ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι:

$E = hf = 6,6 \cdot 10^{-34} J \cdot sec \cdot 5 \cdot 10^{14} Hz =$

$= 3,3 \cdot 10^{-19} J$ και $E = pc$ ή

$p = \frac{E}{c} = 1,1 \cdot 10^{-27} kg\, m/sec$

Γ2. Σε όλα τα σημεία μιας σφαιρικής επιφάνειας ακτίνας r_1 με κέντρο τη φωτεινή πηγή, η ένταση της ακτινοβολίας έχει την ίδια τιμή I_1 και ισχύει:

$I_1 = \frac{P}{A_{σφαίρας}}$ ή $I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2}$ ή

$P = I_1 \cdot 4\pi r_1^2$ ή $p = 0,11\pi$ W

Γ3. i) Είναι: $I_1 = \frac{E_1}{\Delta A \cdot \Delta t}$ ή

$E_1 = I_1 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta t = 3,3 \cdot 10^{-3} J$

ii) Η νέα τιμή της έντασης (I_2) στα σημεία μιας σφαιρικής επιφάνειας ακτίνας r_2 με κέντρο την πηγή, ισούται με:

$I_2 = \frac{P}{A'_{σφαίρας}} = \frac{P}{4\pi r_2^2} = \frac{P}{4\pi 4 r_1^2} = \frac{I_1}{4}$

Είναι: $I_2 = \frac{E_2}{\Delta A \cdot \Delta t}$ ή $\frac{I_1}{4} = \frac{E_2}{\Delta A \cdot \Delta t}$ ή

$E_2 = \frac{E_1}{4}$ ή $E_2 = 8,25 \cdot 10^{-4} J$

Γ4. Έχουμε: $E_1 = N_1 E$ ή

$N_1 = \frac{E_1}{E} = \frac{3,3 \cdot 10^{-3}}{3,3 \cdot 10^{-19}} = 10^{16}$ φωτόνια

Γ5. Κάθε φωτόνιο ανακλάται στην τελείως ανακλαστική επιφάνεια με ίδια κατά μέτρο ορμή δεχόμενο δύναμη μέτρου F_φ από αυτή, καθώς μεταβάλει την ορμή του κατά $\Delta p = 2p$ (μέτρο). Όμως στον χρόνο Δt προσπίπτουν στην επιφάνεια N_1 φωτόνια. Συνεπώς έχουμε:

$F_{\varphi(ολ)} = \frac{N_1 \cdot 2p}{\Delta t} = \frac{10^{16} \cdot 2,2 \cdot 10^{-27}}{3 \cdot 10^2} N =$

$= 7,33 \cdot 10^{-14} N$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την εξίσωση για τη σκέδαση Compton, έχουμε:

$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c}(1 - συν90^\circ)$ ή

$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c}$ ή $\lambda' = \frac{2h}{m_e c} = 2\lambda$

Το ζητούμενο ποσοστό ισούται με:

$\pi\% = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} 100\% = 100\%$

Δ2. $\Delta p = p' - p = \frac{h}{\lambda'} - \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\lambda} - \frac{h}{\lambda} =$

$= -\frac{h}{2\lambda} = -\frac{m_e c}{2} = -13,5 \cdot 10^{-23} kg\, m/sec$

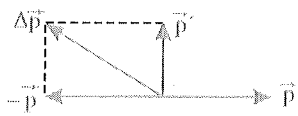
Δ3. Από την Α.Δ.Ε. έχουμε:

$E = E' + K_e$ ή $K_e = E - E'$ ή

$K_e = h\frac{c}{\lambda} - h\frac{c}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{2\lambda} = \frac{hc}{2\lambda} =$

$= \frac{m_e c^2}{2} = 40,5 \cdot 10^{-15} J = 25,3125 \cdot 10^4 eV$

Δ4. Είναι: $\Delta\vec{p} = \vec{p}' - \vec{p}$ ή $\Delta\vec{p} = \vec{p}' + (-\vec{p})$



Κατά μέτρο:

$\Delta p = \sqrt{p^2 + (p')^2}$ ή $\Delta p = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{2\lambda}\right)^2} =$

$= \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}\frac{h}{\lambda} = \frac{\sqrt{5}}{2} m_e c =$

$= 13,5\sqrt{5} \cdot 10^{-23} kg\, m/sec$

30ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** γ **Α3.** γ **Α4.** δ **Α5.** Λ Σ Λ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος από τη θέση Α στη θέση Γ:

$$K_\Gamma - K_A = W_{T(A\to\Gamma)} \quad ή$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = -T\cdot(A\Gamma) \ (1)$$

Αμέσως μετά την ελαστική κρούση του με τον τοίχο, το σώμα αποκτά ταχύτητα μέτρου $\upsilon' = \upsilon$. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος στη διαδρομή $\Gamma \to A$:

$$0 - \frac{1}{2}m\upsilon^2 = -T\cdot(A\Gamma) \ (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \quad ή \quad \upsilon^2 = \frac{\upsilon_0^2}{2} \ ή$$

$$\upsilon = \frac{\upsilon_0\sqrt{2}}{2}$$

Β2. (γ)

Η κρούση των σωμάτων γίνεται τη χρονική στιγμή t_1. Ισχύει:

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2 \quad ή \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad ή \quad t_1 = 0,4\,sec$$

Είναι: $\upsilon_1 = \dfrac{d_1}{t_1} = 10\,m/sec$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση στην οριζόντια διεύθυνση:

$$m_1\upsilon_1 = (m_1+m_2)\upsilon_\kappa \quad ή$$

$$m_1\upsilon_1 = 2m_1\,\upsilon_\kappa \quad ή$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{\upsilon_1}{2} \quad ή \quad \upsilon_\kappa = 5\,m/sec$$

Έχουμε:

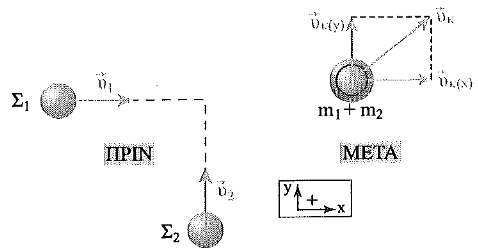
$$|\Delta E_{\mu\eta\chi}| = (K_1 + U_2) - K_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} \quad ή$$

$$|\Delta E_{\mu\eta\chi}| = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + m_2gh - \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 =$$

$$= 33J$$

Β3. (α)

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση στους άξονες x και y:



Άξονας x:

$$m\upsilon = m\upsilon_{\kappa(x)} \quad ή \quad \upsilon_{\kappa(x)} = \frac{\upsilon}{2} \ (1)$$

Άξονας y: $m2\upsilon = 2m\upsilon_{\kappa(y)} \quad ή \quad \upsilon_{\kappa(y)} = \upsilon \ (2)$

Άρα:

$$\upsilon_\kappa = \sqrt{\upsilon_{\kappa(x)}^2 - \upsilon_{\kappa(y)}^2} \quad ή \quad \upsilon_\kappa = \frac{5\upsilon^2}{4} \ (3)$$

