δύναμης μέτρου F = $20\sqrt{2}$ N, παράλληλης στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να βρείτε:

α) το μέτρο της επιτάχυνσης α_{cm} του κέντρου μάζας του δίσκου.

β) το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας υ_{cm} του δίσκου τη στιγμή που φτάνει στο ανώτερο σημείο Β της δοκού, αν ο δίσκος ξεκίνησε να κινείται από τη βάση Α χωρίς ταχύτητα.

γ) Το μέτρο και τη διεύθυνση της δύναμης $\vec{A}$ που ασκεί ο δίσκος στη ράβδο.

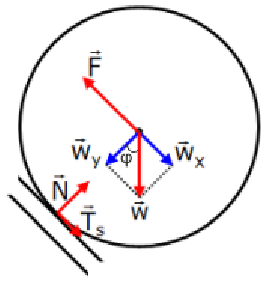
δ) Τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και δαπέδου ώστε ο δίσκος να φτάσει στο άκρο Β της δοκού, χωρίς η δοκός να ολισθήσει στο δάπεδο.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$, $g=10\frac{m}{s^2}$.

Λύση 22ου θέματος

α) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο δίσκο.

Για τις συνιστώσες w_x και w_y του βάρους του δίσκου έχουμε:



$w_x = w\eta\mu\varphi \Rightarrow w_x = mg\eta\mu 45^0 \Rightarrow w_x = 5\sqrt{2}$

$w_y = w\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow w_y = mg\sigma\upsilon\nu 45^0 \Rightarrow w_y = 5\sqrt{2}$

Εφαρμόζουμε τη Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου:

$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow F - w_x - T_s = m\alpha_{cm}$ **(1)**

Εφαρμόζουμε τη Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη στροφική κίνηση του δίσκου ως προς τον ελεύθερο άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του:

$\Sigma\tau = I_{cm}\alpha_\gamma \Rightarrow T_s \cdot R = \frac{1}{2}mR^2\alpha_\gamma \Rightarrow T_s = \frac{1}{2}mR\alpha_\gamma$ (2)

Επειδή ο δίσκος εκτελεί κύλιση (χωρίς ολίσθηση) ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_\gamma \cdot R$

Με αντικατάσταση της τελευταίας σχέσης στη σχέση (2) προκύπτει

$T_s = \frac{1}{2}m\alpha_{cm}$ **(3).**

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) των F, T_s και w_x υπολογίζουμε το α_{cm}.

$F - w_x - T_s = m\alpha_{cm} \Rightarrow 20\sqrt{2}\text{ N} - 5\sqrt{2}\text{ N} - \frac{1}{2}m\alpha_{cm} = m\alpha_{cm} \Rightarrow 15\sqrt{2}\text{N} = \frac{3}{2}m\alpha_{cm} \Rightarrow$

$\alpha_{cm} = 10\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$

12

β) Ο δίσκος ανέρχεται με σταθερή επιτάχυνση, άρα οι εξισώσεις της κινηματικής για τη μεταφορική κίνηση γράφονται:

$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} t_1, \quad L = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t^2$

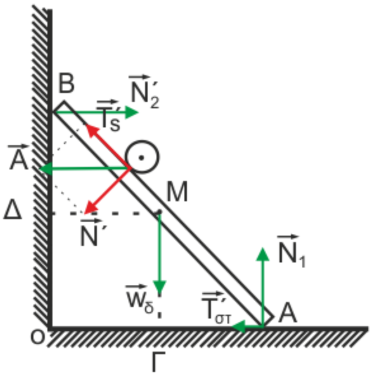
Λύνοντας την πρώτη σχέση ως προς το χρόνο και αντικαθιστώντας την δεύτερη παίρνουμε:

$$L = \frac{1}{2}\alpha_{cm}\left(\frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}}\right)^2 \Rightarrow L = \frac{\upsilon_{cm}^2}{2\alpha_{cm}} \Rightarrow \upsilon_{cm} = \sqrt{2L\alpha_{cm}}$$

Με αντικατάσταση των L, α_{cm} βρίσκουμε:

$$\upsilon_{cm} = \sqrt{2\cdot 7{,}5\sqrt{2}\text{m}\cdot 10\sqrt{2}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow \upsilon_{cm} = 10\sqrt{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ) Ο δίσκος ασκεί στη δοκό τις δυνάμεις T_s' και N΄. Η T_s' έχει ίδιο μέτρο με την T_s (δράση-αντίδραση) και η N΄ με την N.



Από τη σχέση (3) με αντικατάσταση υπολογίζουμε την T_s, έχουμε:

$$T_s = \frac{1}{2}m\alpha_{cm} = \frac{1}{2}1\text{kg}\cdot 10\sqrt{2}\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow T_s = 5\sqrt{2}\text{N} \quad \textbf{(4).}$$

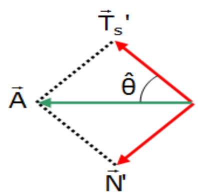
Για τον άξονα τον κάθετο στην κίνηση του δίσκου (άξονες y ΄y) ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow N = w_y \Rightarrow N = 5\sqrt{2}\text{N}$$

Άρα N΄=5 $\sqrt{2}$ (N) (5)

Από τις (4) και (5) και επειδή οι δυνάμεις $\vec{T}_s'$ και $\vec{N}'$ είναι κάθετες, με χρήση του Πυθαγορείου Θεωρήματος έχουμε:

$$A = \sqrt{N'^2 + T_s'^2} \Rightarrow A = \sqrt{\left(5\sqrt{2}\text{N}\right)^2 + (5\sqrt{2}\text{N})^2} \Rightarrow A = 10\text{N}$$

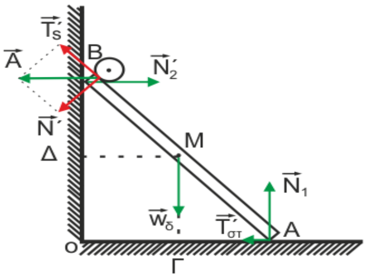


Από το σχήμα φαίνεται ότι:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{N'}{T_s'} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = 1 \Rightarrow \hat{\theta} = 45^0$$

Άρα η δύναμη $\vec{A}$ είναι οριζόντια δύναμη, παράλληλη προς το δάπεδο.

δ)



13

Εφαρμόζουμε τις συνθήκες ισορροπίας για τη δοκό:

$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow N_1 = w_\delta \Rightarrow N_1 = Mg \Rightarrow N_1 = 200\ N$$

$$\Sigma \vec{F}_x = \vec{0} \Rightarrow N_2 = T_{\sigma\tau} + A \Rightarrow N_2 = T_{\sigma\tau} + 10(SI)\ (6)$$

$$\boldsymbol{\Sigma\tau_{(O)} = 0} \Rightarrow N_2 \cdot (OB) = w_\delta \cdot (A\Gamma) + A \cdot (OB) \Rightarrow$$

$$N_2 \cdot L\eta\mu = Mg \cdot \frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi + A \cdot L\eta\mu \Rightarrow$$

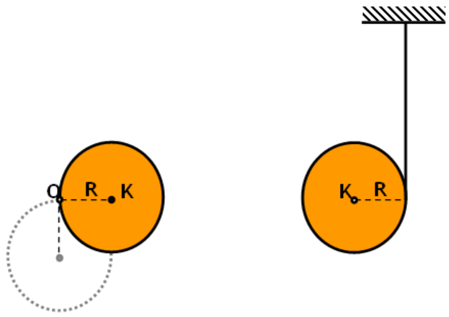
$$N_2 = \frac{Mg}{2} + A = \frac{200\,N}{2} + 10\,N \Rightarrow N_2 = 110\,N$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (6) βρίσκουμε $T_{\sigma\tau} = 100N$
Για να μην ολισθήσει η δοκός πρέπει:

$$T_{\sigma\tau} \le T_{\sigma\tau(max)} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \le \mu N_1 \Rightarrow 100N \le \mu \cdot 200N \Rightarrow \mu \ge 0{,}5$$

Άρα $\mu_{s,min} = 0{,}5$

23. Ο λεπτός ομογενής δίσκος του σχήματος (α) έχει μάζα M = 9 kg, ακτίνα $R = \frac{1}{30}$ m και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο της περιφέρειάς του.
Αρχικά ο δίσκος βρίσκεται σε τέτοια θέση, ώστε η ακτίνα ΟΚ που συνδέει το σημείο Ο με το κέντρο μάζας Κ του δίσκου (που συμπίπτει με το κέντρο του δίσκου), να είναι οριζόντια. Από αυτή τη θέση αφήνουμε το δίσκο να στραφεί. Η γωνιακή επιτάχυνση με την οποία ο δίσκος ξεκινά τη στροφική του κίνηση έχει μέτρο $\alpha_\gamma = 200\frac{rad}{s^2}$.



(α) (β)

Να βρείτε:
α) Τη ροπή αδράνειας $I_{(O)}$ του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του που διέρχεται από το σημείο Ο.
β) Τυλίγουμε πολλές φορές ένα αβαρές, μη εκτατό νήμα γύρω από έναν ίδιο δίσκο και την ελεύθερη άκρη του νήματος τη στερεώνουμε στην οροφή, σχηματίζοντας ένα γιο-γιο, όπως φαίνεται στο σχήμα (β). Αφήνουμε ελεύθερο το δίσκο και αυτός ξεκινά να κατέρχεται με το νήμα διαρκώς κατακόρυφο και χωρίς αυτό να γλιστρά ως προς το δίσκο.
γ) Να βρείτε τη ροπή αδράνειας I_{cm} του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.
δ) Να δείξετε ότι η τάση του νήματος που ασκείται στο δίσκο δε μεταβάλλει την συνολική κινητική του ενέργεια.

