1ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** γ **Α3.** δ **Α4.** δ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

Έστω Σ_1 η σφαίρα μάζας m και Σ_2 η σφαίρα μάζας 2m. Με βάση τη διατήρηση της ορμής και της κινητικής ενέργειας, για το σύστημα των δύο σφαιρών, έχουμε:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad \text{ή}$$

$$\upsilon_1' = \frac{m - 2m}{m + 2m}3\upsilon + \frac{2 \cdot 2m}{m + 2m}\upsilon \quad \text{ή} \quad \upsilon_1' = +\frac{\upsilon}{3} \quad \text{και}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad \text{ή}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m}{m + 2m}3\upsilon + \frac{2m - m}{m + 2m}\upsilon \quad \text{ή} \quad \upsilon_2' = +\frac{7\upsilon}{3}$$

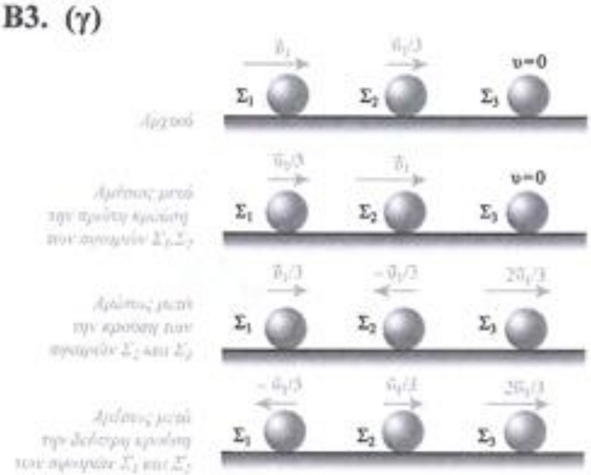
Β2. (α)

Αλγεβρικά ισχύει:

$$\upsilon_1' = -2\upsilon_2' \quad \text{ή} \quad \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = -2\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \quad \text{ή}$$

$$m_1 - m_2 = -4m_1 \quad \text{ή} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$$

Β3. (γ)



Αμέσως μετά την 1η κρούση των σφαιρών Σ_1, Σ_2 έχουμε:

$$\upsilon_1' = \frac{\upsilon_1}{3} \quad \text{και} \quad \upsilon_2' = \upsilon_1 \quad \text{(ανταλλαγή ταχυτήτων)}$$

Αμέσως μετά την πρώτη κρούση των σφαιρών Σ_2, Σ_3 έχουμε:

$$\upsilon_2'' = \frac{2m}{m + 2m}\upsilon_1 = -\frac{2\upsilon_1}{3} \quad \text{και}$$

$$\upsilon_3' = \frac{2m}{m + 2m}\upsilon_1 = +\frac{2\upsilon_1}{3}$$

Μετά την δεύτερη κρούση των σφαιρών Σ_1, Σ_2 έχουμε:

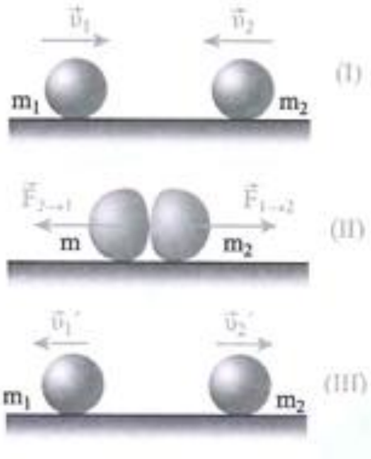
$$\upsilon''_1 = -\frac{\upsilon_1}{3} \quad \text{και}$$

$$\upsilon'''_2 = +\frac{\upsilon_1}{3} \quad \text{(ανταλλαγή ταχυτήτων και πάλι)}$$

Στη συνέχεια, όπως είναι φανερό, δεν θα γίνει άλλη κρούση.

Β4. (γ)

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για το σύστημα των δύο σφαιρών στις καταστάσεις I, II (Στην κατάσταση II οι ταχύτητες των κέντρων των σφαιρών είναι ίσες):



$$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \quad \text{ή}$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad \upsilon_\kappa = 0$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. στις καταστάσεις I και II:

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = U_{\pi\alpha\rho(max)} \quad \text{ή} \quad U_{\pi\alpha\rho(max)} = 15\ \text{J}$$

ΘΕΜΑ Γ

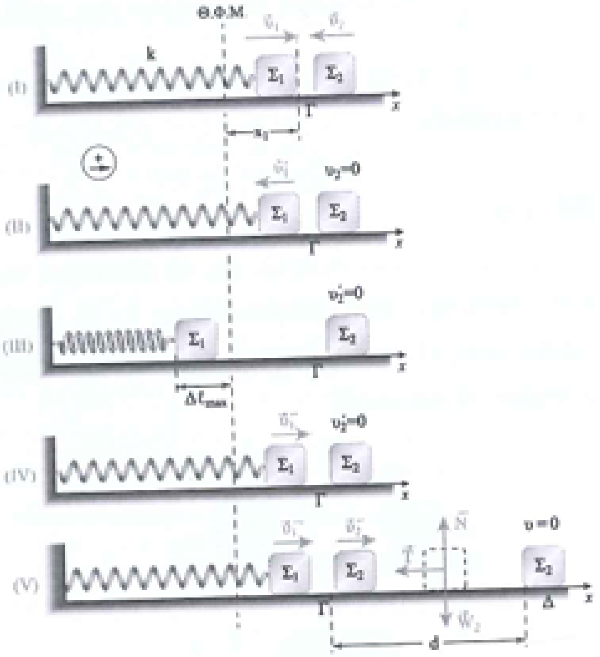
Γ1. Με βάση τη διατήρηση της ορμής και της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, για την κρούση τους ισχύει:

$$\upsilon'_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1-\frac{2m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 \quad ή$$

$$\upsilon'_1=\frac{-8-24}{16}\ m/sec \quad ή \quad \upsilon'_1=-2\ m/sec \quad και$$

$$\upsilon'_2=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1-\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2 \quad ή$$

$$\upsilon'_2=\frac{8-8}{16}\ m/sec \quad ή \quad \upsilon'_2=0$$



Γ2. Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε για το σύστημα ελατήριο – σώμα Σ_1 στις καταστάσεις ΙΙ, ΙΙΙ:

$$E_{μηχ(I)}=E_{μηχ(II)} \quad ή \quad K_I+U_{ελ(I)}=K_{II}+U_{ελ(II)} \quad ή$$

$$\frac{1}{2}m_1(\upsilon'_1)^2+\frac{1}{2}kx_1^2=0+\frac{1}{2}k\left(\Delta\ell_{max}\right)^2 \quad ή$$

$$\Delta\ell_{max}=\sqrt{2}\ m$$

Γ3. Το σώμα Σ_1 θα επανέλθει στη θέση Γ με την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα $\left(\upsilon''_1=|\upsilon'_1|=2\ m/sec\right)$ και θα ξανασυγκρουστεί με το ακίνητο σώμα Σ_2. Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως μετά τη δεύτερη κρούση είναι: $\upsilon''_2=\dfrac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon''_1=1\ m/sec$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ_2 στη διαδρομή $\Gamma\rightarrow\Delta$:

$$K_\Delta-K_\Gamma=W_T \quad ή \quad 0-\frac{1}{2}m_2\left(\upsilon''_2\right)^2=-T\cdot d \quad ή$$

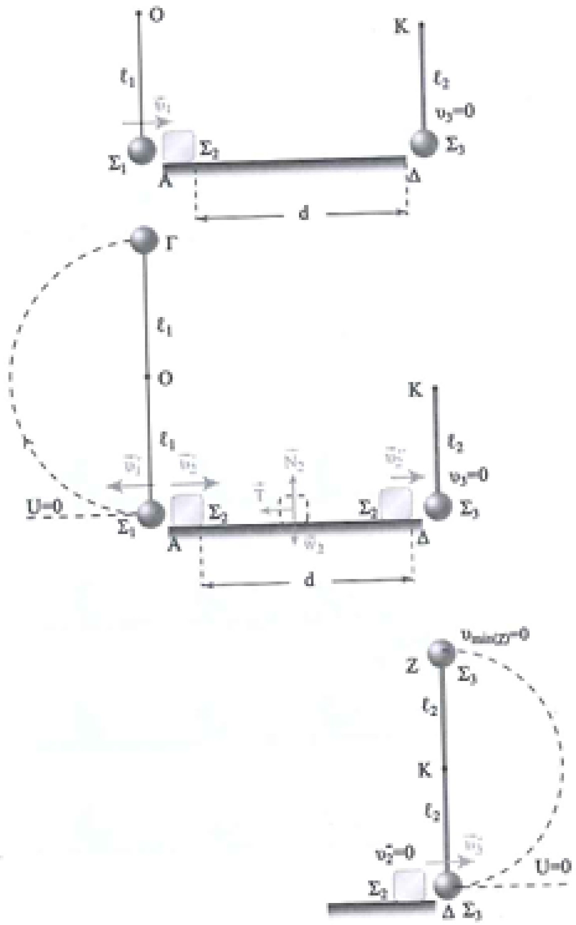
$$\frac{1}{2}m_2\left(\upsilon''_2\right)^2=\mu m_2 g d \quad ή \quad d=\frac{\left(\upsilon''_2\right)^2}{2\mu g} \quad ή \quad d=0{,}5m$$

ΘΕΜΑ Δ

Ι. Δ1. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κεντρική τους ελαστική κρούση, αποκτούν ταχύτητες αντίστοιχα:

$$\upsilon'_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1=-6\ m/sec \quad και$$

$$\upsilon'_2=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1=+6\ m/sec$$



Στην ανώτερη θέση Γ του σώματος $Σ_1$ έχουμε:

$$ΣF = F_{κεντρ} \quad ή \quad T + m_1 g = \frac{m_1 υ^2}{\ell_1} \quad ή$$

$$T = \frac{m_1 υ^2}{\ell_1} - m_1 g \quad (1)$$

Για να εκτελέσει το σώμα ανακύκλωση πρέπει να ισχύει:

$T \geq 0$ και οριακά $T = 0$

Έτσι, από τη σχέση (1) τότε προκύπτει:

$$\frac{υ^2_{min(1)}}{\ell_1} = g \quad ή \quad υ_{min(1)} = \sqrt{g\ell_1} \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Α και Γ της σφαίρας $Σ_1$:

$$E_{μηχ(Α)} = E_{μηχ(Γ)} \quad ή$$

$$K_A + U_A = K_Γ + U_Γ \quad ή$$

$$\frac{1}{2}m_1(υ_1')^2 + 0 = \frac{1}{2}m_1\left(υ^2_{min(1)}\right) +$$

$$+ m_1 g 2\ell_1 \xrightarrow{(2)} (υ_1')^2 = 5g\ell_1 \quad ή$$

$$\ell_1 = \frac{(υ_1')^2}{5g} \quad ή \quad \ell_1 = 0,72\ m$$

Δ2. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε για την κίνηση του σώματος $Σ_2$ στη διαδρομή $Γ \to Δ$:

$$K_Δ - K_Γ = W_T \quad ή$$

$$\frac{1}{2}m_2(υ''_2)^2 - \frac{1}{2}m_2(υ'_2)^2 = -μm_2 gd \quad ή$$

$$υ''_2 = \sqrt{(υ'_2)^2 - 2μgd} \quad ή \quad υ''_2 = 4\ m/sec$$

Τα σώματα $Σ_2$, $Σ_3$ έχουν ίσες μάζες.

Επομένως θα ανταλλάξουν τις ταχύτητες τους.

Δηλαδή: $υ'''_2 = 0$ και $υ'_3 = υ''_2 = 4\ m/sec$

Το σώμα $Σ_3$ εκτελεί οριακά ανακύκλωση.

Επομένως στην ανώτερη θέση του Ζ έχει ταχύτητα (πρακτικά) ίση με μηδέν.

$υ_{min(Z)} = 0$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Δ και Ζ της σφαίρας $Σ_3$:

$$E_{μηχ(Δ)} = E_{μηχ(Z)} \quad ή \quad K_Δ + U_Δ = K_Z + U_Z \quad ή$$

$$\frac{1}{2}m_3(υ'_3)^2 + 0 = 0 + m_3 g 2\ell_2 \quad ή \quad \ell_2 = 0,4\ m$$

ΙΙ. Τώρα έχουμε:

$$υ_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \sqrt{38}\ \ m/sec$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος $Σ_2$ στη διαδρομή $Γ \to Δ$:

$$K_Δ - K_Γ = W_T \quad ή \quad \frac{1}{2}m_2(v_2'')^2 - \frac{1}{2}m_2(v_2')^2 =$$

$$= -μm_2 gd \quad ή \quad v''_2 = \sqrt{(v'_2)^2 - 2μgd} \quad ή$$

$$v''_2 = 3\sqrt{2}\ m/sec$$

Τα σώματα $Σ_2$, $Σ_3$ ανταλλάσσουν αμέσως μετά την κρούση τους τις ταχύτητές τους. Έτσι το σώμα $Σ_3$ αρχίζει να κινείται με ταχύτητα μέτρου $v'_3 = v''_2$ ή

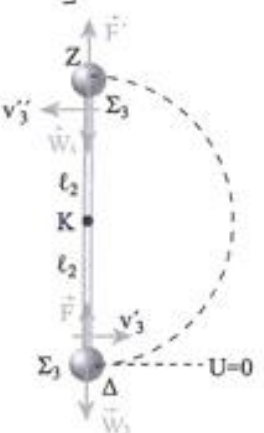
$v'_3 = 3\sqrt{2}$ m/sec.

Στη θέση αυτή έχουμε:

$$ΣF = F_{κεντρ} \quad ή \quad F - W_3 = F_{κεντρ}$$

$$ή \quad F - m_3 g = \frac{m_3(v_3')^2}{\ell_2} \quad ή$$

$$F = m_3\left[g + \frac{(v_3')^2}{\ell_2}\right] \quad ή \quad F = 165\ N$$



Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για την κατώτερη (Δ) και για την ανώτερη θέση (Ζ) του σώματος $Σ_3$:

Στην ανώτερη θέση Γ του σώματος Σ_1 έχουμε:

$$\Sigma F = F_{κεντρ} \text{ ή } T + m_1 g = \frac{m_1 \upsilon^2}{\ell_1} \text{ ή}$$

$$T = \frac{m_1 \upsilon^2}{\ell_1} - m_1 g \quad (1)$$

Για να εκτελέσει το σώμα ανακύκλωση πρέπει να ισχύει:

$T \geq 0$ και οριακά $T = 0$

Έτσι, από τη σχέση (1) τότε προκύπτει:

$$\frac{\upsilon^2_{min(1)}}{\ell_1} = g \text{ ή } \upsilon_{min(1)} = \sqrt{g\ell_1} \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Α και Γ της σφαίρας Σ_1:

$$E_{μηχ(A)} = E_{μηχ(Γ)} \text{ ή}$$

$$K_A + U_A = K_Γ + U_Γ \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} m_1 (\upsilon_1')^2 + 0 = \frac{1}{2} m_1 \left(\upsilon^2_{min(1)}\right) +$$

$$+ m_1 g 2\ell_1 \xrightarrow{(2)} (\upsilon_1')^2 = 5g\ell_1 \text{ ή}$$

$$\ell_1 = \frac{(\upsilon_1')^2}{5g} \text{ ή } \ell_1 = 0,72 \text{ m}$$

Δ2. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε για την κίνηση του σώματος Σ_2 στη διαδρομή $Γ \to Δ$:

$$K_Δ - K_Γ = W_T \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} m_2 (\upsilon''_2)^2 - \frac{1}{2} m_2 (\upsilon'_2)^2 = -\mu m_2 g d \text{ ή}$$

$$\upsilon''_2 = \sqrt{(\upsilon'_2)^2 - 2\mu g d} \text{ ή } \upsilon''_2 = 4 \text{ m/sec}$$

Τα σώματα Σ_2, Σ_3 έχουν ίσες μάζες.

Επομένως θα ανταλλάξουν τις ταχύτητες τους.

Δηλαδή: $\upsilon_2''' = 0$ και $\upsilon'_3 = \upsilon''_2 = 4$ m/sec

Το σώμα Σ_3 εκτελεί οριακά ανακύκλωση.

Επομένως στην ανώτερη θέση του Ζ έχει ταχύτητα (πρακτικά) ίση με μηδέν.

$\upsilon_{min(Z)} = 0$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Δ και Ζ της σφαίρας Σ_3:

$$E_{μηχ(Δ)} = E_{μηχ(Z)} \text{ ή } K_Δ + U_Δ = K_Z + U_Z \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} m_3 (\upsilon'_3)^2 + 0 = 0 + m_3 g 2\ell_2 \text{ ή } \ell_2 = 0,4 \text{ m}$$

ΙΙ. Τώρα έχουμε:

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \sqrt{38} \text{ m/sec}$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος Σ_2 στη διαδρομή $Γ \to Δ$:

$$K_Δ - K_Γ = W_T \text{ ή } \frac{1}{2} m_2 (v_2'')^2 - \frac{1}{2} m_2 (v_2')^2 =$$

$$= -\mu m_2 g d \text{ ή } v''_2 = \sqrt{(v'_2)^2 - 2\mu g d} \text{ ή}$$

$$v''_2 = 3\sqrt{2} \text{ m/sec}$$

Τα σώματα Σ_2, Σ_3 ανταλλάσσουν αμέσως μετά την κρούση τους τις ταχύτητές τους. Έτσι το σώμα Σ_3 αρχίζει να κινείται με ταχύτητα μέτρου $v'_3 = v''_2$ ή

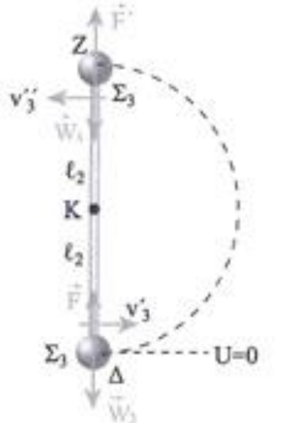
$v'_3 = 3\sqrt{2}$ m/sec.

Στη θέση αυτή έχουμε:

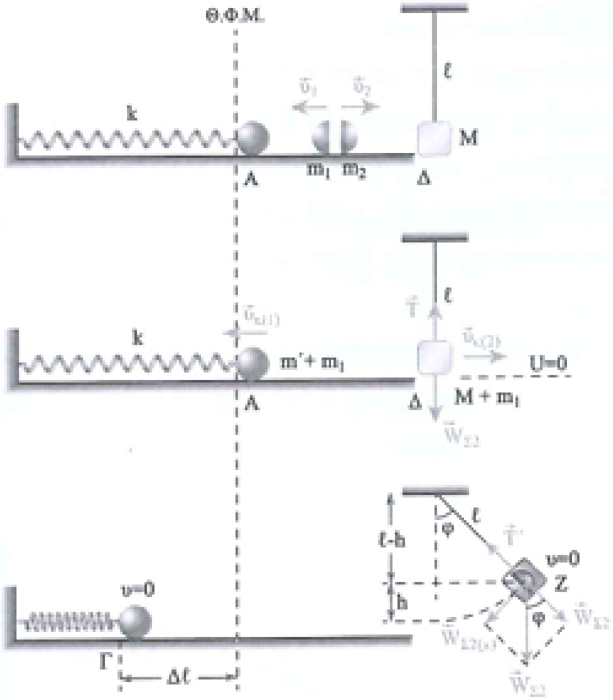
$$\Sigma F = F_{κεντρ} \text{ ή } F - W_3 = F_{κεντρ}$$

$$\text{ή } F - m_3 g = \frac{m_3 (v'_3)^2}{\ell_2} \text{ ή}$$

$$F = m_3 \left[g + \frac{(v'_3)^2}{\ell_2} \right] \text{ ή } F = 165 \text{ N}$$



Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για την κατώτερη (Δ) και για την ανώτερη θέση (Ζ) του σώματος Σ_3:



Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Δ και Ζ του συσσωματώματος μάζας m_2+M :

$E_{μηχ(Δ)} = E_{μηχ(Z)}$ ή $K_Δ + U_Δ = K_Z + U_Z$ ή

$\frac{1}{2}(m_2+M)υ_{κ(2)}^2 = (m_2+M)gh$ ή

$h = \frac{υ_{κ(2)}^2}{2g} = 1,25\ m$

Είναι : $συνφ = \frac{\ell - h}{\ell} = \frac{3}{8}$

Στη θέση Ζ ισχύει: $ΣF_y = 0$ ή $T' = W_{Σ_{2(y)}}$ ή

$T' = (m_2+M)gσυνφ$ ή $T' = 15\ N$

Γ2. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση του κομματιού μάζας m_2 με το σώμα μάζας Μ $p_{ολ(αρχ)} = p_{ολ(τελ)}$ ή

$m_2υ_2 = (m_2+M)υ_{κ(2)}$ ή $υ_2 = 20\ m/sec$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την έκρηξη του σώματος μάζας m:

$p_{ολ(αρχ)} = p_{ολ(τελ)}$ ή $0 = m_1υ_1 - m_2υ_2$ ή

$υ_1 = \frac{m_2υ_2}{m_1}$

$υ_1 = 10\ m/sec$

Γ3. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση του κομματιού μάζας m_1 με το σώμα μάζας m':

$p_{ολ(αρχ)} = p'_{ολ(τελ)}$ ή

$-m_1υ_1 = -(m_1+m')υ_{κ(1)}$ ή

$υ_{κ(1)} = 5\ m/sec$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση από τη θέση Α στη θέση Γ του παραπάνω συσσωματώματος:

$E_{μηχ(A)} = E_{μηχ(Γ)}$ ή

$K_A + U_{ελ(A)} = K_Γ + U_{ελ(Γ)}$ ή

$\frac{1}{2}(m_1+m')υ_{κ(1)}^2 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2$ ή

$k = \frac{(m_1+m')υ_{κ(1)}^2}{(\Delta\ell)^2}$ ή $k = 400\ N/m$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$m_1υ_1 = (m_1+m_2)υ_κ$ ή

$υ_κ = \frac{m_1υ_1}{(m_1+m_2)}$ ή $υ_κ = 4\ m/sec$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε. για το σύστημα συσσωμάτωμα-ελατήριο, στη μετάβασή του από την κατάσταση ΙΙ στην κατάσταση ΙΙΙ:

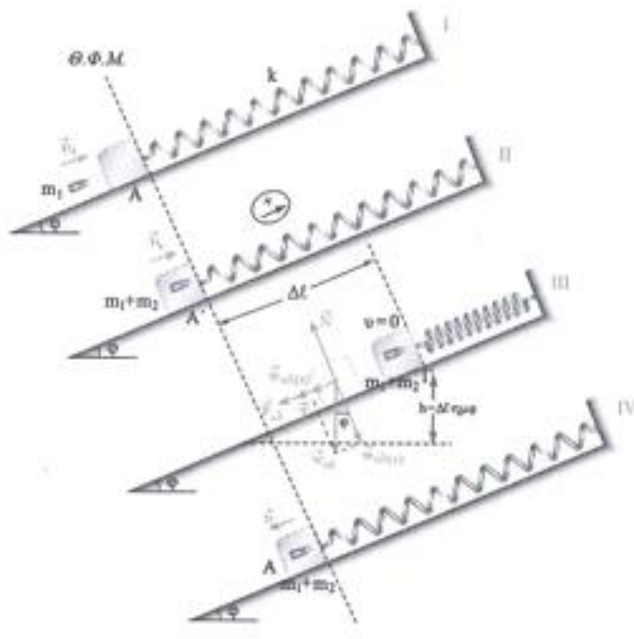
$E_{μηχ(II)} + W_T = E_{μηχ(III)}$ ή

$K_{II} + U_{β(II)} + U_{ελ(II)} + W_T = K_{III} +$
$U_{β(III)} + U_{ελ(III)}$ ή

$\frac{1}{2}(m_1+m_2)υ_κ^2 + 0 + 0 - μ(m_1+m_2)gσυνφ\Delta\ell =$
$= (m_1+m_2)gημφ\Delta\ell + \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2$ ή

$300\Delta\ell^2 + 20\Delta\ell - 16 = 0$ ή

$75\Delta\ell^2 + 5\Delta\ell - 4 = 0$



Από την τελευταία εξίσωση 2ου βαθμού, έχουμε:

$\Delta = 5^2 + 1200$ ή $\Delta = 1225 = 35^2$. Άρα:

$$\Delta\ell = \frac{-5 \pm 35}{150} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{(-)} \Delta\ell < 0 \text{ απορ.} \\ \xrightarrow{(+)} \Delta\ell = 0{,}2\,\text{m} \end{cases}$$

Δ2. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε. για το σύστημα στη μετάβασή του από την κατάσταση ΙΙ στην κατάσταση IV:

$$E_{\mu\eta\chi(II)} + W_{T(o\lambda)} = E_{\mu\eta\chi(IV)} \quad ή$$

$$K_{II} + U_{\beta(II)} + U_{\varepsilon\lambda(II)} - 2T\cdot\Delta\ell =$$

$$= K_{IV} + U_{\beta(IV)} + U_{\varepsilon\lambda(IV)} \quad ή$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2 + 0 + 0 -$$

$$2\mu(m_1 + m_2)g\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot\Delta\ell =$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2 + 0 + 0 \quad ή \quad \upsilon = 2\sqrt{3}\,\text{m/sec}$$

Δ3. Το συσσωμάτωμα κατά την κίνησή του από την κατάσταση ΙΙΙ στην κατάσταση IV, δέχεται τις δυνάμεις του παρακάτω σχήματος. Είναι:

$W_{o\lambda(x)} = (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi = 10\text{N}$ και

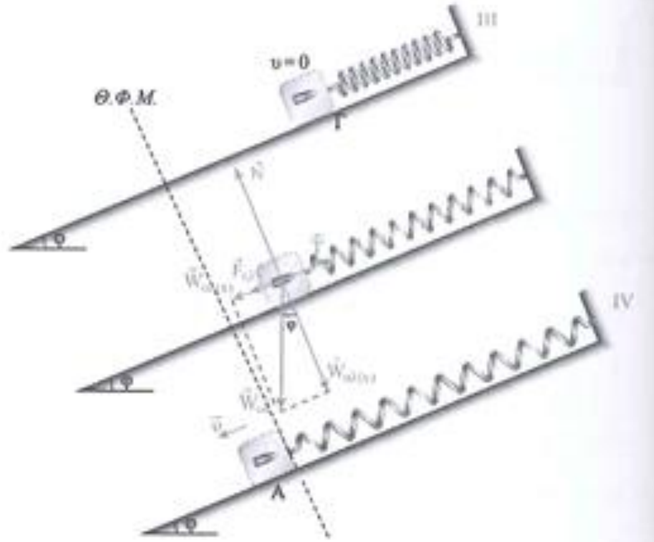
$T = \mu N$ ή $T = \mu(m_1 + m_2)g\sigma\upsilon\nu\varphi = 10\text{N}$

Άρα η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο συσσωμάτωμα ισούται με τη δύναμη του ελατηρίου, η οποία στη Θ.Φ.Μ. αλλάζει φορά.

Συνεπώς, το συσσωμάτωμα έως τη Θ.Φ.Μ. επιταχύνεται και μετά επιβραδύνεται, καθώς κινείται προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Επομένως η ταχύτητα του σώματος μεγιστοποιείται όταν αυτό διέρχεται από τη Θ.Φ.Μ. (θέση Α). Δηλαδή έχουμε:

$\upsilon_{max} = \upsilon$ ή $\upsilon_{max} = 2\sqrt{3}\,\text{m/sec}$



3ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** δ **Α3.** α **Α4.** γ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (α) Έχουμε:

$$|\Delta K_{o\lambda}| = K_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} - K_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} \quad ή$$

$$|\Delta K_{o\lambda}| = K_1 - K'_1 - K'_2 \quad ή$$

$$|\Delta K_{o\lambda}| = |\Delta K_1| - K'_2 \quad ή$$

$$K'_2 = |\Delta K_1| - |\Delta K_{o\lambda}| \quad ή$$

$$K'_2 = 80\text{J} - 40\text{J} = 40\text{J}$$

Β2. **(γ)** Έστω x και y οι διευθύνσεις των ταχυτήτων $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$, αντίστοιχα.

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον άξονα x:

$$m_1\upsilon_1 + 0 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \sigma\upsilon\nu\theta \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον άξονα y:

$$0 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \eta\mu\theta \quad (2)$$

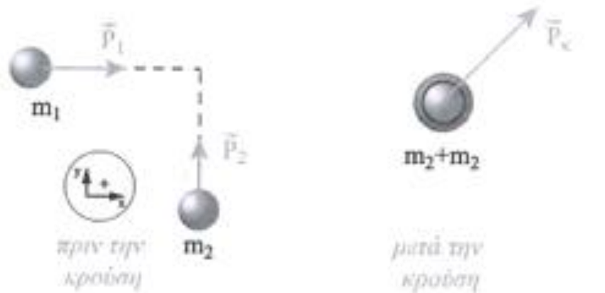
Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (1):

$$\frac{(2)}{(1)}: \frac{m_2\upsilon_2}{m_1\upsilon_1} = \frac{\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta} \quad ή \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{m_2\upsilon_2}{m_1\upsilon_1} = \frac{3}{4}$$

Β3. **(β)** Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \quad ή \quad \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_\kappa \quad ή$$

$$p_\kappa^2 = p^2 + p^2 \quad ή \quad p_\kappa^2 = 2p^2 \quad (1)$$



Είναι:

$$|\Delta K_{ολ}| = K_{ολ(αρχ)} - K_{ολ(τελ)} \quad ή$$

$$|\Delta K_{ολ}| = K_1 + K_2 - K_\kappa \quad ή$$

$$|\Delta K_{ολ}| = \frac{p^2}{2m} + \frac{p^2}{2m} - \frac{p_\kappa^2}{4m} \xrightarrow{(1)} |\Delta K_{ολ}|$$

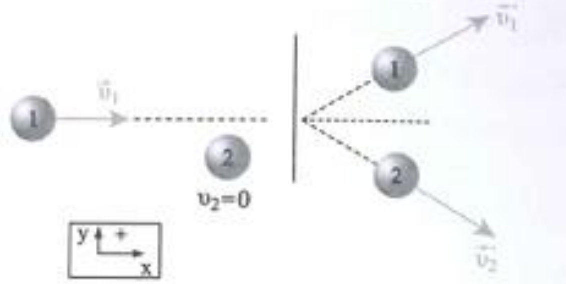
$$= \frac{2p^2}{2m} - \frac{2p^2}{4m} \quad ή \quad |\Delta K_{ολ}| = \frac{p^2}{2m}$$

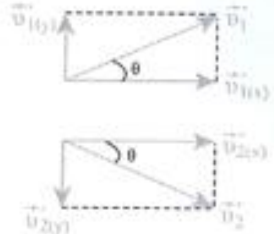
Β4. **(α)**

Αναλύουμε τις ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1'$, $\vec{\upsilon}_2'$ στους άξονες x και y και εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον άξονα y:

$$0 = m_1\upsilon_{1(y)}' - m_2\upsilon_{2(y)}' \quad ή$$

$$m_1\upsilon_1'\eta\mu\theta = m_2\upsilon_2'\eta\mu\theta \quad ή \quad \upsilon_1' = 2\upsilon_2' \quad (1)$$





Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον άξονα x:

$$m_1\upsilon_1 = m_1\upsilon_1'\sigma\upsilon\nu\theta + m_2\upsilon_2'\sigma\upsilon\nu\theta \xrightarrow{(1)}$$

$$m_1\upsilon_1 = m_1 2\upsilon_2'\sigma\upsilon\nu\theta + 2m_1\upsilon_2'\sigma\upsilon\nu\theta \quad ή$$

$$\upsilon_1 = 4\upsilon_2'\frac{\sqrt{3}}{2} \quad ή \quad \upsilon_2' = \frac{\upsilon_1}{2\sqrt{3}} \quad ή$$

$$\upsilon_2' = 1 m/sec$$

ΘΕΜΑ Γ

Α.

Γ1. Κατά μήκος του οριζοντίου άξονα (x) η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

$$ΑΔΟ_x: m_1\upsilon_{1(x)} = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \quad ή$$

$$m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \quad ή$$

$$\upsilon_\kappa = 1 m/sec$$

$$Q = |\Delta K_{ολ}| = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2$$

ή $Q = 7{,}5 J$

Γ2. Είναι:

$\Delta p_{1(x)} = m_1 \upsilon_\kappa - m_1 \upsilon_1 \sigma\upsilon\nu\varphi$ ή

$\Delta p_{1(x)} = -2\ kg{\cdot}m/sec$

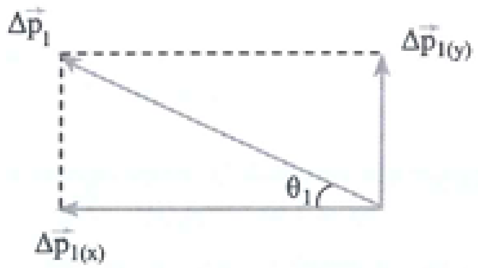
$\Delta p_{1(y)} = 0 - (-m_1 \upsilon_1 \eta\mu\varphi)$ ή

$\Delta p_{1(y)} = +3\ kg{\cdot}m/sec$

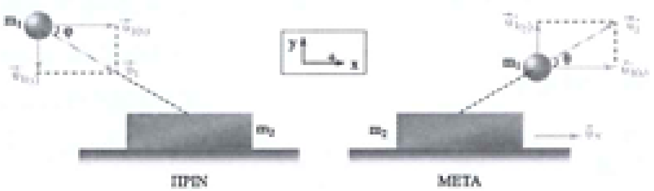
$|\Delta p_1| = \sqrt{(\Delta P_{1(x)})^2 + (\Delta P_{1(y)})^2}$ ή

$|\Delta p_1| = \sqrt{13}\ kg{\cdot}m/sec$ και

$\varepsilon\varphi\theta_1 = \dfrac{\Delta p_{1(y)}}{|\Delta p_{1(x)}|}$ ή $\varepsilon\varphi\theta_1 = \dfrac{3}{2}$



Β.