Η θερμότητα που εκλύεται εξαιτίας της κρούσης είναι:

$$Q = |\Delta K_{o\lambda}| \quad ή \quad Q = K_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} - K_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} \quad ή$$

$$Q = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}m(2\upsilon)^2 - \frac{1}{2}2m\upsilon_\kappa^2 \xrightarrow{(3)}$$

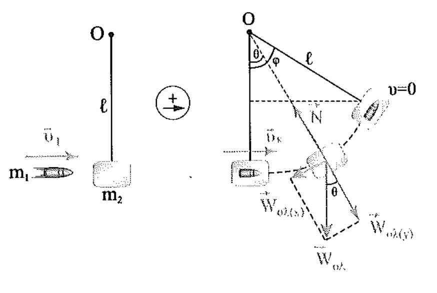
$$Q = 3m\upsilon^2 - \frac{5m\upsilon^2}{4} \quad ή \quad Q = \frac{5m\upsilon^2}{4}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$$p_1 = (m_1+m_2)\upsilon_\kappa \quad ή$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{p_1}{m_1+m_2} \quad ή \quad \upsilon_\kappa = 2m/sec$$



Είναι: $\Delta p_1 = p_1' - p_1$ ή $\Delta p_1 = m_1 \upsilon_\kappa - p_1$
ή $\Delta p_1 = -8$ kg m/sec

Γ2. Το ζητούμενο ποσοστό ισούται με:

$$\pi\% = \frac{Q}{K_1}100\% \quad \text{ή} \quad \pi\% = \frac{K_1 - K_{ολ(τελ)}}{K_1}100\%$$

$$\text{ή} \quad \pi\% = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\right)100\%$$

ή $\pi\% = 80\%$.

Γ3. Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Α, Γ του συσσωματώματος:

$$K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2 + 0 = 0 + (m_1 + m_2)gh \quad \text{ή}$$

$$h = \frac{\upsilon_\kappa^2}{2g} \quad \text{ή} \quad h = 0,2\,\text{m}$$

Έχουμε: $\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\ell - h}{\ell} = \frac{1}{2}$. Άρα $\varphi = 60^\circ$.

Γ4. Στην τυχαία θέση του συσσωματώματος, ισχύει:

$$\Sigma F_R = F_{\kappa\varepsilon\nu} \quad \text{ή} \quad T - W_{ολ(y)} = F_{\kappa\varepsilon\nu} \quad \text{ή}$$

$$T = (m_1 + m_2)g\,\sigma\upsilon\nu\theta + \frac{(m_1 + m_2)\upsilon^2}{\ell} \quad (1)$$

Στη διαδρομή $A \to \Gamma$, έχουμε:
$\theta\uparrow$, άρα $\sigma\upsilon\nu\theta\downarrow$ και $\upsilon\downarrow$. Άρα $T\downarrow$.
Επομένως: $T_{max} = T_A$, όπου $\theta = 0$, $\sigma\upsilon\nu\theta = 1$ και $\upsilon = \upsilon_\kappa$. Από την εξίσωση (1):

$$T_{max} = (m_1 + m_2)g + \frac{(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2}{\ell} = 100\,\text{N}$$

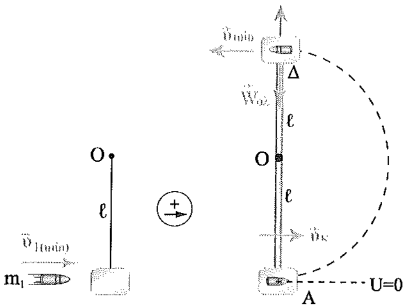
$T_{min} = T_\Gamma$, όπου $\theta = \varphi = 60^\circ$ και $\upsilon = 0$
$(1) \Rightarrow \; T_{min} = 25\,\text{N}$.

Γ5. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριακά ανακύκλωση, όταν στην ανώτερη θέση Δ της τροχιάς του έχουμε $T = 0$
Στη θέση Δ έχουμε:

$$\Sigma F = F_{\kappa\varepsilon\nu} \quad \text{ή} \quad W_{ολ} = F_{\kappa\varepsilon\nu} \quad \text{ή}$$

$$(m_1 + m_2)g = \frac{(m_1 + m_2)\upsilon_{min}^2}{\ell} \quad \text{ή}$$

$$\upsilon_{min} = \sqrt{g\ell}$$



Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το συσσωμάτωμα στις θέσεις Α και Δ:

$$K_A + U_A = K_\Delta + U_\Delta \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_{\kappa(min)}^2 + 0 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_{min}^2 + (m_1 + m_2)g2\ell$$

ή $\upsilon_{\kappa(min)} = \sqrt{5g\ell} = 2\sqrt{5}$ m/sec

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$$m_1\upsilon_{1(min)} = (m_1 + m_2)\upsilon_{\kappa(min)} \quad \text{ή}$$

$$\upsilon_{1(min)} = \frac{(m_1 + m_2)\upsilon_{\kappa(min)}}{m_1} \quad \text{ή}$$

$$\upsilon_{1(min)} = 10\sqrt{5}\,\text{m/sec}$$

ΘΕΜΑ Δ

Α. Δ1. Είναι:

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \quad \text{ή} \quad \upsilon_2' = 5\,\text{m/sec}$$

Το σώμα Σ_2 δέχεται κατά την κίνησή του τριβή ολίσθησης μέτρου:

$$T_2 = \mu N_2 \quad \text{ή} \quad T_2 = \mu m_2 g$$

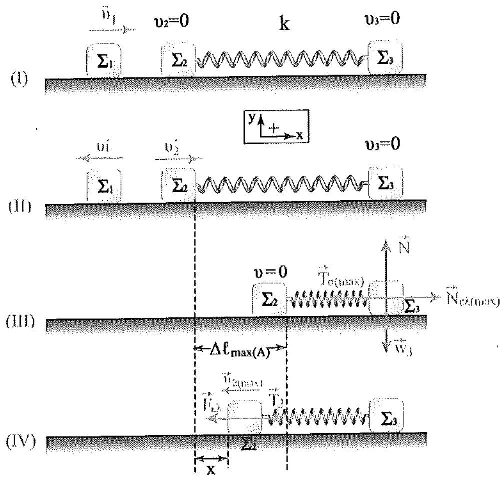
Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε. για το σύστημα του ελατηρίου και των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 στη διαδρομή $\text{II} \to \text{III}$:

$$K_{\text{II}} + U_{\varepsilon\lambda(\text{II})} + W_{T_2(\text{II}\to\text{III})} = K_{\text{III}} + U_{\varepsilon\lambda(\text{III})} \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}m_2(\upsilon_2')^2 + 0 - \mu m_2 g\Delta\ell_{max(A)} =$$

$$= 0 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2_{max(A)} \quad ή$$

$$3\Delta\ell_{max(A)}{}^2 + 2\Delta\ell_{max(A)} - 5 = 0$$



Είναι:

$$\Delta\ell_{max(A)} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{6} \xrightarrow{(+)} \Delta\ell_{max(A)} = 1\,m$$