ε) Να βρείτε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω του δίσκου όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα με μήκος ίσο με την ακτίνα του δίσκου.

στ) Να βρείτε το ρυθμός μεταβολής της στροφικής κινητικής ενέργειας του δίσκου όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα με μήκος ίσο με την ακτίνα του δίσκου.

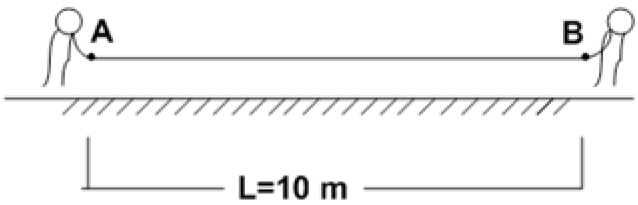
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$. Επίσης δεν θεωρείται γνωστός ο τύπος της ροπής αδράνειας ομογενή δίσκου για άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

24. Ένα σώμα $Σ_1$, μάζας m_1, κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $υ_1$ = 5m/s κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι μ = 0,5. Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας $Σ_1$ κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $υ'_1$=3m/s.

α) Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$.

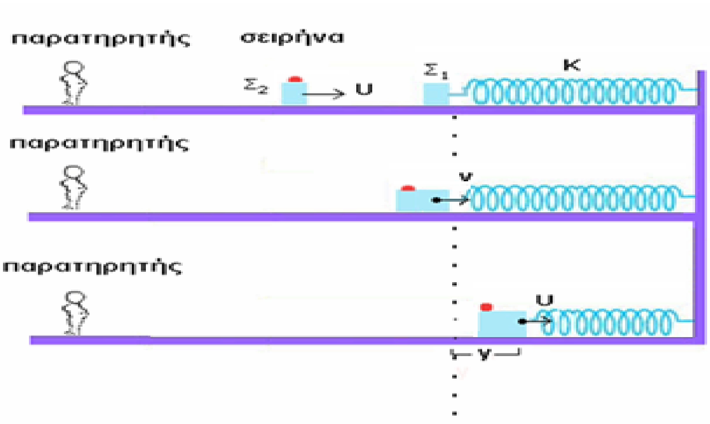
β) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
γ) Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας το σώματος $Σ_1$ που μεταβιβάστηκε στο σώμα $Σ_2$, λόγω της κρούσης.
δ) Να υπολογίσετε πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.
Δίνεται g = 10 m/s^2.

25. Δύο μαθητές παγοδρόμοι Α και Β, με μάζες αντίστοιχα m_1= 40 kg και m_2 = 60 kg, κρατούν τις άκρες ενός σχοινιού αμελητέας μάζας. Οι μαθητές στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (παγοδρόμιο) απέχοντας μεταξύ τους L = 10m. Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν το σχοινί ασκώντας δύναμη ο ένας στον άλλον, χωρίς να πέσει κανείς από τους δύο.



α) Να βρείτε ποια είναι η σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκεί ο ένας μαθητής στον άλλο μέσω του σχοινιού.
β) Να βρείτε τον λόγο των κινητικών ενεργειών που έχουν οι μαθητές ελάχιστα πριν τη στιγμή της συνάντησης.
γ) Αν ελάχιστα πριν τη στιγμή της συνάντησης, ο μαθητής Α έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $υ_1 = 2\frac{m}{s}$, ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του μαθητή Β;
δ) Αν οι μαθητές τη στιγμή της σύγκρουσης αγκαλιαστούν και παραμείνουν αγκαλιασμένοι ποια θα είναι η κοινή τους ταχύτητα;

26. Σώμα $Σ_1$, με μάζα $m_1 = 4kg$, είναι στερεωμένο στη μία άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 500\frac{N}{m}$, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σε κατακόρυφο τοίχο. Το σύστημα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$, μάζας $m_2=1Kg$

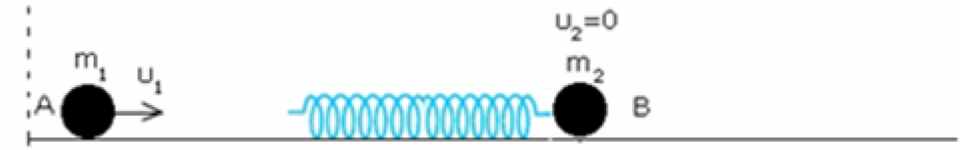


κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ = 10\frac{m}{s}$ κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα $Σ_1$, όπως στο σχήμα. Το σώμα $Σ_2$ έχει ενσωματωμένη σειρήνα που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας $f_s = 700$ Hz.

α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο ακίνητος παρατηρητής του σχήματος, πριν από την κρούση του σώματος $Σ_2$ με το σώμα $Σ_1$.
β) Να υπολογίσετε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης μετά την κρούση.
γ) Να γράψετε την ταχύτητα υ του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Για την περιγραφή αυτή να θεωρήσετε ως αρχή μέτρησης του χρόνου (t = 0) τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά το άξονα των απομακρύνσεων τη φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
δ) Αν η σειρήνα δεν καταστρέφεται κατά την κρούση, να βρείτε το πηλίκο της μέγιστης συχνότητας $f_{A\,max}$ προς την ελάχιστη συχνότητα $f_{A\,min}$ που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
Δίνονται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα $υ_{ηχ} = 340\frac{m}{s}$ και $g = 10\frac{m}{s^2}$.

16

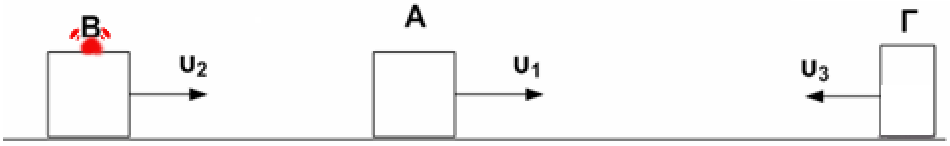
27. Ένα σώμα $Σ_A$, μάζας $m_1 = 10Kg$, κινείται με ταχύτητα $υ_1 = 4\frac{m}{s}$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η διεύθυνση της ταχύτητας του σώματος $Σ_A$ ταυτίζεται με τη διεύθυνση του άξονα ενός ιδανικού ελατηρίου το οποίο είναι στερεωμένο, όπως στο σχήμα, σε ακίνητο σώμα $Σ_B$, μάζας $m_2 = 30$ Kg. Το σώμα $Σ_A$ προσπίπτει στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου που αρχίζει να συσπειρώνεται.



α) Να υπολογίσετε την ορμή και τη μηχανική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση.
β) Να εξηγήσετε γιατί ή μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου συμβαίνει τη στιγμή που τα δύο σώματα έχουν κοινή ταχύτητα.
γ) Να υπολογίσετε την κοινή ταχύτητα των δύο σωμάτων την στιγμή που η παραμόρφωση του ελατηρίου θα είναι μέγιστη.
δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποκτά το ελατήριο λόγω της παραμόρφωσης του.

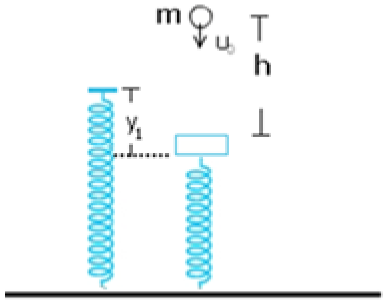
28. Τα τρία οχήματα του σχήματος, Α, Β και Γ κινούνται σε ευθύγραμμο αυτοκινητόδρομο. Τα μέτρα των ταχυτήτων τους είναι $\upsilon_1 = 20\frac{m}{s}$, $\upsilon_2=30\frac{m}{s}$ και $\upsilon_3=20\frac{m}{s}$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα. Τα οχήματα Α και Β κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και προπορεύεται το όχημα Α, ενώ το όχημα Γ έρχεται από την αντίθετη κατεύθυνση. Το όχημα Β εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s= 930 Hz.

17



α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του οχήματος Α.
β) Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του οχήματος Γ.
γ) τα οχήματα Β και Γ διασταυρώνονται, οπότε στη συνέχεια απομακρύνεται το ένα από το άλλο, να υπολογίσετε τη νέα συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του οχήματος Γ.
δ) Ο οδηγός του οχήματος Α τη χρονική στιγμή t = 0, ενώ προηγείται του οχήματος Β, πατάει γκάζι και προσδίδει στο όχημα του σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 2\frac{m}{s^2}$ για χρονικό διάστημα 5s, παραμένοντας σε όλη τη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης προπορευόμενος του οχήματος Β. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο οδηγός Α συναρτήσει του χρόνου σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα των 5s.
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $\upsilon = 340\frac{m}{s}$. Οι πράξεις να γίνουν με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου.