Γ3. Η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

$K_{\omicron\lambda(\alpha\rho\chi)} = K_{\omicron\lambda(\tau\varepsilon\lambda)}$ ή

$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_1(\upsilon'_1)^2 + \frac{1}{2}m_2(\upsilon'_2)^2$ ή

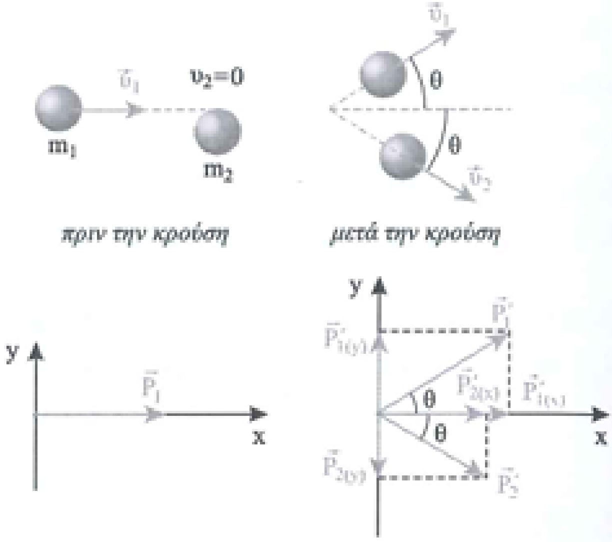
$\upsilon'_1 = 4m/sec$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον άξονα x:

$m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi = m_1\upsilon'_1\sigma\upsilon\nu\theta + m_2\upsilon'_2$ ή

$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{1}{4}$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον άξονα y:

$0 = m_1\upsilon'_1\eta\mu\theta - m_2\upsilon'_2\eta\mu\theta$ ή

$m_1\upsilon'_1 = m_2\upsilon'_2$ (1)

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον άξονα x:

$m_1\upsilon_1 = m_1\upsilon'_1\sigma\upsilon\nu\theta + m_2\upsilon'_2\sigma\upsilon\nu\theta \xrightarrow{(1)}$

$\xrightarrow{(1)} m_1\upsilon_1 = 2m_1\upsilon'_1\sigma\upsilon\nu\theta$ ή

$\upsilon'_1 = \dfrac{\upsilon_1}{2\sigma\upsilon\nu\theta} = 3\ m/sec$

$(1) \rightarrow \upsilon'_2 = 2\ m/sec$

Δ2. Είναι: $K_{\omicron\lambda(\alpha\rho\chi)} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = 27\ J$

$K_{\omicron\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} = \frac{1}{2}m_1(\upsilon'_1)^2 + \frac{1}{2}m_2(\upsilon'_2)^2 = 15\ J$

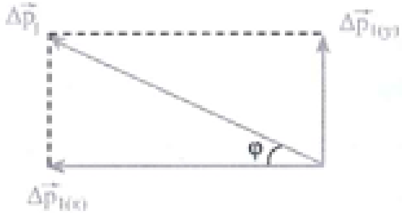
Επομένως η κρούση είναι ανελαστική.

Δ3. Έχουμε:

$\Delta p_{1(x)} = p'_{1(x)} - p_1 = m_1\upsilon'_1\sigma\upsilon\nu\theta - m_1\upsilon_1$

$= -3\sqrt{3}\ kgm/sec$

$\Delta p_{1(y)} = p'_{1(y)} - 0 = m_1\upsilon'_1\eta\mu\theta = = 3\ kgm/sec$



$|\Delta p_1| = \sqrt{(\Delta p_{1(x)})^2 + (\Delta p_{1(y)})^2}$ ή

$|\Delta p_1| = 6\,kgm/sec$

$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Delta p_{1(y)}}{\Delta p_{1(x)}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Άρα: $\varphi = 30°$

4ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** β **Α3.** β

Α4. Σ Σ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

Είναι: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ ή $\omega = \pi\,rad/sec$ και

$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}rad$

Είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$, $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0)$ και

$\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Για $t_1 = 0,5\,sec$ έχουμε:

$x_1 = A\eta\mu 2\pi = 0$

$\upsilon_1 = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 2\pi = +\upsilon_{max}$

$\alpha_1 = -\alpha_{max}\eta\mu 2\pi = 0$

Δηλαδή το σώμα διέρχεται από τη Θ.Ι. του και επομένως έχει δυναμική ενέργεια ίση με $U_1 = 0$.

Β2. (β)

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης έχει τη μορφή $x = A\eta\mu\varphi$ (1) όπου $\varphi = \omega t + \varphi_0$.

Έστω ότι αναφερόμαστε στην πρώτη περίοδο της ταλάντωσης.

Από την (1) για $x = x_1$ έχουμε:

$+\frac{A}{2} = A\eta\mu\varphi_1$ ή

$$\eta\mu\varphi_1 = \eta\mu\frac{\pi}{6} \longrightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{6}rad & \text{ή} \\ \varphi_1 = \frac{5\pi}{6}rad \end{cases}$$

Είναι $\upsilon_1 > 0$ ή $\sigma\upsilon\nu\varphi_1 > 0$.

Άρα $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}rad$.

Από την (1) για $x = x_2$ έχουμε:

$+\frac{A\sqrt{3}}{2} = A\eta\mu\varphi_2$ ή

$$\eta\mu\varphi_2 = \eta\mu\frac{\pi}{3} \longrightarrow \begin{cases} \varphi_2 = \frac{\pi}{3}rad & \text{ή} \\ \varphi_2 = \frac{2\pi}{3}rad \end{cases}$$

Είναι $\upsilon_2 > 0$ ή $\sigma\upsilon\nu\varphi_2 > 0$.

Άρα $\varphi_2 = \frac{\pi}{3}rad$.

Τέλος, για $x = x_3$ από την (1) έχουμε:

$+A = A\eta\mu\varphi_3$ ή $\eta\mu\varphi_3 = +1$

Άρα $\varphi_3 = \frac{\pi}{2}rad$.

Με βάση τη σχέση $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$ είναι:

$\Delta t_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\omega}$ και $\Delta t_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{\omega}$

Άρα: $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\varphi_3 - \varphi_2}$ ή

$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}}$ ή $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1$

Β3. (γ)

Είναι:

$\upsilon_{max} = 4\,m/sec$, $T = 0,1\pi\,sec$

$E = \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2$ ή $m = \frac{2E}{\upsilon_{max}^2}$ ή $m = 0,1kg$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 20\,rad/sec$

Άρα: $D = m\omega^2$ ή $D = 40\,N/m$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι:

$A = \frac{0,4}{2} m = 0,2 m$ και

$T = 2 \cdot 0,1\pi sec = 0,2\pi sec$

Άρα: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10 rad/sec$ και

$D = m\omega^2 = 100 N/m$

$E = \frac{1}{2}DA^2 = 2J$

Το ζητούμενο διάστημα ισούται με

$d = 5A = 1m$

Γ2. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε:

$+A = A\eta\mu\varphi_0$ ή $\eta\mu\varphi_0 = +1$.

Άρα: $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή

$x = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ (S.I.)(1)

Γ3. Είναι:

$U = 3K$ ή $U = 3(E - U)$ ή

$4U = 3E$ ή $4\frac{1}{2}Dx^2 = 3\frac{1}{2}DA^2$

$4x^2 = 3A^2$ ή $|x| = \frac{\sqrt{3}}{2}A$

$\alpha = -\omega^2 A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή

$\alpha = -\omega^2 x$ ή $|\alpha| = \omega^2 |x|$ ή

$|\alpha| = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega^2 A = 10\sqrt{3}\ m/sec^2$

Γ4. Ισχύει:

$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon_1 = -Dx_1\upsilon_1$

Επίσης έχουμε:

$K + U = E = \sigma\tau\alpha\theta.$ Άρα: $dK + dU = 0$ ή

$dU = -dK$ ή $\frac{dU}{dt} = -\frac{dK}{dt}$

$\frac{dU}{dt} = +D \cdot x_1 \cdot \upsilon_1$ (2)

Στη θέση $x = x_1$, ισχύει:

$U_1 + K_1 = E$ ή $\frac{1}{2}Dx_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}DA^2$ ή

$\upsilon_1 = \pm\omega\sqrt{A^2 - x_1^2} = \pm\sqrt{3} m/sec$

Επειδή το σώμα βρίσκεται σε θετική απομάκρυνση και κινείται προς τη θέση ισορροπίας του είναι:

$\upsilon_1 = -\sqrt{3} m/sec$

Από την εξίσωση (2) έχουμε:

$\frac{dU}{dt} = -10\sqrt{3} J/sec$

Γ5. Από την εξίσωση (1) για $x = x_1$ έχουμε:

$0,1 = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ ή

$\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = +\frac{1}{2}$

Για πρώτη φορά είναι:

$10t + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$ ή

$10t_1 = \frac{\pi}{3}$ ή $t_1 = \frac{\pi}{30} sec$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος στο χρονικό διάστημα $t_0 \to t_1$:

$K_1 - K_0 = W_{F_{\varepsilon\xi}}$ ή $W_{F_{\varepsilon\xi}} = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - 0$ ή

$W_{F_{\varepsilon\xi}} = 1,5J$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Σε χρόνο μίας περιόδου, το σώμα διανύει διάστημα $s = 4A = 2$ m.

Δ2. Είναι: $U_{max} = E$ ή

$U_{max} = \frac{1}{2}DA^2$ ή

$D = \frac{2U_{max}}{A^2} = 100$ N/m

$D = m\omega^2$ ή $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 10$ rad/sec

$\upsilon_{max} = \omega A = 5 m/sec$ και

$\alpha_{max} = \omega^2 A = 50 m/sec^2$

Δ3. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, έχουμε:

$x = A\eta\mu\varphi_0$ ή $\eta\mu\varphi_0 = +1$

Άρα $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad

$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{20}$ sec

Δ4. $|F_{\varepsilon\xi}| = D|x| = 30N$

$...|\upsilon| = \omega\sqrt{A^2 - x_1^2} = 4$ m/sec

$...|\alpha| = \omega^2|x| = 30$ m/sec^2

Δ5. $K = U$ ή $E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t+\varphi_0) = E\eta\mu^2(\omega t+\varphi_0)$ ή

$\sigma\upsilon\nu^2(10t + \frac{\pi}{2}) = \eta\mu^2(10t + \frac{\pi}{2})$ ή

$\eta\mu^2(10t) = \sigma\upsilon\nu^2(10t)$

ή $\varepsilon\varphi^2(10t) = 1$ ή $\varepsilon\varphi(10t) = \pm 1$ ή

$10t = \kappa\pi \pm \frac{\pi}{4}$ ($\kappa \in \mathbb{Z}$).

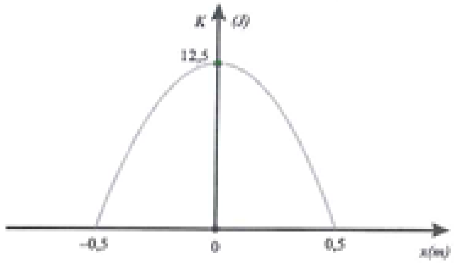
Για πρώτη φορά: $10t_1 = \frac{\pi}{4}$ ή $t_1 = \frac{\pi}{40}$ sec

Δ6. α) Είναι:

$K = E - U$ ή $K = U_{max} - U$ ή

$K = U_{max} - \frac{1}{2}Dx^2$ ή

$K = 12,5 - 50x^2$ (S.I.), $-0,5m \le x \le 0,5m$

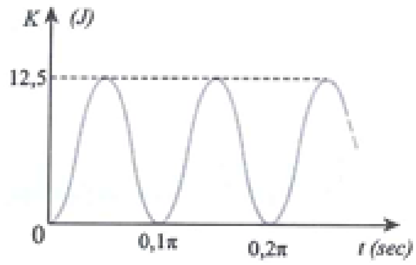


β) $...K = E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t+\varphi_0)$ ή

$K = U_{max}\sigma\upsilon\nu^2\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

ή $K = 12,5\eta\mu^2(10t)$ (S.I.),

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2\pi sec$



Δ7. α) Έχουμε:

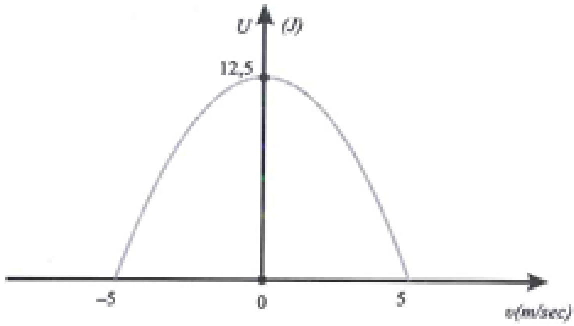
$\upsilon_{max} = \omega A = 5$ m/sec

$U = E - K$ ή

$U = U_{max} - \frac{1}{2}m\upsilon^2$ ή

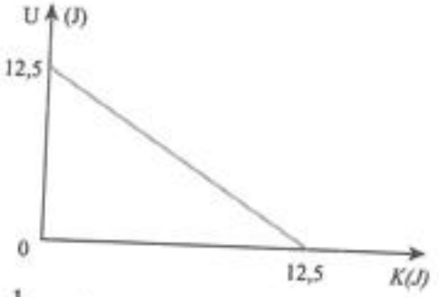
$U = 12,5 - 0,5\upsilon^2$ (S.I.),

$-5m/sec \le \upsilon \le 5m/sec$



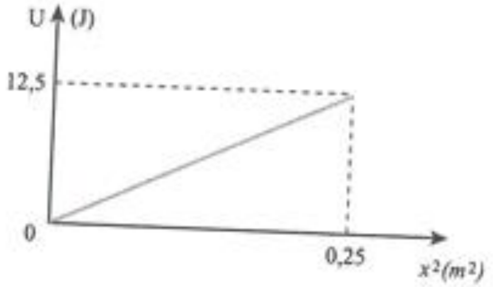
β) $U = E - K$ ή $U = U_{max} - K$ ή

$U = 12,5 - K$ (S.I.), $K \le 12,5J$



γ) $U=\frac{1}{2}Dx^2, \quad -A^2 \le x^2 \le A^2$ ή

$U=50x^2$ (S.I.), $\quad 0 \le x^2 \le 0,25\,m^2$



5ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** δ **Α3.** δ **Α4.** α

ΘΕΜΑ Β

Β1. (α)

Είναι:

$D_1=k$ ή $m\omega_1^2=k$ ή $\omega_1^2=\frac{k}{m}$

$D_2=2k$ ή $m\omega_2^2=2k$ ή $\omega_2^2=\frac{2k}{m}$

$$\frac{\alpha_{max(1)}}{\alpha_{max(2)}}=\frac{\omega_1^2A}{\omega_2^2A}=\frac{\frac{k}{m}}{\frac{2k}{m}}=\frac{1}{2}$$

Β2. (β)

Είναι:

$E=\frac{1}{2}kA^2$ ή $E=\frac{1}{2}kAA$ ή $E=\frac{1}{2}F_{\varepsilon\lambda(max)}A$

ή $A=\frac{2E}{F_{\varepsilon\lambda(max)}}=0,2\,m$

Β3. (α)

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το Σ_2 πριν την κρούση:

$m_2gh=\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$ ή $\upsilon_2=\sqrt{2gh}$ ή

$\upsilon_2=\sqrt{6g\Delta\ell_0}$ (1)

Στη Θ.Ι. για το Σ_1 ισχύει:

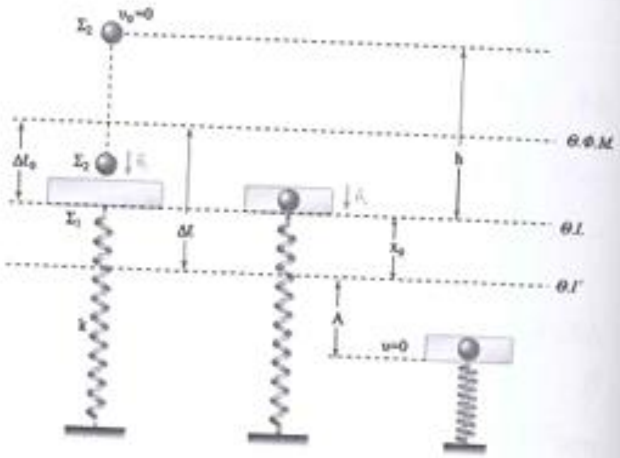
$\Sigma F=0$ ή $F_{\varepsilon\lambda}=W_1$ ή

$k\Delta\ell_0=m_1g$ ή $\Delta\ell_0=\frac{m_1g}{k}$ (2)

Στη νέα Θ.Ι. (Θ.Ι.′), για το συσσωμάτωμα ισχύει: $\Sigma F=0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda}=W_{o\lambda}$ ή

$k\Delta\ell=(m_1+m_2)g$ ή $\Delta\ell=\frac{2m_1g}{k}$ (3)

$x_0=\Delta\ell-\Delta\ell_0 \xrightarrow{(2)(3)} x_0=\frac{m_1g}{k}$ (4)



Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$m_2\upsilon_2=(m_1+m_2)\upsilon_\kappa$ ή $\upsilon_2=2\upsilon_\kappa$ ή

$\upsilon_\kappa=\frac{\upsilon_2}{2} \xrightarrow{(1)} \upsilon_\kappa=\frac{\sqrt{6g\Delta\ell_0}}{2} \xrightarrow{(2)}$

$\upsilon_\kappa=\frac{\sqrt{6\frac{m_1}{k}g^2}}{2}$ ή $\upsilon_\kappa=\sqrt{\frac{3m_1g^2}{2k}}$ (5)

Αμέσως μετά την κρούση για το συσσωμάτωμα ισχύει:

$U+K=E$ ή

$\frac{1}{2}kx_0^2+\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2=\frac{1}{2}kA^2$ ή

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{2m_1 \upsilon_x^2}{k}} \xrightarrow{(4)(5)}$$

$$A=\sqrt{\frac{m_1^2 g^2}{k^2}+\frac{2m_1}{k}\frac{3m_1 g^2}{2k}} \xrightarrow{(2)}$$

$$A=\sqrt{\frac{m_1^2 g^2}{k^2}+\frac{3m_1^2 g^2}{k^2}} \quad ή \quad A=\frac{2m_1 g}{k}$$

Γ4. Είναι:

$F_{ελ(max)}=k\left(d+A\right)=60\,N$

στην κάτω ακραία θέση.

Επειδή έχουμε:

$A>d$ είναι

$F_{ελ(min)}=0$ στη Θ.Φ.Μ.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στη Θ.Ι. ισχύει: $\Sigma F=0$ ή $F_{ελ}=W$ ή

$kd=mg$ ή $d=\frac{mg}{k}=0,1m$

Γ2. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ισχύει:

$E=U_0+K_0$ ή

$\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}kx_0^2+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2$ ή

$A=\sqrt{x_0^2+\frac{m\upsilon_0^2}{k}}=0,2\ m$

Γ3. Τη χρονική στιγμή $t_o=0$ οι εξισώσεις $x=f\left(t\right)$ και $\upsilon=f\left(t\right)$ έχουνε τη μορφή:

$x_0=Αημφ_0$ (1) και $\upsilon_0=\upsilon_{max}συνφ_0$ (2), αντίστοιχα.

Από την (1) έχουμε $ημφ_0=\frac{x_0}{A}$ ή

$$ημφ_0=\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} φ_0=\frac{\pi}{6}rad \\ φ_0=\frac{5\pi}{6}rad \end{cases}$$

Επίσης έχουμε $\upsilon_0>0 \xrightarrow{(2)} συνφ_0>0$

Άρα $φ_0=\frac{\pi}{6}rad.$

Είναι: $D=k$ ή $mω^2=k$ ή

$ω=\sqrt{\frac{k}{m}}=10\,rad/sec$

Έτσι έχουμε: $x=Αημ\left(ωt+φ_0\right)$ ή

$x=0,2ημ\left(10t+\frac{\pi}{6}\right)$ (S.I.)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στη Θ.Ι. ισχύει:

$\Sigma F=0$ ή $F_{ελ}=W_x$ ή

$kd=mgημφ$ (1)

Στην τυχαία θέση με απομάκρυνση $x>0$ έχουμε:

$\Sigma F=W_x-F'_{ελ}$ ή

$\Sigma F=mgημφ-k\left(d+x\right) \xrightarrow{(1)} \Sigma F=-kx$

Η τελευταία σχέση είναι της μορφής:

$\Sigma F=-kx$

Άρα το σύστημα εκτελεί α.α.τ. με $D=k$

Δ2. Είναι:

$x=Αημ\left(ωt+φ_0\right)$ ή

$x=0,1ημ\left(20t+\frac{\pi}{2}\right)$ (S.I.)

$\upsilon=\upsilon_{max}συν\left(ωt+φ_0\right)$ ή

$\upsilon=2συν\left(20t+\frac{\pi}{2}\right)$ (S.I.)

Τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$x_1=0,1ημ\frac{5\pi}{6}=+0,05m$ και

$\upsilon_1=2συν\frac{5\pi}{6}=-\sqrt{3}\,m/sec$

Έτσι έχουμε:

$p_1=m\upsilon_1=-\sqrt{3}\,kgm/sec$ και

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW_{\Sigma F}}{dt}=\frac{\Sigma F\cdot dx}{dt}=\Sigma F_1\cdot\upsilon_1=$$

$$=-k\cdot x_1\cdot\upsilon_1=+20\sqrt{3}\ J/sec$$

6ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** β

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β).

Το πλάτος της ταλάντωσης ισούται με την απόσταση μεταξύ της Θ.Ι. και της Θ.Φ.Μ.

Στη Θ.Ι. ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F = F_{ελ}$ ή $F = kA = 20N$

Β2. Ι. (β) $E_1 = W_{F1}$ ή $\frac{1}{2}kA_1^2 = F_1 \cdot \Delta l$ ή

$A_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot F_1 \Delta \ell}{k}} = 0,3m$

ΙΙ. i) (α)

Σε μια τυχαία θέση της κίνησης του σώματος έχουμε:

$\Sigma F = F_2 - F_{ελ}$ ή $\Sigma F = F_2 - k \cdot \Delta l$ ή

$\Sigma F = 15N$: σταθερή.

Επομένως, το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου:

$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = 5m/sec^2$ και εκτελεί Ε.Ο.Επιτ.Κ.

ii) (β)

Τη χρονική στιγμή $t = 0,2sec$ το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση

$x = \frac{1}{2}at^2 = 0,1m$

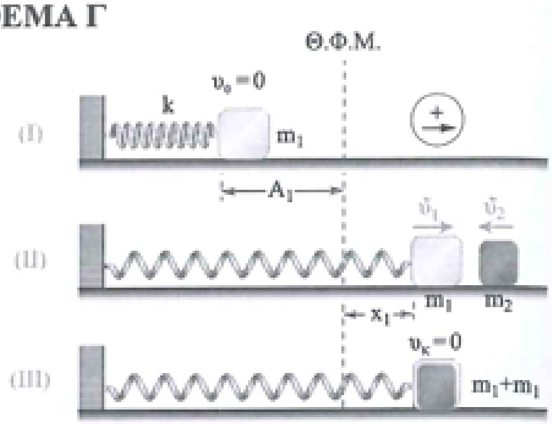
από τη θέση ισορροπίας του και κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = at = 1m/sec$

Αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}_2$, για την ταλάντωση του σώματος ισχύει:

$U + K = E$ ή $\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}kA^2$ ή

$A = \sqrt{x^2 + \frac{m\upsilon^2}{k}}$ ή $A = 0,2m$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Στην κατάσταση ΙΙ, για το σώμα (1) ισχύει:

$U_1 + K_1 = E_1$ ή

$\frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}kA_1^2$ ή

$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{k(A_1^2 - x_1^2)}{m_1}}$ ή

$\upsilon_1 = 1m/sec$

Γ2. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa$ ή

$\upsilon_\kappa = \frac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} = 0$

Το συσσωμάτωμα ξεκινά την ταλάντωση του από ακραία θέση.

Είναι: $A = x_1 = 0,1\sqrt{3}$ m

$D_{ΣΥΣ} = k$ ή $(m_1 + m_2)\omega^2 = k$ ή

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 5$ rad/sec

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ισχύει:

$x_0 = A\eta\mu\varphi_0$ ή $\eta\mu\varphi_0 = +1$ ή

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad

Η εξίσωση $x = f(t)$ έχει τη μορφή:

$x = 0,1\sqrt{3}\eta\mu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$ (S.I.)

ΘΕΜΑ Δ

Ι. Δ1. Το σώμα Σ_1 εκτελεί μετά την κρούση α.α.τ. με γωνιακή συχνότητα

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} rad/sec$$

Ισχύει: $|\upsilon'_1| = \omega_1 A_1 = \sqrt{3}\, m/sec$

Έχουμε:

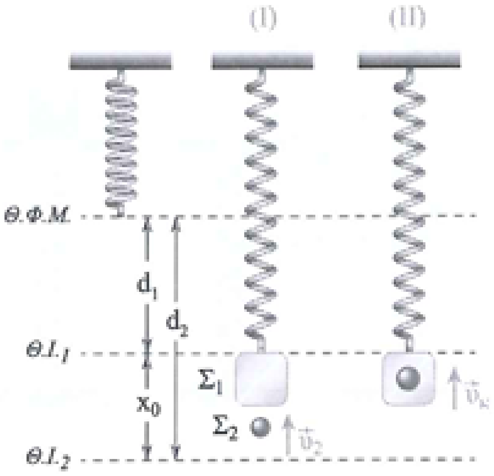
$$|\upsilon'_1| = \frac{2m_2}{m_1+m_2}|\upsilon_2| \quad ή$$

$$|\upsilon_2| = 2\sqrt{3}\, m/sec$$

ΙΙ. Δ2. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$$0 + m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)\upsilon_\kappa \quad ή$$

$$|\upsilon_\kappa| = \frac{m_2|\upsilon_2|}{m_1+m_2} \quad ή \quad |\upsilon_\kappa| = \frac{\sqrt{3}}{2} m/sec$$



Στη Θ.Ι.$_1$ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \quad ή \quad F_{ελ} = W_1 \quad ή \quad kd_1 = m_1 g \quad ή$$

$$d_1 = \frac{m_1 g}{k} = 0,3 m$$

Στη Θ.Ι.$_2$ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \quad ή \quad F'_{ελ} = W_{ολ} \quad ή$$

$$kd_2 = (m_1+m_2)g \quad ή$$

$$d_2 = \frac{(m_1+m_2)g}{k} = 0,4\ m$$

$$x_0 = d_2 - d_1 = 0,1\ m$$

Στην θέση ΙΙ έχουμε:

$$E = U + K \quad ή$$

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 \quad ή$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2}{k}} = 0,2\ m$$

Δ3. Ισχύει:

$$D_{ΣΥΣ} = k \quad ή \quad (m_1+m_2)\omega^2 = k \quad ή$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} = 5 rad/sec$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε:

$$-x_0 = A\eta\mu\varphi_0 \quad ή \quad \eta\mu\varphi_0 = -\frac{1}{2}$$

$$\eta\mu\varphi_0 = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = \dfrac{7\pi}{6} rad \\ \varphi_0 = \dfrac{11\pi}{6} rad \end{cases}$$

$$\upsilon_\kappa = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_0 \xrightarrow{\upsilon_\kappa<0} \sigma\upsilon\nu\varphi_0 < 0$$

Άρα: $\varphi_0 = \dfrac{7\pi}{6} rad$

Είναι: $K = \dfrac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon^2$

$$K = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\omega^2 A^2 \sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_0) \quad ή$$

$$K = 2\sigma\upsilon\nu^2\left(5t + \frac{7\pi}{6}\right) \quad (S.I.)$$

7ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ   **Α2.** δ

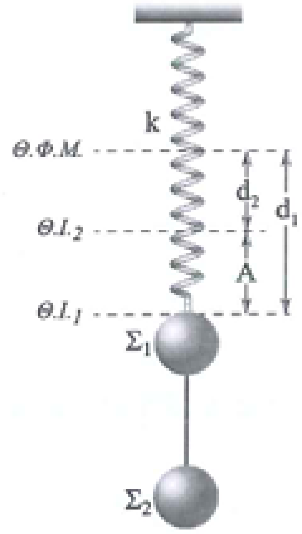
ΘΕΜΑ Β

Β1. 1 (α)

Στη Θ.Ι.$_1$ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \quad ή \quad F_{ελ} = W_1 + W_2 \quad ή$$

$$kd_1 = 3mg \quad ή \quad d_1 = \frac{3mg}{k} \quad (1)$$



Στη $\Theta.\mathrm{I.}_2$ ισχύει:

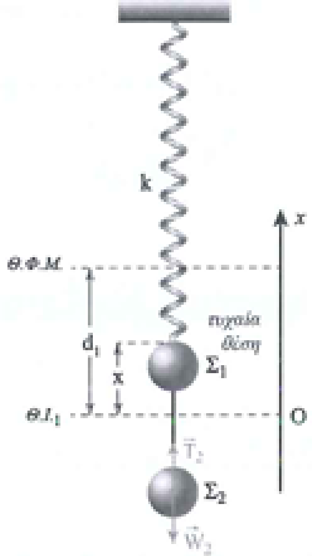
$\Sigma F = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} = W_1$ ή $kd_2 = 2mg$ ή

$$d_2 = \frac{2mg}{k} \; (2)$$

Είναι: $A = d_1 - d_2 \xrightarrow{(1)(2)} A = \dfrac{mg}{k}$

Β1. 2 (γ)

Όσο το νήμα παραμένει τεντωμένο, το σύστημα ταλαντώνεται με πλάτος ℓ και με γωνιακή συχνότητα:



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \quad ή \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{3m}} \; (3)$$

Στην τυχαία θέση του σχήματος, για το σώμα Σ_2 ισχύει:

$$\Sigma F = m_2\alpha \quad ή \quad T_2 - mg = m\left(-\omega^2 x\right) \xrightarrow{(3)}$$

$$\xrightarrow{(3)} T_2 = mg - \frac{k}{3}x \; (4)$$

Το νήμα δεν χαλαρώνει εφόσον ισχύει:

$$T_2 \geq 0 \xrightarrow{(4)} mg \geq \frac{k}{3}x \quad ή \quad x \leq \frac{3mg}{k} \quad ή \quad x \leq d_1$$

Άρα: $x_{max} = d_1$ ή $\ell = d_1 \xrightarrow{(1)} \ell = \dfrac{3mg}{k}$

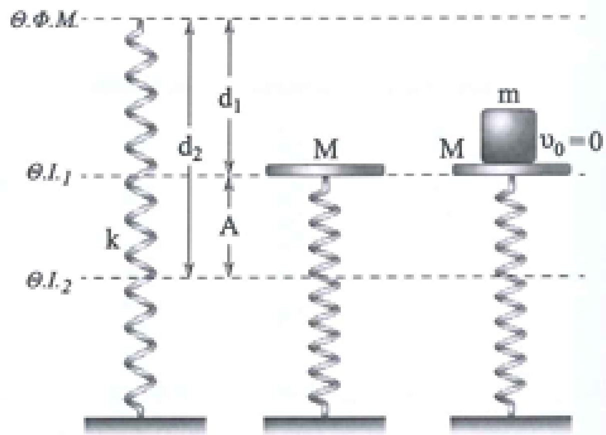
Β2. (α)

Στη $\Theta.\mathrm{I.}_1$ έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή

$F_{\varepsilon\lambda} = W$ ή

$kd_1 = Mg \; (1)$



Στη $\Theta.\mathrm{I.}_2$ έχουμε: $\Sigma F = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} = W_{o\lambda}$ ή

$kd_2 = (M + m)g \; (2)$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $k(d_2 - d_1) = mg$ ή $kA = mg$ ή

$$A = \frac{mg}{k} \quad (3)$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης του συστήματος είναι: $E = \dfrac{1}{2}kA^2$ ή μέσω της σχέσης (3):

$$E = \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2 g^2}{k}$$

B3.1 (β)

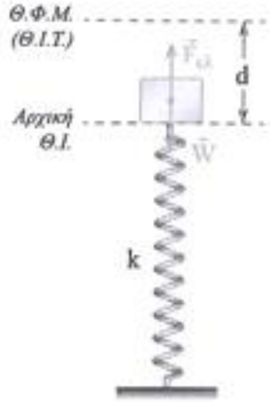
Κατά την ταλάντωση του σώματος η δύναμη επαναφοράς ισούται με: $\Sigma\vec{F} = \vec{F} + \vec{F}_{ελ} + \vec{W}$

Δίνεται ότι $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{ελ}$

Άρα: $\vec{F} + \vec{W} = \vec{0}$ ή $\vec{F} = -\vec{W}$.

Δηλαδή η δύναμη $\vec{F}$ εξουδετερώνει το βάρος του σώματος, με αποτέλεσμα η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης να ταυτίζεται με τη θέση φυσικού μήκους (Θ.Φ.Μ.) του ελατηρίου.

Επομένως το πλάτος της ταλάντωσης ισούται με την απόσταση d μεταξύ της αρχικής θέσης ισορροπίας του σώματος και της Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου.



Στην αρχική θέση ισορροπίας (πριν ασκήσουμε τη δύναμη $\vec{F}$) έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{ελ} = W$ ή

$kd = mg$ ή $d = \dfrac{mg}{k}$

Άρα: $A = \dfrac{mg}{k}$

B3.2 (β)

Τώρα έχουμε:

$E' = W_F$ ή $\dfrac{1}{2}k(A')^2 = F \cdot d$ ή

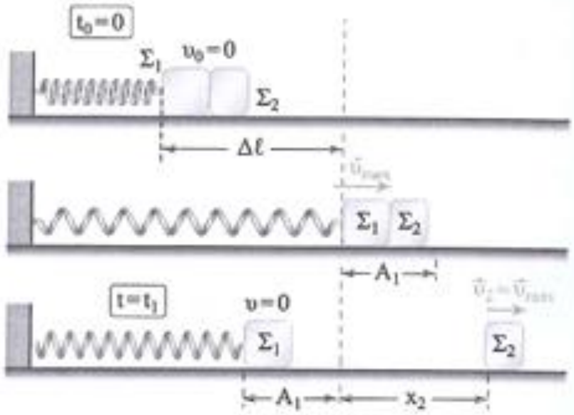
$\dfrac{1}{2}k(A')^2 = mg\dfrac{mg}{k}$ ή

$(A')^2 = \dfrac{2m^2g^2}{k^2}$ ή

$(A')^2 = 2A^2$ ή $A' = A\sqrt{2}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Τα σώματα θα χάσουν την επαφή τους στη Θ.Φ.Μ. διότι από εκεί και μετά το σώμα Σ_1 επιβραδύνεται λόγω της αλλαγής της φοράς της δύναμης του ελατηρίου.