$$\xrightarrow{(-)} \Delta\ell_{max(A)} < 0 \ (απορ.)$$

Άρα $\Delta\ell_{max(A)} = 1\,m$

Δ2. Για το σώμα Σ_3 στη θέση III ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad ή \quad F_{ελ(max)} = T_{σ(max)} \quad ή$$

$$k \cdot \Delta\ell_{max(A)} = \mu_σ m_3 g \quad ή$$

$$m_3 = \frac{k\Delta\ell_{max(A)}}{\mu_σ g} \quad ή \quad m_3 = 9\,kg$$

Δ3. Το σώμα Σ_2 αποκτά τη μέγιστη κινητική του ενέργεια στη διαδρομή III → IV στη θέση όπου έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \quad ή \quad F_{ελ} = T_2 \quad ή$$

$$kx = \mu m_2 g \ ή \quad x = \frac{1}{3}m$$

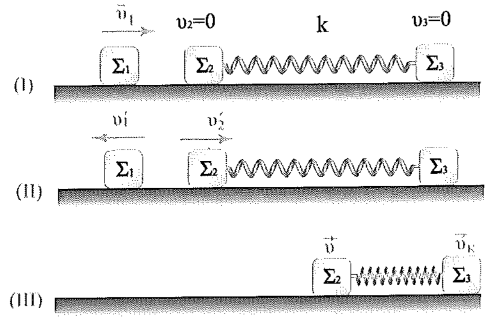
Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το Σ_2 στη διαδρομή III → IV :

$$K_{2(max)} - 0 = W_{ελ(III \to IV)} + W_{T_2(III \to IV)} \quad ή$$

$$K_{2(max)} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell^2_{max(A)} - x^2) - T_2(\Delta\ell_{max(A)} - x)$$

$$ή \quad K_{2(max)} = 10\,J$$

Β. Δ4.



Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για το μονωμένο σύστημα των σωμάτων Σ_2, Σ_3 και του ελατηρίου, στις καταστάσεις II και V:

$$m_2\upsilon_2' = (m_2 + m_3)\upsilon \quad ή \quad \upsilon = 1{,}25\,m/sec$$

Στην κατάσταση V, όπου τα σώματα Σ_2, Σ_3 αποκτούν ίσες ταχύτητες. το ελατήριο παρουσιάζει τη μέγιστη συσπείρωσή του, αφού μέχρι η θέση αυτή το σώμα Σ_2 έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από αυτή του Σ_3 (και επομένως το ελατήριο συσπειρώνεται), ενώ στη συνέχεια συμβαίνει το αντίθετο (και άρα το ελατήριο αποσυσπειρώνεται).

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το παραπάνω σύστημα στις καταστάσεις II, V:

$$\frac{1}{2}m_2(\upsilon_2')^2 = \frac{1}{2}(m_2 + m_3)\upsilon^2 + U_{ελ(max)B} \quad ή$$

$$U_{ελ(max)B} = 28{,}125\,J$$

31ο Κριτήριο Αξιολόγησης

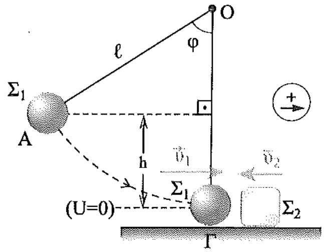
ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** δ **Α3.** δ **Α4.** γ

Α5. Σ Σ Σ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (α)



Είναι: $\sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{\ell - h}{\ell}$ ή

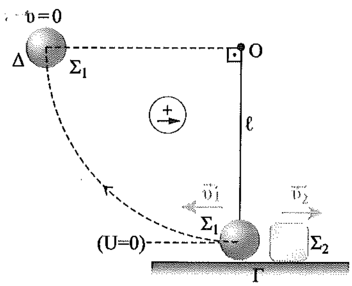
$h = \ell(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)$ ή $h = 0,45\text{m}$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Α, Γ του σώματος Σ_1:

$m_1 g h = \dfrac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2$ ή $\upsilon_1 = \sqrt{2gh} = 3\,{}^{m}\!/\!_{sec}$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Γ και Δ του Σ_1, μετά την κρούση:

$\dfrac{1}{2} m_1 (\upsilon_1')^2 = m_1 g \ell$ ή $\upsilon_1' = \sqrt{2g\ell} = 5\,{}^{m}\!/\!_{sec}$



Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. και τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας των δύο σωμάτων, για την κρούση:

$m_1\upsilon_1 = -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2'$ (1)

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = $$

$$= \frac{1}{2}m_1(\upsilon_1')^2 + \frac{1}{2}m_2(\upsilon_2')^2 \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

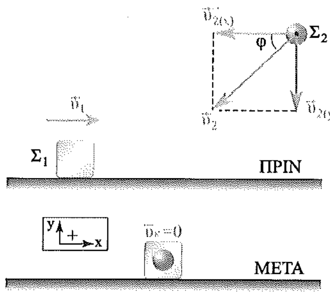
$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad \text{ή}$$

$\upsilon_2 = 3\,\text{m/sec}$

$$\text{και } \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 - \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad \text{ή}$$

$\upsilon_2' = 1\,\text{m/sec}$

Β2. (α)



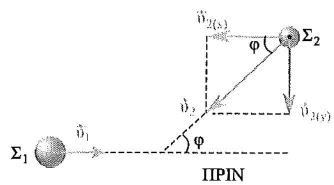
Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων γίνεται μέγιστο όταν το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται μετά την κρούση. Δηλαδή όταν έχουμε $\upsilon_\kappa = 0$.

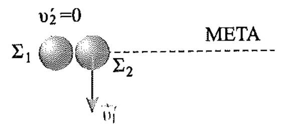
Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. γα την κρούση στον άξονα x:

$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_{2(x)} = 0$ ή $m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi$

ή $m_1 = m_2\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ή $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Β3. Ι. (α)





Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο για την κρούση στον άξονα x:

$$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_{2(x)} = 0 \quad ή$$

$$m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2 συνφ \quad ή \quad συνφ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Άρα $φ = 30^o$

ΙΙ. (β)

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο στον άξονα y:

$$m_2\upsilon_{2(y)} = m_1\upsilon_1' \quad ή \quad \upsilon_1' = 2\upsilon_2 ημφ \quad ή$$

$$\upsilon_1' = \sqrt{3}\,m/sec$$

Είναι: $K_{ολ(αρχ)} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = 7,5J$

και

$$K_{ολ(τελ)} = \frac{1}{2}m_1\left(\upsilon_1'\right)^2 = 1,5J < K_{ολ(αρχ)}$$

Άρα η κρούση είναι ανελαστική.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αμέσως πριν την κρούση για το $Σ_1$, έχουμε:

$$U_1 + K_1 = E_1 \quad ή$$

$$\frac{1}{2}kx_o^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2 \quad ή$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_o^2 - \frac{kx_o^2}{m_1}} = 2\,m/sec$$

Αμέσως μετά την κρούση είναι:

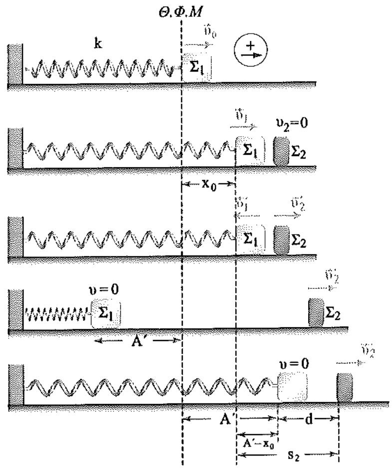
$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = -1\,m/sec$$

Το ζητούμενο ποσοστό ισούται με:

$$π\% = \frac{K_1 - K_1'}{K_1}100\% \quad ή$$

$$π\% = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}m_1\left(\upsilon_1'\right)^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\right)100\% \quad ή$$

$$π\% = 75\%$$



Γ2. Για το $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση έχουμε: $U_1' + K_1' = E_1'$ ή

$$\frac{1}{2}kx_o^2 + \frac{1}{2}m_1\left(\upsilon_1'\right)^2 = \frac{1}{2}k(A')^2$$

$$ή \quad A' = \sqrt{x_o^2 + \frac{m_1\left(\upsilon_1'\right)^2}{k}} \quad ή \quad A' = 0,2m$$

Γ3. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ είναι:

$$+x_o = A'ημφ_o \quad ή$$

$$ημφ_o = +\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow φ_o = \frac{π}{3}rad$$

$$ή \quad φ_o = \frac{2π}{3}rad\,.$$

Όμως $\upsilon < 0$.

Άρα $φ_o = \frac{2π}{3}rad$

Έχουμε: $ω = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 10\,rad/sec$ και

$x = A'\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$ ή

$$x = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{2\pi}{3}\right)(S.I.)$$

$\upsilon = \omega A'\sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \varphi_o\right)$ ή

$$\upsilon = 2\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{2\pi}{3}\right)(S.I.)$$

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$$p_1 = m_1\upsilon \quad ή \quad p_1 = 2\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{2\pi}{3}\right)(S.I.)$$

Γ4. Έχουμε $\alpha_1 = +\dfrac{\alpha_{max}}{2}$ στην θέση

$x_1 = -\dfrac{A'}{2} = -0,1m$, όπου το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά

$\Delta\ell = \left|-\dfrac{A'}{2}\right| = 0,1m\left(= x_o\right)$ και το σώμα κινείται προς τ' αρνητικά (για πρώτη φορά) με ταχύτητα υ_1. Ισχύει:

$$U + K = E \quad ή \quad \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}k\left(A'\right)^2$$

$$ή \quad \left|\upsilon_1\right| = \omega\sqrt{\left(A'\right)^2 - x_1^2} \quad ή \quad \left|\upsilon_1\right| = \sqrt{3}\,m/sec$$

$$\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = -\frac{dW_{F\varepsilon\lambda}}{dt} = -\frac{-F_{\varepsilon\lambda}\left|dx\right|}{dt} = +k\cdot\Delta\ell\cdot\left|\upsilon_1'\right|$$

$$ή \quad \frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = +10\sqrt{3}\,J/sec = 17J/sec$$

Γ5. Το Σ_1 ακινητοποιείται για $2^η$ φορά όταν φτάνει για πρώτη φορά στη θέση

$x = +A' = +0,2m$

Από την εξίσωση $x = f\left(t\right)$ έχουμε:

$$+0,2 = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$ή \quad \eta\mu\left(10t + \frac{2\pi}{3}\right) = +1 \quad ή \quad 10t + \frac{2\pi}{3} = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}$$

ή

$$10t = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\text{για 1η φορά }(\kappa=1)} 10t_2 = 2\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$ή \quad 10t_2 = \frac{11\pi}{6} \quad ή \quad t_2 = \frac{11\pi}{60}sec$$

Εν τω μεταξύ, το σώμα Σ_2 έχει διανύσει από τη θέση της κρούσης διάστημα ίσο με:

$$s_2 = \upsilon_2'\cdot t_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1\cdot t_2 = \frac{11\pi}{60}m = 0,57m$$

Η ζητούμενη απόσταση ισούται με:

$$d = s_2 - \left(A' - x_o\right) \quad ή \quad d = 0,57m - 0,03m \quad ή$$

$$d = 0,54m$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Επειδή οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα Σ_1 από τα δύο ελατήρια είναι ίσες σε κάθε θέση της τροχιάς του, συμπεραίνουμε ότι στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος.

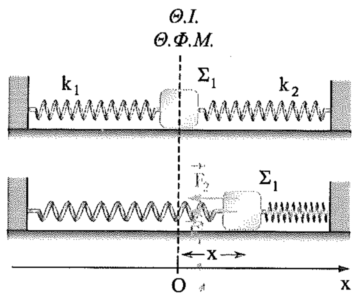
Στην τυχαία θέση το σχήματος έχουμε:

$\Sigma F = -F_1 - F_2$ ή $\Sigma F = -k_1x - k_2x$ ή

$\Sigma F = -(k_1 + k_2)x$ ή $\Sigma F = -200x$ (S.I.)

Η τελευταία σχέση είναι της μορφής $\Sigma F = -Dx$.

Άρα το σώμα Σ_1 εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D = 200N/m$.



Δ2. α) Τα σώματα Σ_1, Σ_2 συγκρούονται τη χρονική στιγμή $t_2 = \dfrac{T_1}{4}$,

όπου T_1 η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος Σ_1.

Είναι: $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{D}} = \dfrac{\pi}{5}\text{sec}$ και

$t_2 = \dfrac{T_1}{4} = \dfrac{\pi}{20}\text{sec}$.

Το σώμα Σ_3 φτάνει στην ανώτερη θέση της τροχιάς του σε χρόνο $t_2 = \dfrac{T_3}{2}$. Ισχύει:

$$\frac{T_3}{2} = \frac{T_1}{4} \text{ ή } T_3 = \frac{T_1}{2} \text{ ή } 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k_3}} = \frac{\pi}{10} \text{ ή}$$

$$\frac{m_3}{k_3} = \frac{1}{400} \text{ ή } m_3 = 1\text{kg}$$

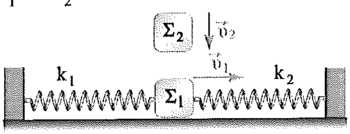
Το σώμα Σ_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση. Επομένως το ύψος h ισούται με:

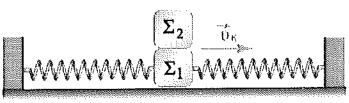
$$h = \frac{1}{2}gt_2^2 \text{ ή } h = \frac{1}{8}\text{m ή } h = 0{,}125\text{m}$$

β) Το σώμα Σ_1 φτάνει στη Θ.Ι. με $\upsilon_1 = \omega_1 A_1$ ή $\upsilon_1 = \dfrac{2\pi}{T_1}A_1 = 2\text{m/sec}$. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση στη διεύθυνση του οριζόντιου άξονα x΄x:

$$m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \text{ ή}$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \text{ ή } \upsilon_\kappa = 0{,}5\text{m/sec}$$



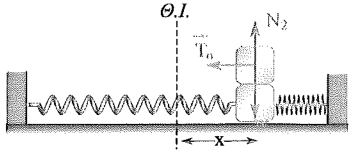


Το σύστημα των δύο σωμάτων ταλαντώνεται με γωνιακή συχνότητα

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m_1 + m_2}} \text{ ή } \omega = 5\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