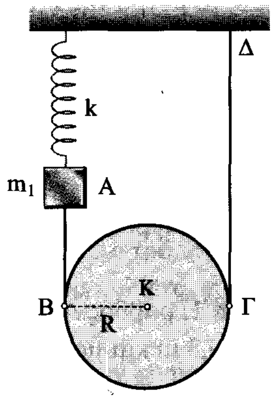
29. Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400\frac{N}{m}$ είναι στερεωμένος δίσκος Α μάζας M = 4 Kg. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο και ο δίσκος ισορροπεί. Από ύψος h = 0,25m πάνω από το δίσκο βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, με αρχική ταχύτητα $υ_0=2\frac{m}{s}$, μικρή σφαίρα Β , μάζας m = 2Kg. Η σφαίρα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το δίσκο. Μετά την κρούση απομακρύνουμε τη σφαίρα ενώ ο δίσκος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η διάρκεια κρούσης θεωρείται . αμελητέα, όπως και οι τριβές και οι αντιστάσεις θεωρούνται αμελητέες.



α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β) Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του δίσκου, αν η σταθερά ταλάντωσης είναι D = k.
γ) Να υπολογίσετε τον χρόνο στον οποίο θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητα το δίσκου.
δ) Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του δίσκου όταν περνάει από τη θέση ισορροπίας του.

30. Σώμα μάζας m_t = 1 kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Κατακόρυφος ομογενής δίσκος (σφόνδυλος), μάζας M = 4 kg και ακτίνας R = 0,3 m, γύρω από τον οποίο έχει τυλιχτεί σχοινί, τα άκρα του οποίου είναι δεμένα στην οροφή το ένα (Δ) και στο σώμα το άλλο (Α). Το σύστημα να ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.

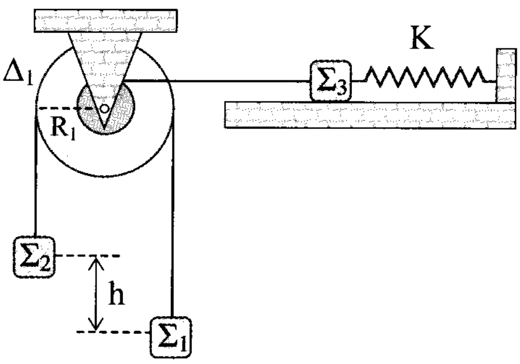


Α. Να βρείτε την τάση του νήματος ΓΔ που ασκείται στο δίσκο.
Τη στιγμή t_{fl}= 0, κόβουμε το νήμα ΑΒ που συνδέει το δίσκο με το σώμα m,, με αποτέλεσμα το σώμα να αρχίσει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ ο δίσκος ξεκινά να κινείται προς τα κάτω. Όταν αυτός έχει κατέβει κατά h = 0,3 m έχει ταχύτητα $υ_{cm}$= 2 m/s. Να υπολογίσετε:
Β. το λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του δίσκου.
Γ. Για την αρμονική ταλάντωση που εκτελεί η μάζα m,, να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο. Ως θετική φορά να θεωρήσετε τη φορά προς τα πάνω.

Δ. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας του και του ασκείται δύναμη επαναφοράς ίση με $-10\sqrt{3}$ N. Δίνεται g= 10m/s^2.

Απ. Α.Τ=20Ν Β.$K_{στρ}/K_{μετ}$=1/2 Γ.y=0,2ημ(10t+3π/2) (S.I.) Δ. υ=1m/sec^2

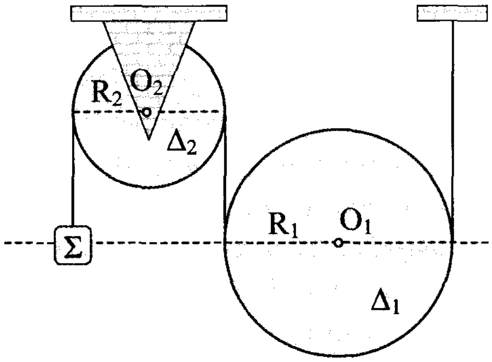
31. Η διπλή τροχαλία του συστήματος που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα αποτελείται από δύο ομογενείς, ομόκεντρους δίσκους $Δ_1$ και $Δ_2$, με ακτίνες R_1 = 0,5 m και R_2 = 0,25 m αντίστοιχα. Οι δύο δίσκοι είναι συγκολλημένοι μεταξύ τους έτσι, ώστε να μπορούν να στρέφονται, χωρίς τριβές, ως ενιαίο στερεό σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από τα κέντρα τους και είναι κάθετος στο επίπεδο που αυτοί ορίζουν. Η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι: I = 7,5 kg · m^2. Στις περιφέρειες των δύο δίσκων είναι τυλιγμένα αβαρή, μη εκτατά νήματα. Από τα ελεύθερα άκρα του νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω από τον δίσκο Δ κρέμονται σώματα Σ, και $Σ_2$ με μάζες m_t και m_2 αντίστοιχα, με m_2> m_1 Το άθροισμα των μαζών των σωμάτων $Σ_l$ και $Σ_2$ ισούται με 10 kg. Στο ελεύθερο άκρο του τεντωμένου οριζόντιου νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω από τον δίσκο $Δ_2$ είναι προσδεδεμένο σώμα $Σ_3$, μάζας m_3 = 2 kg. Το σώμα $Σ_3$ ισορροπεί ακίνητο επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς Κ = 200 N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχωμα. Αρχικά, τα σώματα του συστήματος συγκροτούνται ακίνητα. Η δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης του ελατηρίου είναι $U_{ελ}$ = 16 J και η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των κέντρων μάζας των σωμάτων Σ, και $Σ_2$ είναι h = 1 m. Να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα $Σ_3$.
β. Τις μάζες των σωμάτων $Σ_l$ και $Σ_2$.
Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 κόβουμε το νήμα που συνδέει την τροχαλία με το σώμα $Σ_3$. Να υπολογίσετε:
γ. Το μέτρο της επιτάχυνσης των σωμάτων $Σ_l$ και $Σ_2$.
δ. Τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων $Σ_1$και $Σ_2$ τη χρονική στιγμή κατά την οποία διέρχονται από το ίδιο οριζόντιο επίπεδο.
Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: g = 10 m/s^2. Θεωρήστε ότι τα νήματα δεν ολισθαίνουν στις περιφέρειες των δίσκων και ότι το μήκος τους είναι αρκετά μεγάλο, ώστε τα σώματα Σ, και $Σ_2$ να μη συγκρούονται με την τροχαλία.

Απ.: α. 80 Ν β. 3 kg, 7 kg γ. 1 m/s^2 δ. 1 m/s

32. Η διάταξη που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα περιλαμβάνει σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων, μάζας m = 1 kg και δύο λεπτούς ομογενείς δίσκους $Δ_1$ και $Δ_2$, με μάζες και M_2 και ακτίνες R_1 = 0,6 m και R_2 = 0,4 m αντίστοιχα. Το σώμα Σ κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μεγάλου μήκους, το οποίο είναι τυλιγμένο σε πολλές στροφές γύρω από τους δύο δίσκους. Ο δίσκος $Δ_2$ να μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του O_2 και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Τα σώματα της διάταξης αρχικά είναι ακίνητα και το σώμα Σ βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το κέντρο O_1 του δίσκου $Δ_1$.



α. Να υπολογίσετε τη μάζα του δίσκου $Δ_1$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα μεταξύ των δύο δίσκων, με συνέπεια ο δίσκος $Δ_2$ να αρχίζει να στρέφεται γύρω από τον άξονα περιστροφής του, το σώμα Σ να μετατοπίζεται κατακόρυφα και ο δίσκος $Δ_1$ να εκτελεί σύνθετη κίνηση. Στη διάρκεια των παραπάνω κινήσεων το σώμα Σ και το κέντρο μάζας του δίσκου $Δ_1$ βρίσκονται συνεχώς στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

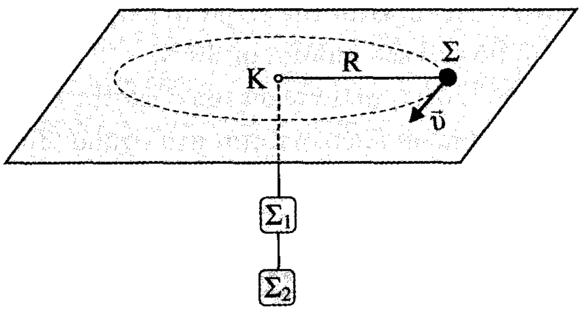
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου $Δ_1$

γ. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του δίσκου $Δ_2$ ως προς τον άξονα περιστροφής του.

δ. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ο δίσκος $Δ_1$ έχει εκτελέσει 3,125/π περιστροφές λιγότερες από τον δίσκο $Δ_2$. Το νήμα είναι αβαρές και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια των δίσκων. Η ροπή αδράνειας δίσκου μάζας Μ και ακτίνας R ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του που διέρχεται από το κέντρο του υπολογίζεται από τη σχέση: $I=1/2MR^2$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: $g = 10\ m/s^2$.

Απ.: α. 2 kg β. (100/9) rad/s² γ. 0,08 kg·m² δ. 50 J

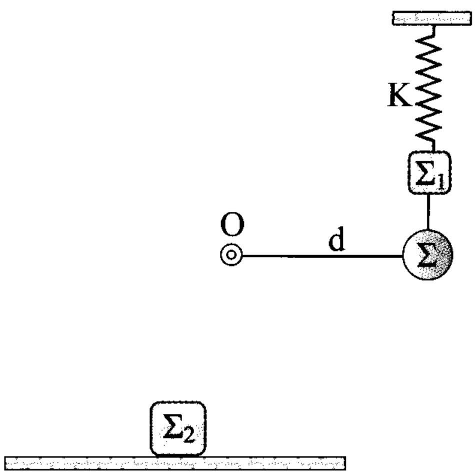
33. Σώμα Σ μάζας m = 2 kg κινείται με ταχύτητα $\vec{υ}$, σταθερού μέτρου υ, σε κυκλική τροχιά κέντρου Κ και ακτίνας R = 2 m επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ είναι προσδεδεμένο στο άκρο οριζόντιου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος, το οποίο διέρχεται από μικρή οπή στο κέντρο της κυκλικής τροχιάς.