Για την ταλάντωση των δύο σωμάτων έως τη χρονική στιγμή που φτάνουν στη Θ.Φ.Μ. έχουμε:

$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_1+m_2}} = 10\pi\dfrac{rad}{sec}$

$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0,2sec$

$A = \Delta l = 0,2m$ και

$\upsilon_{max} = \omega A = 2\pi m/sec$

Για την ταλάντωση του σώματος Σ_1 μετά την απώλεια επαφής ισχύει:

$\omega_1 = \sqrt{\dfrac{k}{m_1}} = 20\pi rad/sec$ και

$T_1 = \dfrac{2\pi}{\omega_1} = 0,1sec$

Είναι:

$t_1 = \dfrac{T}{4} + \dfrac{3T_1}{4} = 0,05sec + 0,075sec =$
$= 0,125sec$

Τη στιγμή που χάνεται η επαφή των σωμάτων, αυτά δεν ασκούν δυνάμεις μεταξύ τους.

Επομένως ισχύει:

$\upsilon_{max} = \upsilon_{max(1)}$ ή $\upsilon_{max} = \omega_1 A_1$ ή

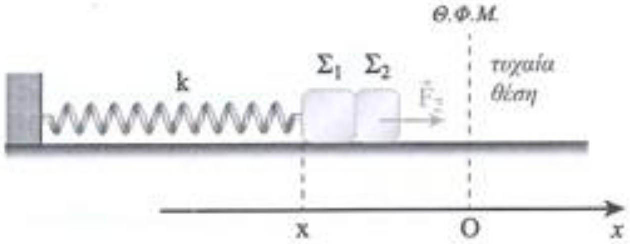
$$A_1 = \frac{\upsilon_{max}}{\omega_1} = 0{,}1\,m$$

$$d_1 = \Delta l + 3A_1 = 0{,}5\,m$$

Γ2. Στην τυχαία θέση του σχήματος για το σώμα Σ_2 έχουμε:

$F_2 = m_2\alpha$ ή $F_2 = -m_2\omega^2 x$ ή

$F_2 = -3\cdot 10^3 x$ (S.I.)

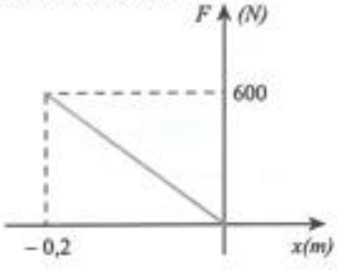


Είναι:

$F_2 \geq 0$ ή $x \leq 0$.

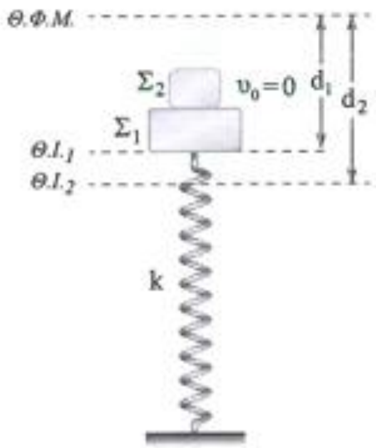
Άρα: $-\Delta l \leq x \leq 0$ ή $-0{,}2m \leq x \leq 0$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στη Θ.Ι.$_1$ έχουμε: $\Sigma F = 0$ ή $kd_1 = m_1 g$



Στη Θ.Ι.$_2$ έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $kd_2 = \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k}$

Είναι: $A = x_0 = d_2 - d_1$ ή

$kA = kd_2 - kd_1$ ή

$kA = (m_1 + m_2)g - m_1 g$ ή $kA = m_2 g$ ή

$$k = \frac{m_2 g}{A} = 100\,N/m$$

Έχουμε:

$D_{ΣΥΣ} = k$ ή $k = (m_1 + m_2)\omega^2$ ή

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 5\sqrt{2}\,rad/sec$$

$D_2 = m_2\omega^2 = 50\,N/m$

Δ2. Η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου συμβαίνει όταν το σύστημα βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση και ισούται με:

$\Delta l_{max} = d_2 + A = 0{,}3\,m$

Δ3. Σε τυχαία θέση της τροχιάς, που αντιστοιχεί σε απομάκρυνση $x > 0$, για το σώμα Σ_2 έχουμε:

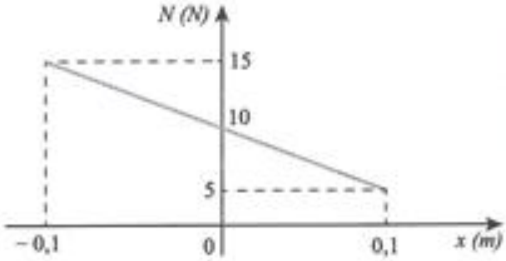
$\Sigma F = -D_2 x$

$N - m_2 g = -D_2 x =$ ή

$N = m_2 g - D_2 x$ ή

$N = 10 - 50x$ (S.I.)

$(-0{,}1m \leq x \leq 0{,}1m)$



Δ4. Για να μη χάνεται η επαφή μεταξύ των δύο σωμάτων πρέπει να έχουμε:

$N \geq 0$ ή $10 - 50x \geq 0$ ή $x \leq 0{,}2m$ ή

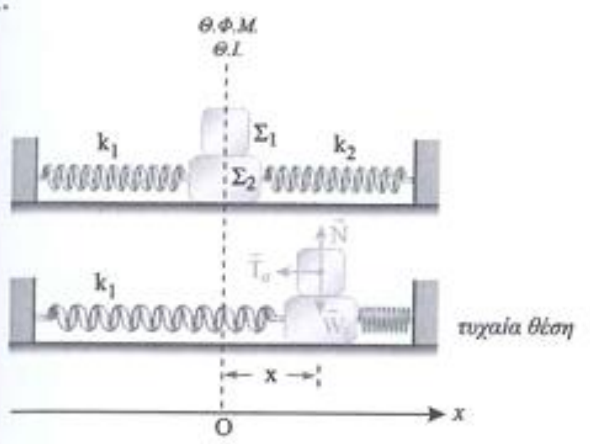
$A_{max} = 0{,}2\,m$

Επομένως:

$\upsilon_{0(\max)} = \omega A_{\max}$ ή $\upsilon_{0(\max)} = \sqrt{2}\,m/sec$

ΘΕΜΑ Ε

Ι.



Σε μία τυχαία θέση της τροχιάς των δύο σωμάτων με θετική απομάκρυνση έχουμε:

$\Sigma F = -F_{\varepsilon\lambda(1)} - F_{\varepsilon\lambda(2)}$ ή $\Sigma F = -k_1 x - k_2 x$ ή

$\Sigma F = -(k_1 + k_2)x$

Επομένως το σύστημα εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς

$D = k_1 + k_2 = 100 \;\; N/m$

και με γωνιακή συχνότητα:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m_1 + m_2}} = 5\,rad/sec$$

Στην τυχαία θέση της ταλάντωσης, για το σώμα Σ_1 έχουμε:

$|\Sigma F| = D_1|x|$ ή $T_\sigma = m_1\omega^2|x|$

Για να μην ολισθαίνει το σώμα Σ_1 πάνω στο σώμα Σ_2 πρέπει να ισχύει:

$T_\sigma \le T_{o\rho}$ ή $m_1\omega^2|x| \le \mu_\sigma N$ ή

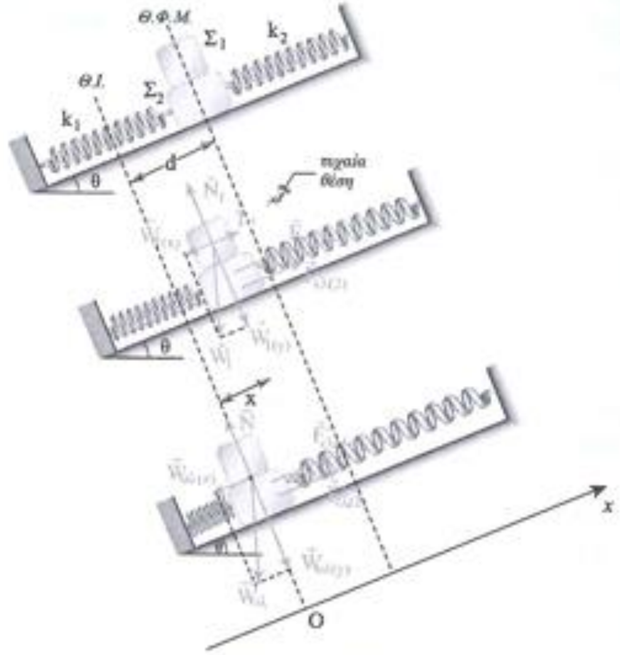
$m_1\omega^2|x| \le \mu_\sigma m_1 g$ ή $|x| \le \dfrac{\mu_\sigma g}{\omega^2}$ ή

$x_{\max} = \dfrac{\mu_\sigma g}{\omega^2}$ ή $A_{\max} = 0,4\,m$

Έχουμε:

$\upsilon_{\max(\mu\varepsilon\gamma)} = \omega A_{\max} = 2\,m/sec$

ΙΙ.



Στη Θ.Ι. για το σύστημα έχουμε:

$\Sigma F_x = 0$ ή $W_{o\lambda(x)} = F'_{\varepsilon\lambda(1)} + F'_{\varepsilon\lambda(2)}$ ή

$(m_1 + m_2)g\eta\mu\theta = (k_1 + k_2)d$ ή

$$d = \frac{(m_1 + m_2)g\eta\mu\theta}{k_1 + k_2} \quad ή \quad d = 0,24\,m$$

Η απόσταση d ισούται με το πλάτος (A') της ταλάντωσης (όταν δεν συμβαίνει ολίσθηση του Σ_1 πάνω στο Σ_2). Άρα: $A' = 0,24\,m$.

Σε τυχαία θέση της κίνησης για το σώμα Σ_1 ισχύει:

$\Sigma F = m_1\alpha$ ή $T_\sigma - W_{1(x)} = m_1\alpha$ ή

$T_\sigma - m_1 g\eta\mu\theta = -m_1\omega^2 x$ ή

$T_\sigma = m_1 g\eta\mu\theta - m_1\omega^2 x$

Στη θέση $x = -A'$ έχουμε:

$T_{\sigma(\mu\varepsilon\gamma)} = m_1 g\eta\mu\theta + m_1\omega^2 A'$ ή

$$T_{\sigma(\mu\varepsilon\gamma)} = m_1 g\eta\mu\theta + m_1\frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}A' \quad ή$$

$T_{\sigma(\mu\varepsilon\gamma)} = 12N$

Η οριακή στατική τριβή μεταξύ των δύο σωμάτων ισούται με:

$T_{o\rho} = \mu_\sigma N_1 = \mu_\sigma m_1 g\sigma\upsilon\nu\theta = 8N$

Επειδή η μέγιστη απαιτούμενη τιμή της στατικής τριβής, ώστε το σύστημα να ταλαντώνεται χωρίς να ολισθαίνει το Σ_1 πάνω στο Σ_2, είναι μεγαλύτερη από την οριακή στατική τριβή που μπορεί να ασκηθεί μεταξύ τους, συμπεραίνουμε ότι το Σ_1 θα ολισθήσει πάνω στο Σ_2. Αυτό θα συμβεί αμέσως μετά τη θέση $x = -0,08\text{m}$ όπου έχουμε:

$T_\sigma = T_{\sigma\rho} = 8N$.

8ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** α **Α3.** α **Α4.** Σ Σ Σ Λ Λ

Α5. Σ Σ Λ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Είναι:

$$A = A_0 e^{-\Lambda t} \quad \acute{\eta} \quad \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\Lambda t} \quad \acute{\eta}$$

$$2 = e^{\Lambda t} \quad \acute{\eta} \quad \ell n2 = \Lambda t \quad \acute{\eta} \quad t = \frac{\ell n2}{\Lambda}$$

Β2. Ι. (α)

Έχουμε:

$$E = \frac{1}{2}DA^2 \quad \acute{\eta} \quad E = \frac{1}{2}D\frac{A_0^2}{4} \quad \acute{\eta}$$

$$E = \frac{E_0}{4} = 0,25E_0$$

ΙΙ. (γ) Είναι:

$$E = \frac{E_0}{2} \quad \acute{\eta} \quad \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}DA_0^2 \quad \acute{\eta}$$

$$A^2 = \frac{1}{2}A_0^2 \quad \acute{\eta} \quad A = A_0\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Β3. Ι. (β)

Είναι: $\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2}$ ή $A_1 = \sqrt{A_0 A_2}$ ή

$$A_1 = 0,6\text{m}$$

$$\pi\% = \frac{E_0 - E_1}{E_0}100\% \quad \acute{\eta}$$

$$\pi\% = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}kA_1^2}{\frac{1}{2}kA_0^2}\right)100\%$$

$$\acute{\eta} \quad \pi\% = [1 - \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^2]100\% \quad \acute{\eta} \quad \pi\% = \frac{500}{9}\%$$

ΙΙ. (γ)

Έχουμε: $\Sigma F = m\alpha$ ή $F_{\varepsilon\lambda} + F_{\varepsilon\xi} = m\alpha$ ή

$-kx + F_{\varepsilon\xi} = m\alpha$ ή $\alpha = 40\ \text{m/sec}^2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι:

$$A_1 = 75\%A_0 \quad \acute{\eta} \quad A_1 = \frac{3}{4}A_0$$

$$A_2 = 75\%A_1 \quad \acute{\eta} \quad A_2 = \frac{3}{4}A_1 \quad \acute{\eta}$$

$$A_2 = \frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}A_0\right) \quad \acute{\eta}$$

$$A_2 = \frac{9}{16}A_0 = \frac{9}{16}0,4\text{m} = 0,225\text{m}$$

Γ2. $\left|\Delta E_{\mu\eta\chi(1)}\right| = E_0 - E_1 =$

$$= \frac{1}{2}kA_0^2 - \frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}kA_0^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{3}{4}A_0\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}kA_0^2\left(1 - \frac{9}{16}\right) = \frac{7}{32}kA_0^2 = 3,5J$$

Γ3. Έχουμε συντονισμό. Επομένως:

$$f = f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2,5}{\pi}\text{Hz}$$

Γ4. Είναι: $T = \frac{1}{f} = 0,4\pi\text{sec}$.

Άρα: $\Delta t = 10T$ ($N = 10$ ταλαντώσεις)

Σε κάθε ταλάντωση η εξωτερική δύναμη προσφέρει στο σώμα ενέργεια ίση με

$\left|\Delta E_{\mu\pi\chi(1)}\right|$ ώστε το πλάτος να διατηρείται σταθερό και ίσο με $0,4\,m$

Άρα η προσφερόμενη ενέργεια σε χρόνο Δt ισούται με:

$$W_{\pi\rho o\sigma} = N\left|\Delta E_{\mu\pi\chi(1)}\right| = 10 \cdot 3,5\,J = 35\,J$$

9ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** α **Α3.** δ

Α4. Σ Λ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (α)

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{7}{4}-\frac{3}{2}\right) \quad ή$$

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} = 0$$

Β2. Ι. (γ)

Παρατηρούμε ότι:

$2,5\lambda = 10m$ ή $\lambda = 4\,m$ και $T = 1$ sec.

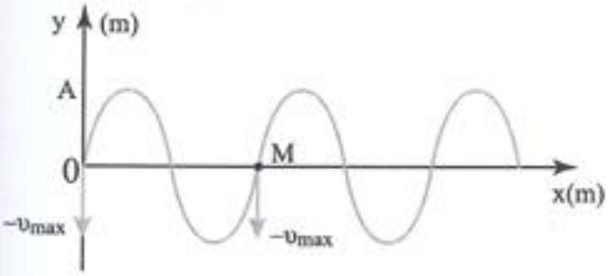
Άρα: $\upsilon = \dfrac{\lambda}{T} = 4$m/sec

ΙΙ. (γ)

Είναι: $x_M = \upsilon \cdot t_M = 4m$ $(=\lambda)$

Τα σημεία Ο και Μ έχουν κάθε στιγμή ίσες ταχύτητες. Τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$\upsilon_O = \upsilon_M = -\upsilon_{max}$

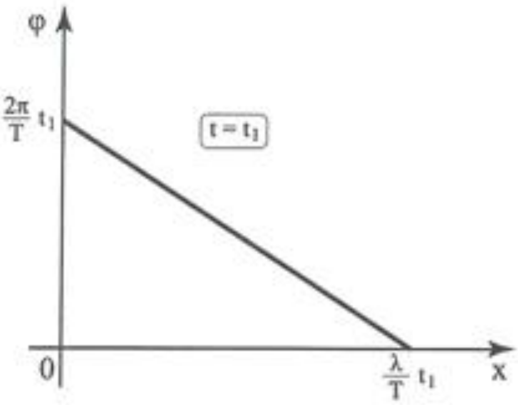


Β3. (α)

Η εξίσωση της φάσης είναι:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t_1}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \quad ή \quad \varphi = \frac{2\pi}{T}t_1 - \frac{2\pi}{\lambda}x$$

Η τελευταία σχέση παριστάνεται γραφικά ως εξής:



Από σύγκριση με το διάγραμμα που δόθηκε έχουμε:

$$\frac{2\pi}{T}t_1 = 20\pi \quad ή \quad t_1 = 10T$$

$$\frac{\lambda}{T}t_1 = 4m \quad ή \quad \lambda = 0,4m$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι: $f = 2Hz$ και $\lambda = 4m$.

Άρα: $\upsilon = \lambda f = 8$m/sec.

Γ2. Είναι:

$$\varphi_K = 2\pi\left(2t - \frac{x_K}{4}\right) \text{ (S.I.) και}$$

$$\varphi_\Lambda = 2\pi\left(2t - \frac{x_\Lambda}{4}\right) \text{ (S.I.)}$$

Άρα: $\varphi_K - \varphi_\Lambda = \dfrac{\pi}{2}(x_\Lambda - x_K)$ (1)

Έχουμε $\varphi_K > \varphi_\Lambda$. Επομένως είναι $x_K < x_\Lambda$.

Από την εξίσωση (1) προκύπτει:

$$x_\Lambda - x_K = \frac{2}{\pi}\left(\frac{16\pi}{3} - \frac{29\pi}{6}\right)m = 1m$$

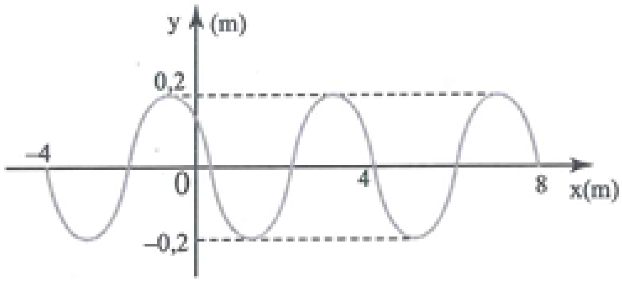
Γ3. Για $t = 1$sec έχουμε:

$$y = 0,2\eta\mu\left(4\pi - \frac{\pi x}{2}\right) \text{ (S.I.) (2)}$$

$$x_{max} = \upsilon \cdot t = 8m = 2\lambda$$

$$(1) \overset{x=0}{\Rightarrow} y = 0 \quad (1) \overset{x=\frac{\lambda}{4}}{\Rightarrow} y = -0,2m$$

Το ζητούμενο στιγμιότυπο παριστάνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Γ4. Είναι:

$$\varphi_K - \varphi_\Lambda = \frac{16\pi}{3}\text{rad} - \frac{29\pi}{3}\text{rad} = \frac{\pi}{2}\text{rad}$$

$y_\Lambda = +A$ ή $A\eta\mu\varphi_\Lambda = +A$ ή $\eta\mu\varphi_\Lambda = +1$ ή

$$\varphi_\Lambda = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}\text{rad}$$

Είναι: $y_K = A\eta\mu\varphi_K = A\eta\mu\left(\varphi_\Lambda + \frac{\pi}{2}\right)$

$$= A\eta\mu(2\kappa\pi + \pi) = 0$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $\omega = 8\pi \text{ rad/sec}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,25 \text{ sec} \quad \text{και} \quad f = \frac{1}{T} = 4\text{Hz}$$

Ο ζητούμενος χρόνος ισούται με

$$\Delta t = \frac{T}{2} = 0,125 \text{sec}.$$

Δ2. Ισχύει: $\upsilon = \lambda f$ ή $\lambda = \frac{\upsilon}{f} = 0,5m$

Η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) \text{ ή}$$

$$y = 0,1\eta\mu 2\pi(4t - 2x) \text{ (S.I.) (1)}$$

Σε συμφωνία φάσης με την πηγή του κύματος είναι τα σημεία της χορδής που βρίσκονται στις θέσεις $x = N\lambda$ $(N = 1, 2, 3, \ldots)$ ή $x = 0,5N$ (S.I.) με την προϋπόθεση ότι το κύμα έχει φτάσει στα σημεία αυτά.

Δ3. Η εξίσωση της ταχύτητας των σημείων της χορδής είναι:

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Για $x = \frac{5\lambda}{4}$ έχουμε:

$$\upsilon = \omega A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(ft - \frac{5}{4}\right) \text{ ή}$$

$$\upsilon = 0,8\pi\,\sigma\upsilon\nu(8\pi t - 2,5\pi) \text{ (S.I.)}, \; t \geq \frac{5}{16}\text{sec}$$

Δ4. Από την εξίσωση (1), για

$$t = t_1 = \frac{3T}{4} = \frac{3}{16}\text{sec} \text{ έχουμε:}$$

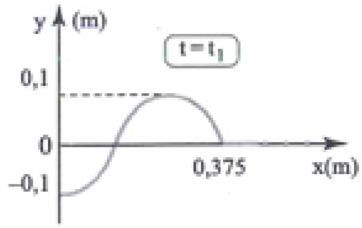
$$y = 0,1\eta\mu 2\pi\left(\frac{3}{4} - 2x\right) \text{ ή}$$

$$y = 0,1\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - 4\pi x\right) \text{ (S.I.) (2)}$$

$$x_{max} = \upsilon \cdot t_1 = \frac{\lambda}{T}t_1 = \frac{3\lambda}{4} = 0,375m$$

Στη θέση $x = 0$ από την εξίσωση (2) έχουμε: $y = -0,1m$

Το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι η γραφική παράστασης της εξίσωσης (2) για $0 \leq x \leq 0,375m$

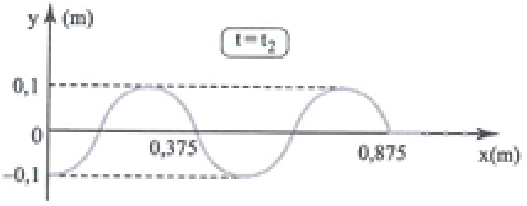


Μεταξύ των χρονικών στιγμών t_1 και t_2 το κύμα διαδόθηκε επιπλέον κατά

$$\Delta x_{max} = \upsilon \cdot \Delta t \text{ ή}$$

$$\Delta x_{max} = \frac{\lambda}{T}\left(\frac{7T}{4} - \frac{3T}{4}\right) = \lambda = 0,5m .$$

Συνεπώς, το στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή t_2 έχει τη μορφή του παρακάτω σχήματος:



10ο κριτήριο αξιολόγησης

Α1. β **Α2.** γ **Α3.** δ **Α4.** α **Α5.** ΛΣΛΣΛ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ι. (α)

Από την εξίσωση του κύματος παρατηρούμε ότι $f = 2Hz$.

Από το στιγμιότυπο που δόθηκε φαίνεται ότι $\lambda = 4m$.

Έτσι έχουμε: $\upsilon = \lambda f = 8m/sec$

Β1. ΙΙ. (γ)

Είναι $\upsilon = \dfrac{x_{max}}{t_1}$ ή $t_1 = \dfrac{x_{max}}{\upsilon} = 0,75sec$

Β2. Ι. (α)

Από την εξίσωση της φάσης $\varphi = 2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right)$

έχουμε:

$$\varphi_K = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda}\right) \quad \text{και} \quad \varphi_\Lambda = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη:

$$\varphi_K - \varphi_\Lambda = \frac{2\pi}{\lambda}(x_\Lambda - x_K) .$$

Επειδή είναι $\varphi_K > \varphi_\Lambda$ προκύπτει ότι $x_K < x_\Lambda$.

Άρα ο σωστό σχήμα είναι το 1.

ΙΙ. (β)

$\upsilon_\Lambda = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_\Lambda$ ή $+\upsilon_{max} = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_\Lambda$ ή

$\sigma\upsilon\nu\varphi_\Lambda = +1$ ή $\varphi_\Lambda = 2\kappa\pi\, rad$

Είναι: $\varphi_K - \varphi_\Lambda = \left(\dfrac{4\pi}{3} - \dfrac{\pi}{3}\right)rad = \pi\, rad$ ή

$\varphi_K = \varphi_\Lambda + \pi\, rad$ ή $\varphi_K = 2\kappa\pi + \pi\, rad$

$\upsilon_K = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_K$ ή

$\upsilon_K = \omega A\sigma\upsilon\nu(2\kappa\pi + \pi)$ ή $\upsilon_K = -\omega A$

Β3. (β)

Από το διάγραμμα $y - x$ έχουμε:

$2,5\lambda = 5m$ ή $\lambda = 2m$

Από το διάγραμμα $y - t$ έχουμε:

$T = 1sec$ και $t_\Sigma = 1sec$

Είναι: $\upsilon = \dfrac{\lambda}{T} = 2m/sec$

$x_\Sigma = \upsilon \cdot t_\Sigma = 2m$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το στιγμιότυπο έχουμε:

$A = 0,4m$ και $2\lambda + \dfrac{\lambda}{4} = 9m$ ή $\dfrac{9\lambda}{4} = 9m$ ή

$\lambda = 4m$. Ισχύει:

$|x_{max}| = \upsilon \cdot t_1$ ή $t_1 = \dfrac{x_{max}}{\upsilon} = 2,25sec$

Γ2. Είναι: $\upsilon = \lambda f$ ή $f = \dfrac{\upsilon}{\lambda} = 1Hz$

Η εξίσωση του κύματος είναι:

$y = A\eta\mu 2\pi\left(\dfrac{t}{T} + \dfrac{x}{\lambda}\right)$ ή

$y = 0,4\eta\mu 2\pi\left(t + \dfrac{x}{4}\right)$ (S.I.) (1)

Γ3. Η εξίσωση της φάσης είναι:

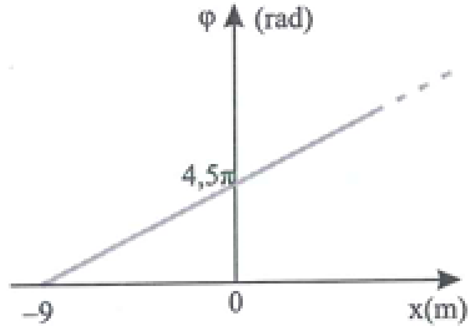
$\varphi = 2\pi\left(t + \dfrac{x}{4}\right)$ (S.I.)

Για $t = t_1 = 2,25sec \left(= \dfrac{9}{4}sec\right)$ έχουμε:

$\varphi = 2\pi\left(\dfrac{9}{4} + \dfrac{x}{4}\right)$ ή $\varphi = \dfrac{9\pi}{2} + \dfrac{\pi}{2}x$ (S.I.)

Για $x = 0$: $\varphi = 4,5\pi\,\text{rad}$

Για $\varphi = 0$: $x = -9\text{m}$



Γ4. Από την εξίσωση του κύματος (1), για $x = x_P = -12\text{m}$ έχουμε:

$y = 0,4\eta\mu 2\pi(t+3)$ (S.I.) (2)

Η παραπάνω εξίσωση ισχύει για

$t \geq t_P$ ή $t \geq \dfrac{x_P}{\upsilon}$ ή $t \geq 3\text{sec}$

Το σημείο Ρ βρίσκεται για πρώτη φορά σε απομάκρυνση $y_P = +0,4\text{m}$ τη χρονική στιγμή

$t = t_P + \dfrac{T}{4} = 3,25\text{sec}$

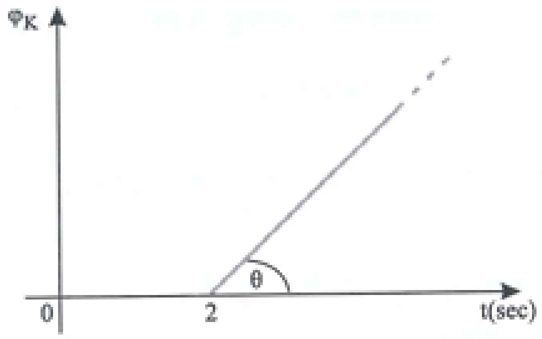
Γ5. Είναι: $\varphi_K = 2\pi\left(t + \dfrac{x_K}{4}\right)$ ή

$\varphi_K = 2\pi t - 4\pi$ (S.I.) και

$y_K = 0,4\eta\mu 2\pi\left(t + \dfrac{x_K}{4}\right)$ ή

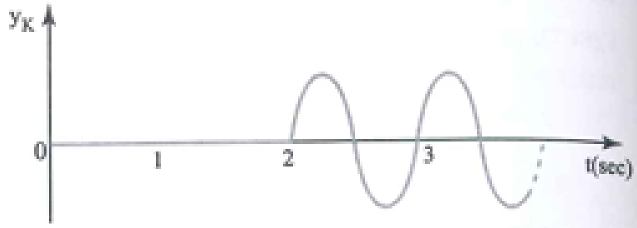
$y_K = 0,4\eta\mu(2\pi t - 4\pi)$ (S.I.)

Οι δύο τελευταίες εξισώσεις ισχύουν για $t \geq t_K$ ή $t \geq \dfrac{x_K}{\upsilon}$ ή $t \geq 2\text{sec}$ και παριστάνονται γραφικά ως εξής:



Είναι

$\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega = 2\pi f = 2\pi\,\text{rad/sec}$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{20\pi}\text{sec} = 0,1\text{sec}$.

Η γενική μορφή της εξίσωσης της φάσης είναι:

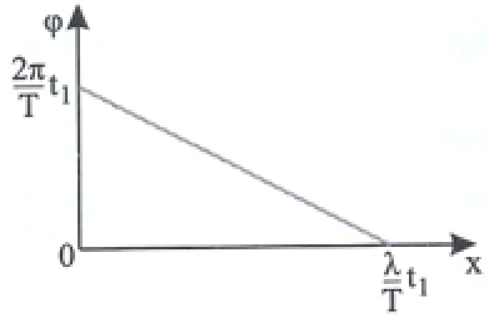
$\varphi = 2\pi\left(\dfrac{t_1}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right)$ ή

$\varphi = \dfrac{2\pi}{T}t_1 - \dfrac{2\pi}{\lambda}x$

Για $x = 0$ έχουμε $\varphi = \dfrac{2\pi}{T}t_1$

Για $\varphi = 0$ έχουμε $\varphi = \dfrac{\lambda}{T}t_1$

Η γενική μορφή του διαγράμματος της φάσης σε συνάρτηση με τον χρόνο έχει τη μορφή:



Από σύγκριση του διαγράμματος που δόθηκε με το παραπάνω διάγραμμα έχουμε:

$\dfrac{2\pi}{T}t_1 = 10\pi$ (S.I.) ή $20\pi t_1 = 10\pi$ (S.I.) ή

$t_1 = 0,5\text{sec}$

Δ2. Τα σημεία Κ και Λ απέχουν μεταξύ τους απόσταση d ίση με ένα μήκος κύματος $(d = \lambda)$.

Είναι:

$\frac{\lambda}{T}t_1 = 10$ (S.I.) ή $5\lambda = 10$ (S.I.) ή $\lambda = 2m$.

Άρα $d = 2m$. Η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad ή$$

$$y = 0,5\eta\mu(20\pi t - \pi x) \text{ (S.I.) (1)}$$

Δ3. Από την εξίσωση (1) τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε: $y = 0,5\eta\mu(10\pi - \pi x)$ (S.I.),

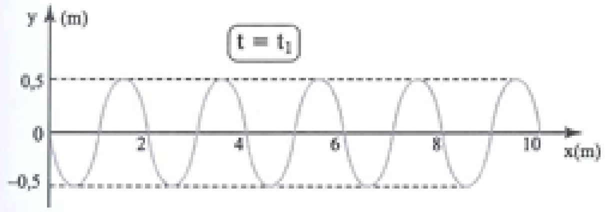
$0 \le x \le 10m$

Είναι: $x_{max} = 10m = 5\lambda$

$y_{(x=0)} = 0,5\eta\mu 10\pi = 0$

$y_{\left(x=\frac{\lambda}{4}\right)} = 0,5\eta\mu\left(10 - \frac{\pi}{2}\right) = -0,5m = -A$.

Επομένως, το ζητούμενο στιγμιότυπο έχει τη μορφή του παρακάτω σχήματος.



Δ4. 1ος τρόπος

Τη χρονική στιγμή t_1 στο σημείο Μ έχουμε $y_M = +A$ και επομένως $\upsilon_M = 0$.

2ος τρόπος

Είναι: $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ ή

$\upsilon_M = \omega A\sigma\upsilon\nu\left(20\pi t_1 - \frac{2\pi}{\lambda}x_M\right)$ ή

$\upsilon_M = 10\pi\sigma\upsilon\nu(10\pi - 5,5\pi)$ ή

$\upsilon_M = 10\pi\sigma\upsilon\nu\left(4\pi + \frac{\pi}{2}\right)$ ή $\upsilon_M = 0$

Δ5. Για το υλικό σημείο R ισχύει:

$U + K = E$ ή ...