και με πλάτος ταλάντωσης

$$A = \frac{\upsilon_\kappa}{\omega} = 0{,}1\text{m}$$



Στην τυχαία θέση του παραπάνω σχήματος, για το σώμα Σ_2 ισχύει:

$\Sigma\vec{F}_x = m_2\vec{\alpha}$ ή αλγεβρικά

$$T = -m_2\omega^2 x \text{ ή } T_\sigma = -\frac{m_2 D}{m_1 + m_2}x \text{ (1) και}$$

$$\Sigma F_y = 0 \text{ ή } N_2 = m_2 g \text{ (2)}$$

Για να μην ολισθαίνει το σώμα Σ_2 στην επιφάνεια του σώματος Σ_1, πρέπει να ισχύει:

$$|T_\sigma| \le T_{\sigma(\max)} \xrightarrow{(1)}$$

$$\frac{m_2 D}{m_1 + m_2}|x| \le \mu_\sigma N_2 \xrightarrow{(2)}$$

$$\frac{m_2 D}{m_1 + m_2}|x| \le \mu_\sigma m_2 g \text{ ή}$$

$$\mu_\sigma \ge \frac{D}{(m_1 + m_2)g}|x|$$

Η τελευταία σχέση πρέπει να ισχύει για όλες τις τιμές της απομάκρυνσης x του συστήματος από τη θέση ισορροπίας του. Άρα πρέπει να έχουμε:

$$\mu_\sigma \ge \frac{D}{(m_1 + m_2)g}A \text{ ή } \mu_{\sigma(\min)} = 0{,}25$$

γ) Στη θέση ισορροπίας Θ.Ι.$_1$ πριν την κοπή του νήματος έχουμε:

$$\Sigma_2 : \Sigma F = 0 \text{ ή } T = m_2 g \; (= T')$$

$$\Sigma_3 : \Sigma F = 0 \text{ ή } F_{\varepsilon\lambda} = T' + m_3 g \text{ ή}$$

$$F_{\varepsilon\lambda} = W_2 + W_3 \text{ ή } k_3 d_1 = (m_2 + m_3)g \text{ (3)}$$

Στη Θ.Ι.$_2$ του σώματος Σ_3 μετά την κοπή του νήματος έχουμε:

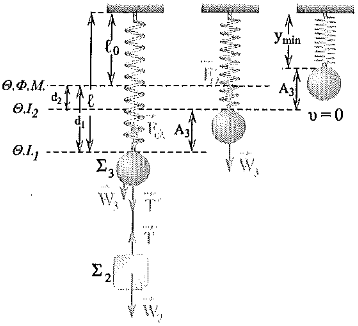
$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F'_{\varepsilon\lambda} = W_3 \text{ ή}$$

$$kd_2 = m_3 g \text{ (4)}$$

Η σχέση (3) με τη βοήθεια της σχέσης (4) γράφεται:

$k_3 d_1 = k_3 d_2 + m_2 g$ ή $k_3(d_1 - d_2) = m_2 g$ ή

$k_3 A_3 = m_2 g$ ή $A_3 = \frac{m_2 g}{k_3}$ ή $A_3 = 0{,}15m$



Το σώμα Σ_3 φτάνει σε απόσταση ίση με $2A_3 = 0{,}3m$ πάνω από την αρχική του θέση. Επομένως η ελάχιστη απόστασή του από την οροφή ισούται με:

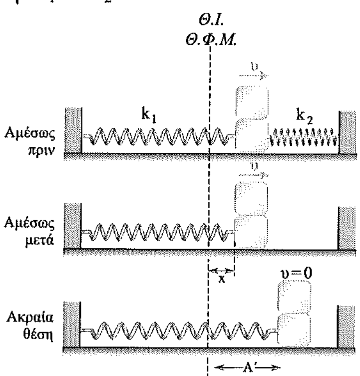
$y_{min} = \ell - 2A_3$ ή $y_{min} = 0{,}2m$.

Δ3. Έστω ότι αφαιρούμε ακαριαία το ελατήριο σταθεράς k_2. Αμέσως πριν την αφαίρεσή του ισχύει: $U + K = E$ ή

$\frac{1}{2}2k_1 \cdot x^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2 = \frac{1}{2}2k_1 \cdot A^2$ ή

$\upsilon = \sqrt{\frac{2k_1}{m_1 + m_2}(A^2 - x^2)}$ ή

$\upsilon = \frac{A}{2}\sqrt{\frac{2k_1}{m_1 + m_2}}$ (5)



Αμέσως μετά την αφαίρεση του ελατηρίου έχουμε: $U' + K' = E'$ ή

$\frac{1}{2}k_1 \cdot x^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2 = \frac{1}{2}k_1(A')^2 \xrightarrow{(5)}$

$k_1\frac{3A^2}{4} + (m_1 + m_2)\frac{A^2}{4}\frac{2k_1}{m_1 + m_2} = k_1(A')^2$ ή

$A' = \frac{\sqrt{5}}{2}A$ ή $A' = 0{,}05\sqrt{5}m$ ή $A' = 5\sqrt{5}cm$

32ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** δ **Α3.** γ **Α4.** δ

Α5. Σ Σ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (α)

Έχουμε: $\alpha = -\omega^2 A \eta\mu(\omega t + \varphi_o)$ ή

$\alpha = -\omega^2 x$ ή $\omega = \sqrt{\frac{-\alpha}{x}}$.

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ είναι:

$\omega = \sqrt{\frac{-\alpha_o}{x_o}}$ ή $\omega = 10\,rad/sec$

$U_o + K_o = E$ ή $\frac{1}{2}Dx_o^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = \frac{1}{2}DA^2$

ή $m\omega^2 x_o^2 + m\upsilon_o^2 = m\omega^2 A^2$ ή

$A = \sqrt{x_o^2 + \frac{\upsilon_o^2}{\omega^2}}$ ή $A = 1m$

$x_o = A\eta\mu\varphi_o$ ή $\eta\mu\varphi_o = +\frac{1}{2}$ ή

$\eta\mu\varphi_o = \eta\mu\frac{\pi}{6}$

$\rightarrow \varphi_o = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{0 \le \varphi_o \le 2\pi(\kappa=0)} \varphi_o = \frac{\pi}{6}$ ή

$\varphi_o = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow{0 \le \varphi_o \le 2\pi(\kappa=0)} \varphi_o = \frac{5\pi}{6}$

$\upsilon_o > 0$ ή $\upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_o > 0$ ή $\sigma\upsilon\nu\varphi_o > 0$

Άρα $\varphi_o = \frac{\pi}{6}$

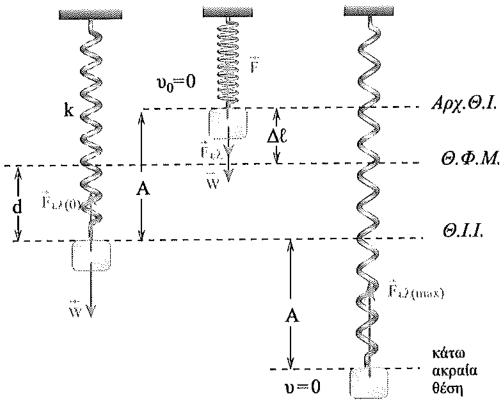
Β2. (γ)

Επειδή $F > mg$, το σώμα ισορροπεί αρχικά σε μία θέση πάνω από την Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου όπου το ελατήριο βρίσκεται σε συσπείρωση $\Delta\ell$.