Το άλλο άκρο του νήματος είναι προσδεδεμένο σε σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 = 8 kg, το οποίο συνδέεται μέσω κατακόρυφου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος με δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 19 kg, όπως απεικονίζεται στο σχήμα. Το σύστημα των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ ηρεμεί και το τμήμα του νήματος μεταξύ της οπής και του συστήματος είναι κατακόρυφο.

α. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ με την οποία περιστρέφεται το σώμα Σ.
Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$.
β. Να υπολογίσετε την ακτίνα R' της νέας κυκλικής τροχιάς του σώματος Σ, όταν το σώμα $Σ_1$ βρεθεί στη νέα θέση ισορροπίας του.
γ. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας του σώματος $Σ_1$ στη διάρκεια μετακίνησης του σώματος Σ από την κυκλική τροχιά ακτίνας R στην κυκλική τροχιάς ακτίνας R'.
Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: $g = 10\ m/s^2$.

Απ.: α. 3 $\sqrt{30}$ m/s β. 3 m γ. 80 J



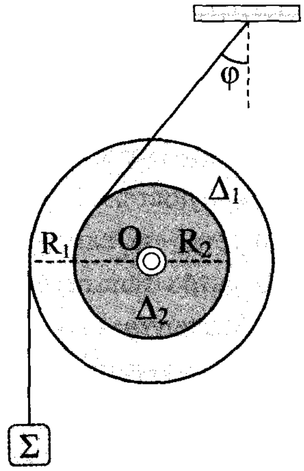
34. Σφαίρα Σ μάζας M = 1 kg ηρεμεί με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων εκ των οποίων το ένα είναι προσδεδεμένο σε σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 = 1 kg, ενώ το άλλο σε ακλόνητο σημείο Ο, όπως απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Το νήμα μεταξύ της σφαίρας Σ και του σημείου Ο έχει μήκος d = 1,25 m, αρχικά είναι οριζόντιο και δεν ασκεί δύναμη στη σφαίρα. Το σώμα Σ, είναι συνδεδεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, το επάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο της οροφής. Το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά L = 20 cm. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα μεταξύ της σφαίρας και του σώματος $Σ_1$, οπότε το τελευταίο αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η σφαίρα να κινείται σε κυκλική τροχιά με κέντρο το σημείο Ο και ακτίνα d.
α. Να υπολογίσετε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$
Όταν η σφαίρα διέρχεται από την κατώτερη θέση της τροχιάς της, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 3 kg, το οποίο ισορροπεί ακίνητο επάνω σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο.
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας Σ αμέσως μετά την κρούση και το μέγιστο ύψος από το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο θα ανέλθει.
γ. Να υπολογίσετε το κλάσμα της κινητικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε από τη σφαίρα Σ στο σώμα $Σ_2$ στη διάρκεια της κρούσης.
δ. Εάν το χρονικό διάστημα κατά το οποίο κινείται το σώμα $Σ_2$ επάνω στο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να σταματήσει ισούται με π φορές το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$ να υπολογίσετε:

i. **Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ οριζόντιου επιπέδου και σώματος $Σ_2$.**
ii. **Την απόσταση που θα διανύσει το σώμα $Σ_2$ μέχρι να σταματήσει.**

Θεωρήστε αμελητέα τη χρονική διάρκεια της κρούσης. Οι διαστάσεις των σωμάτων δεν λαμβάνονται υπόψη. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: $g = 10\ m/s^2$ και για τις πράξεις δίνεται: $\pi^2 = 10$.

Απ.:α. 0,1m 0,2π5 β. 2,5 m/s, 31,25 cm γ. 3/4 δ. i. 0,25, ii.1,25 m

35. Η διπλή τροχαλία του διπλανού σχήματος αποτελείται από δύο λεπτούς, ομογενείς και ομοαξονικούς δίσκους $Δ_1$ και $Δ_2$ συγκολλημένους μεταξύ τους. Ο δίσκος $Δ_1$, έχει μάζα M_1= 3,375 kg και ακτίνα R_1 = 0,5 m και ο δίσκος $Δ_2$ έχει μάζα M_2 = 0,625 kg και ακτίνα R_2 = 0,3 m. Η τροχαλία μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από ακλόνητο, οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδό της, που διέρχεται από το κέντρο μάζας της. Γύρω από κάθε δίσκο της τροχαλίας είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο ελεύθερο άκρο του νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω από τον δίσκο $Δ_1$ είναι προσδεδεμένο σώμα Σ, μάζας m = 3 kg. Το άκρο του νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω από τον δίσκο $Δ_2$ είναι στερεωμένο σε σημείο της οροφής. Το τμήμα του νήματος το οποίο συνδέει τον δίσκο $Δ_2$ με την οροφή σχηματίζει γωνία φ (ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8) με την κατακόρυφο. Το σύστημα τροχαλία - σώμα Σ αρχικά ισορροπεί ακίνητο.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί κάθε νήμα στην τροχαλία καθώς και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα περιστροφής.

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 κόβουμε το νήμα που είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια του δίσκου $Δ_2$.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης με την οποία περιστρέφεται η τροχαλία.

Τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η τροχαλία έχει εκτελέσει N = (12,5/π) περιστροφές κόβουμε και το νήμα γύρω από τον δίσκο $Δ_1$

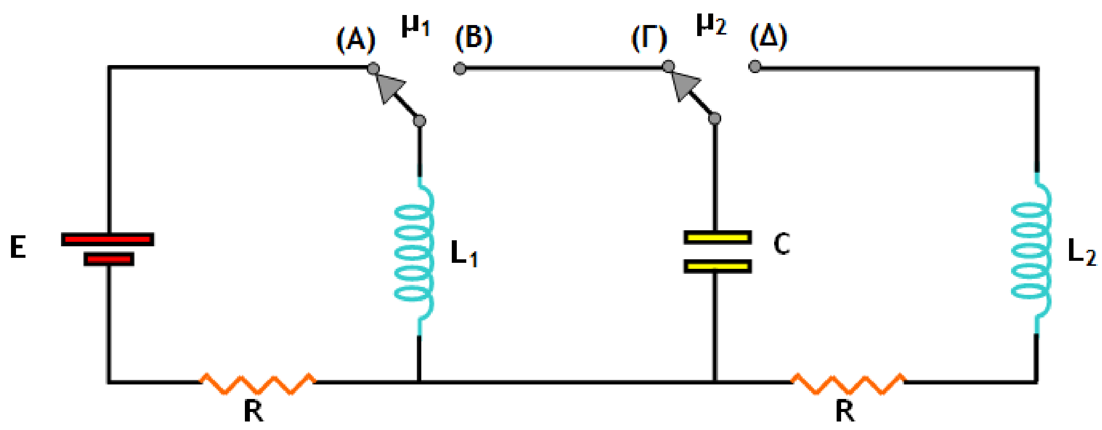
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ τη χρονική στιγμή t_1.

δ. Να υπολογίσετε τον λόγο της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ προς την κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της τροχαλίας τη χρονική στιγμή t_2 = 3 s.

Η ροπή αδράνειας ομογενούς λεπτού δίσκου μάζας Μ και ακτίνας R ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του που διέρχεται από το κέντρο του υπολογίζεται από τη σχέση: $I = 1/2MR^2$. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι: $g = 10\ m/s^2$.

Απ.: α. 30 N, 50 N, 30 $\sqrt{2}$ N β. 12,5 rad/s² γ. 12,5 m/s δ. 5,4

36. Στο κύκλωμα του σχήματος η πηγή έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη $E = 2$ V και μηδενική εσωτερική αντίσταση, οι ωμικοί αντιστάτες έχουν αντίσταση $R = 10$ Ω, ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C = 5\cdot10^{-6}$F, το πηνίο L_1 έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L_1 = 200$mH και το πηνίο L_2 έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L_2=4mH.
Αρχικά ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος, ο μεταγωγός $μ_1$ είναι στη θέση (Α), ο μεταγωγός $μ_2$ είναι στη θέση (Γ) και το πηνίο L_1 διαρρέεται από σταθερό ρεύμα. Στρέφουμε το μεταγωγό $μ_1$ στη θέση (Β) και το κύκλωμα L_1C αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Κάποια χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα L_1C είναι μηδέν, στρέφουμε το μεταγωγό $μ_2$ στη θέση (Δ) και το κύκλωμα RL_2C αρχίζει να εκτελεί φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση.



Να βρείτε:
α. τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα L_1C.
β. την ενέργεια E_1 της ταλάντωσης του κυκλώματος L_1C.
γ. το λόγο $\frac{U_E}{U_B}$ της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή προς την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου στο κύκλωμα L_1C, τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες το φορτίο του πυκνωτή είναι $q = 10^{-4}$ C.
δ. τη θερμότητα που ρέει από το κύκλωμα RL_2C προς το περιβάλλον, από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι $Q_1 = 5\cdot10^{-5}$C.