$|\upsilon| = \omega\sqrt{A^2 - y^2}$ ή $|\upsilon| = 8\pi$ m/sec

11ο κριτήριο αξιολόγησης

Α1. α **Α2.** δ **Α3.** δ **Α4.** γ

Α5. Λ Σ Σ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ι. (β)

Έστω t_1 και t_2 οι χρονικές στιγμές στις οποίες φτάνουν στο σημείο P τα κύματα από τις δύο πηγές. Ισχύει:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{r_1}{\upsilon} - \frac{r_2}{\upsilon} = \frac{3\lambda}{\upsilon} = \frac{3\lambda}{\lambda f} = \frac{3}{f}$$

ΙΙ. (β)

Για ένα τυχαίο σημείο ενίσχυσης του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τις δύο πηγές και απέχει από αυτές αποστάσεις x_1 και x_2, ισχύουν οι σχέσεις:

$x_1 + x_2 = d$ και $x_1 - x_2 = \kappa\lambda$

Με πρόσθεση κατά μέλη:

$2x_1 = d + \kappa\lambda$ ή $x_1 = 2\lambda + \kappa\frac{\lambda}{2}$ (1)

Είναι: $0 < x_1 < d \xrightarrow{(1)} 0 < 2\lambda + \kappa\frac{\lambda}{2} < 4\lambda$ ή

$-4 < \kappa < 4$

$\kappa = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$: 7 τιμές.

Άρα σχηματίζονται 7 υπερβολές ενίσχυσης.

Β2. (β)

Είναι: $r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$ $(N = 0, 1, 2, \ldots)$ ή

$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\upsilon}{2f}$ ή $f = \frac{(2N+1)\upsilon}{2(r_1 - r_2)}$ ή

$f = 170(2N+1)Hz$

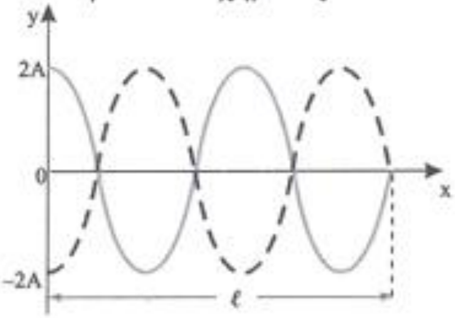
Έχουμε $f > f_1 = 300Hz$.

Η πρώτη συχνότητα, που είναι μεγαλύτερη από 300 Hz, για την οποία παρατηρείται απόσβεση είναι (για N = 1):

$f = 510\,Hz$

Β3. (β)

Η εικόνα του στάσιμου κύματος είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



Είναι: $\ell = 3\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{\lambda}{4}$ ή $\ell = \dfrac{7\lambda}{4}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ο φελλός αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t_α = 0,2 sec που φτάνει το κύμα από την πηγή Π_2. Η συμβολή των κυμάτων στο σημείο Σ αρχίζει τη χρονική στιγμή t_β = 1,4 sec.

Ισχύει: $t_\alpha = \dfrac{r_2}{\upsilon}$ ή $r_2 = \upsilon \cdot t_\alpha = 1\,\text{m}$ και

$t_\beta = \dfrac{r_1}{\upsilon}$ ή $r_1 = \upsilon \cdot t_\beta = 7\,\text{m}$

Γ2. Παρατηρούμε ότι y > A.

Άρα έχει αρχίσει η συμβολή των κυμάτων στο σημείο Σ. Για την ταλάντωση του φελλού ισχύει:

$U + K = E$ ή

$\dfrac{1}{2}m\omega^2 y^2 + \dfrac{1}{2}m\upsilon^2 = \dfrac{1}{2}m\omega^2 (A')^2$ ή

$|\upsilon| = \omega\sqrt{(A')^2 - y^2}$ ή

$|\upsilon| = \dfrac{2\pi}{T}\sqrt{(2A')^2 - y^2}$ ή

$|\upsilon| = 2{,}5\pi \cdot 10^{-2}\,\text{m/sec}$ ή

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Τα αρμονικά κύματα περιγράφονται από εξισώσεις της μορφής:

$y_{1,2} = A\eta\mu 2\pi\left(ft \pm \dfrac{x}{\lambda}\right)$

Από σύγκριση με τις εξισώσεις που δόθηκαν έχουμε:

A = 4 cm, f = 5 Hz και λ = 1 cm.

$\upsilon = \lambda f = 5\,\text{cm/sec}$

Δ2. Οι θέσεις των κοιλιών υπολογίζονται από τη σχέση $x = \kappa\dfrac{\lambda}{2} = 0{,}5\kappa\,(\text{cm})$.

Για κ = 3 έχουμε: $x_{3\eta\varsigma\ \kappa o\iota\lambda\iota\alpha\varsigma} = 1{,}5\,\text{cm}$.

Οι θέσεις των δεσμών υπολογίζονται από τη σχέση $x' = (2\kappa+1)\dfrac{\lambda}{4} = (0{,}5\lambda + 0{,}25)\text{cm}$.

Για κ = 2 έχουμε: $x_{3o\upsilon\ \delta\varepsilon\sigma\mu o\acute{\upsilon}} = 1{,}25\,\text{cm}$

Δ3. Το στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση

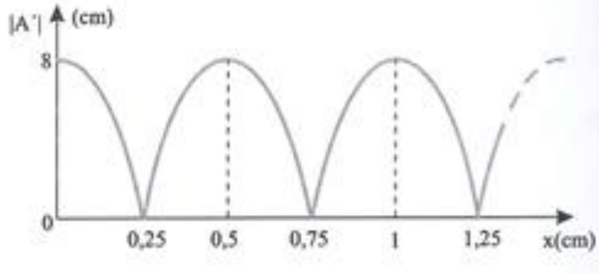
$y = 2A\sigma\upsilon\nu\dfrac{2\pi}{\lambda}x\,\eta\mu\dfrac{2\pi}{T}t$

$y = 8\sigma\upsilon\nu(2\pi x)\eta\mu(10\pi t)$ (x, y σε cm και t σε sec) (1).

Το πλάτος ταλάντωσης των υλικών σημείων της χορδής σε συνάρτηση με τη θέση τους x περιγράφεται από την εξίσωση:

$|A'| = 8|\sigma\upsilon\nu(2\pi x)|$

($|A'|$, x σε cm).



Δ4. Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος για

$x_K = \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{1}{4}\,\text{cm}$

$x_\Lambda = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}\text{cm}$ και $x_P = \lambda = 1\text{cm}$,

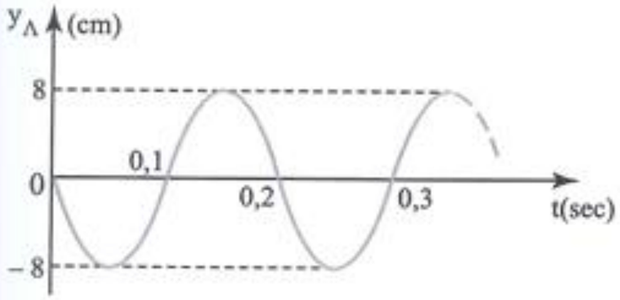
έχουμε αντίστοιχα: $y_K = 0$ για όλα τα x.

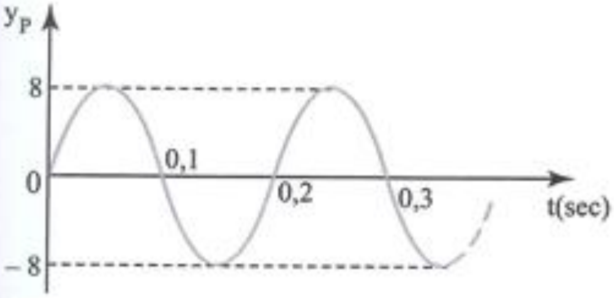
Το σημείο Κ είναι δεσμός

$y_\Lambda = -8\etaμ10\pi t$ ή $y_\Lambda = 8\etaμ(10\pi t + \pi)$

και $y_P = 8\etaμ10\pi t$ (t σε sec και y σε cm).

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις φαίνονται στα παρακάτω σχήματα:





ΘΕΜΑ Ε

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι

$y = 12συν(0,4\pi x)ημ(10\pi t)$

$y = 12συν\left(\frac{2\pi}{5}x\right)ημ(10\pi t)$

(x, y σε cm, t σε sec)

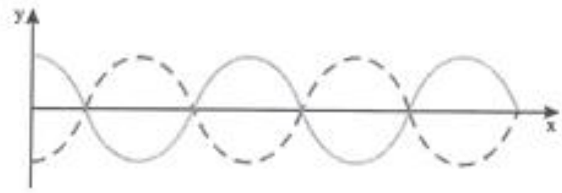
Από σύγκριση με τη γενική μορφή

$y = 2Aσυν\frac{2\pi}{\lambda}x ημ\frac{2\pi}{T}t$ έχουμε:

$A = 6\text{cm}$, $\lambda = 5\text{cm}$ και $T = 0,2\,\text{sec}$

Ε1. Είναι $\ell = 11,25\text{cm} = 2\lambda + \frac{\lambda}{4}$.

Η εικόνα του στάσιμου κύματος είναι:



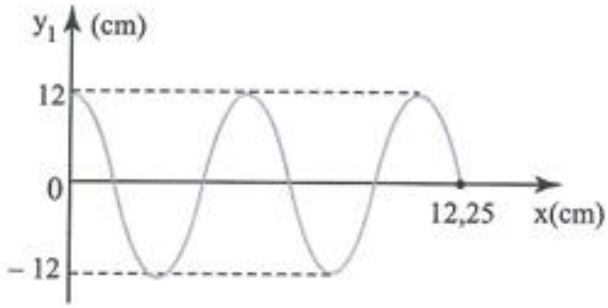
Σχηματίζονται πέντε δεσμοί συνολικά.

Ε2. Από τις εξισώσεις του στάσιμου κύματος, για $t = t_1$, $t = t_2$ και $t = t_3$ λαμβάνουμε, αντίστοιχα:

$y_1 = 12συν0,4\pi x$, $y_2 = 0$,

$y_3 = -12συν0,4\pi x$ (x, y σε cm, t σε sec).

Τα ζητούμενα στιγμιότυπα (που είναι οι γραφικές παραστάσεις των παραπάνω εξισώσεων, για $0 \le x \le 11,25\text{cm}$), έχουν τη μορφή των παρακάτω σχημάτων.



$x_\Lambda = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}cm$ και $x_P = \lambda = 1cm$,

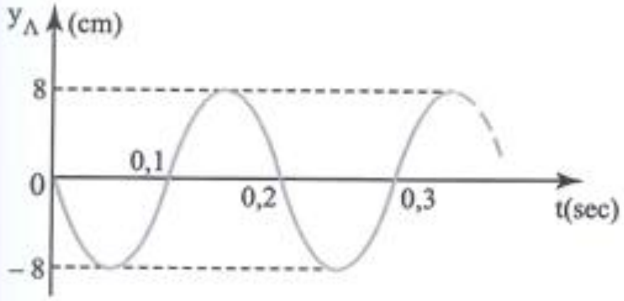
έχουμε αντίστοιχα: $y_K = 0$ για όλα τα x.

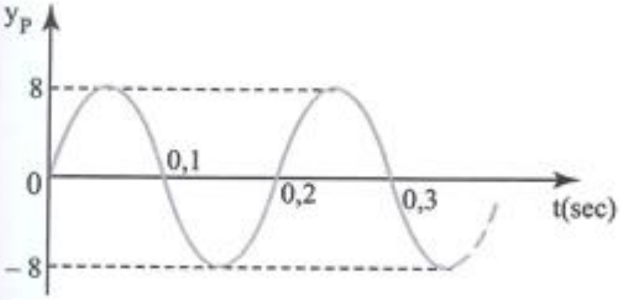
Το σημείο Κ είναι δεσμός

$y_\Lambda = -8ημ10πt$ ή $y_\Lambda = 8ημ(10πt + π)$

και $y_P = 8ημ10πt$ (t σε sec και y σε cm).

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις φαίνονται στα παρακάτω σχήματα:





ΘΕΜΑ Ε

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι

$y = 12συν(0,4πx)ημ(10πt)$

$y = 12συν\left(\frac{2π}{5}x\right)ημ(10πt)$

(x, y σε cm, t σε sec)

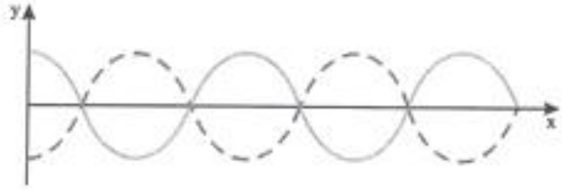
Από σύγκριση με τη γενική μορφή

$y = 2Aσυν\frac{2π}{λ}xημ\frac{2π}{T}t$ έχουμε:

$A = 6cm$, $λ = 5cm$ και $T = 0,2sec$

Ε1. Είναι $\ell = 11,25cm = 2λ + \frac{λ}{4}$.

Η εικόνα του στάσιμου κύματος είναι:



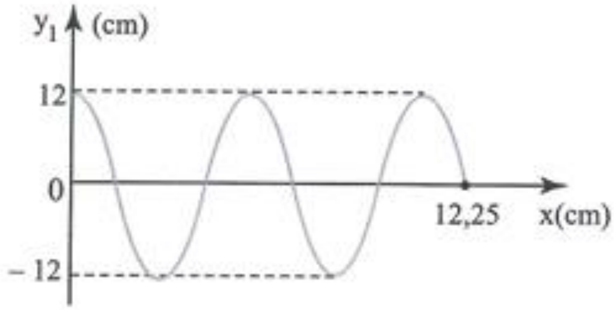
Σχηματίζονται πέντε δεσμοί συνολικά.

Ε2. Από τις εξισώσεις του στάσιμου κύματος, για $t = t_1$, $t = t_2$ και $t = t_3$ λαμβάνουμε, αντίστοιχα:

$y_1 = 12συν0,4πx$, $y_2 = 0$,

$y_3 = -12συν0,4πx$ (x, y σε cm, t σε sec).

Τα ζητούμενα στιγμιότυπα (που είναι οι γραφικές παραστάσεις των παραπάνω εξισώσεων, για $0 \le x \le 11,25cm$), έχουν τη μορφή των παρακάτω σχημάτων.



$x_\Lambda = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}$cm και $x_P = \lambda = 1$cm ,

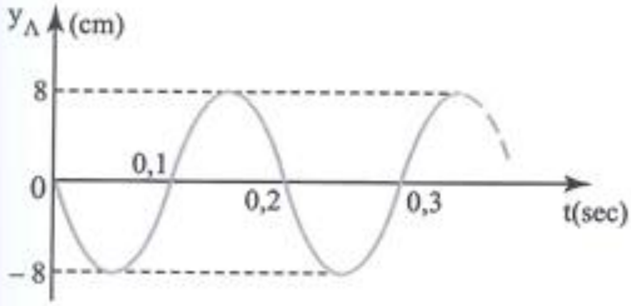
έχουμε αντίστοιχα: $y_K = 0$ για όλα τα x.

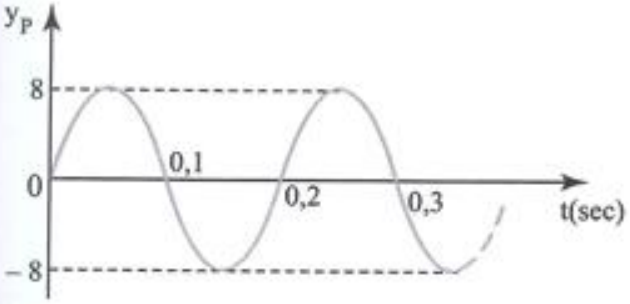
Το σημείο K είναι δεσμός

$y_\Lambda = -8ημ10πt$ ή $y_\Lambda = 8ημ(10πt + π)$

και $y_P = 8ημ10πt$ (t σε sec και y σε cm).

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις φαίνονται στα παρακάτω σχήματα:





ΘΕΜΑ Ε

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι

$y = 12συν(0,4πx)ημ(10πt)$

$y = 12συν\left(\frac{2π}{5}x\right)ημ(10πt)$

(x, y σε cm, t σε sec)

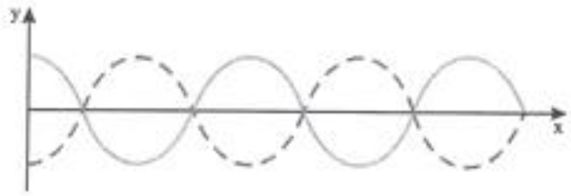
Από σύγκριση με τη γενική μορφή

$y = 2Aσυν\frac{2π}{λ}xημ\frac{2π}{T}t$ έχουμε:

A = 6cm , λ = 5cm και T = 0,2 sec

Ε1. Είναι $\ell = 11,25\text{cm} = 2λ + \frac{λ}{4}$.

Η εικόνα του στάσιμου κύματος είναι:



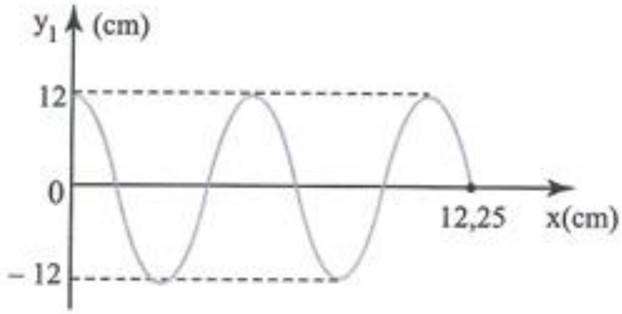
Σχηματίζονται πέντε δεσμοί συνολικά.

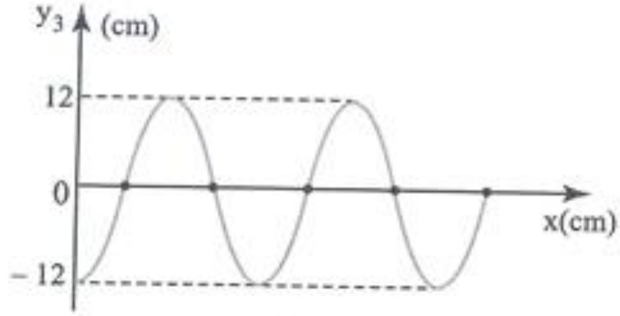
Ε2. Από τις εξισώσεις του στάσιμου κύματος, για $t = t_1$, $t = t_2$ και $t = t_3$ λαμβάνουμε, αντίστοιχα:

$y_1 = 12συν0,4πx$, $y_2 = 0$,

$y_3 = -12συν0,4πx$ (x, y σε cm, t σε sec).

Τα ζητούμενα στιγμιότυπα (που είναι οι γραφικές παραστάσεις των παραπάνω εξισώσεων, για $0 \le x \le 11,25$cm), έχουν τη μορφή των παρακάτω σχημάτων.

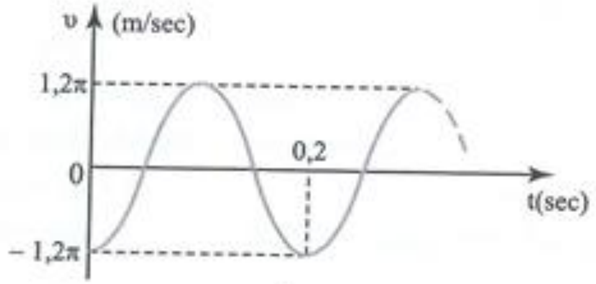




E3. Στη θέση $x = \frac{\lambda}{2} = 2,5cm$ από την εξίσωση $\upsilon = \omega 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{T}t$, προκύπτει:

$\upsilon = 120\pi\,\sigma\upsilon\nu\,\pi\,\sigma\upsilon\nu(10\pi t)$ ή

$\upsilon = -1,2\pi\,\sigma\upsilon\nu 10\pi t$ (S.I.)



E4. $|A'_P| = 2A\,|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x_P|$ ή

$6\sqrt{2} = 12\,|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{5}x_P|$ (x_P σε cm) ή

$\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{5}x_P = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ ή

$\frac{2\pi}{5}x_P = \kappa\pi \pm \frac{\pi}{4}$ ($\kappa \in \mathbb{Z}$) ή

$x_P = 2,5\kappa \pm \frac{5}{8}$ (1)

Από την (1), για $\kappa = 0$ και «+» προκύπτει ότι το σημείο P βρίσκεται στη θέση $x_P = \frac{5}{8}cm$.

Ο πρώτος δεσμός βρίσκεται στη θέση $x_\delta = \frac{\lambda}{4} = \frac{5}{4}cm = \frac{10}{8}cm$

Η ζητούμενη απόσταση είναι ίση με:

$\Delta x_{(min)} = x_\delta - x_P$ ή

$\Delta x_{(min)} = \left(\frac{10}{8} - \frac{5}{8}\right)cm = \frac{5}{8}cm = 0,625cm$

12ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

A1. δ **A2.** δ **A3.** δ **A4.** γ

A5. Σ Σ Σ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. (β)

$\upsilon_{cm(1)} = \upsilon_{cm(2)}$ ή

$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$ ή

$2\pi f_1 R_1 = 2\pi f_2 R_2$ ή $\frac{f_1}{f_2} = \frac{R_2}{R_1}$ ή

$\frac{\frac{N_1}{\Delta t}}{\frac{N_2}{\Delta t}} = \frac{R_2}{R_1}$ ή $\frac{N_1}{N_2} = \frac{5}{3}$

B2.1 (α) Επειδή είναι $\upsilon_P > \upsilon_{cm}$

B2.2 (α)

Είναι: $\upsilon_P = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho(P)}$ ή

$1,4\upsilon_{cm} = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho(P)}$ ή

$0,4\omega R = \omega r$ ή $r = 0,4\,R$

B3. (α) Είναι:

$\upsilon_B = \upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma\rho(B)}$ ή $\upsilon_B = \upsilon_{cm} - \omega\frac{R}{2}$ ή

$\upsilon_B = \upsilon_{cm} - \frac{\upsilon_{cm}}{2}$ ή $\upsilon_B = \frac{1}{2}\upsilon_{cm}$

B4.1 (γ)

Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό, τα σημεία Α και Ζ έχουν ίσες ταχύτητες. Άρα:

$\upsilon_A = \upsilon_Z$ ή $\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho(Z)}$ ή

$\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \omega R_2$ ή $\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \frac{3\omega R_1}{5}$ ή

$\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \frac{3}{5}\upsilon_{cm}$ ή

$\upsilon_A = \frac{8}{5}\upsilon_{cm}$ ή $\upsilon_{cm} = \frac{5}{8}\upsilon_A$

B4.2 (γ) Στη διάρκεια δύο περιστροφών του αλτήρα το κέντρο μάζας του μεταφέρεται κατά $x_{cm} = 4\pi R_1$.

1ος τρόπος

$x_A = \upsilon_A \Delta t$ ή $x_A = \frac{8}{5}\upsilon_{cm}\Delta t$ ή

$x_A = \frac{8}{5}x_{cm}$ ή $x_A = \frac{8}{5}4\pi R_1$ ή

$x_A = 6{,}4\pi R_1$

2ος τρόπος

Τα σημεία της περιφέρειας του κυλίνδρου διαγράφουν στη διάρκεια 2 περιστροφών τόξο μήκους $s = 4\pi R_2$.

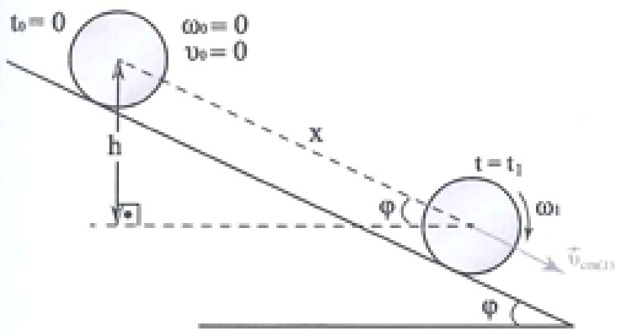
Άρα: $x_A = x_{cm} + s = 4\pi R_1 + 4\pi R_2 = 6{,}4\pi R_1$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι: $\eta\mu\varphi = \frac{h}{x}$ ή $x = \frac{h}{\eta\mu\varphi}$ ή

$x = 2h = 8\text{m}$

$x = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t_1^2$ ή $\alpha_{cm} = \frac{2x}{t_1^2} = 1\text{m/sec}^2$



Γ2. Έχουμε: $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}R$ ή

$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R} = 2\text{rad/sec}^2$

$\omega_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu}t_1 = 8$ rad/sec

Γ3. Ισχύει:

$N_2 = \frac{\theta_2}{2\pi}$ ή $\theta_2 = N_2 \cdot 2\pi = 64\text{rad}$

$\theta_2 = \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}t_2^2$ ή $t_2 = \sqrt{\frac{2\theta_2}{\alpha_{\gamma\omega\nu}}} = 8\text{sec}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε:

$\upsilon_{cm(0)} = \omega_0 R = 2\text{m/sec}$.

Το ανώτερο σημείο του τροχού έχει, σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας ταχύτητα μέτρου:

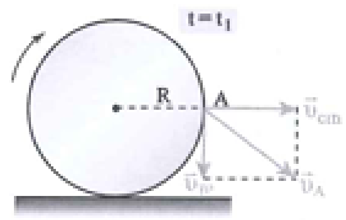
$\upsilon = \upsilon_{cm(0)} + \upsilon_{\gamma\rho} = 2\,\upsilon_{cm(0)} = 4$ m/sec

Δ2. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2{,}5$ sec έχουμε:

$\upsilon_{cm} = \upsilon_{cm(0)} + \alpha_{cm}t_1 = 4$ m/sec

$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{\gamma\rho}^2} = \sqrt{2\upsilon_{cm}^2} = \upsilon_{cm}\sqrt{2}$ ή

$\upsilon_A = 4\sqrt{2}$ m/sec



Δ3. $N_2 = \frac{\theta_2}{2\pi}$ ή ή $\theta_2 = N_2 \cdot 2\pi = 50\text{rad}$

$x_2 = R\theta_2 = 20\text{m}$

Ισχύει:

$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}R = 0{,}8\text{ m/sec}^2$

$\upsilon_{cm} = \upsilon_{cm(0)} + \alpha_{cm}t_2$ και

$x_2 = \upsilon_{cm(0)}t_2 + \frac{1}{2}\alpha_{cm}t_2^2$

Με την απαλοιφή του χρόνου έχουμε:

$\upsilon_{cm} = \sqrt{\upsilon_{cm(0)}^2 + 2\alpha_{cm}x_2} = 6\text{ m/sec}$

$\upsilon_{cm} = \omega R$ ή $\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R} = 15\text{ rad/sec}$

Είναι:

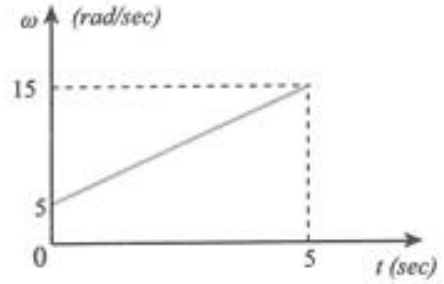
$\omega = \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega\nu}t_2$ ή $t_2 = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha_{\gamma\omega\nu}}$ ή

$t_2 = 5\text{sec}$

Η χρονική εξίσωση της γωνιακής ταχύτητας του τροχού είναι:

$\omega = \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega\nu}t$ ή $\omega = 5 + 2t$ (S.I.)

Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



13ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** γ **Α3.** γ

Α4. Λ Λ Σ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

Αρχικά έχουμε: $\tau = F\frac{\ell}{2}$ ή $F\ell = 2\tau$ (1)

Τελικά έχουμε: $\tau' = F\frac{2\ell}{3} \xrightarrow{(1)} \tau' = \frac{4\tau}{3}$

Β2. (β)

Ο φορέας της δύναμης, της οποίας η ροπή είναι ίση με μηδέν, είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.

Επομένως η άλλη δύναμη ανήκει σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής και η ροπή της ισούται κατά μέτρο με $\tau = F\ell$.

Β3. (α)

Οι δυνάμεις $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ αποτελούν ζεύγος. Ισχύει: $\tau = F_1 d$ ή $\frac{F_1 \ell}{2} = F_1 d$ ή $d = \frac{\ell}{2}$

Η ζητούμενη απόσταση (x) ισούται με:

$x = \ell - d - \frac{\ell}{5} = 0,3\ell$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι: $\tau_{1,2} = F_1 \eta\mu 45^o \ell$ ή

$\ell = \frac{\tau_{1,2}}{F_1 \eta\mu 45^o}$ ή $\ell = 4\,m$

Γ2. $\tau_{3,4} = -F_3 \frac{\ell}{4} = -10\,Nm$

Γ3. Οι ροπές των δύο ζευγών έχουν την ίδια τιμή ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου των δυνάμεων. Έτσι έχουμε:

$\tau_{ο\lambda} = \tau_{1,2} + \tau_{3,4} = +20\,Nm - 10\,Nm$ ή

$\tau_{ο\lambda} = +10\,Nm$

ΘΕΜΑ Δ

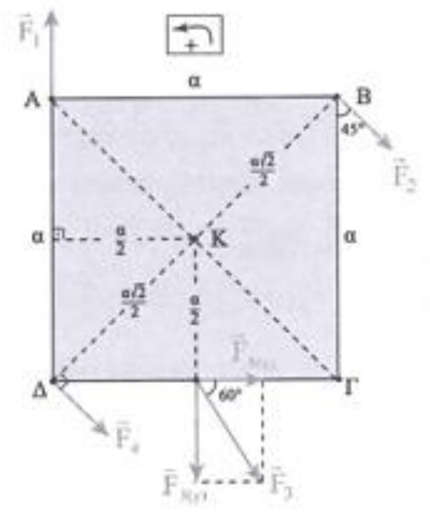
Για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται στην πλάκα, ως προς τον άξονα περιστροφής της, ισχύει:

$\Sigma\tau = 0$ ή $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 = 0$ ή

$-F_1\frac{\alpha}{2} - F_2\frac{\alpha\sqrt{2}}{2} + F_{3(x)}\frac{\alpha}{2} + \tau_4 = 0$ ή

$\tau_4 = 10\,Nm + 20\,Nm - 10\,Nm$ ή

$\tau_4 = +20\,Nm$



32

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F_4}$ είναι ελάχιστο όταν η διεύθυνση της είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΔ μήκους $\frac{\alpha\sqrt{2}}{2}$, ώστε ο μοχλοβραχίονας της να είναι ο μέγιστος δυνατός. Έτσι, η δύναμη $\vec{F_4}$ έχει την κατεύθυνση του σχήματος και το μέτρο της υπολογίζεται ως εξής:

$$\tau_4 = F_{4(min)}\frac{\alpha\sqrt{2}}{2} \quad ή \quad F_{4(min)} = 100\sqrt{2}\,N$$

14ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** β

ΘΕΜΑ Β

Β1. (α)

Έστω R_1 η ακτίνα του μικρού κυλίνδρου και R_2 η ακτίνα του μεγαλύτερου κυλίνδρου ($R_2 > R_1$).

Ως προς τον άξονα των κυλίνδρων ισχύει:

$$\Sigma\tau = 0 \quad ή \quad W_1R_1 = W_2R_2 \quad ή \quad \frac{W_1}{W_2} = \frac{R_2}{R_1} > 1$$

ή $W_1 > W_2$

Β2. (α)

Η δύναμη $\vec{F_1}$ δεν έχει περιστροφική δράση, αφού ασκείται στο κέντρο μάζας του στερεού.

Επομένως, η απουσία της δεν θα διαταράξει τη σχέση $\Sigma\tau = 0$. Αντίθετα, η σχέση $\Sigma F = 0$ θα πάψει να ισχύει. Επομένως το στερεό θα εκτελέσει μόνο μεταφορική κίνηση.

Β3. (β)

Ως προς το σημείο Β έχουμε:

$$\Sigma\tau = 0 \quad ή \quad W_1(AB) = W_2(B\Gamma) \quad ή$$

$$\frac{(AB)}{(B\Gamma)} = \frac{m_2 g}{m_1 g} \quad ή \quad \frac{(AB)}{(B\Gamma)} = \frac{m_2}{m_1} \quad ή$$

$$\frac{(AB)}{(AB)+(B\Gamma)} = \frac{m_2}{m_1+m_2} \quad ή \quad \frac{2}{5} = \frac{m_2}{m_1+m_2} \quad ή$$

$$2m_1 + 2m_2 = 5m_2 \quad ή \quad 2m_1 = 3m_2 \quad ή$$

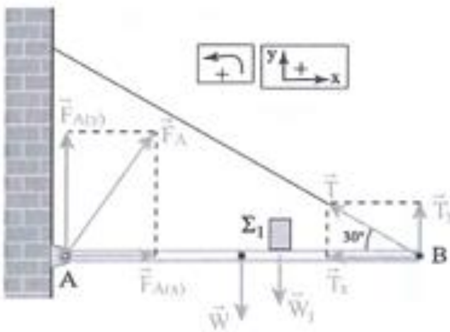
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$$

Β4. (γ)

Η συνολική ροπή των $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ ως προς το Α είναι ίση με $+2F\alpha$. Επομένως η πλάκα ισορροπεί με τη δράση των δυνάμεων $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ και $\vec{F_\gamma}$, διότι η ροπή της δύναμης $\vec{F_\gamma}$ είναι ίση με $-2F\alpha$.

ΘΕΜΑ Γ

Η ράβδος ισορροπεί με τη δράση των δυνάμεων του σχήματος.



Γ1. Ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \quad ή \quad T_y\ell - W_1(\ell - d) - W\frac{\ell}{2} = 0$$

$$ή \quad T\eta\mu30^\circ\ell = W_1(\ell - d) + W\frac{\ell}{2}$$

$$T = \frac{W_1(\ell-d) + W\frac{\ell}{2}}{\ell\eta\mu30^\circ} = 40\,N$$

Γ2. Ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \quad ή \quad F_{A(x)} = T_x = T\sigma\upsilon\nu30^\circ = 20\sqrt{3}\,N$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad ή \quad F_{A(y)} + T_y = W + W_1 \quad ή$$

$F_{A(y)} = W + W_1 - T_y = 13\ N$

$F_A = \sqrt{F^2_{A(x)} + F^2_{A(y)}} = \sqrt{1369}\ N = 37\ N$

Γ3. Ισχύει:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $T_y\ell - W\dfrac{\ell}{2} - W_1(\ell - d) = 0$ ή

$T\eta\mu 30^o \ell = W\dfrac{\ell}{2} + W_1(\ell - d)$ ή

$$T = \frac{W\frac{\ell}{2} + W_1(\ell - d)}{\ell\eta\mu 30^o}$$

Πρέπει να ισχύει:

$T \leq T_{max}$ ή (με αντικατάσταση στο S.I.)