Στη θέση ισορροπίας της (Θ.Ι.Τ.) ταλάντωσης ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda(0)} = W$ ή $kd = mg$ ή

$$d = \frac{mg}{k} \quad (1)$$



Στην αρχική Θ.Ι. έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F = F_{\varepsilon\lambda} + W$ ή

$$\frac{5mg}{4} = k\cdot\Delta\ell + mg \text{ ή } k\Delta\ell = \frac{mg}{4} \text{ ή}$$

$$\Delta\ell = \frac{mg}{4k} (2)$$

Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος ισούται με:

$$A = \Delta\ell + d \xrightarrow{(1)(2)} A = \frac{5mg}{4k} (3)$$

Έχουμε:

$$F_{\varepsilon\lambda(max)} = k(d + A) \xrightarrow{(1)(3)} F_{\varepsilon\lambda(max)} = \frac{9mg}{4}$$

Β3. (γ)

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την έκρηξη:

$\vec{p}_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)}$ ή αλγεβρικά:

$0 = m_2\upsilon_2 - m_1\upsilon_1$ ή $m_1\upsilon_1 = 3m_1\upsilon_2$ ή

$\upsilon_1 = 3\upsilon_2$ ή $\upsilon_2 = \frac{\upsilon_1}{3} (1)$

Ισχύει: $K_2 = E$ ή

$$\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = E \xrightarrow{(1)} \frac{1}{2}3m_1\left(\frac{\upsilon_1}{3}\right)^2 = E \text{ ή}$$

$$\frac{K_1}{3} = E \text{ ή } K_1 = 3E(2)$$

Αμέσως μετά την έκρηξη για το τμήμα μάζας m_1 ισχύει:

$$E_1 = U_1 + K_1 \text{ ή } E_1 = \frac{1}{2}kA^2 + K_1 \xrightarrow{(2)}$$

$$E_1 = E + 3E \text{ ή } E_1 = 4E$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Γ και Δ της σφαίρας:

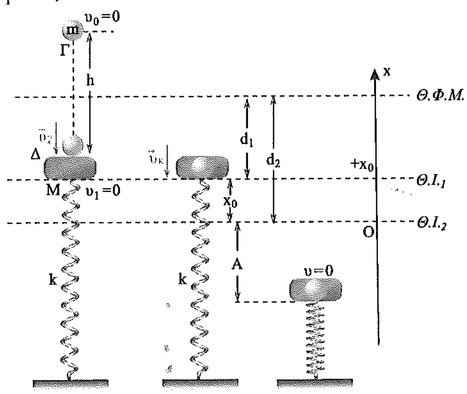
$$U_\Gamma = K_\Delta \text{ ή } mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{2gh} = 2\,m/sec$$

Για το σώμα μάζας Μ στη Θ.Ι.$_1$ ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W$ ή $kd_1 = mg$ ή

$d_1 = 0,3m$



Για το συσσωμάτωμα στη Θ.Ι.$_2$ ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda}' = W_{o\lambda}$ ή $kd_2 = (m+M)g$

ή $d_2 = 0,4m$

$x_o = d_2 - d_1 = 0,1m$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$ ή αλγεβρικά:

$m\upsilon_2 = (m+M)\upsilon_\kappa$ ή $\upsilon_\kappa = 0,5\,m/sec$

Αμέσως μετά την κρούση ισχύει:

$U + K = E$ ή

$\frac{1}{2}kx_o^2 + \frac{1}{2}(m+M)\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{2}kA^2$ ή

$A = \sqrt{x_o^2 + \frac{(M+m)\upsilon_\kappa^2}{k}}$ ή

$A = 0,1\sqrt{2}m = 0,14\,m$

Γ2. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έχουμε:

$\frac{dp}{dt} = \Sigma F$ ή $\frac{dp}{dt} = -kx_o$ ή

$\frac{dp}{dt} = -10kg\,m/sec^2$ και με την βοήθεια του Θ.Μ.Κ.Ε:

$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt}$ ή $\frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx}{dt}$ ή

$\frac{dK}{dt} = -kx\upsilon$ ή $\frac{dK}{dt} = -kx_o\upsilon_\kappa$ ή

$\frac{dK}{dt} = +5\,J/sec$

β) Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης μηδενίζεται για δεύτερη φορά την χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα διέρχεται από την θέση ισορροπίας του (x=0) για δεύτερη φορά. Το ζητούμενο διάστημα ισούται με

$s = x_0 + 2A$ ή $s = 0,38\,m$

Γ3. Σε τυχαία θέση της τροχιάς του συσσωματώματος ισχύει:

$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{ελ} + \vec{W}_{ολ}$ ή αλγεβρικά:

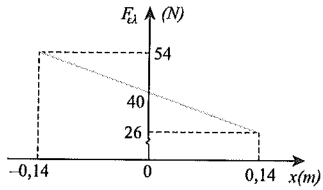
$-kx = F_{ελ} - (M+m)g$ ή

$F_{ελ} = (M+m)g - kx$ ή

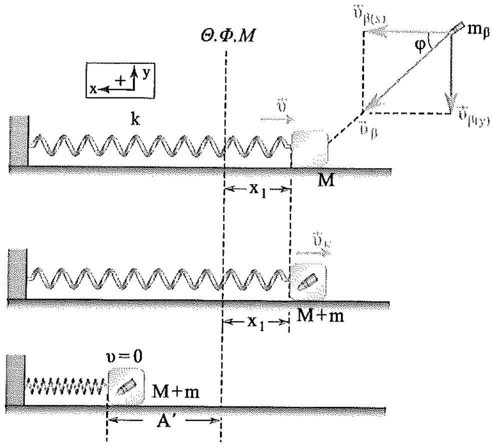
$F_{ελ} = 40 - 100x$ (S.I.),

$-0,1\sqrt{2}m = -0,14m \le x \le 0,1\sqrt{2}m = 0,14m$

Η τελευταία σχέση παριστάνεται γραφικά ως εξής:



ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Για το σώμα μάζας Μ αμέσως πριν την κρούση, ισχύει:

$E = K + U$ ή $E = \frac{1}{2}M\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx_1^2$ ή

$E = 46,5J$

Δ2. Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων διατηρείται μόνο στον άξονα x. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο για την κρούση στον άξονα x:

$\vec{p}_{ολ(αρχ)x} = \vec{p}_{ολ(τελ)x}$ ή

$m_\beta \cdot \upsilon_{\beta(x)} - M\upsilon = (M+m_\beta)\upsilon_\kappa$ ή

$\upsilon_\kappa = \frac{m_\beta \cdot \upsilon_\beta συνφ - M\upsilon}{M+m_\beta}$ ή