Απ. α)$I_0 = 0{,}2$A , β) $E_1 = 4\cdot10^{-3}$J , γ) $\frac{U_E}{U_B}$=1/3 , δ) Q_R=3,75·10^{-3}J

37. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K = 100 N/m έχει στο κάτω άκρο του δεμένο σώμα Σ' μάζας M = 3,5 Kg που βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο.
Στο πάνω μέρος του ελατηρίου ηρεμεί σώμα Σ μάζας m = 3 Kg. Κάποια στιγμή το Σ με τη βοήθεια εσωτερικού μηχανισμού διασπάται σε δύο κομμάτια $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες $m_1 = m_2/2$. Το $Σ_1$ μένει δεμένο στο ελατήριο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση το δε $Σ_2$ φεύγει κατακόρυφα και φτάνει σε ύψος h = 0,15 m πάνω από το σημείο διάσπασης όπου και με κατάλληλο τρόπο απομακρύνεται.

Να υπολογίσετε:

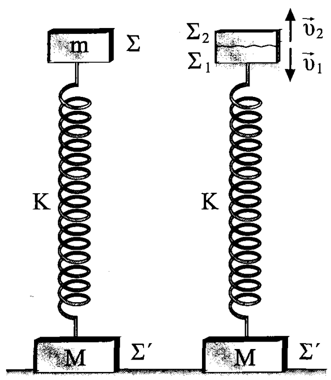
α. το πλάτος της ταλάντωσης και τη μέγιστη ταχύτητα του $Σ_1$.

β. τη χρονική στιγμή που το t_1 είναι για πρώτη φορά στη θέση με το ελατήριο να έχει τη μέγιστη επιμήκυνση.

γ. τη δύναμη επαφής που δέχεται το σώμα Σ' από το δάπεδο τη χρονική στιγμή t_1.

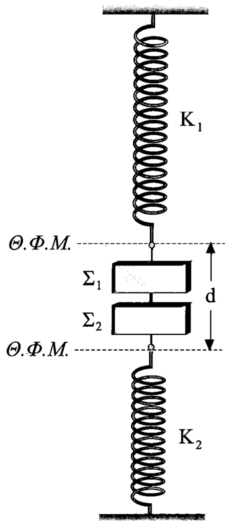
δ. το ελάχιστο πλάτος ταλάντωσης του $Σ_1$ ώστε το Σ' να μη χάνει την επαφή με το δάπεδο.

Δίνεται: g = 10 m/s^2.



απ.: α) A=0,4m , $υ_{1max}$=4m/s, β) $t\frac{2\pi}{15}s$, γ) N=5 N, δ) A_{min}=0,45 m

38. Στο σχήμα φαίνονται δύο κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές K_1 = 300 N/m και K_2=100 N/m. Το πρώτο είναι εξαρτημένο από το πάνω άκρο του και το δεύτερο στηρίζεται με το κάτω άκρο του σε οριζόντια βάση. Στην κατάσταση αυτή τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος και τα ελεύθερα άκρα τους απέχουν απόσταση d =40 cm. Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1 = 2,4 Kg και m_2= 1,6 Kg είναι συνδεδεμένα σε ενιαίο σώμα Σ με μικρό αβαρή μεταλλικό άκαμπτο σύνδεσμο. Τεντώνουμε τα ελατήρια και δένουμε σε αυτά το ενιαίο σώμα Σ και το αφήνουμε σε τέτοια θέση ώστε όλο το σύστημα να ηρεμεί. 24



Τη χρονική στιγμή t = 0 δίνουμε στο ενιαίο σώμα Σ ταχύτητα υ = 3,6 m/s κατακόρυφα προς τα πάνω.

α. Να δείξτε ότι το σύστημα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση της οποίας να υπολογίζετε την περίοδο και το πλάτος.

β. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας του ταλαντωτή θεωρώντας τα θετικά προς τα πάνω.

γ. Κατά την διάρκεια της ταλάντωσης να βρείτε την μέγιστη και ελάχιστη δύναμη που ασκεί κάθε ένα από τα ελατήρια στο ενιαίο σώμα Σ.

δ. Να βρείτε τη σχέση της δύναμης που ασκεί ο μεταλλικός σύνδεσμος στα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση σε χαρτί millimetre με βαθμολογημένους άξονες.

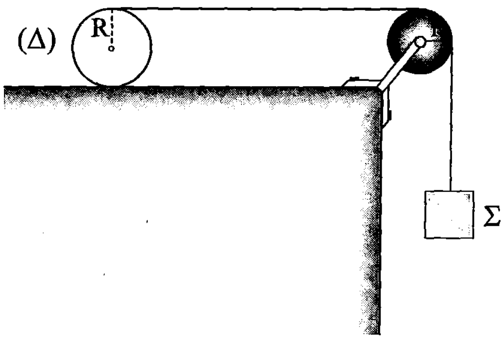
Όταν το σύστημα βρίσκεται στην κατώτερη θέση ο μεταλλικός σύνδεσμος κόβεται, με το σώμα $Σ_1$ να παραμένει δεμένο στο πάνω ελατήριο και το σώμα $Σ_2$ στο κάτω ελατήριο.

ε. Να βρείτε τα πλάτη της ταλάντωσης για κάθε ένα από τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$.

Δίνεται g = 10 ms^{-2}.

απ.: α) D=400 N/m, A=0,36 m, T=0,2πs

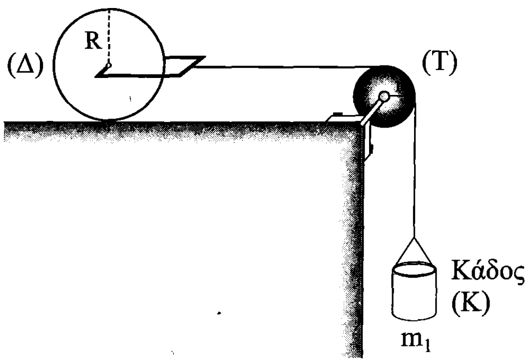
β) $y=0{,}36ημ(10t)$, $υ=3{,}6συν(10t)$ (S.I)
γ) $F_{ελ,1max}=168N$, $F_{ελ,1min}=0$ N,
$F_{ελ,2max}=56N$, $F_{ελ,2min}=0$ N,
δ) $F=-36+60y$
ε) $A_1=0{,}48m$, $A_2=0$



39. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής δίσκος (Δ) μάζας Μ = 2 kg και ακτίνας R = 0,1 m πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Στο αυλάκι της περιφέρειας του δίσκου έχουμε περάσει λεπτό νήμα το οποίο όταν είναι τεντωμένο είναι οριζόντιο. Το νήμα διέρχεται μέσω μιας τροχαλίας ακτίνας r = 4 cm με αμελητέα ροπή αδράνειας και στο άκρο του εξαρτάται σώμα Σ μάζας m = 0,5 kg. Την t = 0 αφήνουμε ελεύθερο από την ηρεμία το σύστημα και ο δίσκος κυλιέται χωρίς ολίσθηση. Στην περιστροφή της τροχαλίας αναπτύσσονται τριβές με ροπή ως προς τον άξονά της μέτρου $|τ_T|$ = 0,06 Nm.
Α. Να βρείτε:
Α. 1 την επιτάχυνση a_{cm} του κέντρου μάζας του δίσκου και την επιτάχυνση $α_Σ$ του σώματος.
Α.2 τη γωνιακή επιτάχυνση $α_{γων}$ του δίσκου.
Β. Να βρεθούν η στατική τριβή Τ και η δύναμη F που ασκούν το δάπεδο και το νήμα αντίστοιχα στο δίσκο.
Γ. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ έχει κατεβεί κατά Η = 35 cm. Να βρείτε:
Γ.1 την ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου τη στιγμή t_1.
Γ.2 το μήκος του νήματος που έχει ξετυλιχθεί μέχρι τη στιγμή t_1.
Γ.3 τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της τροχαλίας.
Δίνονται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονά του $I = \frac{1}{12} MR^2$ και $g = 10\ m/s^2$.

απ.: **Α.1)** $α_{cm}=1{,}4m/s^2$, $α_Σ=2{,}8m/s^2$ **Α.2)** $α_{γων}=14\ rad/s^2$
Β)Τ=ο,7 Ν
Γ.1) $u_{cm}=0{,}7$ m/s **Γ.2)**$Δs=17{,}5cm$ **Γ.3)**$ω_{τρ}=35$ rad/s

40. Για τη διάταξη του σχήματος δίνονται: Η μάζα Μ = 1 kg, η ακτίνα r = 0,05 m και η ροπή αδράνειας της τροχαλίας (Τ) ως προς τον άξονά της, $I = \frac{1}{12} Mr^2$.



Η μάζα m_2 = 2 kg, η ακτίνα R = 0,10 m και η ροπή αδράνειας του δίσκου (Δ), ως προς τον άξονα του $I_2=\frac{1}{12}m_2R^2$.

Η μάζα m_1= 1,5 kg του κάδου (Κ). Το σύστημα ξεκινάει να κινείται από την ηρεμία με το νήμα τεντωμένο και ο δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.

Α. Να υπολογίσετε:

Α.1 την επιτάχυνση $α_Κ$ του κάδου (Κ).

Α.2 τις γωνιακές επιταχύνσεις $α_{γων}$ και $α_{2,γων}$ της τροχαλίας και του δίσκου (Δ).

Β. Όταν ο δίσκος έχει γωνιακή ταχύτητα ω = 18 rad/s να βρείτε:

Β. 1 πόσο ύψος Η κατέβηκε ο κάδος (Κ).