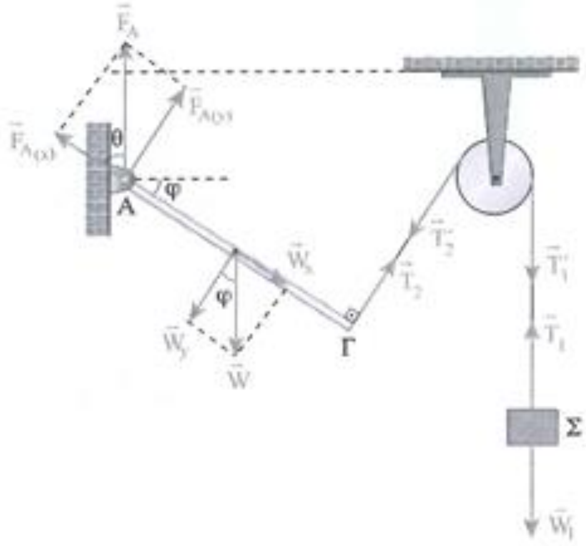
$\dfrac{20 + W_1 \cdot 3{,}2}{\frac{5}{2}} \leq 72$ ή $W_1 \leq 50\ N$ ή

$W_{1(max)} = 50\ N$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για το σώμα Σ έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $T_1 = W_1 = 10\sqrt{2}\ N$



Για την τροχαλία ισχύει:

$\Sigma\tau = 0$ ή $T_1'R = T_2'R$ ή $T_1' = T_2'$ ή

$T_2 = T_1 = 10\sqrt{2}\ N$

Δ2. Για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $T_2\ell - W_y\dfrac{\ell}{2} = 0$ ή

$Mg\sigma\upsilon\nu\varphi = 2T_2$ ή $M = \dfrac{2T_2}{g\sigma\upsilon\nu\varphi} = 4\,kg$

Δ3. Για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{A(x)} = W_x = Mg\eta\mu\varphi = 20\sqrt{2}\ N$

$\Sigma F_y = 0$ ή $F_{A(y)} + T_2 - W_y = 0$ ή

$F_{A(y)} = Mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_2 = 10\sqrt{2}\ N$

$F_A = \sqrt{F^2_{A(x)} + F^2_{A(y)}} = \sqrt{1000}\ N = 31{,}6\ N$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_{A(y)}}{F_{A(x)}} = \frac{10\sqrt{2}\ N}{20\sqrt{2}\ N} = \frac{1}{2}$$

Σχόλιο:

Αν αναλύαμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο σε οριζόντιο άξονα x και σε κατακόρυφο άξονα y, θα προέκυπτε:

$F_{A(x)} = 10\ N$, $F_{A(y)} = 30\ N$ *και* $\varepsilon\varphi\theta = 3$

15ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** δ **Α3.** δ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

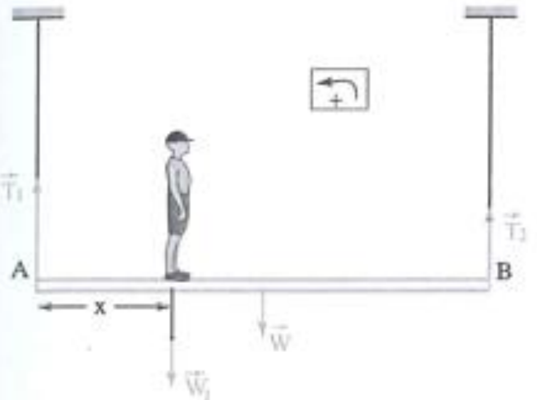
Ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας ισχύει:

$\Sigma\tau = 0$ ή $FR - W_1R - W_2 2R = 0$ ή

$F = W_1 + 2W_2$ ή $F = W_1 + \dfrac{8W_1}{3}$ ή

$F = \dfrac{11}{3}W_1$

Β2. (γ)



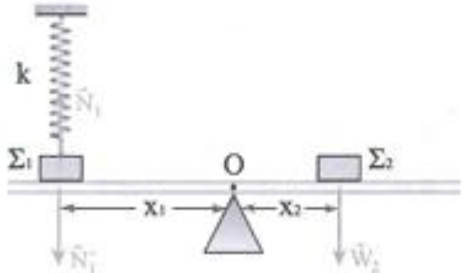
Ισχύει: $\Sigma\tau_{(B)} = 0$ ή

$W\dfrac{\ell}{2} + W_1(\ell - x) - T_1\ell = 0$ ή

$T_1 = 1100 - 80x$ (S.I.)

Β3.1 (β)

Η δοκός ασκεί στο σώμα Σ_1 δύναμη N_1 και δέχεται από το σώμα Σ_1 την αντίδρασή της N_1'.



Για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $N_1' x_1 = W_2 x_2$ ή

$N_1' = W_2\dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{W_2}{2} = \dfrac{3}{2}W_1$

Είναι: $N_1 = N_1'$ ή $N_1 = 1{,}5\ W_1 > W_1$

Άρα το σώμα Σ_1 δέχεται δύναμη από το ελατήριο με φορά προς τα κάτω. Επομένως το ελατήριο βρίσκεται σε συσπείρωση.

Β3.2 (α)

Για το σώμα Σ_1 ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $N_1 = F_{\varepsilon\lambda} + W_1$ ή

$1{,}5W_1 = F_{\varepsilon\lambda} + W_1$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = 0{,}5W_1$ ή

$k \cdot \Delta\ell = 0{,}5W_1$ ή $\Delta\ell = \dfrac{W_1}{2k}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το σώμα Σ_2 ταλαντώνεται με πλάτος $A = 10\text{cm}$ και με περίοδο

$T = 2t_1$ ή $T = \dfrac{2\pi}{20}\text{sec} = \dfrac{\pi}{10}\text{sec}$.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης ισούται με $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 20$ rad/sec

Ισχύει: $k = D$ ή $k = m_2\omega^2$ ή

$m_2 = \dfrac{k}{\omega^2}$ ή $m_2 = 3$ kg

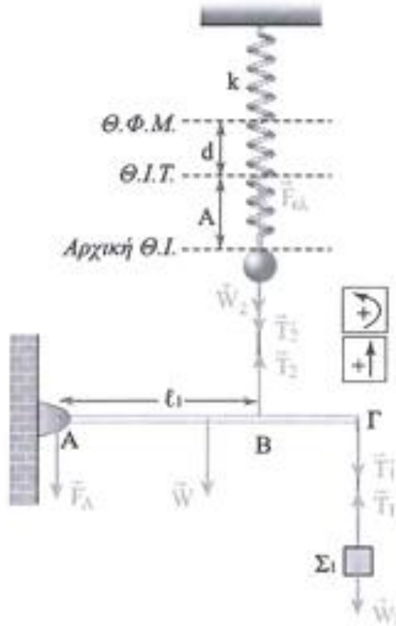
Γ2. Για την ισορροπία του σώματος Σ_2, πριν την κοπή του νήματος (αρχική θέση ισορροπίας), έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_2 + T_2'$ ή

$k(d+A) = W_2 + T_2'$ (1)

Στη Θ.Ι.Τ. ισχύει: $\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda}' = W_2$ ή

$kd = W_2$ (2)



Με τη βοήθεια της σχέσης (2), από τη σχέση (1) έχουμε:

$T_2' = kA$ ή $T_2' = 120\text{N}$

Άρα: $T_2 = T_2' = 120$ N.

Για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \quad T_2\ell_1 - T_1'\ell - W\frac{\ell}{2} = 0$ ή

$T_1' = 70\,N$

Είναι: $T_1 = T_1' = 70$ N

Για το σώμα Σ_1 έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $W_1 = T_1$ ή $W_1 = 70$ N

Γ3. Για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $T_2 = F_A + T_1' + W$ ή

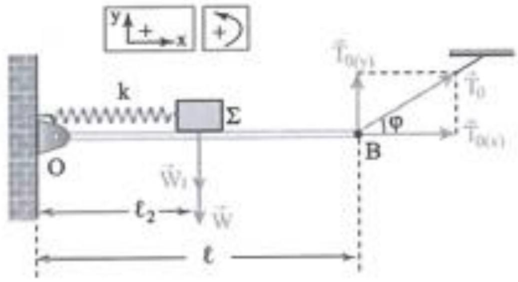
$F_A = T_2 - T_1' - W$ ή $F_A = 10$ N

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $T_{0(y)}\ell - (W + W_1)\frac{\ell}{2} = 0$ ή

$T_0\eta\mu\varphi = \frac{W + W_1}{2}$ ή $T_0 = 15$ N



Δ2. Για την ταλάντωση του σώματος έχουμε:

$\varphi_0 = 0,\ m_1 = \frac{W_1}{g} = 1kg$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 20$ rad/sec και $A = \frac{\upsilon_0}{\omega} = 0,5$ m

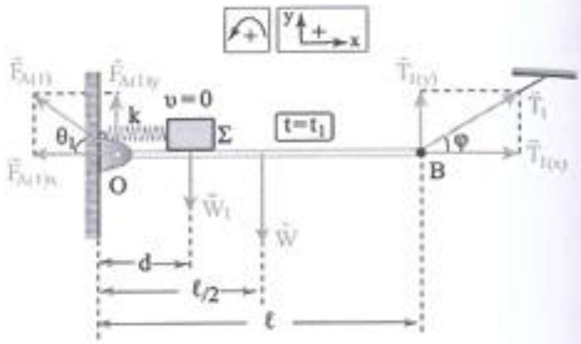
Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή $x = 0,5\eta\mu 20t$ (S.I.)

Τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$x_1 = 0,5\eta\mu(20t_1)$ ή $x_1 = 0,5\eta\mu\frac{3\pi}{2}$ ή

$x_1 = -0,5$ m ή $x_1 = -A$.



Στη θέση αυτή είναι $d = \frac{\ell}{2} - A = 0,5m$ και

για την ισορροπία της ράβδου έχουμε:

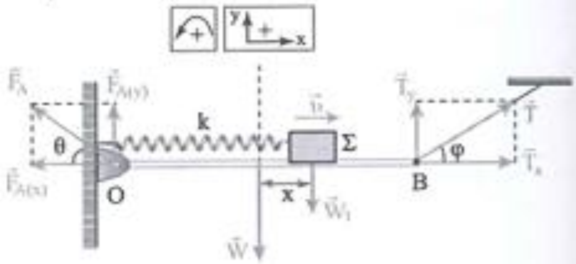
$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $T_1\eta\mu\varphi\ell - W\frac{\ell}{2} - W_1 d = 0$ ή

$T_1 = 10$ N

Δ3. Για την ταλάντωση του σώματος Σ, ισχύει:

$U + K = E$ ή $\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon^2 = \frac{1}{2}kA^2$ ή

$x = \sqrt{A^2 - \frac{m_1\upsilon^2}{k}}$ ή $x = 0,4$ m



Το σώμα Σ βρίσκεται σε απόσταση x = 0,4 m δεξιά από τη θέση ισορροπίας του.

Για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $T\eta\mu\varphi\ell - W\frac{\ell}{2} - W_1(\ell_0 + x) = 0$

ή $T = 19$ N

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{A(x)} = T_x$ ή

$F_{A(x)} = T\sigma\upsilon\nu\varphi = 9,5\sqrt{3}\,N$

$\Sigma F_y = 0$ ή $F_{A(y)} = W + W_1 - T_y = 5,5$ N

$F_{A(y)} = Mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_2 = 10\sqrt{2}\,N$

$F_A = \sqrt{F_{A(x)}^2 + F_{A(y)}^2}$ ή

$F_A = \sqrt{301}$ N ή $F_A = 17,35$ N

16ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** β **Α3.** α **Α4.** α

Α5. Σ Σ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

Η ροπή των δυνάμεων που ασκούνται στο σφαιρίδιο ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι ίση με μηδέν. Επομένως η στροφορμή του διατηρείται σταθερή.

$L_{αρχ} = L_{τελ}$ ή $mR_1^2\omega_1 = mR_2^2\omega_2$ ή

$\omega_2 = \omega_1\left(\dfrac{R_1}{R_2}\right)^2$ ή $\omega_2 = \dfrac{9}{4}\omega_1$

Β2. (γ)

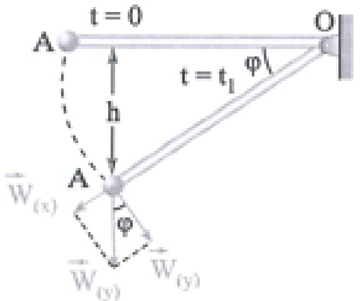
Για τον δακτύλιο ισχύει $\Sigma\tau = 0$.

Άρα: $L_{αρχ} = L_{τελ}$ ή $md^2\omega_0 = m\ell^2\omega$ ή

$\dfrac{\ell^2}{9}\omega_0 = \ell^2\omega$ ή $\omega = \dfrac{\omega_0}{9}$

Άρα $\upsilon_{γρ} = \omega\ell = \dfrac{\omega_0\ell}{9}$.

Β3. (γ)



Τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος είναι ίσο με:

$\dfrac{dL}{dt} = \Sigma\tau$ ή $\dfrac{dL}{dt} = W\ell συνφ$ ή

$\dfrac{dL}{dt} = mg\ell συνφ$ ή $\dfrac{\sqrt{3}}{2}mg\ell = mg\ell συνφ$ ή

$συνφ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ή $φ = 30°$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις του συστήματος τις χρονικές στιγμές t_0 και t_1:

$mgh = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2$ ή $\upsilon = \sqrt{2g\ell ημφ}$ ή

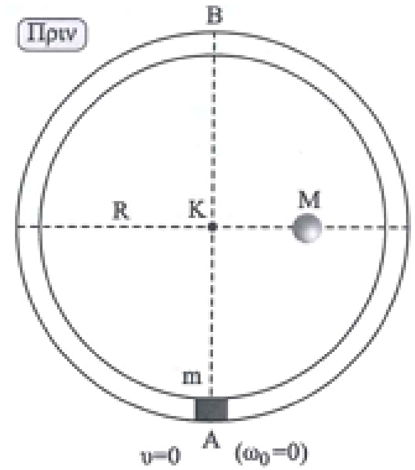
$\upsilon = \sqrt{g\ell}$.

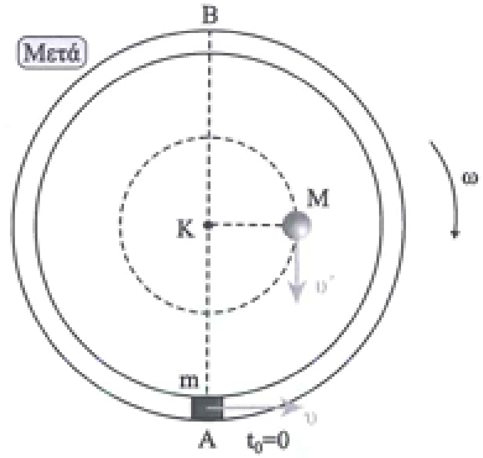
Άρα: $L = m\upsilon\ell$ ή $L = m\ell\sqrt{g\ell}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το τρενάκι και το σημειακό σώμα μάζας Μ δεν δέχονται ροπές ως προς τον άξονα περιστροφής τους.

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για τις καταστάσεις των παρακάτω σχημάτων.



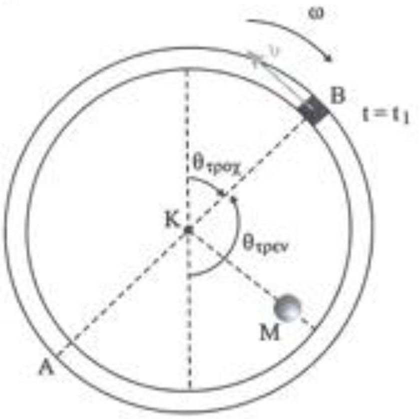


$L_{ολ(αρχ)} = L_{ολ(τελ)}$ ή $0 + 0 = m\upsilon R - M\upsilon' d$ ή

$M\omega d^2 = m\upsilon R$ ή $M\omega\dfrac{R^2}{4} = m\upsilon R$ ή

$\omega = \dfrac{4m\upsilon}{MR}$ ή $\omega = 10 rad/sec$

Γ2. Ας θεωρήσουμε ότι το σύστημα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και ότι το τρενάκι φτάνει στο σημείο Β τη χρονική στιγμή t_1.



Στον χρόνο αυτό η επιβατική ακτίνα του τρένου έχει διαγράψει γωνία $\theta_{\tau\rho\varepsilon\nu}$ και ο τροχός έχει περιστραφεί προς την αντίθετη κατεύθυνση κατά γωνία $\theta_{\tau\rho o\chi}$. Ισχύει:

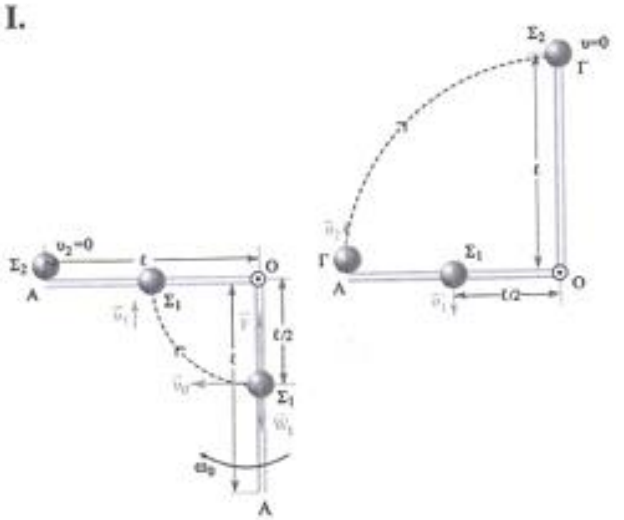
$$\theta_{\tau\rho\varepsilon\nu} + \theta_{\tau\rho o\chi} = \pi \quad ή \quad \omega_{\tau\rho\varepsilon\nu} \cdot t_1 + \omega \cdot t_1 = \pi \quad ή$$

$$\left(\frac{\upsilon}{R} + \omega\right) t_1 = \pi \quad ή \quad t_1 = \frac{\pi}{14}\,\text{sec}$$

Άρα: $\theta_{\tau\rho\varepsilon\nu} = \omega_{\tau\rho\varepsilon\nu} t_1 = \frac{\upsilon}{R} t_1 = \frac{2\pi}{7}\,\text{rad}$

ΘΕΜΑ Δ

Ι.



Δ1. Η ράβδος ΟΓ εκτελεί μετά την κρούση οριακά ανακύκλωση. Επομένως περνά από την κατακόρυφη θέση με ταχύτητα πρακτικά ίση με μηδέν.

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το Σ_2 στην αρχική του θέση και την ανώτερη θέση του.

$$\frac{1}{2} m_2 (\upsilon_2')^2 = m_2 g \ell \quad ή \quad \upsilon_2' = \sqrt{2g\ell} \quad ή$$

$$\upsilon_2' = 4\,\text{m/sec}$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Σ. για την κρούση:

$$m_1 \upsilon_1 \frac{\ell}{2} = -m_1 \upsilon_1' \frac{\ell}{2} + m_2 \upsilon_2' \ell \quad ή$$

$$\upsilon_1 = 6\,\text{m/sec}$$

Δ2. Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το Σ_1 στην αρχική του θέση (αμέσως μετά την έναρξη της κίνησής του) και στη θέση του αμέσως πριν την κρούση.

$$\frac{1}{2} m_1 \upsilon_0^2 = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + m_1 g \frac{\ell}{2} \quad ή$$

$$\upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_1^2 + g\ell} \quad ή \quad \upsilon_0 = 2\sqrt{11}\,\text{m/sec}$$

Είναι:

$$\Sigma F = F_{\kappa\varepsilon\nu} \quad ή \quad F - W_1 = \frac{m_1 \upsilon_0^2}{\frac{\ell}{2}} \quad ή$$

$$F = m_1 g + \frac{2 m_1 \upsilon_0^2}{\ell} \quad ή \quad F = 24\,\text{N}$$

Δ3. Η θερμότητα που εκλύεται ισούται με:

$$Q = |\Delta K_{o\lambda}| \quad ή$$

$$Q = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 (\upsilon_1')^2 + \frac{1}{2} m_2 (\upsilon_2')^2\right) \quad ή$$

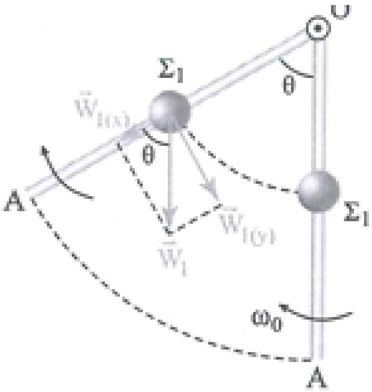
$$Q = 1{,}6\,\text{J}$$

ΙΙ. Δ4. Στη θέση όπου η ράβδος ΟΑ έχει διαγράψει γωνία θ για το σφαιρίδιο Σ_1 έχουμε:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau \quad ή \quad \frac{dL}{dt} = -W_{1(y)} \cdot \frac{\ell}{2} \quad ή$$

$$\frac{dL}{dt} = -m_1 g\, \eta\mu\theta \frac{\ell}{2} \quad ή$$

$$\eta\mu\theta = \frac{1}{2} \quad (\theta = 30^\circ)$$



Η επιτρόχια επιτάχυνση του Σ_1 σ' αυτή τη θέση ισούται με:

$$\alpha_\varepsilon = \frac{\Sigma F_y}{m_1} = \frac{W_{1(y)}}{m_1} = \frac{m_1 g\,\eta\mu\theta}{m_1} =$$
$$= g\,\eta\mu\theta = 5\text{m/sec}^2$$

17ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. Ι. δ **ΙΙ.** γ **Α2.** β **Α3.** γ

Α4. Λ Λ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

Είναι: $(\mathrm{A\Delta}) = \sqrt{(\mathrm{A\Gamma})^2 + (\Gamma\Delta)^2} = 5\text{cm}$

Από το νόμο Biot-Sart, έχουμε:

$$\Delta B_\Gamma = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{(\mathrm{A\Gamma})^2}\eta\mu 90^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{(\mathrm{A\Gamma})^2} \quad \text{και}$$

$$\Delta B_\Delta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{(\mathrm{A\Delta})^2}\eta\mu\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{(\mathrm{A\Delta})^2}\cdot\frac{(\Delta Z)}{(\mathrm{A\Delta})} =$$
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{(\mathrm{A\Delta})^2}\cdot\frac{4}{5}$$

Με διαίρεση κατά μέλη έχουμε:

$$\frac{\Delta B_\Gamma}{\Delta B_\Delta} = \frac{(\mathrm{A\Delta})^2}{(\mathrm{A\Gamma})^2\frac{4}{5}} = \frac{5^3}{4^3} = \frac{125}{64}$$

Β2. (γ)

Σύμφωνα με το νόμο Biot-Savart, κάθε στοιχειώδες τμήμα $\Delta\ell$ των τμημάτων ΓΔ (το οποίο έστω ότι απέχει απόσταση ℓ από το σημείο Ο), δημιουργεί στο σημείο Ο στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\ell^2}\eta\mu 0^\circ = 0$$

Ομοίως για κάθε στοιχειώδες τμήμα του τμήματος ΖΑ στο σημείο Ο έχουμε:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\ell^2}\eta\mu 180^\circ = 0$$

Κάθε στοιχειώδες τμήμα του ημικυκλικού τμήματος ΔΖ δημιουργεί στο Ο στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\alpha^2}\eta\mu 90^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\alpha^2}$$

και συνολικά:

$$B_1 = \Sigma\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\alpha^2}\Sigma\Delta\ell = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\alpha^2}\pi\alpha =$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\alpha}, \text{ με φορά } \odot .$$

Ομοίως, κάθε στοιχειώδες $\Delta\ell$ του ημικυκλικού αγωγού ΑΓ δημιουργεί στο Ο στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο, έντασης:

$$\Delta B_{(\text{από ΑΓ})} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\beta^2}\eta\mu 90^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\beta^2}$$

Συνολικά στο Ο, από τον αγωγό ΑΓ έχουμε:

$$B_2 = \Sigma\Delta B = \Sigma\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\beta^2} =$$
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\beta^2}\Sigma\Delta\ell = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\beta^2}\pi\beta =$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\beta}, \text{ με φορά } \otimes .$$

Επομένως, συνολικά στο σημείο Ο έχουμε:

$$B = B_1 - B_2 \text{ ή } B = \frac{\mu_0 I}{4\alpha} - \frac{\mu_0 I}{4\beta} \text{ ή}$$

$$B = \frac{\mu_0 I(\beta-\alpha)}{4\alpha\beta}, \text{ με φορά } \odot .$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το μήκος των κυκλικών τμημάτων του σύρματος ισούται με:

$$\ell = \frac{1}{4}2\pi\alpha + \frac{3}{4}2\pi 2\alpha = 3,5\pi\alpha = 0,35\pi\,\mathrm{m}$$

Η αντίσταση του σύρματος ισούται με:

$R = R^* \ell$ ή $R = 3,5\Omega$

Το σύρμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = \dfrac{E}{R + r} = 4A$.

Γ2. Χωρίζουμε αρχικά το τεταρτοκύκλιο ΓΔ σε πάρα πολλά (στοιχειώδη) τμήματα $\Delta\ell$ και εφαρμόζουμε το νόμο των Biot-Savart. Καθένα από αυτά δημιουργεί στο Κ στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο έντασης:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I \cdot \Delta\ell}{\alpha^2}\eta\mu 90^\circ \text{ ή } \Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I \cdot \Delta\ell}{\alpha^2}$$

Επειδή όλα τα $\Delta\vec{B}$ έχουν κατεύθυνση $(\otimes)$, η ένταση $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ολόκληρο το τεταρτοκύκλιο στο κέντρο Κ ισούται με:

$$B_1 = \Sigma\Delta B \text{ ή } B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\alpha^2}\Sigma\Delta\ell \text{ ή}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\alpha^2}\frac{2\pi\alpha}{4} \text{ ή } B_1 = \frac{\mu_0 I}{8\alpha} \text{ ή}$$

$$B_1 = 2\pi \cdot 10^{-6}\,T$$

Η γωνία θ μεταξύ κάθε στοιχειώδους τμήματος $\Delta\vec{\ell}$ των ευθύγραμμων τμημάτων ΑΓ, ΔΖ και του διανύσματος θέσης του $\vec{r}$ είναι ίση με 0° ή 180°, αντίστοιχα.

Επομένως, σύμφωνα με το νόμο Biot-Savart, τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΓ, ΔΖ δεν συνεισφέρουν στο μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί στο Κ.

Άρα, συνολικά το τμήμα ΑΓΔΖ του σύρματος δημιουργεί στο Κ μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου

$$B_{A\Gamma\Delta Z} = B_1 = 2\pi \cdot 10^{-6}\,T \text{ με φορά } (\otimes).$$

Γ3. Χωρίζουμε τώρα το τμήμα ΖΑ του αγωγού (που έχει μήκος τριών τεταρτοκυκλίων) σε στοιχειώδη τμήματα $\Delta\ell$ και εφαρμόζουμε το νόμο των Biot-Savart. Καθένα από αυτά δημιουργεί στο Κ στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I \cdot \Delta\ell}{(2\alpha)^2}\eta\mu 90^\circ \text{ ή } \Delta B = \frac{\mu_0 I \cdot \Delta\ell}{16\pi\alpha^2}$$

Επειδή όλα τα $\Delta\vec{B}$ έχουν την ίδια κατεύθυνση, η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το τμήμα ΖΑ στο Κ έχει μέτρο:

$$B_2 = \Sigma\Delta B \text{ ή ή } B_2 = \frac{\mu_0 I}{16\pi\alpha^2}\Sigma\Delta\ell \text{ ή}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{16\pi\alpha^2}\frac{3}{4}2\pi 2\alpha \text{ ή } B_2 = \frac{3\mu_0 I}{16\alpha} \text{ ή}$$

$$B_2 = 3\pi \cdot 10^{-6}\,T \text{ με φορά } (\otimes).$$

Συνολικά στο σημείο Κ έχουμε:

$$B = B_1 + B_2 \text{ ή } B = 5\pi \cdot 10^{-6}\,T \text{ με φορά } (\otimes).$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Θεωρούμε έναν κυκλικό αμπεριανό βρόχο ακτίνας d_1 με το κέντρο του στον κοινό άξονα των αγωγών, και τον διαγράφουμε με αντιωρολογιακή φορά.

Λόγω συμμετρίας, η ένταση B_1 έχει σταθερό μέτρο σε όλα τα σημεία του βρόχου.

Από το νόμο Ampere, έχουμε:

$$B_1 \cdot \Sigma\Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^\circ = \mu_o I_1 \text{ ή } B_1 \cdot 2\pi d_1 = \mu_o I_1 \text{ ή}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} \text{ ή } B_1 = 1,6 \cdot 10^{-5}\,T \text{ με αντιωρολογιακή φορά.}$$

Δ2. Θεωρούμε έναν κυκλικό αμπεριανό βρόχο ακτίνας d_2 με κέντρο στον κοινό άξονα των αγωγών και τον διαγράφουμε με αντιωρολογιακή φορά.

Λόγω συμμετρίας η ένταση B_2 έχει σταθερό μέτρο σε όλα τα σημεία του βρόχου. Από το νόμο του Ampere έχουμε:

$B_2 \cdot \Sigma\Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^o = \mu_0(I_1 - I_2)$ ή

$B_2 2\pi d_2 = \mu_0(I_1 - I_2)$ ή $B_2 = \dfrac{\mu_0(I_1 - I_2)}{2\pi d_2}$ ή

$B_2 = -5 \cdot 10^{-6} T$

Δηλαδή έχουμε $B_2 = 5 \cdot 10^{-6} T$ με ωρολογιακή φορά.

Δ3. Θεωρούμε τώρα έναν κυκλικό αμπεριανό βρόχο ακτίνας d_3. Επειδή το ρεύμα έντασης I_1 κατανέμεται ομοιόμορφα, η ένταση του ρεύματος που εγκλείεται στον βρόχο αυτό είναι ανάλογη του λόγου των εμβαδών και ισούται με:

$I_{\varepsilon\gamma\kappa} = I_1 \dfrac{\pi d_3^2}{\pi \alpha^2}$ ή $I_{\varepsilon\gamma\kappa} = \dfrac{I_1}{4}$

Από το νόμο του Ampere στον παραπάνω βρόχο, που τον διαγράφουμε με αντιωρολογιακή φορά, έχουμε:

$B_3 \Sigma\Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^o = \mu_0 I_{\varepsilon\gamma\kappa}$ ή $B_3 \cdot 2\pi d_3 = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$ ή

$B_3 = \dfrac{\mu_0 I_{\varepsilon\gamma\kappa}}{2\pi d_3}$ ή $B_3 = \dfrac{\mu_0 I_1}{8\pi d_3}$ ή $B_3 = 10^{-5} T$ με αντιωρολογιακή φορά.

Δ4. Θεωρούμε τέλος, έναν κυκλικό αμπεριανό βρόχο ακτίνας d_4 με κέντρο τον κοινό άξονα των αγωγών και τον διαγράφουμε με αντιωρολογιακή φορά.

Επειδή το ρεύμα I_2 κατανέμεται ομοιόμορφα, το ρεύμα που εκλύεται στον αυτόν είναι ίσο με:

$I'_{\varepsilon\gamma\kappa} = I_1 - I_2 \dfrac{\pi(d_4^2 - 4\alpha^2)}{\pi(9\alpha^2 - 4\alpha^2)}$ ή

$I'_{\varepsilon\gamma\kappa} = I_1 - 0{,}45 I_2 = 2 - 1{,}8 = 0{,}2 A$

Από το νόμο Ampere έχουμε:

$B_4 \Sigma\Delta\ell\sigma\upsilon\nu 0^o = \mu_0 I'_{\varepsilon\gamma\kappa}$ ή $B_4 2\pi d_4 = \mu_0 I'_{\varepsilon\gamma\kappa}$ ή

$B_4 = \dfrac{\mu_0 I'_{\varepsilon\gamma\kappa}}{2\pi d_4}$ ή $B_4 = 8 \cdot 10^{-7} T$ με αντιωρολογιακή φορά.

18ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** δ **Α3.** γ **Α4.** Σ Λ Λ Σ Σ Λ

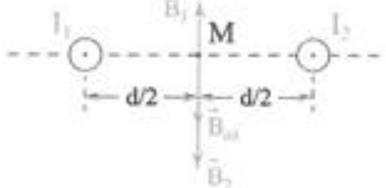
Α5. Σ Σ Λ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

Είναι: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2d/2}$ και

$B_2 = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi d/2} = 3 \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi d/2} = 3B_1$

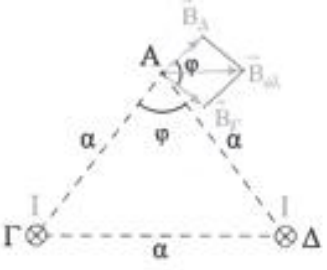


Άρα: $B_{o\lambda} = B_2 - B_1$ ή

$B_{o\lambda} = 2B_1$

Β2. (β)

$B_\Gamma = B_\Delta = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\alpha}$



Τα διανύσματα $\vec{B}_\Gamma, \vec{B}_\Delta$ είναι κάθετα στις πλευρές ΑΓ και ΑΔ, αντίστοιχα, και σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία $\varphi = 60^o$. Έχουμε:

$B_{o\lambda} = \sqrt{B_\Gamma^2 + B_\Delta^2 + 2B_\Gamma B_\Delta \sigma\upsilon\nu\varphi}$

ή $B_{o\lambda} = \sqrt{B_\Gamma^2 + B_\Gamma^2 + 2B_\Gamma^2 \dfrac{1}{2}}$

ή $B_{o\lambda} = \sqrt{3B_\Gamma^2}$ ή

$B_{o\lambda} = \sqrt{3}\, B_\Gamma$ ή $B_{o\lambda} = 2\sqrt{3} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi\alpha}$

Β3. Α. (β)

Στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού οι εντάσεις $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ έχουν αντίθετες κατευθύνσεις και ισχύει:

$B_{ολ} = 0$ ή $B_1 = B_2$ ή

$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_2}{2r}$ ή $I_1 = \pi I_2$ ή $\frac{I_1}{I_2} = \pi$

Β. (α)

Τώρα οι εντάσεις $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ είναι κάθετες μεταξύ τους και έχουμε:

$B'_{ολ} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$ ή $B'_{ολ} = \sqrt{2B_1^2}$ ή

$B'_{ολ} = B_1\sqrt{2}$ ή $B'_{ολ} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\sqrt{2}$

Β4. (γ)

Οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι δύο ευθύγραμμοι αγωγοί στο σημείο Κ έχουν μέτρο $B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$ η κάθε μια και κατεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τον αναγνώστη. Η συνισταμένη αυτών των εντάσεων έχει μέτρο

$B_{ολ(ευθ)} = 2B = \frac{\mu_0 I}{\pi r}$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός έχει κατεύθυνση κάθετη στη σελίδα και μέτρο

$B_{κυκλ} = \frac{\mu_0 I'}{\pi r}$

Στο σημείο Κ έχουμε:

$B_{ολ} = 0$ ή $B_{ολ(ευθ)} = B_{κυκλ}$

ή $\frac{\mu_0 I}{\pi r} = \frac{\mu_0 I'}{2r}$ ή $2I = \pi I'$ ή $\frac{I'}{I} = \frac{2}{\pi}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά και μέτρο:

$B_1 = 4\pi\,\mu_0 n I_1$ ή $B_1 = 4 \cdot 10^{-4}\,T$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου λόγω του ευθύγραμμου αγωγού σε απόσταση d από αυτόν έχει μέτρο:

$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$ ή $B_2 = 4 \cdot 10^{-4}\,T\ (=B_1)$

και κατεύθυνση κάθετη στη $\vec{B}_1$

$B_{ολ} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$ ή $B_{ολ} = B_1\sqrt{2}$

ή $B_{ολ} = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-4}\,T$

Γ2. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού πλαισίου έχει την κατεύθυνση της έντασης $\vec{B}_1$ και μέτρο:

$B_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2r} N$ ή $B_3 = 20 \cdot 10^{-4}\,T$

Άρα: $B'_{ολ} = B_1 + B_3$ ή $B'_{ολ} = 24 \cdot 10^{-4}\,T$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το μήκος L του σύρματος από το οποίο είναι κατασκευασμένο το σωληνοειδές ισούται με:

$L = N\pi\Delta$ ή $L = \pi \cdot 10^2\,m$

Το εμβαδόν διατομής του σύρματος του σωληνοειδούς ισούται με:

$A = \pi\frac{\delta^2}{4}$ ή $A = \pi\, 25 \cdot 10^{-8}\,m^2$

$R_1 = \rho\frac{L}{A}$ ή $R_1 = 3\Omega$

Δ2. Για τη θερμική συσκευή ισχύει:

$P_κ = V_κ \cdot I_κ$ ή $I_κ = \frac{P_κ}{V_κ}$ ή $I_κ = 7A$

$R_3 = \frac{V_κ}{I_κ}$ ή $R_3 = 6\Omega$

Είναι: $R_{ολ,εξ} = R_{1,2} + R_3$ ή

$R_{ολ,εξ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3$ ή $R_{ολ,εξ} = 8\Omega$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή ισούται με:

$$I = \frac{E}{R_{\alpha\lambda,\epsilon\xi} + r} \quad ή \quad I = 3A$$

$$\frac{dW_{\eta\lambda(R_3)}}{dt} = P_{R_3} = I^2 \cdot R_3 = 54 \text{ J/sec}$$

Είναι: $P_{R_3} < P_\kappa$

Επομένως, η θερμική συσκευή υπολειτουργεί.

Δ3. Είναι: $V_{A\Delta} = E - I \cdot r$ ή

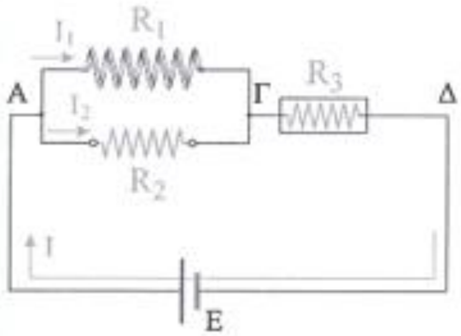
Δ4. $V_{A\Delta} = E = 24V$

$V_{\Gamma\Delta} = V_3 = I \cdot R_3 = 18V$

$V_{A\Gamma} = V_{A\Delta} - V_{\Gamma\Delta}$ ή $V_{A\Gamma} = 6V$

$$I_1 = \frac{V_{A\Gamma}}{R_1} \quad ή \quad I_1 = 2A$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I_1 \quad ή \quad B = 4\pi \cdot 10^{-3} T$$



19ο κριτήριο αξιολόγησης

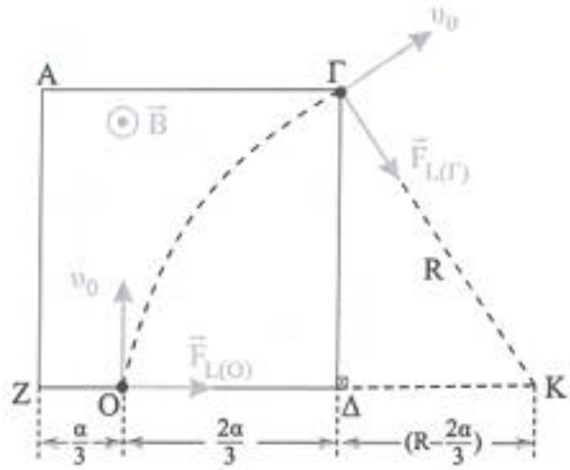
ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** α **Α3.** γ

Α4. Σ Σ Σ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)



Το κέντρο Κ της κυκλικής τροχιάς του σωματιδίου είναι το σημείο τομής Κ των δυνάμεων Lorentz $\vec{F}_{L(O)}$, $\vec{F}_{L(\Gamma)}$.

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΚΔΓ έχουμε:

$$R^2 = \alpha^2 + \left(R - \frac{2\alpha}{3}\right)^2 \quad ή$$

$$R^2 = \alpha^2 + R^2 - \frac{4R\alpha}{3} + \frac{4\alpha^2}{9} \quad ή$$

$$\frac{4R\alpha}{3} = \frac{13\alpha^2}{9} \quad ή$$

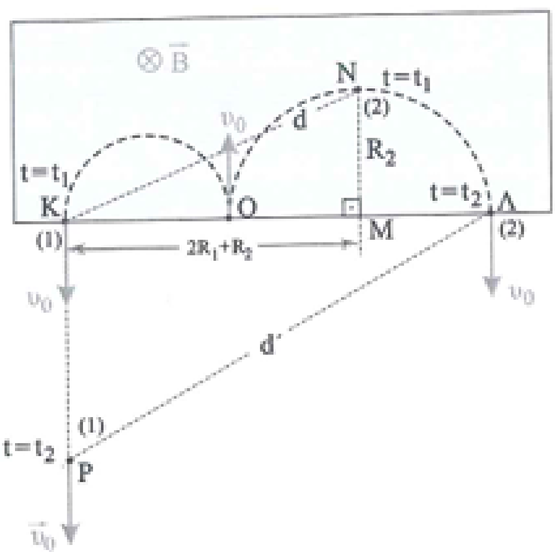
$$\frac{4R}{3} = \frac{13\alpha}{9} \quad ή \quad R = \frac{39\alpha}{36} \quad ή$$

$$\frac{m\upsilon_0}{Bq} = \frac{39\alpha}{36} \quad ή \quad \upsilon_0 = \frac{13B\alpha q}{12m}$$

Β2. Τα σωματίδια 1 και 2 διαγράφουν ημιπεριφέρειες ακτίνων

$$R_1 = \frac{m_1\upsilon_0}{Bq} \quad και$$

$$R_2 = \frac{m_2\upsilon_0}{Bq} = \frac{2m_1\upsilon_0}{Bq} = 2R_1$$



Οι περίοδοι περιστροφής τους είναι:

$T_1 = \frac{2\pi m_1}{Bq}$ και

$T_2 = \frac{2\pi m_2}{Bq} = \frac{2\pi \cdot 2m_1}{Bq} = 2T_1$

I. (β)

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T_1}{2} = \frac{T_2}{4}$ που το 1 εξέρχεται από το σημείο Κ το 2 έχει διαγράψει ένα τεταρτοκύκλιο και βρίσκεται στη θέση Ν. Από το Πυθ. Θεώρημα στο τρίγωνο ΚΜΝ έχουμε: $d = \sqrt{R_2^2 + (2R_1 + R_2)^2} =$

$\sqrt{R_2^2 + (2R_2)^2} = R_2\sqrt{5}$

II. (γ)

Τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{T_2}{2}$ που το 2 εξέρχεται από το πεδίο, το 1 έχει κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά για χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T_2}{2} - \frac{T_1}{2} = T_1 - \frac{T_1}{2} = \frac{T_1}{2}$ και έχει διανύσει έξω από το πεδίο διάστημα $(KP) = \upsilon_0 \cdot t_1 = \upsilon_0 \cdot \frac{T_1}{2} = \frac{\pi m_1 \upsilon_0}{Bq} = \pi R_1$.

Από το Πυθ. Θεώρημα στο τρίγωνο ΡΚΛ έχουμε:

$d = \sqrt{(K\Lambda)^2 + (KP)^2} =$

$= \sqrt{(2R_1 + 2R_2)^2 + (KP)^2} =$

$= \sqrt{(6R_1)^2 + (\pi R_1)^2} = R_1\sqrt{36 + \pi^2}$

B3. (α) Έχουμε:

$d_2 = 3d_1$ ή $2R_2 = 3 \cdot 2R_1$ ή $R_2 = 3R_1$ ή $\frac{m\upsilon_2}{Bq} = 3\frac{m\upsilon_1}{Bq}$ ή $\upsilon_2 = 3\upsilon_1$ ή $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{3}$.

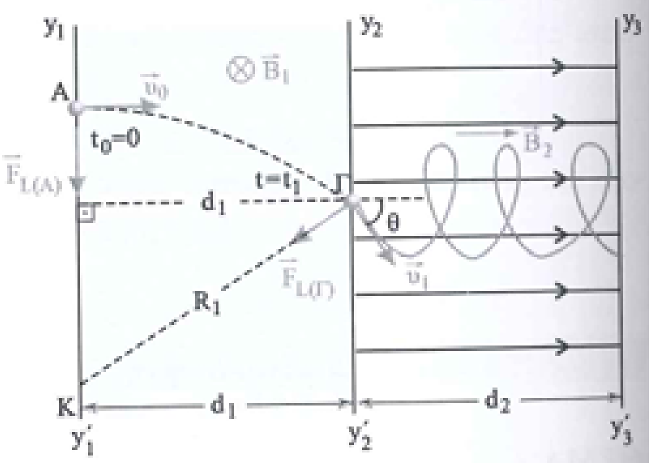
Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την επιταχυνόμενη κίνηση κάθε ιόντος υπό τάση V:

$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = Vq$ ή $V = \frac{m\upsilon^2}{2q}$ (2)

Με βάση τη σχέση (2), έχουμε:

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{m\upsilon_1^2}{2q}}{\frac{m\upsilon_2^2}{2q}}$ ή $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 \xrightarrow{(1)} \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Έχουμε: $R_1 = \frac{m\upsilon_0}{B_1|q|} = 1\text{m}$

Γ2. Είναι: $\eta\mu\theta = \frac{d_1}{R_1} = 0,8$

Άρα $\theta = 0,32\pi\,\text{rad}$

$S_{A\Gamma} = R_1 \cdot \theta = 0,32\pi\,\text{m}$

Γ3. Ισχύει:

$$\omega = \frac{\theta}{t_1} \quad ή \quad \frac{2\pi}{T} = \frac{\theta}{t_1} \quad ή \quad t_1 = \frac{\theta}{2\pi} T \quad ή$$

$$t_1 = \frac{0{,}32\pi}{2\pi} \frac{2\pi m}{B_1 |q|} = \frac{0{,}32\pi m}{B_1 |q|} = 1{,}6\pi \, m\sec$$

Γ4. Το βήμα της έλικας που διαγράφει το σωματίδιο μέσα στο δεύτερο μαγνητικό πεδίο ισούται με:

$$\beta = \frac{2\pi m}{B_2 |q|} \upsilon_1 \sigma\upsilon\nu\theta \quad ή \quad \beta = 0{,}6\pi \, m$$

Το πλήθος N των περιστροφών που εκτελεί το σωματίδιο στο δεύτερο μαγνητικό πεδίο, ισούται με:

$$N = \frac{d_2}{\beta} \quad ή \quad N = 3 \text{ περιστροφές.}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σωματίδιο στη διαδρομή $O \to A$:

$$\frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = V_1 \cdot q \quad ή \quad V_1 = 200V$$

Δ2. Είναι: $t_1 = \dfrac{\ell}{\upsilon_0} = 10^{-4} \sec$

Μέσα στον πυκνωτή το σωματίδιο αποκτά επιτάχυνση μέτρου:

$$\alpha = \frac{Eq}{m}$$

Είναι: $d = \dfrac{1}{2} \alpha t_1^2$ ή $d = \dfrac{Eq}{2m} t_1^2$ ή

$d = 0{,}1m = 10cm$

Δ3. Έχουμε:

$$\upsilon_{\Gamma(y)} = \alpha t_{A\Gamma} = \frac{Eq}{m} t_1 = 2 \cdot 10^3 m/sec$$

$\varepsilon\varphi\theta \dfrac{\upsilon_0}{\upsilon_{\Gamma(y)}} = 1$. Άρα $\theta = 45°$.

Δ4. Ισχύει: $V_2 = E \cdot d = 200V$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τη διαδρομή $A \to \Gamma$: $\Delta K = V_2 q$ ή $\Delta K = 2 \cdot 10^{-4} J$

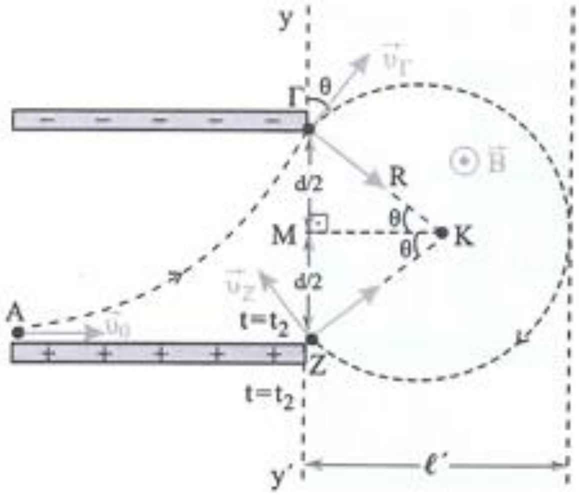
Δ5. Έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{\frac{d}{2}}{R} \quad ή \quad R = \frac{d}{2\eta\mu\theta} \quad ή \quad R = \frac{0{,}1}{\sqrt{2}} m \quad ή$$

$R = 5\sqrt{2} cm$

Ισχύει:

$$R = \frac{m\upsilon_1}{Bq} \quad ή \quad B = \frac{m\upsilon_1}{Rq} = 4T$$



Δ6. Πρέπει να ισχύει $(MK) + R \le \ell'$ ή

$R\sigma\upsilon\nu\theta + R \le \ell'$ ή $\ell' \ge R(1 + \sigma\upsilon\nu\theta)$ ή

$$\ell'_{min} = 5\sqrt{2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) cm \quad ή \quad \ell_{min} = 11{,}9cm$$

Δ7. Είναι:

$$t_{\Gamma Z} = \frac{2\pi - 2\theta}{\omega} = \frac{2\pi - 2\theta}{\frac{2\pi}{T}} = \left(1 - \frac{\theta}{\pi}\right) T =$$

$$= \frac{3T}{4} = \frac{3}{4} \frac{2\pi m}{Bq} = \frac{3\pi m}{2Bq} = 1{,}18 \cdot 10^{-4} \sec$$

Άρα $t_2 = t_1 + t_{\Gamma Z} = 2{,}18 \cdot 10^{-4} \sec$

20ο κριτήριο αξιολόγησης

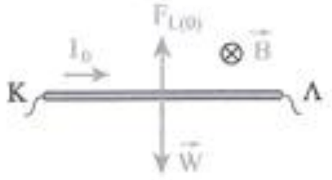
ΘΕΜΑ Α

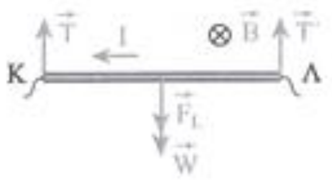
Α1. δ **Α2.** δ **Α3. Ι.** γ **ΙΙ.** γ

Α4. β **Α5.** δ **Α6.** Σ Λ Λ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)





Αρχικά έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{L(0)} = W$ ή

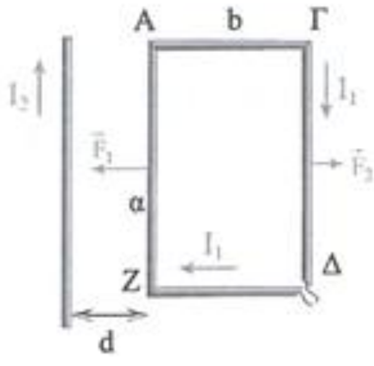
$BI_0\ell = mg$ ή $I_0 = \dfrac{mg}{B\ell}$ (1)

Τελικά: $F_L = B\dfrac{I_0}{2}\ell \xrightarrow{(1)} F_L = \dfrac{mg}{2}$ (2)

$\Sigma F = 0$ ή $2T = F_L + W \xrightarrow{(2)}$

$2T = \dfrac{3mg}{2}$ ή $T = \dfrac{3mg}{4}$

Β2. (α)



Οι πλευρές ΑΖ και ΓΔ δέχονται δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ αντίστοιχα που έχουν τη φορά του σχήματος και μέτρα:

$F_1 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\alpha$, $F_2 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi(d+b)}\alpha$

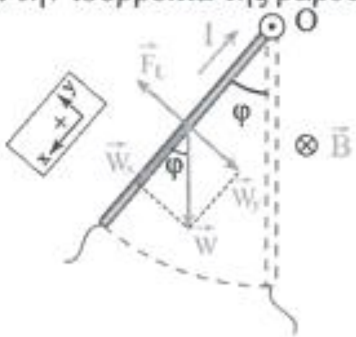
Οι δυνάμεις που ασκούνται στις πλευρές ΑΓ, ΔΖ αλληλοεξουδετερώνονται. Το μέτρο της συνολικής δύναμης που δέχεται το πλαίσιο από τον ευθύγραμμο αγωγό ισούται με:

$\Sigma F = F_1 - F_2$ ή

$\Sigma F = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 \alpha}{2\pi}\left(\dfrac{1}{d} - \dfrac{1}{d+b}\right)$ ή $\Sigma F = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2\, \alpha b}{2\pi d(d+b)}$

Β3. (β)

Οι δυνάμεις $\vec{F}_L, \vec{W}$ έχουν κοινό σημείο εφαρμογής. Για την ισορροπία της ράβδου ισχύει:



$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $F_L\dfrac{\ell}{2} = W_y\dfrac{\ell}{2}$

$\Sigma F_y = 0$ ή $F_L = W_y$ ή

$BI\ell = mg\eta\mu\varphi$ ή $I = \dfrac{mg\eta\mu\varphi}{B\ell}$

Με βάση την τελευταία σχέση είναι:

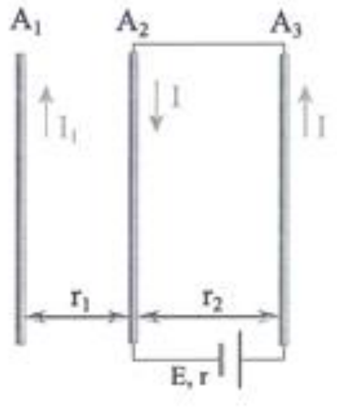
$\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{\eta\mu\varphi_1}{\eta\mu\varphi_2}$ ή $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{0,6}{0,8}$ ή $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{3}{4}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στα σημεία του αγωγού A_1, οι αγωγοί A_2, A_3 δημιουργούν μαγνητικά πεδία έντασης:

$B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r_1}$ ή $B_2 = 10 \cdot 10^{-6}T$

$B_3 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi(r_1 + r_2)}$ ή $B_3 = 2 \cdot 10^{-6}T$



Γ2. Στα σημεία του αγωγού A_1 το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου ισούται με:

$B_{ολ} = B_2 - B_3$ ή $B_{ολ} = 8 \cdot 10^{-6}T$

Το μέτρο της ζητούμενης δύναμης Laplace ισούται με:

$F_L = B_{ολ} I_1 \ell$ ή $F_L = 4 \cdot 10^{-4}N$

Γ3. Τα μέτρα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούν οι αγωγοί A_1 και A_2 στην περιοχή του αγωγού A_3 είναι:

$B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi(r_1 + r_2)}$ ή $B_1 = 4 \cdot 10^{-6}T$ και

$B_2' = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r_2}$ ή $B_2' = 2{,}5 \cdot 10^{-6}T$

Η συνολική ένταση των δύο παραπάνω πεδίων έχει μέτρο:

$B = B_1 - B_2'$ ή $B = 1{,}5 \cdot 10^{-6}T$

με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Για να μην ασκείται δύναμη Laplace στον αγωγό A_3, πρέπει να έχουμε:

$B_{ολ} = 0$ ή $B_{εξ} = B$ ή

$B_{εξ} = 1{,}5 \cdot 10^{-6}T$

με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

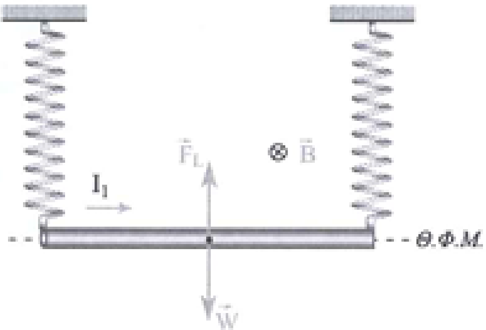
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_L = W$ ή

$BI\ell = mg$ ή $m = \dfrac{BI\ell}{g}$ ή

$m = 2 \cdot 10^{-2}kg$ ή $m = 20g$



Δ2. α) Τώρα η ράβδος δέχεται εκτός της $\vec{F}_L$ (που είναι αντίθετη του βάρους ης) και ακόμη μια δύναμη Laplace $\vec{F}_L'$ λόγω του ευθύγραμμου αγωγού μεγάλου μήκους έχει μέτρο:

$F_L' = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\ell$ ή $F_L' = 2 \cdot 10^{-1}N$

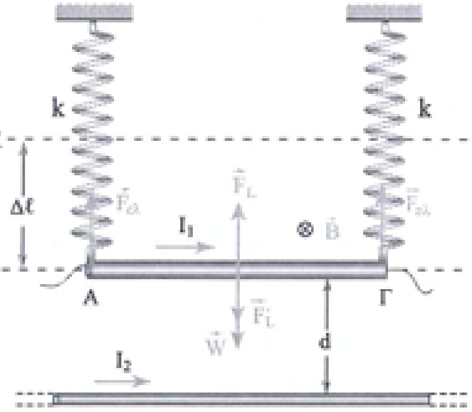
Είναι:

$\Sigma F = 0$ ή $2F_{ελ} + F_L = F_L' + W$ ή

$2F_{ελ} = F_L'$ ή $2k \cdot \Delta\ell = F_L'$ ή

$\Delta\ell = \dfrac{F_L'}{2k}$ ή $\Delta\ell = 2 \cdot 10^{-2}m$ ή

$\Delta\ell = 2cm$



β) i) Αν διακόψουμε το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό μεγάλου μήκους, τότε καταργείται η δύναμη F_L' και ο αγωγός αποκτά αρχική επιτάχυνση μέτρου:

$\alpha = \dfrac{\Sigma F}{m}$ ή $\alpha = \dfrac{2F_{ελ} + F_L - mg}{m}$ ή

$\alpha = \dfrac{2F_{ελ}}{m}$ ή

$\alpha = 10m/sec^2$ με φορά προς τα επάνω.

ii) Αν διακόψουμε το ρεύμα που διαρρέει τη ράβδο, τότε καταργούνται οι δυνάμεις $\vec{F}_L$ και $\vec{F}_L'$, και ο αγωγός αποκτά αρχική επιτάχυνση μέτρου:

$\alpha' = \dfrac{\Sigma F}{m}$ ή $\alpha' = \dfrac{W - 2F_{ελ}}{m}$ ή

$\alpha' = 0$

21ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** δ **Α3.** β **Α4.** β

Α5. Σ Λ Λ Σ Σ

Α6. Σ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ι. (γ)

Είναι:

$$E_{επ(1)} = \frac{|\Delta\Phi_1|}{\Delta t} = \pi r_1^2 \frac{\Delta B_1}{\Delta t} = \pi r_1^2 \frac{B_0}{t_0}$$

$$E_{επ(2)} = \frac{|\Delta\Phi_2|}{\Delta t} = \pi r_2^2 \frac{\Delta B_2}{\Delta t} = \pi r_2^2 \frac{B_0}{2t_0} = 2\pi r_1^2 \frac{B_0}{t_0}$$

Άρα: $E_{επ(2)} = 2E_{επ(1)}$

ΙΙ. (α)

Για τις αντιστάσεις R_1, R_2 των δύο αγωγών έχουμε:

$$R_1 = \frac{\rho}{A} \cdot 2\pi r_1 \quad \text{και}$$

$$R_2 = \frac{\rho}{A} \cdot 2\pi r_2 \;\; ή \;\; R_2 = 2R_1$$

Οι δύο αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα έντασης

$$I_1 = \frac{E_{επ(1)}}{R_1} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{E_{επ(2)}}{R_2} = \frac{2E_{επ(1)}}{2R_1} = I_1$$

Επομένως, στον ίδιο χρόνο ($0 \rightarrow t_0$) θα περάσουν από μια διατομή τους ίσα φορτία.

Άρα: $q_1 = q_2$

ΙΙΙ. (γ) Είναι:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{I_1^2 R_1}{I_2^2 R_2} \;\; ή \;\; \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{2} \;\; ή \;\; P_2 = 2P_1$$

Β2. (β)

Η αντίσταση του σωληνοειδούς είναι

$R_\Sigma = N_1 R$ (1).

Το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα έντασης

$$I = \frac{E}{R_\Sigma} \xrightarrow{(1)} I = \frac{E}{N_1 R} \quad (2)$$

Στο εσωτερικό του σωληνοειδούς έχει αναπτυχθεί ομοιογενές μαγνητικό πεδίο έντασης:

$$B = \mu_0 \frac{N_1}{\ell} I \xrightarrow{(2)}$$

$$B = \mu_0 \frac{N_1}{\ell} \frac{E}{N_1 R} \;\; ή \;\; B = \mu_0 \frac{E}{\ell R} \quad (3)$$

Η αντίσταση του κυκλικού πλαισίου είναι:

$R_\kappa = N_2 4R$ (4)

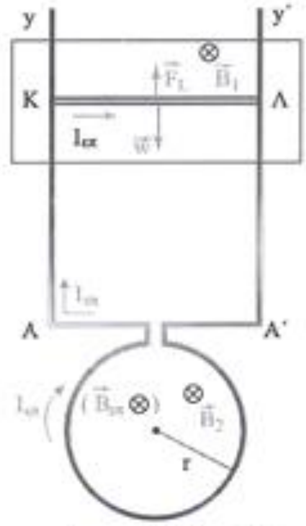
Το συνολικό φορτίο που θα περάσει από μια διατομή του κυκλικού αγωγού είναι ίσο με:

$$q_{επ} = \frac{|\Delta\Phi|}{R_\kappa} N_2 \;\; ή \;\; q_{επ} = \frac{|0 - BA|}{R_\kappa} N_2$$

$$\xrightarrow{(4)} q_{επ} = \frac{B\pi \frac{\Delta^2}{4}}{N_2 4R} N_2 \;\; ή$$

$$q_{επ} = \frac{B\pi\Delta^2}{16R} \xrightarrow{(3)} q_{επ} = \frac{\mu_0 \pi E \Delta^2}{16\ell R^2}$$

Β3. Α. (α)



Για να ισορροπεί η ράβδος ΚΛ πρέπει η $\vec{F}_L$ να εξουδετερώνει το βάρος της. Δηλαδή η $\vec{F}_L$ πρέπει να έχει φορά προς τα επάνω. Άρα το ρεύμα πρέπει να διαρρέει τη ράβδο από το Κ προς το Λ και τον κυκλικό αγωγό σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Επομένως το επαγωγικό μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός $(\vec{B}_{\varepsilon\pi})$ έχει φορά προς τα μέσα.

Επειδή, η ένταση $\vec{B}_2$ μειώνεται, οι εντάσεις $\vec{B}_2$, $\vec{B}_{\varepsilon\pi}$ είναι ομόρροπες. Άρα το διάνυσμα $\vec{B}_2$ έχει φορά προς τα μέσα.

Β. (β) Για την ράβδο ΚΛ έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_L = W$ ή $B_1 I_{\varepsilon\pi} \ell = mg$ ή $I_{\varepsilon\pi} = 0{,}1A$

Στον κυκλικό αγωγό αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή

$E_{\varepsilon\pi} = I_{\varepsilon\pi}(R_1 + R_2)$ ή $E_{\varepsilon\pi} = 0{,}4\pi V$

Είναι:

$E_{\varepsilon\pi} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$ ή $E_{\varepsilon\pi} = \dfrac{|\Delta B|}{\Delta t}\pi r^2$ ή

$E_{\varepsilon\pi} = \lambda\pi r^2$ ή $\lambda = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{\pi r^2}$ ή $\lambda = 1{,}6\ \dfrac{T}{sec}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η ολική αντίσταση του πλαισίου είναι:

$R_{o\lambda} = NR_1$ ή $R_{o\lambda} = 4\Omega$

Έχουμε: $\ell = 2\pi r$ ή $r = \dfrac{\ell}{2\pi}$ ή

$r = 5 \cdot 10^{-2}m$ και $A = \pi r^2$ ή

$A = 25\pi \cdot 10^{-4}m^2$

Είναι: $q_{\varepsilon\pi} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{R_{o\lambda}}N$ ή $q_{\varepsilon\pi} = \dfrac{\Delta B \cdot A}{R_{o\lambda}}N$ ή

$q_{\varepsilon\pi} = 2{,}5\pi \cdot 10^{-2}C$

Γ2. Με βάση τον ορισμό της έντασης του ρεύματος και τον Ν. Joule έχουμε:

$I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{q_{\varepsilon\pi}}{\Delta t}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = 5\pi \cdot 10^{-3}A$

$Q = I^2_{\varepsilon\pi} \cdot R_{o\lambda} \cdot \Delta t$ ή $Q = 5 \cdot 10^{-3}\ J$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $\Phi_0 = B_0\alpha^2$ ή $\Phi_0 = 0{,}2Wb$

Δ2. $E_{\varepsilon\pi} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$ ή

Δ3. $E_{\varepsilon\pi} = \dfrac{2\Phi_0 - \Phi_0}{\Delta t}$ ή

$E_{\varepsilon\pi} = \dfrac{\Phi_0}{\Delta t}$ ή $E_{\varepsilon\pi} = 0{,}4V$ και

$I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = 1{,}6A$

Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το επαγωγικό ρεύμα έχει τη φορά του σχήματος.

Δ4. $t_1 = \dfrac{T}{4}$ ή $t_1 = \dfrac{\frac{2\pi}{\omega}}{4}$ ή $t_1 = 0{,}1sec$

$\overline{E}_{\varepsilon\pi} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$ ή $\overline{E}_{\varepsilon\pi} = \dfrac{|0 - 2\Phi_0|}{t_1}$ ή

$\overline{E}_{\varepsilon\pi} = 4V$

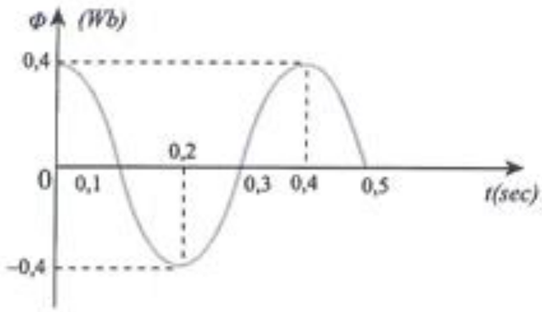
Δ5. Την τυχαία χρονική στιγμή t το κάθετο στο πλαίσιο διάνυσμα $\vec{A}$ (που αρχικά το θεωρούμε ομόρροπου του $\vec{B}$, σχηματίζει με το $\vec{B}$ γωνία θ). Είναι:

$\theta = \omega t$ ή $\theta = 5\pi t$ και $\Phi = BA\sigma\upsilon\nu\theta$ ή

$\Phi = 2B_0A\sigma\upsilon\nu\theta$ ή $\Phi = 2\Phi_0 A\sigma\upsilon\nu\theta$ ή

$\Phi = 0{,}4\sigma\upsilon\nu 5\pi t$ (S.I.).