$\upsilon_\kappa = 1m/sec$

Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος ισούται με:

$$\left|\Delta E_{\mu\eta\chi}\right| = \left|\Delta K_{o\lambda}\right| = K_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} - K_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} \quad \acute{\eta}$$

$$\left|\Delta E_{\mu\eta\chi}\right| = \frac{1}{2}m_\beta \upsilon_\beta^{\,2} + \frac{1}{2}M\upsilon^2 - \frac{1}{2}(M+m)\upsilon_\kappa^{\,2} \quad \acute{\eta}$$

$$\left|\Delta E_{\mu\eta\chi}\right| = 2.044,5\text{J}$$

Δ3. Αμέσως μετά την κρούση για το συσσωμάτωμα ισχύει:

$$U + K = E \quad \acute{\eta}$$

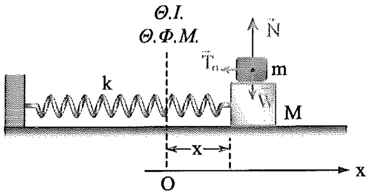
$$\frac{1}{2}kx_1^{\,2} + \frac{1}{2}(M+m)\upsilon_\kappa^{\,2} = \frac{1}{2}kA^2 \quad \acute{\eta}$$

$$A = \sqrt{x_1^{\,2} + \frac{(M+m)\upsilon_\kappa^{\,2}}{k}} \quad \acute{\eta} \quad A = 0,2\text{m}$$

Η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το συσσωμάτωμα κατά την ταλάντωση του ισούται με:

$$\left|F_{\varepsilon\pi(\max)}\right| = kA = 20\text{N}$$

Δ4. Στην τυχαία θέση του σχήματος για το σώμα μάζας m ισχύει:



$$\Sigma F_y = 0 \quad \acute{\eta} \quad N = mg \quad \kappa\alpha\iota \quad \Sigma F_x = m\alpha \quad \acute{\eta}$$

$$-T_\sigma = m\left(-\omega^2 x\right) \quad \acute{\eta} \quad T_\sigma = m\frac{k}{M+m+m_\beta}x \ (1)$$

Για να μην ολισθαίνει το σώμα μάζας m πάνω στο συσσωμάτωνα, πρέπει να ισχύει:

$$T_\sigma \le T_{o\rho} \quad \acute{\eta} \quad T_\sigma \le \mu_\sigma N \quad \acute{\eta}$$

$$m\frac{k}{M+m+m_\beta}x \le \mu_\sigma mg \quad \acute{\eta}$$

$$\mu_\sigma \ge \frac{kx}{\left(M+m+m_\beta\right)g}$$

Η τελευταία σχέση πρέπει να ισχύει για όλες τις τιμές της απομάκρυνσης x, άρα και για $x = A$. Επομένως:

$$\mu_\sigma \ge \frac{kA}{\left(M+m+m_\beta\right)g} \quad \acute{\eta}$$

$$\mu_{\sigma(\min)} = \frac{kx}{\left(M+m+m_\beta\right)g} \quad \acute{\eta} \quad \mu_{\sigma(\min)} = 0,4$$

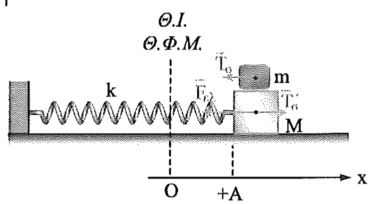
Το συσσωμάτωμα δέχεται την αντίδραση $\vec{T}_\sigma{}'$ της $\vec{T}_\sigma$. Σύμφωνα με την σχέση (1) και επειδή το πλάτος της ταλάντωσης δεν αλλάζει, στις ακραίες θέσεις έχουμε:

$$\left|T_\sigma{}'\right| = \left|T_\sigma\right| = m\frac{k}{M+m+m_\beta}A = 16\text{N} \quad \kappa\alpha\iota$$

$$\left|F_{\varepsilon\lambda}\right| = kA = 20\text{N}$$

Άρα: $\left|\Sigma F_{\sigma\upsilon\sigma}\right| = \left|F_{\varepsilon\lambda}\right| - \left|T_\sigma{}'\right| \quad \acute{\eta}$

$$\left|\Sigma F_{\sigma\upsilon\sigma}\right| = 4\text{N}$$



Δ5. Είναι: $A_5 = \frac{A}{2} = 0,1\text{m}$ και $t_{1/2} = 5T$ ή

$$t_{1/2} = 5\cdot 2\pi\sqrt{\frac{M+m_\beta}{k}} \quad \acute{\eta} \quad t_{1/2} = \pi\,\text{sec}$$

Άρα: $A_5 = Ae^{-\Lambda t_{1/2}}$ ή $\frac{A}{2} = Ae^{-\Lambda t_{1/2}}$ ή

$$2 = e^{\Lambda t_{1/2}} \quad \acute{\eta} \quad \Lambda t_{1/2} = \ell n2 \quad \acute{\eta} \quad \Lambda = \frac{\ell n2}{\pi}\text{sec}^{-1}$$

Το έργο της δύναμης απόσβεσης στο χρονικό διάστημα $0 \to t_1$ είναι ίσο με:

$$W_{F_{\alpha\pi}} = E_5 - E_o \quad \acute{\eta} \quad W_{F_{\alpha\pi}} = \frac{1}{2}k\left(A_5^{\,2} - A^2\right) \quad \acute{\eta}$$

$$W_{F_{\alpha\pi}} = \frac{1}{2}k\left(\frac{A^2}{4} - A^2\right) \quad \acute{\eta}$$

$$W_{F_{\alpha\pi}} = -\frac{3}{8}kA^2 \quad \acute{\eta} \quad W_{F_{\alpha\pi}} = -1,5\text{J}$$

33ο Κριτήριο Αξιολόγησης

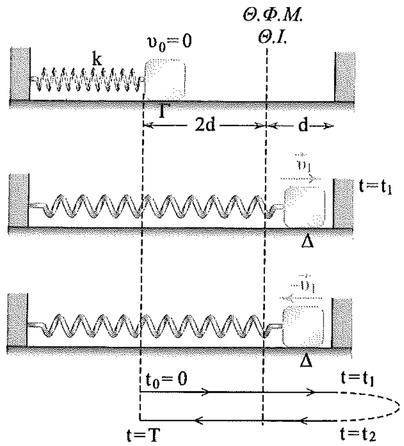
ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** α **Α3.** β **Α4.** α

Α5. Λ Σ Σ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1.