Β.2 τη γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας.

Γ. Ποιο είναι το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο δίσκος;

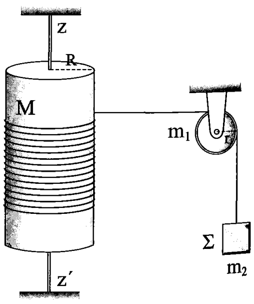
Δ. Ποια είναι η ροπή που δέχεται η τροχαλία;

Ε. Αν μεταξύ δίσκου και τραπεζιού ο συντελεστής τριβής είναι μ = 0,3, να βρείτε τη μέγιστη ποσότητα μάζας που μπορούμε να τοποθετήσουμε μέσα στον κάδο, ώστε ο δίσκος να κυλιέται χωρίς ολίσθηση.

Δίνεται g = 10 m/s^2. Το νήμα δεν γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας. Τριβές στους άξονες περιστροφής δεν υπάρχουν.

απ.: **Α.1)** $α_Κ$=3 m/s^2, **Α.2)** $α_{γων}$=60 rad/s^2**,** $α΄_{γων}$=30 rad/s^2
Β.1) Η=0,54m, **Β.2)** ω΄=36 rad/s
Γ) Τ=3Ν
Δ)Στ=0,075 Nm
Ε) $m_1 \le$ 5,25 Kg

41. Για το σύστημα του σχήματος δίνονται: η μάζα του κυλίνδρου Μ = 2 kg, η μάζα της τροχαλίας m_1, η μάζα του σώματος Σ,
m_2 = 1 kg, η ακτίνα του κυλίνδρου R=0,2 m, η ακτίνα της τροχαλίας r και οι ροπές αδράνειας κυλίνδρου και τροχαλίας ως προς τους άξονες
περιστροφής τους $I = \frac{1}{2}MR^2$ και $I_1=\frac{1}{2}m_1r^2$, αντίστοιχα.



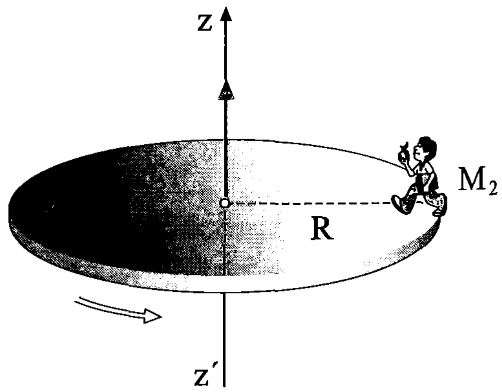
Ο κύλινδρος μπορεί να περιστρέφεται περί ακλόνητο άξονα ενώ το νήμα που είναι τυλιγμένο στην περιφέρειά του έχει μήκος ℓ = 8 m.

Αρχικά όλο το σύστημα ηρεμεί και την t = 0 αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ, οπότε ο κύλινδρος αρχίζει να περιστρέφεται. Μόλις το νήμα ξετυλιχτεί εγκαταλείπει τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος συνεχίζει να στρέφεται και σταματάει τη χρονική στιγμή t =10 s, αφού έχει διαγράψει συνολικά $N_{ολ}$ = 100/π στροφές.

Α. Ποια είναι η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα ω_1 που απέκτησε ο κύλινδρος και ποια χρονική στιγμή t_1 αυτό επιτεύχθηκε.
Β. Ποιες οι γωνιακές επιταχύνσεις του κυλίνδρου:
Β. 1 πριν ξετυλιχθεί το νήμα.
Β.2 αφού έχει ξετυλιχθεί το νήμα.
Γ. Ποια η ροπή των τριβών ως προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου;
Δ. Ποια η μάζα m_1 της τροχαλίας;
Ε. Ποια η δύναμη που ασκούσε το νήμα στον κύλινδρο;
Δίνεται $g = 10\ m/s^2$. Υποθέστε ότι η ροπή των τριβών είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια κίνησης του κυλίνδρου.

απ.: Α.1) ω_1=40 rad/s, t_1=2s
Β.1) α=20 rad/s^2 **Β.2)** $\alpha_{\gamma'}$ = -5rad/s^2
Γ) τ_T= -0,2 Nm
Δ)M_1 =0,5 Kg
Ε) F=5N

42. Ένας οριζόντιος δίσκος μάζας M_1 = 20 kg και ακτίνας R = 2 m στρέφεται χωρίς τριβές με γωνιακή ταχύτητα ω_0 = 12 rad/s περί σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του.
Ένα παιδί μάζας M_2 = 20 kg πέφτει κατακόρυφα και ακινητοποιείται στην άκρη του δίσκου.



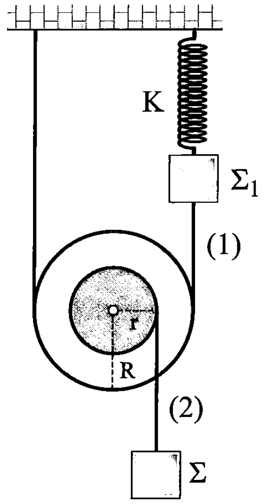
Α. Ποια η νέα γωνιακή ταχύτητα του δίσκου;
Β. Το παιδί αρχίζει να βαδίζει σταθερά και αργά
κατά μήκος μιας ακτίνας του δίσκου προς το κέντρο αυτού.
Β. 1 Να βρείτε σε ποια απόσταση r του παιδιού από το κέντρο του δίσκου το σύστημα αποκτά διπλάσια γωνιακή ταχύτητα.
Β.2 Αν για την κίνηση αυτή απαιτήθηκε χρόνος Δt = 8 s, ποια είναι η μέση ροπή (ως προς τον άξονα περιστροφής) της τριβής που ασκήθηκε από το δίσκο στο παιδί;
Β.3 Για ποιες τιμές της μάζας του παιδιού είναι εφικτός ο διπλασιασμός της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου;
Γ. Αν το φαινόμενο επαναλαμβάνεται με παιδιά διαφόρων μαζών, να κάνετε τη γραφική παράσταση σε χαρτί millimeter, της απόστασης r από το κέντρο του δίσκου στην οποία ο δίσκος αποκτά διπλάσια γωνιακή ταχύτητα, σε συνάρτηση με τη μάζα m των παιδιών. Όταν η μάζα m του παιδιού γίνει πολύ μεγάλη $(m \to \infty)$ ποια η οριακή τιμή απόστασης r στην οποία επιτυγχάνεται ο διπλασιασμός της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα z'z $I_1 = \frac{1}{2} M_1 R^2$.

Να θεωρήσετε τις διαστάσεις του παιδιού αμελητέες.

απ.: **Α.1)** ω_1=4 rad/s, t_1=2s
Β.1) r= 1m **Β.2)** Στ=-20Nm **Β.3)** $M_2 \geq$ 10Kg
Γ) r= $\sqrt{2-\frac{20}{M_2}}$ και για $M_2 \to \infty$ r$\simeq$1,41 m

43. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής λεπτός δίσκος μάζας M = 0,55 Kg και ακτίνας R = $\frac{1}{9}$ m έχει κολλημένο πάνω στην μια επιφάνειά του ένα αβαρή ομόκεντρο δακτύλιο ακτίνας r = R/2. Στο δίσκο είναι τυλιγμένο ένα μεγάλου μήκους αβαρές μη εκατό νήμα (1) το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο από μια οροφή ενώ το άλλο άκρο είναι δεμένο σε σώμα $Σ_1$. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο από ελατήριο σταθεράς K = 50 N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή. Στο δακτύλιο είναι τυλιγμένο ένα λεπτό αβαρές μη εκτατό νήμα (2) στο άκρο του οποίου δένεται σώμα Σ μάζας m = 0,3 Kg. Αρχικά όλο το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 κόβουμε το νήμα (1) στο σημείο που είναι δεμένο με το σώμα $Σ_Γ$



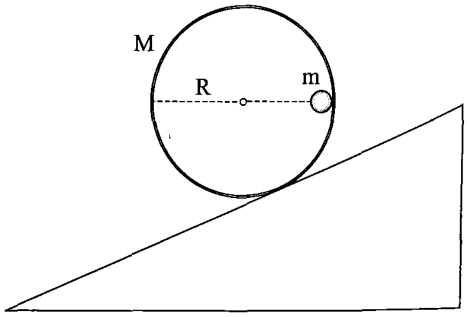
α. Να υπολογίστε το πλάτος ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$.
β. Το σώμα Σ κατέρχεται με επιτάχυνση $α_Σ$ ενώ ο δίσκος εκτελεί σύνθετη κίνηση με το κέντρο μάζας του να έχει επιτάχυνση a_{cm}. Οι δύο αυτές επιταχύνσεις συνδέονται με τη σχέση.
β.1) $α_Σ$= 0,5 $α_{cm}$ β.2) $α_Σ$= $α_{cm}$ β.3) $α_Σ$= 1,5 $α_{cm}$ β.4) $α_Σ$= 2 $α_{cm}$
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση,
γ. Να βρείτε την γωνιακή επιτάχυνση $α_{γων}$ περιστροφής του δίσκου,
δ. Όταν το νήμα (1) έχει ξετυλιχθεί κατά $\Delta \ell$ = 1,2 m υπολογίστε:
δ.1) τις κατακόρυφες μετατοπίσεις του δίσκου και του σώματος Σ,
δ.2.) την κινητική ενέργεια του δίσκου και του σώματος Σ,
δ.3) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας και της στροφορμής τόσο του δίσκου όσο και του σώματος Σ.
ε. Να βρείτε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας τόσο του δίσκου όσο και του σώματος Σ ανά μονάδα μήκους που ξετυλίγεται από το νήμα (1).
Δίδονται ότι, η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι I = $\frac{1}{2}$MR^2 , το νήμα (1) που δεν είναι τυλιγμένο δένεται σε τέτοιο σημείο στην οροφή ώστε να είναι κατακόρυφο, τα νήματα (1) και (2) ξετυλίγονται χωρίς να ολισθαίνουν στο δίσκο και δακτύλιο αντίστοιχα, και g = 10 m/s^2.