Η τελευταία σχέση παριστάνεται γραφικά στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 0{,}5sec$ όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



22ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** α **Α3.** Λ Λ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Πρέπει: $V_{A\Gamma} = V_{\kappa}$ ή $I_{\varepsilon\pi}R = V_{\kappa}$ ή

$\frac{E_{\varepsilon\pi}}{2R}R = V_{\kappa}$ ή $\frac{B\upsilon\ell}{2} = V_{\kappa}$ ή $\upsilon = \frac{2V_{\kappa}}{B\ell}$

Β2. (α)

Σε μια τυχαία θέση της κίνησης της ράβδου έχουμε:

$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$

$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon\ell}{4R}$

$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell \cdot$ ή $F_L = \frac{B^2\upsilon\ell^2}{4R}$ (1)

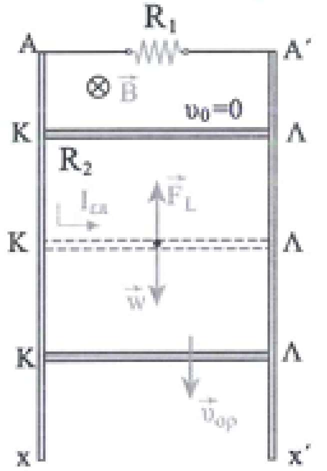
Η ράβδος αποκτά οριακή ταχύτητα όταν η συνισταμένη δύναμη που δέχεται ισούται με μηδέν.

$\Sigma F = 0$ ή $F_L = W \xrightarrow{(1)}$

$\frac{B^2\upsilon_{o\rho}\ell^2}{4R} = mg$ ή $\upsilon_{o\rho} = \frac{4mgR}{B^2\ell^2}$ (2)

Όταν η ταχύτητά της έχει μέτρο υ_1 τότε σύμφωνα με τη σχέση (1) η ράβδος δέχεται δύναμη Laplace μέτρου

$F_{L(1)} = \frac{B^2\upsilon_1\ell^2}{4R}$ (3)



Έχουμε:

$-\frac{dU}{dt} = 2\frac{dK}{dt}$ (...) ή $mg\upsilon_1 = 2(mg - F_L)\upsilon_1$

ή $mg = 2mg - 2F_L$ ή $F_L = \frac{mg}{2} \xrightarrow{(3)}$

$\frac{B^2\upsilon_1\ell^2}{4R} = \frac{mg}{2}$ ή $\upsilon_1 = \frac{2mgR}{B^2\ell^2} \xrightarrow{(2)}$

$\upsilon_1 = \frac{\upsilon_{o\rho}}{2}$

Β3. Ι. (γ)

Για τη ράβδο έχουμε:

$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$

$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$ ή $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon_0\ell + B\alpha\ell \cdot t$

$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon_0\ell}{3R} + \frac{B\alpha\ell}{3R}t$ (1)

$V_{K\Lambda} = I_{\varepsilon\pi} \cdot R_2$ ή

$V_{K\Lambda} = \frac{2B\upsilon_0\ell}{3} + \frac{2B\alpha\ell}{3}t$

Άρα: $\frac{\Delta V_K}{\Delta t} = \frac{2B\alpha\ell}{3}$

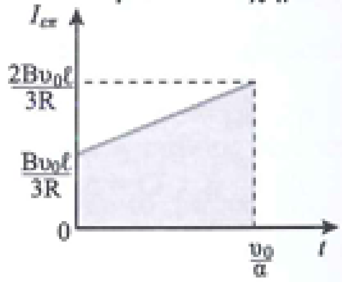
ΙΙ. (β)

Παριστάνουμε γραφικά τη συνάρτηση $I_{\varepsilon\pi} = f(t)$, με βάση τη σχέση (1):

Για $t = 0$: $I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon_0\ell}{3R}$

Για $t = t_1$: $I_{\varepsilon\pi} = \frac{2B\upsilon_0\ell}{3R}$

Το ζητούμενο φορτίο ισούται με το σκιασμένο εμβαδόν του παρακάτω σχήματος.



$q_{\varepsilon\pi} = \frac{\frac{B\upsilon_0\ell}{3R} + \frac{2B\upsilon_0\ell}{3R}}{2}\frac{\upsilon_0}{\alpha}$ ή

$q_{\varepsilon\pi} = \frac{3B\upsilon_0^2\ell}{6R\alpha}$ ή $q_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon_0^2\ell}{2R\alpha}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $P_\kappa = V_\kappa \cdot I_\kappa$ ή $I_\kappa = 1A$

Επειδή ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά, έχουμε: $I_{\varepsilon\pi} = I_\kappa$ ή $I_{\varepsilon\pi} = 1A$

Ισχύει: $R_\Lambda = \dfrac{V_\kappa}{I_\kappa}$ ή $R_\Lambda = 5\Omega$

Γ2. $I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R+R_\Lambda}$ ή $R = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{I_{\varepsilon\pi}}$ ή

$R = \dfrac{B\upsilon\ell}{I_{\varepsilon\pi}} - R_\Lambda$ ή $R = 3\Omega$

Γ3. υ = σταθ. Άρα: $\Sigma F = 0$ ή $F = F_L$ ή

$F = BI_{\varepsilon\pi}\ell$ ή $F = 2N$

Γ4. $\pi\% = \dfrac{dQ_\Lambda/dt}{dW_{\pi\rho\sigma\sigma\varphi}/dt}\,100\%$ ή

$\pi\% = \dfrac{P_\Lambda}{P_F}\,100\%$ ή

$\pi\% = \dfrac{I_{\varepsilon\pi}^2 \cdot R_\Lambda}{F\cdot\upsilon}\,100\%$ ή $\pi\% = 62{,}5\%$

Γ5. Η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης. Επομένως, ισχύει:

$q_{\varepsilon\pi} = I_{\varepsilon\pi} \cdot \Delta t$ ή $q_{\varepsilon\pi} = 120C$ και

$Q = I_{\varepsilon\pi}^2 \cdot R \cdot \Delta t$ ή $Q = 360J$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στην τυχαία θέση της ράβδου έχουμε:

$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$ ή

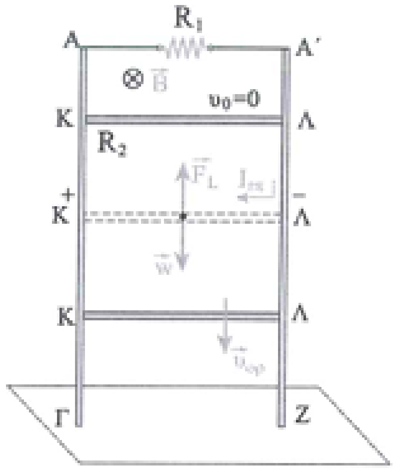
$I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1+R_2}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{B\upsilon\ell}{R_1+R_2}$ (1)

$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell$ ή $F_L = \dfrac{B^2\upsilon\ell^2}{R_1+R_2}$ (2)

Το μέτρο της επιτάχυνσης της ράβδου είναι:

$\alpha = \dfrac{\Sigma F}{m}$ ή $\alpha = \dfrac{mg - F_L}{m} \xrightarrow{(2)}$

$\alpha = g - \dfrac{B^2\upsilon\ell^2}{m(R_1+R_2)}$ (3)



Η ράβδος αποκτά οριακή ταχύτητα όταν μηδενίζεται η επιτάχυνσή της. Με βάση τη σχέση (3) έχουμε:

$\alpha = 0$ ή $g = \dfrac{B^2\upsilon_{o\rho}\ell^2}{m(R_1+R_2)}$ ή

$\upsilon_{o\rho} = \dfrac{mg(R_1+R_2)}{B^2\ell^2}$ ή $\upsilon_{o\rho} = 2m/sec$

Σύμφωνα με η σχέση (3), καθώς αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου, η επιτάχυνσή της μειώνεται.

Επομένως, η κίνησή της μέχρι να αποκτήσει οριακή ταχύτητα είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με φθίνουσα επιτάχυνση, ενώ στη συνέχεια και μέχρι να φτάσει στο έδαφος, η κίνησή της είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Δ2. Όταν $\upsilon = \dfrac{\upsilon_{o\rho}}{2}$ έχουμε:

$\dfrac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon$ ή $\dfrac{dK}{dt} = (mg - F_L)\cdot\upsilon$

$\xrightarrow{(2)} \dfrac{dK}{dt} = 0{,}5J/sec$

$\dfrac{dU}{dt} = -mg\upsilon$ ή $\dfrac{dU}{dt} = -1J/sec$

$\dfrac{dQ}{dt} = I_{\varepsilon\pi}^2 \cdot (R_1+R_2) \xrightarrow{(1)}$

$\dfrac{dQ}{dt} = 0{,}5J/sec$

Δ3. Είναι: $V_{K\Lambda} = I_{\varepsilon\pi} \cdot R_1 \xrightarrow{(1)}$

$V_{K\Lambda} = \dfrac{B\upsilon_{o\rho}\ell}{R_1+R_2}R_1$ ή $V_{K\Lambda} = +1V$

Δ4. Στο χρονικό διάστημα $t_1 \to t_2$ η ράβδος διανύει διάστημα ίσο με: $s = H - h = 3m$

Με βάση το νόμο Neumann έχουμε:

$q_{επ} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{R_{ολ}}$ ή $q_{επ} = \dfrac{B\ell \cdot s}{R_1 + R_2}$ ή

$q_{επ} = 1{,}5C$

Δ5. 1ος τρόπος

Με βάση την Α.Δ.Ε., στο χρονικό διάστημα $t_1 \to t_2$ έχουμε: $E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)} + Q$ ή

$\dfrac{1}{2}m\upsilon_{ορ}^2 + mgs = \dfrac{1}{2}m\upsilon_{ορ}^2 + Q$ ή $Q = 3J$

2ος τρόπος

Είναι $t_2 - t_1 = \Delta t = \dfrac{s}{\upsilon_{ορ}} = 1{,}5\,sec$

$Q = I_{επ}^2(R_1 + R_2)\cdot\Delta t$ ή

$Q = \left(\dfrac{B\upsilon_{ορ}\ell}{R_1 + R_2}\right)^2 (R_1 + R_2)\cdot\Delta t =$

$\dfrac{B^2\upsilon_{ορ}^2\ell^2}{R_1 + R_2}(t_2 - t_1) = 3J$

23ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** γ **Α3.** β **Α4.** β

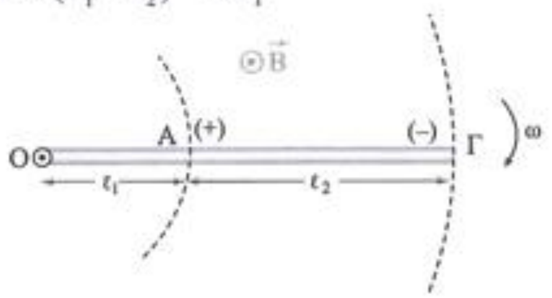
Α5. Σ Σ Λ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

Σε χρόνο μιας περιόδου, το μεταλλικό τμήμα της ράβδου σαρώνει εμβαδόν ίσο με:

$\Delta S = \pi(\ell_1 + \ell_2)^2 - \pi\ell_1^2$



Από το νόμο της επαγωγής έχουμε:

$E_{επ(ΑΓ)} = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \dfrac{B\cdot\Delta S}{T} =$

$Bf\pi\left[(\ell_1 + \ell_2)^2 - \ell_1^2\right] = 3{,}2\pi\,V$

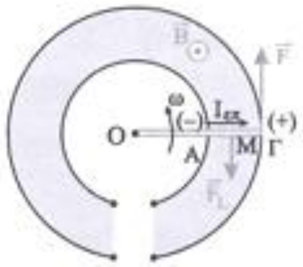
Β2. Α. (β) Έχουμε:

$E_{επ(ΓΑ)} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = B\dfrac{\pi(r_2^2 - r_1^2)}{\frac{2\pi}{\omega}} =$

$= \dfrac{1}{2}B\omega(r_2^2 - r_1^2) = 12V$

Είναι: $\dfrac{R_{ΑΓ}}{R} = \dfrac{(ΑΓ)}{\ell}$ ή $R_{ΑΓ} = 1\Omega$

$I_{επ} = \dfrac{E_{επ(ΓΑ)}}{R_{ΑΓ} + R'}$ ή $I_{επ} = 2A$



Β. (α) Έχουμε: $F_L = BI_{επ}(ΑΓ) = 1{,}2N$

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $F\ell = F_L(OM)$ ή $F = F_L\dfrac{(OM)}{\ell}$ ή

$F = 1{,}2\dfrac{1}{1{,}2}N$ ή $F = 1N$

Β3. Ι. (γ)

Στο σχήμα 1 έχουμε:

$E_{επ(1)} = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \dfrac{B\alpha\cdot x}{\Delta t} = B\alpha\upsilon$

$I_{επ(1)} = \dfrac{E_{επ}}{R} = \dfrac{B\alpha\upsilon}{R}$

$F_{L(1)} = BI_{επ(1)}\alpha = \dfrac{B^2\alpha^2\upsilon}{R}$

$\Sigma F = 0$ ή $F_1 = F_{L(1)}$ ή $F_1 = \dfrac{B^2\alpha^2\upsilon}{R}$ (1)

Στο σχήμα 2 έχουμε:

52

$$E_{επ(2)}=\frac{ΔΦ}{Δt}=\frac{B\cdot 2α\cdot x}{Δt}=2Bαυ$$

$$I_{επ(2)}=\frac{E_{επ}}{R}=\frac{2Bαυ}{R}$$

$$F_{L(2)}=BI_{επ(2)}2α=\frac{4B^2α^2υ}{R}$$

$$ΣF=0 \text{ ή } F_2=F_{L(2)} \text{ ή } F_2=\frac{4B^2α^2υ}{R}\xrightarrow{(1)}$$

$$F_2=4F_1 \quad \text{ή} \quad \frac{F_2}{F_1}=4$$

ΙΙ. (β) Έστω $Δt_1$ και $Δt_2$ οι χρονικές διάρκειες εισόδου των πλαισίων στο μαγνητικό πεδίο. Έχουμε:

$$Q_1=I^2_{επ(1)}\cdot R\cdot Δt_1=\frac{B^2α^2υ^2}{R}\frac{2α}{υ}=\frac{2B^2α^3υ}{R} \quad (2)$$

$$Q_2=I^2_{επ(2)}\cdot R\cdot Δt_2=\frac{4B^2α^2υ^2}{R}\frac{α}{υ}=\frac{4B^2α^3υ}{R}\xrightarrow{(2)}$$

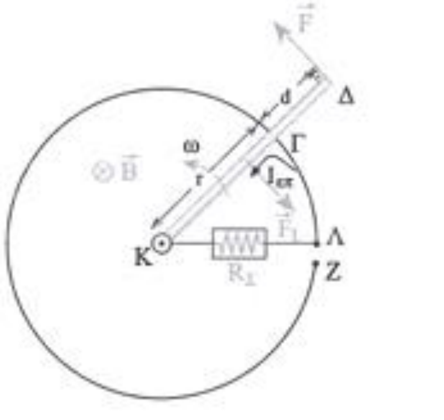
$$Q_2=2Q_1 \text{ ή } \frac{Q_2}{Q_1}=2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στη ράβδο ΚΔ μήκους $\ell=r+d=3m$, αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή:

$$E_{επ}=\frac{1}{2}Bω\ell^2=45V$$

με «+» στο Κ και «–» στο Δ, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.



Γ2. Στο τμήμα ΚΓ της ράβδου αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή ίση με:

$$E_{επ(ΚΛ)}=\frac{1}{2}Bωr^2=20V$$

Είναι: $R_{ΚΓ}=R^*\cdot r=2Ω$

Για τη συσκευή έχουμε:

$$P_κ=V_κ\cdot I_κ \text{ ή } I_κ=\frac{P_κ}{V_κ} \text{ ή } I_κ=4A \text{ ή }$$

$$R_κ=\frac{V_κ}{I_κ} \quad \text{ή} \quad R_Σ=3Ω$$

Είναι: $I_{επ}=\frac{E_{επ(ΚΛ)}}{R_{ΚΓ}+R_Σ}=4A$

Είναι: $I_{επ}=I_κ$, άρα η συσκευή λειτουργεί κανονικά.

Γ3. Ισχύει: $ω=\frac{Δθ}{Δt}$ ή $Δt=\frac{Δθ}{ω}$ ή

$$Δt=\frac{\frac{π}{2}}{2π}sec \text{ ή } Δt=0,25sec$$

$$q_{επ}=I_{επ}\cdot Δt=1C$$

Γ4. Το τμήμα ΚΓ της ράβδου δέχεται δύναμη Laplace με τη φορά του σχήματος, μέτρου $F_L=BI_{επ}\cdot r=4πN$.

Ισχύει: $Στ_{(Γ)}=0$ ή $F(r+d)-F_L\cdot\frac{r}{2}=0$ ή

$$F=F_L\frac{r}{2(r+d)} \quad \text{ή}$$

$$F=\frac{4π}{3}N$$

Το μήκος τόξου που διαγράφει το σημείο (Δ) εφαρμογής της δύναμης F, στο χρονικό διάστημα που η ράβδος διαγράφει γωνία

$φ=90°=\frac{π}{2}rad$, ισούται με:

$$S=(d+r)φ \quad \text{ή} \quad S=\frac{3π}{2}m$$

Το αντίστοιχο έργο της δύναμης F ισούται με:

$$W_F=F\cdot S \text{ ή } W_F=\frac{4π}{3}\cdot\frac{3π}{2}J \text{ ή } W_F=20J$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η ράβδος ΟΑ αποκτά οριακή γωνιακή ταχύτητα όταν ισορροπεί στροφικά.

Δηλαδή όταν έχουμε:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $F \cdot \ell = F_L(OM)$ όπου Μ το μέσον του τμήματος ΚΛ ή

$F \cdot \ell = BI_{\varepsilon\pi}(K\Lambda)\cdot(OM)$ ή

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{F\ell}{B(K\Lambda)(OM)} \text{ ή } I_{\varepsilon\pi} = 0{,}3A$$

Δ2. Είναι: $R_{K\Lambda} = \dfrac{R}{\ell}(K\Lambda) = 3\Omega$

$E_{\varepsilon\pi(K\Lambda)} = I_{\varepsilon\pi}(R_1 + R_{K\Lambda})$ ή $E_{\varepsilon\pi(K\Lambda)} = 1{,}2V$

$E_{\varepsilon\pi(K\Lambda)} = \dfrac{1}{2}B\omega_{o\rho}(\ell_2^2 - \ell_1^2)$ ή

$$\omega_{o\rho} = \frac{2E_{\varepsilon\pi(K\Lambda)}}{B(\ell_2^2 - \ell_1^2)} \text{ ή } \omega_{o\rho} = 6\text{rad/sec}$$

Δ3. Έχουμε:

$E_{\varepsilon\pi(OA)} = \dfrac{1}{2}B\omega_{o\rho}\cdot\ell^2 = 2{,}7V$

$V_{OA} = E_{\varepsilon\pi(OA)} - I_{\varepsilon\pi}\cdot R_{K\Lambda}$ ή $V_{OA} = +1{,}8V$

Δ4. $$\pi\% = \frac{P_{R_1}}{P_F}100\% = \frac{I_{\varepsilon\pi}^2\cdot R_1}{F\cdot\upsilon_A}100\% = \frac{I_{\varepsilon\pi}^2\cdot R_1}{F\cdot\omega_{o\rho}\ell}100\% = 25\%$$

24ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** γ **Α3.** β **Α4.** Σ Σ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ι. (β)

Αφού η ένταση του ρεύματος περιγράφεται από την εξίσωση $i = I\eta\mu\omega t$, συμπεραίνουμε ότι η χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο είναι:

$\Phi = BA\sigma\upsilon\nu\omega t$ (1).

Από την (1) για $t_0 = 0$ έχουμε:

$\Phi_{\alpha\rho\chi} = BA$ και για $t_1 = \dfrac{T}{6}$ έχουμε:

$\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = B\,A\sigma\upsilon\nu\omega t_1$ ή

$\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = B\,A\sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{2\pi}{T}\dfrac{T}{6}\right)$ ή

$\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = B\,A\sigma\upsilon\nu\dfrac{\pi}{3}$ ή $\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = \dfrac{BA}{2}$

Είναι:

$$\bar{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \text{ ή } \bar{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{\frac{BA}{2}}{t_1} \text{ ή}$$

$$\bar{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{B\alpha^2}{2\frac{T}{6}} \text{ ή } E_{\varepsilon\pi} = \frac{3B\alpha^2}{T} \text{ ή}$$

$$\bar{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{3B\alpha^2}{\frac{2\pi}{\omega}} \text{ ή } \bar{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{3B\alpha^2\omega}{2\pi}$$

ΙΙ. (γ)

Είναι: $T' = 2T$. Άρα: $\omega' = \dfrac{\omega}{2}$ και

$V' = \dfrac{V}{2}$, $V'_{\varepsilon\nu} = \dfrac{V_{\varepsilon\nu}}{2}$. Επομένως:

$$\bar{P}' = \frac{(V'_{\varepsilon\nu})^2}{2R} \text{ ή } \bar{P}' = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{8R} \text{ ή } \bar{P}' = \frac{\bar{P}}{8}$$

Β2. (α)

Αρχικά έχουμε: $V_{K\Lambda} = \dfrac{N\omega BA}{2R}R$ ή

$V_{K\Lambda} = 0{,}5N\omega BA$

$$\bar{P}_{K\Lambda} = \frac{V_{\varepsilon\nu(K\Lambda)}^2}{R} \text{ ή } \bar{P}_{K\Lambda} = \frac{V_{K\Lambda}^2}{2R} \text{ ή}$$

$$\bar{P}_{K\Lambda} = 0{,}25\frac{N^2\omega^2B^2A^2}{2R} \quad (1)$$

Τελικά έχουμε: $\omega' = 1{,}2\omega$

$$V'_{K\Lambda} = \frac{N\omega' BA}{3R}2R \text{ ή } V'_{K\Lambda} = 0{,}8N\omega BA$$

$$\bar{P}'_{K\Lambda} = \frac{V'^2_{\varepsilon\nu(K\Lambda)}}{2R} \text{ ή } \bar{P}'_{K\Lambda} = \frac{V_{K\Lambda}^2}{4R} \text{ ή}$$

$$\overline{P}'_{K\Lambda} = 0{,}32\,\frac{N^2\omega^2B^2A^2}{2R} \xrightarrow{(1)} \overline{P}'_{K\Lambda} = 1{,}28\overline{P}_{K\Lambda}$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\pi\% = \frac{\overline{P}'_{K\Lambda} - \overline{P}_{K\Lambda}}{\overline{P}_{K\Lambda}}\,100\% \quad ή \quad \pi\% = 28\%$$

Β3. (α)

Για τη θερμότητα που αναπτύσσεται στον αντιστάτη σε χρόνο μιας περιόδου Τ, ισχύει:

$Q_T = Q_{\Sigma(T)} + Q_{\varepsilon\nu\,(T)}$ ή

$I^2_{\varepsilon\nu(o\lambda)}RT = I^2_\Sigma RT = I^2_{\varepsilon\nu}RT$ ή

$I_{\varepsilon\nu\,(o\lambda)} = \sqrt{I^2_\Sigma + I^2_{\varepsilon\nu}}$ ή $I_{\varepsilon\nu(o\lambda)} = 2{,}5\sqrt{2}$ A

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $I_{\varepsilon\nu} = \dfrac{I}{\sqrt{2}}$ ή $I_{\varepsilon\nu} = \dfrac{5\sqrt{2}A}{\sqrt{2}}$ ή

$I_{\varepsilon\nu} = 5A$ και $V_{\varepsilon\nu} = I_{\varepsilon\nu}R = 50V$

Γ2. Είναι: $V = V_{\varepsilon\nu}\sqrt{2}$ ή

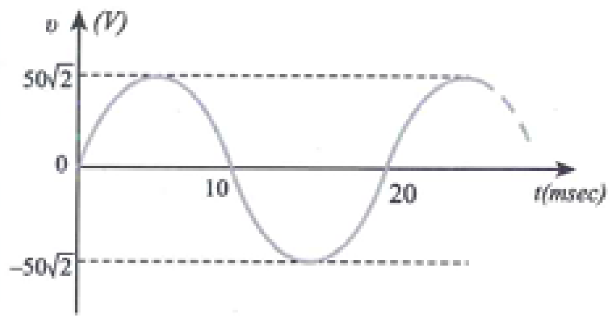
Γ3. $V = 50\sqrt{2}$ V

$T = 20m\,sec$ ή $T = 2 \cdot 10^{-2}sec$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ ή $\omega = 100\pi$ rad/sec

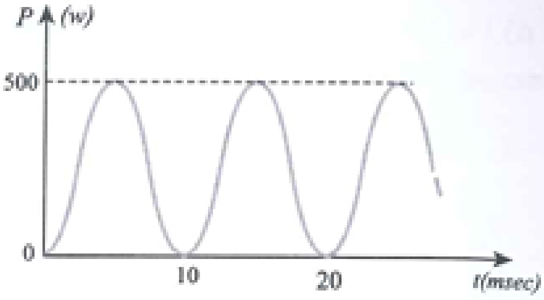
Η εξίσωση $\upsilon = f(t)$ είναι:

$\upsilon = V\eta\mu\omega t$ ή $\upsilon = 50\sqrt{2}\,\eta\mu 100\pi t$ (S.I.)



Γ4. $P = \upsilon \cdot i$ ή $P = VI\eta\mu^2\omega t$ ή

$P = 500\eta\mu^2(100\pi t)$ (S.I.)



Γ5. Είναι:

$P = VI\eta\mu^2\omega t$ ή $P = 2\,\overline{P}\,\eta\mu^2\omega t$ ή

$\overline{P} = 2\,\overline{P}\,\eta\mu^2\omega t$ ή $\eta\mu^2\omega t = \dfrac{1}{2}$ ή

$\eta\mu\omega t = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ή $\omega t = \kappa\pi \pm \dfrac{\pi}{4}$ $(\kappa \in \mathbb{Z})$

Για πρώτη φορά (κ = 0 και «+»): $\omega t_1 = \dfrac{\pi}{4}$

ή $t_1 = \dfrac{\pi}{4\omega}$ ή $t_1 = \dfrac{1}{400}$ sec

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $V = N\omega BA$ ή $V = 50\sqrt{2}$ V

$V_{\varepsilon\nu} = \dfrac{V}{\sqrt{2}}$ ή $V_{\varepsilon\nu} = 50V$

Είναι: $V_{\varepsilon\nu} > V_\kappa$, επομένως η συσκευή υπε λειτουργεί).

Δ2. Για τη θερμική συσκευή έχουμε:

$P_\kappa = V_\kappa \cdot I_\kappa$ ή $I_\kappa = \dfrac{P_\kappa}{V_\kappa}$ ή $I_\kappa = 0{,}5A$

$R_\Sigma = \dfrac{V_\kappa}{I_\kappa}$ ή $R_\Sigma = 80\Omega$

$P_{max} = \dfrac{V^2}{R_\Sigma}$ ή $P_{max} = 62{,}5W$

Δ3. Πρέπει να ισχύει:

$V'_{\varepsilon\nu(\Sigma)} = V_K$ ή $I'_{\varepsilon\nu}R_\Sigma = V_K$ ή

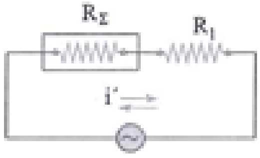
$\dfrac{V_{\varepsilon\nu}}{R_\pi + R_\Sigma}R_\Sigma = V_K$ ή $R_\pi + R_\Sigma = \dfrac{V_{\varepsilon\nu}R_\Sigma}{V_K}$ ή

$R_\pi = R_\Sigma\left(\dfrac{V_{\varepsilon\nu}}{V_K} - 1\right)$ ή $R_\pi = 20\Omega$

Δ4. α) Για να λειτουργεί κανονικά η συσκευή πρέπει να ισχύει:

$I'_{εν} = I_κ$ ή $\dfrac{V_{εν}}{R_Σ + R_1} = I_κ$ ή

$R_1 = \dfrac{V_{εν}}{I_{εν}} - R_Σ$ ή $R_1 = 20Ω$



β) Είναι: $V'_{εν} = V_κ$ ή $\dfrac{V'}{\sqrt{2}} = V_κ$ ή

$\dfrac{NωB'A}{\sqrt{2}} = V_κ$ ή $B' = \dfrac{V_κ\sqrt{2}}{NωA}$ ή $B' = 1{,}6T$

25ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** γ **Α3.** β

Α4. Σ Σ Σ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και τη χρονική στιγμή $t_1 = \dfrac{T}{6}$ η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο ισούται με:

$Φ_0 = BA$ και $Φ_1 = BAσυνωt_1$ ή

$Φ_1 = BAσυν(\dfrac{2π}{T}\dfrac{T}{6})$ ή $Φ_1 = BAσυν\dfrac{π}{3}$

ή $Φ_1 = \dfrac{BA}{2}$

Σύμφωνα με τον νόμο Neumann έχουμε:

$q = \dfrac{|ΔΦ|}{R}$ ή $q = \dfrac{|Φ_1 - Φ_0|}{R}$ ή

$q = \dfrac{BA}{2R}$ ή $BA = 2Rq$ (1)

Είναι: $I_{εν} = \dfrac{V_{εν}}{R}$ ή $I_{εν} = \dfrac{V}{\sqrt{2}R}$

$I_{εν} = \dfrac{NωBA}{\sqrt{2}R} \xrightarrow{(1)} I_{εν} = \dfrac{ω2Rq}{\sqrt{2}R}$ ή

$I_{εν} = \dfrac{2ωq}{\sqrt{2}}$ ή $I_{εν} = \sqrt{2}ωq$

Β2. (α)

Αρχικά: $\overline{P} = \dfrac{V_{εν}^{\,2}}{R_{ολ}}$ ή $\overline{P} = \dfrac{V^2}{2R_{ολ}}$ ή

$\overline{P} = \dfrac{N^2ω^2B^2A^2}{4R}$

Τελικά: $\overline{P}' = \dfrac{(V'_{εν})^2}{R'_{ολ}}$ ή $\overline{P}' = \dfrac{(V')^2}{2R'_{ολ}}$ ή

$\overline{P}' = \dfrac{N^2(ω')^2B^2A^2}{R}$

Είναι: $\overline{P}' = \overline{P}$ ή

$\dfrac{N^2(ω')^2B^2A^2}{R} = \dfrac{N^2ω^2B^2A^2}{4R}$ ή

$ω' = \dfrac{ω}{2}$ ή $2πf' = \dfrac{1}{2}2πf$ ή $f' = \dfrac{f}{2}$ ή

$\dfrac{f'}{f} = \dfrac{1}{2}$

Β3. (γ)

Έχουμε: $Q_{(T)} = Q_{(0\to\frac{T}{4})} + Q_{(\frac{T}{4}\to\frac{T}{2})} + Q_{(\frac{T}{2}\to T)}$ ή

$I_{εν}^{\,2}RT = I^2R\dfrac{T}{4} + 0 + \dfrac{I^2}{4}R\dfrac{T}{2}$ ή

$8I_{εν}^{\,2} = 2I^2 + I^2$ ή $I_{εν}^{\,2} = \dfrac{3I^2}{8}$ ή

$I_{εν}^{\,2} = \dfrac{6I^2}{16}$ ή $I_{εν} = \dfrac{I\sqrt{6}}{4}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι: $P_{max} = VI$ ή

$P_{max} = V_{εν}\sqrt{2} \cdot I_{εν}\sqrt{2}$ ή $P_{max} = 2\overline{P}$

$\overline{P} = \dfrac{P_{max}}{2}$ ή $\overline{P} = 100W$

Γ2. $P_{max} = VI$ ή $P_{max} = I^2R$ ή

$I = \sqrt{\dfrac{P_{max}}{R}}$ ή $I = 2A$.

Η περίοδος της τάσης και της έντασης του ρεύματος είναι ίση με $T = 0,02\,sec$

Άρα: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ή $\omega = 100\pi$ rad/sec

Η ζητούμενη εξίσωση είναι: $i = I\eta\mu\omega t$ ή

$i = 2\eta\mu 100\pi t$ (S.I.)

Γ3. $\Delta t = 100\,T$ ή $\Delta t = 2\,sec$

και $I_{\varepsilon\nu} = \frac{I}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,A$

$Q = I_{\varepsilon\nu}^{2}R\Delta t$ ή $Q = 200J$

Γ4. Η στιγμιαία ισχύς περιγράφεται από την εξίσωση

$P = P_{max}\eta\mu^2(\omega t)$ ή

$P = 200\eta\mu^2(100\pi t)$ (S.I.)

Για $P = \overline{P}$ έχουμε:

$\overline{P} = 200\eta\mu^2(100\pi t)$ ή

$100 = 200\eta\mu^2(100\pi t)$ ή

$\eta\mu^2(100\pi t) = \frac{1}{2}$ ή $\eta\mu(100\pi t) = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ ή

$100\pi t = \kappa\pi \pm \frac{\pi}{4}$ $(\kappa \in \mathbb{Z})$

Για πρώτη φορά (κ = 0 και «+»):

$100\pi t = \frac{\pi}{4}$ ή $t = \frac{1}{400}sec$

Γ5. α) Η τάση στα άκρα του αντιστάτη R, δηλαδή στα άκρα του πλαισίου, περιγράφεται από την εξίσωση:

$\upsilon = V\eta\mu\omega t$ ή $\upsilon = IR\eta\mu\omega t$ ή

$\upsilon = 100\eta\mu 100\pi t$ (S.I.)

Είναι: $V = N\,\omega\,BA$ ή $BA = \frac{V}{N\omega}$

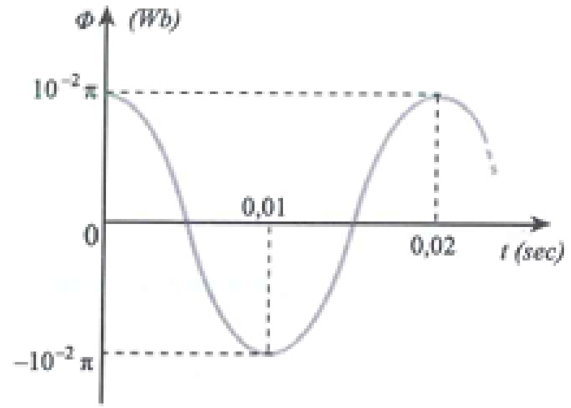
ή $\Phi_{max} = \frac{10^{-2}}{\pi}Wb$

Η χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που δέχεται από μια σπείρα του πλαισίου είναι:

$\Phi = \Phi_{max}\sigma\upsilon\nu\omega t$ ή

$\Phi = \frac{10^{-2}}{\pi}\sigma\upsilon\nu 100\pi t$ (S.I.)