απ.: **α)** A=0,1m, **β)** $α_ς$=1,5$α_{cm}$ **γ)** $α_{γων}$=60rad/s^2
δ.1) $Δy_{δις}$=1,2m, $Δy_{σωμ}$=1,8m
δ.2) $K_{δις}$=6,6J, $K_{σωμ}$=5,4J

δ.3) $\frac{dK_{\delta\iota\sigma}}{dt} = 22\frac{J}{s}, \frac{dK_{\sigma\omega\mu}}{dt} = 18\frac{J}{s}$

ε) $\frac{dK_{\delta\iota\sigma}}{d\ell} = 5,5\frac{J}{m}, \frac{dK_{\sigma\omega\mu}}{d\ell} = 4,5\frac{J}{m}$

44. Στο εσωτερικό ενός κυλινδρικού κουτιού μάζας M = 0,27 Kg κολλάμε μια μεταλλική ράβδο μάζας m = 0,23 Kg παράλληλα με τον άξονα του κυλινδρικού κουτιού. Αφήνουμε το κουτί πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης φ = 23° και με το οποίο παρουσιάσει συντελεστή τριβής μ = 0,45. Το κυλινδρικό κουτί αρχικά αφήνεται έτσι ώστε η ράβδος να είναι παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο και στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τον άξονα του κυλίνδρου, όπως στο σχήμα.



Δίνονται ημφ = 0,39 συνφ = 0,92 εφφ = 0,40 και g = 10 m/s^2

Α. Ο κύλινδρος θα αρχίσει την κίνησή του:

α. με στροφική κίνηση κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού και με μεταφορική κίνηση που θα κατέρχεται,

β. με στροφική μόνο κίνηση κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού,

γ. με στροφική κίνηση κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού και με μεταφορική κίνηση που θα ανέρχεται,

δ. με μεταφορική μόνο κίνηση που θα κατέρχεται,

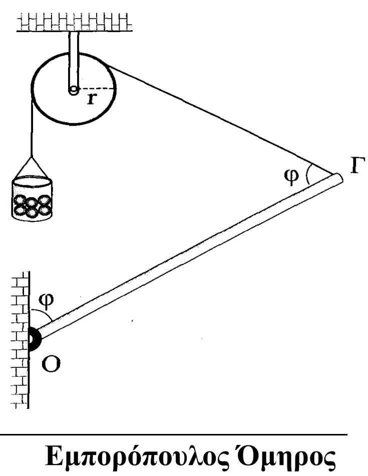
ε. με στροφική κίνηση αντίθετη με την φορά των δεικτών του ρολογιού και με μεταφορική κίνηση που θα κατέρχεται,

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Β. Για να αρχίσει ο κύλινδρος την κίνησή του με στροφική κίνηση κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού και με μεταφορική κίνηση που θα ανέρχεται να βρείτε ποιό πρέπει να είναι το πεδίο τιμών του συντελεστή τριβής.

απ.: Α) γ, **Β)** 0,40 <μ <0,50

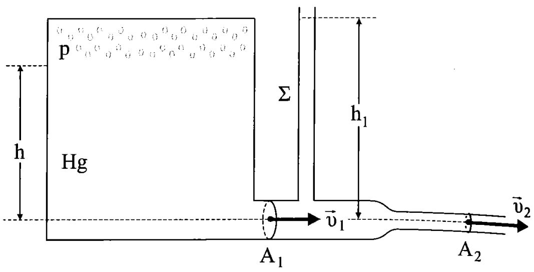
45. Στο σχήμα φαίνεται μια ομογενής ράβδος ΟΓ μήκους ℓ =1m και μάζας M=3Kg, αρθρωμένη με το ένα άκρο της Ο σε κατακόρυφο τοίχο. Μια τροχαλία αμελητέας ροπής αδράνειας και ακτίνας r = 0,1 m είναι κρεμασμένη από ακλόνητο σημείο πάνω από την άρθρωση και στην ίδια κατακόρυφη με αυτή. Από την τροχαλία διέρχεται αβαρές μη εκτατό νήμα μήκους s=l,8 m που το ένα άκρο του είναι δεμένο στο άκρο Γ της ράβδου και από το άλλο κρέμεται ένα δοχείο μάζας M' = 1 Kg μέσα στο οποίο υπάρχουν μικρά βαράκια μάζας m = 0,02 Kg. Στην τάση για στροφική κίνηση της τροχαλίας υπάρχει στατική



τριβή με μέγιστη ροπή ως προς τον άξονά της $\tau_{T,max}$ = 0,3 Nm. Αρχικά όλο το σύστημα είναι σε κατάσταση ισορροπίας και η ράβδος σχηματίζει τόσο με το νήμα (άκρο Γ) όσο και με την κατακόρυφο (άκρο Ο) γωνία φ = 60°.
α. Να σχεδιάστε όλες τις ασκούμενες στην ράβδο δυνάμεις και να αποδείξετε ότι διέρχονται από το ίδιο σημείο.
β. Να υπολογίστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.
γ. Να βρείτε πόσα βαράκια μπορεί να υπάρχουν στο δοχείο χωρίς να διαταράσσεται η ισορροπία του συστήματος.
Αφαιρούμε όλα τα βαράκια από το δοχείο και αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί από την αρχική του θέση. Να υπολογίσετε αμέσως μετά την έναρξη της κινήσεως,
δ. την γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ της ράβδου, την επιτάχυνση μεταφοράς a_{cm} του δοχείου και την γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ της τροχαλίας,
ε. τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου.
Όταν η ράβδος έχει κατεβεί και γίνεται οριζόντια, να υπολογίσετε:
στ. την γωνία στροφής της τροχαλίας,
ζ. την κινητική ενέργεια της ράβδου και του δοχείου.
Δίνονται ότι, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_{cm}=\frac{1}{12}M\ell^2$ και g = 10 m/s². Θεωρείστε ότι η ροπή των τριβών της τροχαλίας ως προς τον άξονά της κατά τη κίνηση του συστήματος ισούται με την ροπή της μέγιστης στατικής ροπής.

απ.: **α)** Στ=0, **β)** F=15N, A=$15\sqrt{3}N$ **γ)** $10\le n \le 40$
δ)α_{cm}=1m/s², $\alpha'_{\gamma\omega\nu}$=10rad/s², $\alpha_{\gamma\omega\nu}$=0,5$\sqrt{3}$ rad/s²,
ε) $\frac{dL}{dt}=\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{Kgm^2}{s^2}$
στ) Δφ=4rad
ζ) K_ρ=0,767 J, K_δ=1,533 J.

46. Στο σχήμα φαίνεται ένα κλειστό δοχείο μεγάλης βάσης διατομής που περιέχει υδράργυρο μέχρι ύψος h=0,6m. Στη βάση του υπάρχει οριζόντιος σωλήνας $Σ_1$ και $Σ_2$ με διατομές A_1=4 cm² και A_2=2 cm². Πάνω από τον υδράργυρο στο δοχείο υπάρχει αέρας με πίεση p=1,272 atm. Μόλις αρχίζει η εκροή του Hg να υπολογισθούν:

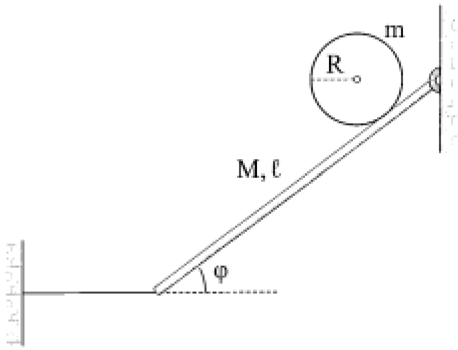


α. η ταχύτητα εκροής του Hg στην ατμόσφαιρα,
β. η παροχή εκροής του Hg σε L/min,
γ. Να βρείτε σε πόσο ύψος h_1 ανέρχεται ο Hg στο σωλήνα Σ.
δ. Να υπολογίσετε για ποιες τιμές της πίεσης p του αέρα που είναι αποκλεισμένος στο δοχείο έχουμε εκροή Hg στην ατμόσφαιρα.

Δίνονται η πυκνότητα του Hg , p_{Hg}=13,6·10^3 Kg/m^3, η ατμοσφαιρική πίεση p_{at}=1atm=10^{5}N/m^2 και g=10m/s^2.