και παριστάνεται γραφικά ως εξής:



β) Τώρα έχουμε:

$V = I'R$ ή $V = \frac{E_{\varepsilon\pi(max)}}{R + R_{\pi}}R$ ή

$E_{\varepsilon\pi(max)} = \frac{V(R + R_{\pi})}{R}$ ή $E_{\varepsilon\pi(max)} = 110\,V$

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$E_{\varepsilon\pi} = E_{\varepsilon\pi(max)}\eta\mu\omega t$ ή

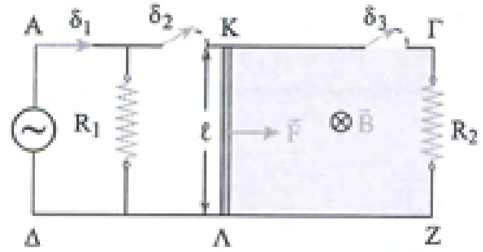
$E_{\varepsilon\pi} = 110\eta\mu 100\pi t$ (S.I.)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η μέση ισχύς στο αντιστάτη R_1 είναι ίση με:

$\overline{P}_1 = I_{\varepsilon\nu}^2 R_1$ ή $I_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{\overline{P}_1}{R_1}}$ ή

$I_{\varepsilon\nu} = \sqrt{2}\,A$



Έχουμε: $V_{\varepsilon\nu} = I_{\varepsilon\nu}R_1 = 6\sqrt{2}\,V$

και $V = V_{\varepsilon\nu}\sqrt{2}$ ή $V = 12\,V$

Δ2. Αρχικά έχουμε: $V = N\omega BA$

Τελικά:

$V' = N2\omega BA$ ή $V' = 2V$ ή $V' = 24V$

Η χρονική εξίσωση της τάσης είναι:

$\upsilon = V'\eta\mu 2\omega t$ ή $\upsilon = 24\eta\mu 100\pi t$ (S.I.)

Η χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος είναι:

$i = I'\eta\mu 2\omega t$ ή $i = \frac{V'}{R_1}\eta\mu 2\omega t$ ή

$i = 4\eta\mu 100\pi t$ (S.I.)

Η χρονική εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος είναι:

$P = \upsilon \cdot i$ ή $P = 96\eta\mu^2(100\pi t)$ (S.I.)

Τη χρονική στιγμή $t = 5 \cdot 10^{-3}$ sec έχουμε:

$P = 96\eta\mu^2(\frac{\pi}{2})$ ή $P = 96\,W$

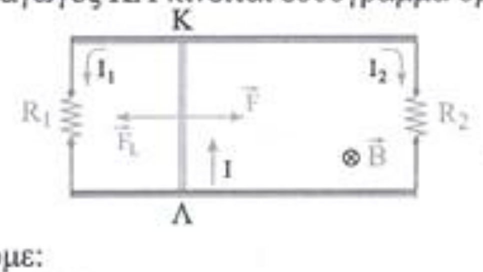
Δ3. Στο χρονικό διάστημα $0 \le t \le 2sec$ ο αγωγός ΚΛ εκτελεί Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση με επιτάχυνση μέτρου:

$\alpha = \frac{F}{m} = 1\ m/sec^2$

Τη χρονική στιγμή $t = 2sec$ έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \alpha t = 2\ m/sec$ και έχει μετατοπιστεί κατά:

$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha t^2 = 2\,m$

Στη συνέχεια, αφού κλείσουν οι διακόπτες δ_2, δ_3, ο αγωγός ΚΛ κινείται ευθύγραμμα ομαλά.



Έχουμε:

$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2\Omega$

Ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα έντασης

$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{1,2} + R_{K\Lambda}}$ ή $I = \frac{B\upsilon\ell}{R_{1,2} + R_{K\Lambda}}$ (1)

Επειδή ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα, ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F = F_L$ ή $F = BI\ell \xrightarrow{(1)} B = 1T$

Δ4. Στο χρονικό διάστημα $2sec \to 5sec$ ο αγωγός ΚΛ μετατοπίζεται κατά:

$\Delta x_2 = \upsilon \Delta t$ ή $\Delta x_2 = 6\,m$

Το έργο της δύναμης F που δέχεται ο αγωγός ΚΛ στο χρονικό διάστημα $0 \to 5sec$ ισούται με:

$W_F = F(\Delta x_1 + \Delta x_2)$ ή $W_F = 4J$

Έχουμε:

$V_{K\Lambda} = E_{\varepsilon\pi} - IR_{K\Lambda}$ ή

$V_{K\Lambda} = B\upsilon\ell - \frac{B\upsilon\ell}{R_{1,2} + R_{K\Lambda}}R_{K\Lambda}$ ή $V_{K\Lambda} = 1V$

Ο αντιστάτης R_2 διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_2 = \frac{V_{K\Lambda}}{R_2}$ ή $I_2 = \frac{1}{3}A$

Από το νόμο του Joule, για τον αντιστάτη R_2 έχουμε: $Q_2 = I_2^2 R_2 \Delta t$ ή $Q_2 = 1J$

Το ζητούμενο ποσοστό ισούται με:

$\pi\% = \frac{Q_2}{W_F}100\%$ ή $\pi\% = 25\%$

26ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** γ **Α3.** δ **Α4.** γ

Α5. Λ Σ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Α (β)

Αμέσως μετά την μετακίνηση του μεταγωγού στη θέση 2 στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αντιστέκεται στη μείωση του ρεύματος. Σύμφωνα με τον κανόνα Lenz, το πηνίο θα λειτουργήσει ως πηγή για τον αντιστάτη R, εξακολουθώντας να διαρρέεται από ρεύμα ίδιας φοράς με αυτό που το διέρρεε πριν την μετακίνηση του μεταγωγού στη θέση 2. Δηλαδή εμφανίζει ΗΕΔ από αυτεπαγωγή με «+» στο Γ. Αρχικά το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = \frac{E}{r}$.

Αμέσως μετά τη μετακίνηση του μεταγωγού στη θέση 2 έχουμε:

$$I = \frac{|E_{αυτ}|}{R} \quad ή \quad E_{αυτ} = IR \quad ή$$

$$-L\frac{di}{dt} = \frac{ER}{r} \quad ή \quad \left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{ER}{Lr}$$

Β (α) Αρχικά $(\mu \to 1)$ το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = \frac{E}{r}$ και έχει αποθηκεύσει ενέργεια:

$$U_B = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{LE}{2r^2}$$

Όταν ο μεταγωγός τοποθετείται στη θέση 2 το πηνίο αποδίδει σταδιακά όλη την ενέργειά του στον αντιστάτη R που τη μετατρέπει σε θερμότητα. Επομένως $Q_R = U_B = \frac{LE^2}{2r^2}$.

Β2. Ι. (α)

Είναι: $I_κ = \frac{P_κ}{V_κ} = 4A$ και $R_Σ = \frac{V_κ}{I_κ} = 5Ω$

Η τελική τιμή της έντασης του ρεύματος ισούται με $I = I_κ$ ή $I_κ = \frac{E}{R_Σ + R_π}$ ή

$$R_π = \frac{E}{I_κ} - R_Σ \quad ή \quad R_π = 1Ω$$

ΙΙ. (γ)

Έχουμε: $|E_{αυτ}| = L\frac{di}{dt} = 6V$ και

$$i = \frac{E - |E_{αυτ}|}{R_Σ + R_π} = 3A$$

Άρα:

$$\frac{dU_B}{dt} = |E_{αυτ}| \cdot i = 18J/sec$$

Β3. (γ)

Σε τυχαία χρονική στιγμή το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$i = \frac{E - |E_{αυτ}|}{R + R_π + r}$$

Είναι: $|E_{αυτ}| = L\frac{di}{dt} = 15V$

Άρα: $i = 0,5A$

Το πηνίο λειτουργεί ως αποδέκτης. Η τάση στα άκρα του ισούται με:

$$V_π = |E_{αυτ}| + i \cdot R_π = 17V$$

ΘΕΜΑ Γ

Α. Γ1. Στη ράβδο ΚΛ αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή $E_{επ} = Bυ\ell = 24V$ με το «+» στο Λ και το «–» στο Κ.

Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη, ο κλάδος του πηνίου δεν διαρρέεται από ρεύμα και ο βρόχος ΚΑΑ΄ΛΚ διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i_0 = \frac{Bυ\ell}{R_1 + R} = 2A$.

Η ράβδος δέχεται δύναμη laplace μέτρου:

$$F_{L(0)} = Bi_0 \cdot \ell = 4N$$

Για τη ράβδο ισχύει:

$$ΣF = 0 \quad ή \quad F = F_{L(0)} \quad ή \quad F = 4N$$

Γ2. Αμέσως μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, έχουμε:

$$V_{ΓΓ'} = V_{Α'Α} \quad ή \quad |E_{αυτ}| = i_0 R_1 \quad ή$$

$$L\frac{di_π}{dt} = i_0 R_1 \quad ή \quad \frac{di_π}{dt} = \frac{i_0 \cdot R_1}{L} \quad ή$$

$$\frac{di_π}{dt} = 50A/sec$$

Γ3. Όταν σταθεροποιηθούν οι τιμές των εντάσεων των ρευμάτων στο κύκλωμα, το πηνίο συμπεριφέρεται σαν ωμικός αντιστάτης και έχουμε:

$$R_{1,\pi} = \frac{R_1 \cdot R_\pi}{R_1 + R_\pi} = 6\Omega$$

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{1,\pi} + R} = 3A \quad , \quad F_L = BI\ell = 6N$$

Για τη ράβδο: $\Sigma F = 0$ ή $F = F_L = 6N$

Β. Γ4. Τη χρονική στιγμή t_1 (πριν το άνοιγμα του διακόπτη) έχουμε:

$$V_{\Lambda K} = E_{\varepsilon\pi} - I \cdot R = 18V$$

$$I_\pi = \frac{V_{\Lambda K}}{R_\pi} = 1{,}2A$$

Το πηνίο τότε είχε αποθηκευμένη ενέργεια μαγνητικού πεδίου ίση με:

$$U_B = \frac{1}{2} L I_\pi^2 = 0{,}288J$$

Η ενέργεια αυτή εκταμιεύεται μετά το άνοιγμα του διακόπτη και εκλύεται τελικά ως θερμότητα από τους αντιστάτες R_1 και R_π, λόγω του φαινομένου Joule.

Δηλαδή

$$Q_{R_1, R_\pi(o\lambda)} = U_B = 0{,}288J$$

Γ5. Το πηνίο συμπεριφέρεται ως πηγή, αναπτύσσοντας ΗΕΔ από αυτεπαγωγή με «+» στο Γ και «–» στο Γ΄ και έχουμε:

$$i = \frac{|E_{\alpha\upsilon\tau}|}{R_1 + R_\pi} \quad \text{ή} \quad \frac{I_\pi}{2} = \frac{|E_{\alpha\upsilon\tau}|}{R_1 + R_\pi} \quad \text{ή}$$

$$|E_{\alpha\upsilon\tau}| = 15V$$

Είναι: $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = -L\dfrac{di}{dt}$ ή

$$\frac{di}{dt} = -37{,}5A/sec \text{ και}$$

$$V_\Gamma - |E_{\alpha\upsilon\tau}| + iR_\pi = V'_\Gamma \quad \text{ή}$$

$$V_\Gamma - V'_\Gamma = -|E_{\alpha\upsilon\tau}| + iR_\pi \quad \text{ή}$$

$$V_{\Gamma\Gamma'} = -|E_{\alpha\upsilon\tau}| + \frac{I_\pi}{2} R_\pi \quad \text{ή}$$

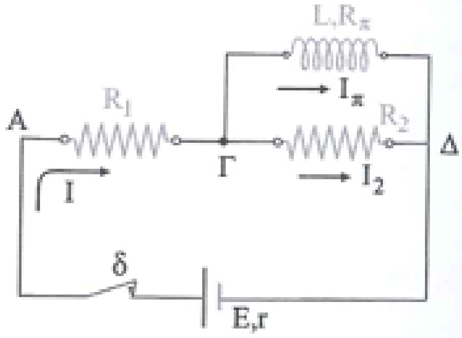
$$V_{\Gamma\Gamma'} = -6V$$

ΘΕΜΑ Δ

Α. Δ1. Έχουμε:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \quad \text{ή} \quad L = 0{,}2H$$

Δ2. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τα ρεύματα του κυκλώματος όταν έχουν αποκατασταθεί.



Είναι:

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I_\pi \quad \text{ή} \quad I_\pi = \frac{B\ell}{\mu_0 N} = 2A$$

Δ3. Ισχύει: $V_{\Gamma\Delta} = I_\pi R_\pi = 6V$

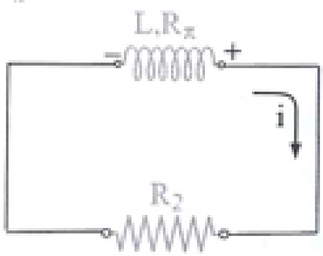
$$I_2 = \frac{V_{\Gamma\Delta}}{R_2} = 1A \, , \; I = I_1 + I_2 = 3A \quad \text{και}$$

$$I = \frac{E}{R_1 + R_{2,\pi}} \quad \text{ή} \quad E = 30V$$

$$P_{o\lambda} = E \cdot I = 90W$$

Β Δ4. Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_π και ισχύει:

$$I_\pi = \frac{|E_{\alpha\upsilon\tau}|}{R_2 + R_\pi} \quad \text{ή} \quad |E_{\alpha\upsilon\tau}| = 18V$$



Είναι: $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = -L\dfrac{di}{dt}$ ή $\dfrac{di}{dt} = -90A/sec$

Δ5. Για τη χρονική διάρκεια των 2sec, πριν το άνοιγμα του διακόπτη έχουμε:

$Q_2 = I_2^2 \cdot R_2 \cdot \Delta t = 12J$,

$Q_\pi = I_\pi^2 \cdot R_\pi \cdot \Delta t = 24J$

Μετά το άνοιγμα του διακόπτη από τους αντιστάτες R_2 και R_π εκλύεται συνολικά θερμότητα ίση με την αποθηκευμένη ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο.

$Q'_{2,\pi} = U_{B(max)} = \frac{1}{2}LI_\pi^2 = 0,4J$.

Επομένως, η ζητούμενη θερμότητα ισούται με: $Q_{ολ} = Q_2 + Q_\pi + Q'_{2,\pi} = 36,4J$

27ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. α **Α2.** α **Α3.** β **Α4.** δ

Α5. Σ Λ Σ Σ Σ

Α6. Σ Λ Σ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (α) Ισχύει:

$$\frac{E_{max}}{B_{max}} = \frac{9 \cdot 10^1 V/m}{3 \cdot 10^{-7} T} = 3 \cdot 10^8 m/sec = c$$

Άρα το ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται στο κενό (ή στον αέρα).

Επίσης έχουμε: $c = \lambda f$ ή

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 m/sec}{5 \cdot 10^{14} Hz} = 6 \cdot 10^{-7} m = 600nm$$

Εχουμε $400nm < \lambda < 700nm$. Άρα το ηλεκτρομαγνητικό κύμα ανήκει στο ορατό φάσμα.

Β2. (α) Με βάση τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein έχουμε:

$K = hf - \varphi$ και $K' = hf' - \varphi$

Επίσης ισχύει: $K = eV_0$ και $K' = eV'_0$.

Άρα:

$eV_0 = hf - \varphi$ ή $V_0 = \frac{hf}{e} - \frac{\varphi}{e}$ (1) και

$eV'_0 = hf' - \varphi$ ή $V'_0 = \frac{hf'}{e} - \frac{\varphi}{e}$ (2)

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2) και (1) προκύπτει:

$4 = \frac{hf' - \varphi}{hf - \varphi}$ ή $hf' - \varphi = 4hf - 4\varphi$ ή

$3\varphi = 4hf - 2hf$ ή $\varphi = \frac{2hf}{3}$

Β3. Ι. (α)

Ο λαμπτήρας διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i = \frac{E}{R + r} = 2A$ και καταναλώνει (και εκπέμπει) ισχύ $P = i^2 \cdot R = 16W$.

Σε απόσταση $d = 1m$ έχουμε ένταση ακτινοβολίας Ι ίση με:

$$I = \frac{P}{A_{σφαίρας}} = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{4}{\pi} \frac{W}{m^2}$$

ΙΙ. (α)

Σε απόσταση $d' = d + \frac{d}{2} = \frac{3d}{2}$, έχουμε:

$$I' = \frac{P}{A'_{σφαίρας}} = \frac{P}{4\pi(d')^2} = \frac{P}{4\pi\left(\frac{3}{2}d\right)^2} =$$

$$= \frac{4P}{9 \cdot 4\pi d^2} = \frac{4}{9}I$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η περίοδος του κύματος είναι

$T = 4t_1 = \frac{10^{-8}}{3} sec$.

Σε χρόνο $4t_1$, δηλαδή σε χρόνο ίσο με μια περίοδο, το κύμα διαδίδεται σε απόσταση 1m. Η απόσταση αυτή είναι ίση με ένα μήκος κύματος. Δηλαδή $\lambda = 1m$. Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής προκύπτει ότι

$$\upsilon = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} = \frac{1m}{\frac{10^{-8}}{3}sec} = 3 \cdot 10^8 m/sec = c$$

Επομένως το ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται στον αέρα.

Γ2. Το μαγνητικό πεδίο έχει τη διεύθυνση του άξονα z.

Στο σημείο Ο η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ είναι ίση με μηδέν.

Επομένως σε χρόνο $t_1 = \frac{T}{4}$ γίνεται μέγιστη.

Άρα $E_{max} = 3 \cdot 10^{-2} V/m$.

Η χρονική εξίσωση $B = f(x,t)$ έχει τη μορφή:

$$B = B_{max} ημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad (1)$$

Είναι:

$$c = \frac{E_{max}}{B_{max}} \quad ή \quad B_{max} = \frac{3 \cdot 10^{-2} V/m}{3 \cdot 10^8 m/sec} = 10^{-10} T.$$

Η εξίσωση (1) γράφεται:

$$B = 10^{-10} ημ2π(3 \cdot 10^8 t - x) \quad (S.I.)$$

Γ3. Είναι: $F_{ηλ(max)} = E_{max} \cdot |q| = 6 \cdot 10^{-8} N$

Γ4. Έχουμε: $F_{L(max)} = B_{max} \upsilon |q| = 2 \cdot 10^{-11} N$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $K = \frac{p^2}{2m_e} = 32 \cdot 10^{-19} J = 20eV$ και

$$K' = \frac{(1,2p)^2}{2m_e} = 1,44K = 28,8eV$$

Δ2. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την επιταχυνόμενη κίνηση του φωτοηλεκτρονίου υπό την τάση V.

$$K' - K = eV \quad ή \quad V = \frac{K' - K}{e} = 8,8V$$

Δ3. Έχουμε: $\lambda = \frac{h}{p} = 2,75 \cdot 10^{-10} m$ και

$$\lambda' = \frac{h}{p'} = \frac{h}{1,2p} = 2,29 \cdot 10^{-10} m$$

Δ4. Είναι: $K = eV_0$ ή $V_0 = \frac{K}{e} = 20V$ και

$$K = h\frac{c}{\lambda} - \varphi \quad ή \quad \varphi = \frac{hc}{\lambda} - K \quad ή$$

$$\varphi = 36 \cdot 10^{-19} J - 32 \cdot 10^{-19} J =$$
$$= 4 \cdot 10^{-19} J = 2,5eV$$

Δ5. Από την αρχή της αβεβαιότητας έχουμε:

$$\Delta x_{min} \cdot \Delta p = \frac{h}{2\pi} \quad ή \quad \Delta x_{min} = \frac{h}{2\pi \cdot 0,02 \cdot p} =$$

$$= \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{2\pi \cdot 48 \cdot 10^{-27}} m = \frac{6,875}{\pi} 10^{-9} m = 2,19nm$$

28ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** γ **Α3.** δ **Α4.** γ

Α5. Σ Λ Σ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Α. (α)

Η (ολική) ένταση της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας ισούται αριθμητικά με το εμβαδόν που περιορίζεται από την καμπύλη της έντασης ανά μονάδα μήκους κύματος, σε συνάρτηση με το μήκος κύματος. Για μεγαλύτερη θερμοκρασία έχουμε μεγαλύτερο εμβαδόν, άρα και μεγαλύτερη ένταση.

Β. (α) Είναι:

$T_2 = T_1 + 25\%T_1$ ή $T_2 = 1,25T_1$ (1)

Σύμφωνα με το νόμο μετατόπισης του Wien, ισχύει:

$\lambda_{1(max)} \cdot T_1 = \lambda_{2(max)} \cdot T_2 \xrightarrow{(1)}$

$\lambda_{1(max)} \cdot T_1 = \lambda_{2(max)} \cdot 1{,}25\,T_1$ ή

$\lambda_{2(max)} = 0{,}8\,\lambda_{1(max)}$

Άρα, το ζητούμενο ποσοστό ισούται με:

$$\pi\% = \frac{\lambda_{1(max)} - \lambda_{2(max)}}{\lambda_{1(max)}} 100\% =$$

$$= \frac{\lambda_{1(max)} - 0{,}8\,\lambda_{1(max)}}{\lambda_{1(max)}} 100\% =$$

$$= 0{,}2 \cdot 100\% = 20\%$$

Β2. Α. (γ)

Είναι: $K_1 = e\,V_{0(1)}$ και $K_2 = e\,V_{0(2)}$

Άρα: $\dfrac{K_2}{K_1} = \dfrac{V_{0(2)}}{V_{0(1)}}$ ή $\dfrac{V_{0(2)}}{V_{0(1)}} = 16$

Β. (α) Ισχύει:

$K_1 = E_1 - \varphi$ (1) και $K_2 = E_2 - \varphi$ (2)

Με αφαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2), έχουμε:

$K_2 - K_1 = E_2 - E_1$ ή $15K_1 = 2E_1$ ή

$K_1 = \dfrac{2hf_1}{15}$ ή $K_1 = \dfrac{2hc}{15\lambda_1}$

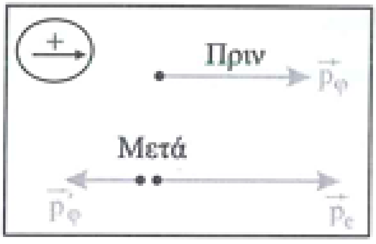
Β3. (γ)

Για γωνία σκέδασης $\varphi = 180^\circ$, το φωτόνιο αλλάζει, κατεύθυνση κίνησης και το μήκος κύματος του λ' γίνεται σύμφωνα με την εξίσωση Compton ίσο με

$\lambda'_{max} = \lambda + \dfrac{h}{m_e c}(1-(-1))$ ή

$\lambda'_{max} = \lambda + \dfrac{2h}{m_e c}$ ή $\lambda'_{max} = \dfrac{5h}{2m_e c}$

που είναι το μέγιστο δυνατό. Στην περίπτωση αυτή η μεταβολή της ορμής του φωτονίου είναι η μέγιστη δυνατή και το ηλεκτρόνιο με βάση την Α.Δ.Ο. εκτοξεύεται στη διεύθυνση κίνησης του φωτονίου με τη μέγιστη δυνατή ταχύτητα, άρα και με τη μέγιστη ορμή.



Με εφαρμογή της Α.Δ.Ο. έχουμε:

$\vec{p}_\varphi = \vec{p}'_\varphi + \vec{p}_e$ ή αλγεβρικά:

$p_\varphi = -p'_\varphi + p_e$ ή $p_e = p_\varphi + p'_\varphi$ ή $p_e = \dfrac{h}{\lambda} + \dfrac{h}{\lambda'}$

Άρα:

$$p_{e(max)} = \frac{h}{\lambda} + \frac{h}{\lambda'_{max}} = 2m_e c + \frac{2m_e c}{5} \text{ ή}$$

$$p_{e(max)} = \frac{12}{5} m_e c$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ισχύει: $E = hf$ ή

$$f = \frac{E}{h} = \frac{26{,}52 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,J \cdot sec} = 6{,}4 \cdot 10^{18}\,Hz$$

και

$$\lambda = \frac{c}{h} = \frac{3 \cdot 10^8\,m/sec}{6{,}4 \cdot 10^{18}\,J \cdot sec} = 0{,}46875 \cdot 10^{-10}\,m =$$

$46{,}875 \cdot 10^{-12}\,m$

Γ2. Για τη σκέδαση Compton ισχύει:

$\lambda' = \lambda + \dfrac{h}{m_e c}(1 - \text{συν}\varphi)$ ή

$\lambda' = 46{,}875 \cdot 10^{-12}\,m + 1{,}213 \cdot 10^{-12}\,m =$

$48{,}088 \cdot 10^{-12}\,m$

Είναι: $E' = hf' = h\dfrac{c}{\lambda'} =$

$$= 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,J \cdot sec \frac{3 \cdot 10^8\,m/sec}{48{,}088 \cdot 10^{-12}\,m} =$$

$$= 41{,}362 \cdot 10^{-16}\,J = \frac{41{,}362 \cdot 10^{-16}\,J}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,J/eV} =$$

$$= 25{,}85\,keV$$

Γ3. Τα μέτρα των ορμών του φωτονίου πριν και μετά τη σκέδαση είναι ίσα με:

$p = \frac{h}{\lambda}$ και $p' = \frac{h}{\lambda'}$, αντίστοιχα.

Η μεταβολή του μέτρου της ορμής ισούται με:

$$\Delta p = p' - p = \frac{h}{\lambda'} - \frac{h}{\lambda} = h\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda}\right) =$$

$$= -\frac{h(\lambda' - \lambda)}{\lambda\lambda'} =$$

$$= -6,63 \cdot 10^{-34}\, J \cdot sec \frac{1,213 \cdot 10^{-12}\, m}{2,254 \cdot 10^{-21}\, m^2}$$

$$= -3,568 \cdot 10^{-25}\, kg\, m/sec$$

Γ4. Από την Α.Δ.Ε. έχουμε:

$E = E' + K_e$ ή $K_e = E - E'$ ή $K_e = 0,67eV$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από το διάγραμμα $i - t$ παρατηρούμε ότι $-V_0 = -1V$ ή $V_0 = 1V$.

Άρα: $K = eV_0 = 1eV$

Δ2. Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein έχουμε:

$K = hf - \varphi$ ή $\varphi = hf - K$ ή

$\varphi = 1,5eV - 1eV$ ή $\varphi = 0,5eV$

Δ3. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση των φωτοηλεκτρονίων από την κάθοδο στην άνοδο:

$K' - K = -e\ (V_{καθόδου} - V_{ανόδου})$ ή

$K' - K = e\ (V_{ανόδου} - V_{καθόδου})$ ή

$K' - K = eV$ ή $K' = K + eV$ ή $K' = 3eV$

Δ4. Παρατηρούμε ότι $i_{max} = 5A$ (ρεύμα κόρου). Είναι: $i_{max} = \frac{N_{max} \cdot e}{\Delta t}$ ή

$$\frac{N_{max}}{\Delta t} = \frac{i_{max}}{e} = 3,125 \cdot 10^{13} \frac{φωτόνια}{sec}$$

29ο κριτήριο αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** β **Α3.** α **Α4.** α

Α5. Σ Σ Λ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. **(γ)** Είναι:

$T_2 = T_1 + 300\% T_1 = T_1 + 3T_1 = 4T_1$

Σύμφωνα με το νόμο μετατόπισης του Wien έχουμε:

$\lambda_1 \cdot T_1 = \lambda_2 \cdot T_2$ ή $\lambda_2 = \lambda_1 \frac{T_1}{4T_1}$ ή $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{4}$

Είναι:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{hf_2}{hf_1} = \frac{\frac{c}{\lambda_2}}{\frac{c}{\lambda_1}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 4 \text{ ή } E_2 = 4E_1$$

$$\pi\% = \frac{E_2 - E_1}{E_1} 100\% = \frac{4E_1 - E_1}{E_1} 100\% = 300\%$$

Β2. **(β)** Είναι:

$f_2 = f_1 + 50\% f_1 = 1,5f_1$ (1)

$K_2 = K_1 + 100\% K_1 = 2K_1$ (2)

Έχουμε:

$K_1 = hf_1 - \varphi$ ή $hf_1 = K_1 + \varphi$ (3) και

$K_2 = hf_2 - \varphi \xrightarrow{(1)(2)} 2K_1 = 1,5hf_1 - \varphi \xrightarrow{(3)}$

$2K_1 = 1,5K_1 + 1,5\varphi - \varphi$ ή $0,5K_1 = 0,5\varphi$ ή

$\varphi = K_1$

Β3. **(α)** Είναι:

$p' = p - 50\%\ p = p - \frac{p}{2} = \frac{p}{2}$

Ισχύει: $\lambda = \frac{h}{p}$ και $\lambda' = \frac{h}{p'} = \frac{2h}{p} = 2\lambda$

Για τη σκέδαση Compton ισχύει:

$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}\ (1 - συν60^o)$ ή

$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}\left(1 - \frac{1}{2}\right)$ ή $\lambda = \frac{h}{2m_e c}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι:

$E = hf = 6,6 \cdot 10^{-34}\,J \cdot sec \cdot 5 \cdot 10^{14}\,Hz =$

$= 3,3 \cdot 10^{-19}\,J$ και $E = pc$ ή

$p = \dfrac{E}{c} = 1,1 \cdot 10^{-27}\,kg\,m/sec$

Γ2. Σε όλα τα σημεία μιας σφαιρικής επιφάνειας ακτίνας r_1 με κέντρο τη φωτεινή πηγή, η ένταση της ακτινοβολίας έχει την ίδια τιμή I_1 και ισχύει:

$I_1 = \dfrac{P}{A_{σφαίρας}}$ ή $I_1 = \dfrac{P}{4\pi r_1^2}$ ή

$P = I_1 \cdot 4\pi r_1^2$ ή $p = 0,11\pi$ W

Γ3. i) Είναι: $I_1 = \dfrac{E_1}{\Delta A \cdot \Delta t}$ ή

$E_1 = I_1 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta t = 3,3 \cdot 10^{-3}\,J$

ii) Η νέα τιμή της έντασης (I_2) στα σημεία μιας σφαιρικής επιφάνειας ακτίνας r_2 με κέντρο την πηγή, ισούται με:

$I_2 = \dfrac{P}{A'_{σφαίρας}} = \dfrac{P}{4\pi r_2^2} = \dfrac{P}{4\pi 4 r_1^2} = \dfrac{I_1}{4}$

Είναι: $I_2 = \dfrac{E_2}{\Delta A \cdot \Delta t}$ ή $\dfrac{I_1}{4} = \dfrac{E_2}{\Delta A \cdot \Delta t}$ ή

$E_2 = \dfrac{E_1}{4}$ ή $E_2 = 8,25 \cdot 10^{-4}\,J$

Γ4. Έχουμε: $E_1 = N_1 E$ ή

$N_1 = \dfrac{E_1}{E} = \dfrac{3,3 \cdot 10^{-3}}{3,3 \cdot 10^{-19}} = 10^{16}$ φωτόνια

Γ5. Κάθε φωτόνιο ανακλάται στην τελείως ανακλαστική επιφάνεια με ίδια κατά μέτρο ορμή δεχόμενο δύναμη μέτρου F_φ από αυτή, καθώς μεταβάλει την ορμή του κατά $\Delta p = 2p$ (μέτρο). Όμως στον χρόνο Δt προσπίπτουν στην επιφάνεια N_1 φωτόνια. Συνεπώς έχουμε:

$F_{\varphi(ολ)} = \dfrac{N_1 \cdot 2p}{\Delta t} = \dfrac{10^{16} \cdot 2,2 \cdot 10^{-27}}{3 \cdot 10^2}\,N =$

$= 7,33 \cdot 10^{-14}\,N$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την εξίσωση για τη σκέδαση Compton, έχουμε:

$\lambda' = \lambda + \dfrac{h}{m_e c}(1 - συν90^o)$ ή

$\lambda' = \lambda + \dfrac{h}{m_e c}$ ή $\lambda' = \dfrac{2h}{m_e c} = 2\lambda$

Το ζητούμενο ποσοστό ισούται με:

$\pi\% = \dfrac{\lambda' - \lambda}{\lambda} 100\% = 100\%$

Δ2. $\Delta p = p' - p = \dfrac{h}{\lambda'} - \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{h}{2\lambda} - \dfrac{h}{\lambda} =$

$= -\dfrac{h}{2\lambda} = -\dfrac{m_e c}{2} = -13,5 \cdot 10^{-23}\,kg\,m/sec$

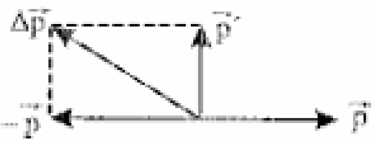
Δ3. Από την Α.Δ.Ε. έχουμε:

$E = E' + K_e$ ή $K_e = E - E'$ ή

$K_e = h\dfrac{c}{\lambda} - h\dfrac{c}{\lambda'} = \dfrac{hc}{\lambda} - \dfrac{hc}{2\lambda} = \dfrac{hc}{2\lambda} =$

$= \dfrac{m_e c^2}{2} = 40,5 \cdot 10^{-15}\,J = 25,3125 \cdot 10^4\,eV$

Δ4. Είναι: $\Delta\vec{p} = \vec{p}' - \vec{p}$ ή $\Delta\vec{p} = \vec{p}' + (-\vec{p})$



Κατά μέτρο:

$\Delta p = \sqrt{p^2 + (p')^2}$ ή $\Delta p = \sqrt{\left(\dfrac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\dfrac{h}{2\lambda}\right)^2} =$

$= \sqrt{\left(\dfrac{h}{\lambda}\right)^2 + \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{h}{\lambda}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{\sqrt{5}}{2} m_e c =$

$= 13,5\sqrt{5} \cdot 10^{-23}\,kg\,m/sec$

30ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** γ **Α3.** γ **Α4.** δ **Α5.** Λ Σ Λ Λ Σ