απ.: α) $υ_2$=4 m/s, **β)** Π=48L/min **γ)** h_1=0,6 m **δ)** p>0,184 atm

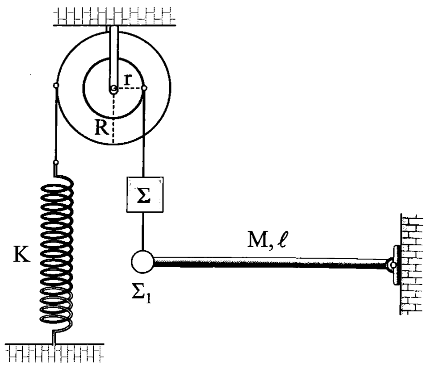
47. Μια λεπτή σανίδα μάζας M=12kg και μήκους ℓ =2m αρθρώνεται με το ένα άκρο της σε κατακόρυφο τοίχο ενώ το άλλο άκρο της είναι δεμένο με οριζόντιο νήμα, έτσι να σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ=37ο. Αφήνουμε από την κορυφή της σανίδας έναν κύλινδρο μάζας m και ακτίνας R=0,1m που παρουσιάζει με την σανίδα συντελεστή τριβής μ=0,3.



α. Εξηγείστε ότι ο κύλινδρος κατέρχεται χωρίς να ολισθαίνει.
β. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.
Αν η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου λόγω της στροφικής κίνησης αυξάνεται ποσά ανά μονάδα μετατόπισης του άξονα του κυλίνδρου $\frac{dK_{στ}}{dx_{cm}}=12\frac{J}{m}$
γ. Να βρείτε τη μάζα του κυλίνδρου.
δ. Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες η γραφική παράσταση T=f(x_{cm}) της τάσης του νήματος Τα σε συνάρτηση με την μετατόπιση x_{cm} του άξονα του κυλίνδρου. Ποιο είναι το ελάχιστο όριο θραύσης του νήματος για να μην κοπεί το νήμα.
Δίνονται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I\frac{1}{2}mR^2$ **ημφ=0,6, συνφ=0,8 και 10m/s^2.**

απ.: α) για να κατέρχεται ο κύλινδρος με κύλιση χωρίς ολίσθηση πρέπει εφφ≤ 0,90…. Που ισχύει αφού εφφ=0,75<0,90
β) $α_{γων}$=40rad/s^2
γ) m=6 Kg
δ) T=80+40x_{cm} με 0≤x_{cm}≤2m $T_{θ,min}$=160N

48. Στο σχήμα φαίνεται μια διπλή τροχαλία ακτίνας μεγάλου δίσκου R=0,2m και ακτίνας μικρού δίσκου r=R/2. Στο μεγάλο δίσκο της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές μη εκτατό νήμα που δένεται στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=37,5N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο έδαφος. Στο μικρό δίσκο της τροχαλίας είναι τυλιγμένο άλλο λεπτό αβαρές μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα Σ μάζας m=2Kg. Μια



31

ράβδος μάζας M=0,5Kg και μήκους ℓ =1 m είναι αρθρωμένη στο ένα άκρο της, ενώ στο άλλο έχει κολλημένο σφαιρίδιο $Σ_1$ μάζας m_1=0,5Kg. Το σφαιρίδιο $Σ_1$ είναι δεμένο με νήμα από σώμα Σ, έτσι ώστε όλο το σύστημα να ηρεμεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση.

α. Στην κατάσταση της ηρεμίας να βρείτε τη δύναμη που ασκεί το παραμορφωμένο ελατήριο.

Κόβουμε το νήμα που συνδέει το σφαιρίδιο $Σ_1$ με σώμα Σ, όποτε το σώμα Σ αρχίζει να ταλαντώνεται, η τροχαλία να στρέφεται και το σύστημα ράβδος –$Σ_1$ να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο περί οριζόντιο άξονα που διέρχεται από την άρθρωση.

β. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί η ράβδος στο σφαιρίδιο μόλις κόπηκε το νήμα.

γ. Όταν το σύστημα ράβδος-$Σ_1$ έχει διαγράψει ως προς την αρχική θέση γωνία φ=23,58ο (ημφ=0,4 και συνφ=0,92) να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας τόσο της ράβδου όσο και του σφαιριδίου $Σ_1$.

δ. Εξηγείστε ότι το σώμα Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση της οποίας να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης και την κυκλική συχνότητα.

ε. Να βρείτε τη μέγιστη κινητική ενέργεια της τροχαλίας.

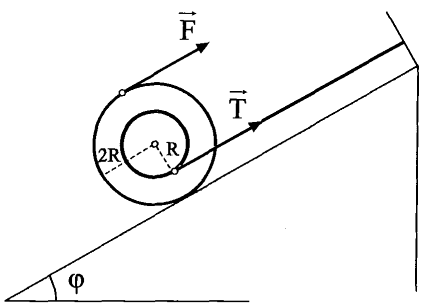
Δίνεται ότι:

η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα της I=0,04Kgm^2 και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_ρ=\frac{1}{3}M\ell^2$, το σφαιρίδιο $Σ_1$ θεωρείται υλικό σημείο, δεν υπάρχουν τριβές στην περιστροφή της τροχαλίας και της ράβδου, τα νήματα δεν ολισθαίνουν στα αυλάκια της τροχαλίας και g=10m/s^2.

απ.: **α)** $F_{ελ}$=13,75N
β) F=0,625 N
γ) $\frac{dK_ρ}{dt}=5{,}175\frac{J}{s}, \frac{dK_Σ}{dt}=15{,}525\frac{J}{s}$
δ) $D=\frac{4Kmr^2}{mr^2+I}, ΣF-\frac{4Kmr^2}{mr^2+I}y$, A=0,05
ε) K_{max}=0,125J

49. Πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ(ημφ=0,6) είναι ένα καρούλι μάζας M=4 Kg, ροπής αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής I= 0,02 Kg m^2, που έχει ακτίνες κυλίνδρων R = 0,1m και 2R.

Στο μικρό κύλινδρο του καρουλιού έχει τυλιχθεί λεπτό νήμα μεγάλου μήκους που είναι δεμένο στο πάνω μέρος του κεκλιμένου επιπέδου και παράλληλο με αυτό, όπως στο σχήμα.



α. Το καρούλι ηρεμεί με τη δράση παράλληλης προς το κεκλιμένο επίπεδο δύναμης F που εφαρμόζεται εφαπτομενικά στο μεγάλο κύλινδρο και σε απόσταση 2R από το κεκλιμένο επίπεδο. Στην κατάσταση αυτή της ηρεμίας να βρείτε τη δύναμη F και την τάση T του νήματος .

β. Την t = 0 καταργούμε τη δύναμη F και το καρούλι εκτελεί σύνθετη κίνηση κατερχόμενο χωρίς το νήμα να ολισθαίνει στον κύλινδρο του καρουλιού.

β.1) Εξηγείστε ότι η κίνηση αυτή είναι κύλιση με ολίσθηση (...και ας μην υπάρχουν τριβές!)

β.2) Να υπολογίσετε την γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{γων}$ του καρουλιού και την επιτάχυνση α_{cm}του άξονα του καρουλιού.

γ. Όταν το καρούλι έχει διαγράψει Δφ =5 rad κόβεται το νήμα. Για τη χρονική στιγμή t = 0,6 s να βρείτε για το καρούλι:

γ.1) Τη στροφορμή και το ρυθμό μεταβολής της ως προς τον άξονα περιστροφής

γ.2) Την κινητική ενέργεια και το ρυθμό μεταβολής της .

Δίνεται ότι το νήμα θεωρείται αβαρές και $g = 10\ m/s^2$.

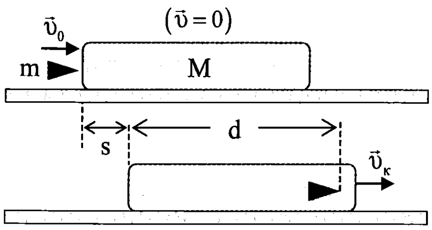
απ.: α) F=8N, T=16N **β.1)** $\upsilon_{νημ}=0$, $\upsilon_{cm}-\omega R=0$, $\upsilon_{cm}=\omega R$,
ταχύτητα σημείου επαφής $\upsilon_{Γ}=\upsilon_{cm}-\omega 2R \neq 0$
β.2) $\alpha_{cm}=4m/s^2$, $\alpha_{γων}=40rad/s^2$
γ.1) $L=0,4\ Kg\ m^2/s$, $dL/dt=0$
γ.2) K=17,52J, dK/dt=62,4 KJ/s

50. **Ένα κυβικό σώμα ακμής *ί* και μάζας M**

33

απ.: α.1) K=11,2J, T=16N **α.2)**L=0,16Kg m^2/s,
β.1) ω_1=40rad/s^2
β.2) u_1=-2m/s, u_2=2m/s
γ) π%=-53,57%
δ) x=0,2ημ(10t), υ=2συν(20t)

51. Ξύλινο συμπαγές κιβώτιο μεγάλου μήκους και μάζας Μ = 2,8 kg βρίσκεται ακίνητο επάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Βλήμα μάζας m = 0,2 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\vec{\upsilon_0}$, μέτρου υ_0 = 300 m/s, και σφηνώνεται στο κιβώτιο. Μέχρι το βλήμα να ακινητοποιηθεί σε σχέση με το κιβώτιο, το τελευταίο μετατοπίζεται κατά s = 6 cm, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα. Να υπολογίσετε:



α. Το βάθος d στο οποίο σφηνώνεται το βλήμα εντός του ξύλινου κιβωτίου.
β. Το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχεται το βλήμα κατά τη διείσδυσή του στο ξύλινο κιβώτιο.
γ. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται, προκειμένου το βλήμα να σφηνωθεί στο ξύλινο κιβώτιο.

απ.: α. d=90 cm β. $\overline{F}=\frac{28}{3}\cdot 10^3 N$ **γ.Δt=6.10^{-3} sec.**