Ι. (γ)

Το σώμα μέχρι να φτάσει στον τοίχο εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=2d$. Αμέσως πριν την πρόσκρουση του στον τοίχο (θέση Δ), ισχύει:

$$U_1+K_1=E \quad ή \quad \frac{1}{2}kd^2+\frac{1}{2}m\upsilon_1^2=\frac{1}{2}k(2d)^2$$

$$ή \quad m\upsilon_1^2=3kd^2 \quad ή \quad \upsilon_1=d\sqrt{\frac{3k}{m}}$$

ΙΙ. (γ)

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της α.α.τ. που θα εκτελούσε το σώμα, αν δεν υπήρχε ο τοίχος είναι

$x=A\eta\mu\varphi\,(1)\,(\varphi=\omega t+\varphi_o)$. Έστω ότι αναφερόμαστε στην πρώτη ταλάντωση του σώματος. Με θετική φορά προς τα δεξιά, τη χρονική στιγμή $t=t_1$ έχουμε: $x=+d$ ή

$$A\eta\mu\varphi_1=+d \quad ή \quad 2d\eta\mu\varphi_1=+d \quad ή \quad \eta\mu\varphi_1=+\frac{1}{2}$$

Είναι $\upsilon_1>0$, άρα $\sigma\upsilon\nu\varphi_1>0$. Άρα:

$$\varphi_1=\frac{\pi}{6}\text{rad}$$

Τη χρονική στιγμή $t=t_2$ της (υποτιθέμενης) ταλάντωσης (χωρίς να υπάρχει τοίχος), θα είχαμε:

$x=+d$ ή $A\eta\mu\varphi_1=+d$ ή $2d\eta\mu\varphi_1=+d$ ή

$\eta\mu\varphi_1=+\frac{1}{2}$. Τώρα είναι $\upsilon_1<0$, άρα

$\sigma\upsilon\nu\varphi_2<0$. Άρα $\varphi_2=\frac{5\pi}{6}\text{rad}$.

Έχουμε: $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\frac{2\pi}{3}\text{rad}$

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad ή \quad t_2-t_1=\frac{\Delta\varphi}{\omega}=\frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2\pi}{T}}=\frac{T}{3}$$

Ο ζητούμενος χρόνος ισούται με:

$$\Delta t'=T-\Delta t \quad ή \quad \Delta t'=T-\frac{T}{3} \quad ή$$

$$\Delta t'=\frac{2T}{3} \quad ή \quad \Delta t'=\frac{2}{3}2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad ή$$

$$\Delta t'=\frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Β2. (β)

Για την περίπτωση Ι:

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το m_1:

$$m_1gh_1=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \quad ή \quad \upsilon_1=\sqrt{2gh_1}\,(1)$$

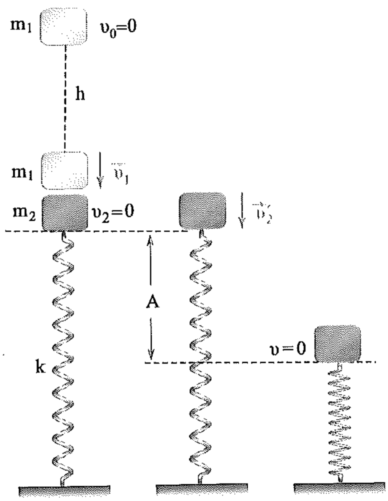
Είναι: $\upsilon_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 \xrightarrow{(1)}$

$$\upsilon_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\sqrt{2gh_1}\,(2)$$

$\upsilon_2'=\upsilon_{max}$ ή

$$\upsilon_2'=\omega_2A_2 \xrightarrow{(2)} \frac{2m_1}{m_1+m_2}\sqrt{2gh_1}=\sqrt{\frac{k}{m_2}}A_2$$

$$ή \quad A_2=\sqrt{\frac{2m_2gh_1}{k}}\frac{2m_1}{m_1+m_2}(3)$$



Ομοίως για την περίπτωση ΙΙ, προκύπτει:

$$A_1=\sqrt{\frac{2m_1gh_2}{k}\frac{2m_2}{m_1+m_2}}\,(4)$$

Από τις σχέσεις (3),(4), έχουμε:

$$\frac{A_1}{A_2}=\sqrt{\frac{m_1h_2}{m_2h_1}\frac{m_2}{m_1}} \quad ή \quad \frac{A_1}{A_2}=\sqrt{\frac{h_2m_2}{h_1m_1}}$$

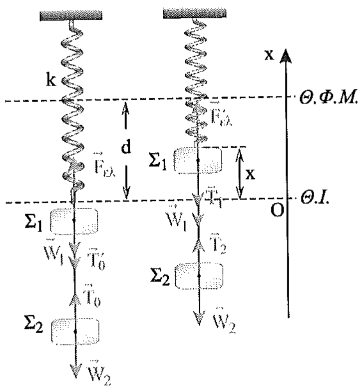
Β3. (α) Στη θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) του συστήματος, έχουμε:

$$\Sigma_2:\Sigma F=0 \quad ή \quad T_o=W_2\,(1)$$

$$\Sigma_1:\Sigma F=0 \quad ή$$

$$F_{ελ}=W_1+T_o\xrightarrow{(1)}F_{ελ}=W_1+W_2 \quad ή$$

$$kd=(m_1+m_2)g \quad ή \quad d=\frac{2mg}{k}\,(2)$$



Το σύστημα ταλαντώνεται με γωνιακή συχνότητα $\omega=\sqrt{\frac{k}{2m}}$. Σε τυχαία θέση του

$$\Sigma_2:\quad \Sigma F=m_2\alpha \quad ή \quad T_2-W_2=m_2\alpha \quad ή$$

$$T_2=m_2g-m_2\omega^2x \quad ή \quad T_2=mg-m\frac{k}{2m}x \quad ή$$

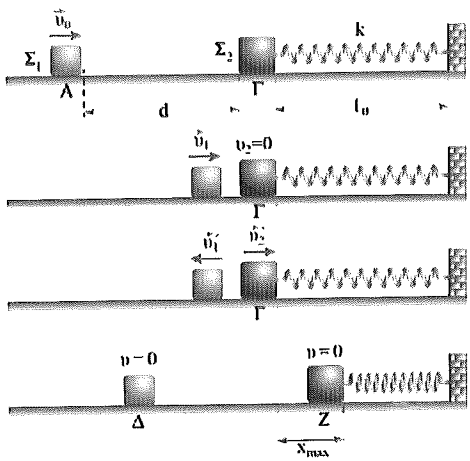
$$(T_2=T_1=T)\ T=mg-\frac{k}{2}x\,,\quad -\frac{d}{2}\le x\le\frac{d}{2}$$

T_{min} έχουμε για: $x=+\frac{d}{2}$. Είναι:

$$T_{min}=mg-\frac{k}{2}\frac{d}{2}\xrightarrow{(2)}T_{min}=mg-\frac{mg}{2} \quad ή$$

$$T_{min}=\frac{mg}{2}$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Έχουμε κεντρική ελαστική κρούση του σώματος Σ_1 με ακίνητο σώμα Σ_2. Η ταχύτητα του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση ισούται με:

$$\upsilon'_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1 \quad ή \quad \upsilon'_1=-\frac{1}{2}\upsilon_1 \quad ή$$

$$\upsilon_1=-2\upsilon'_1 \quad ή \quad \upsilon_1=4\ m/sec$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα Σ_1 στη διαδρομή $A\rightarrow\Gamma$:

$$\frac{1}{2}m_1\left(\upsilon_1^2-\upsilon_0^2\right)=-T\cdot d$$

Όπου $T=\mu\cdot N$ ή $T=\mu\cdot m_1 g$

Άρα: $\frac{1}{2}m_1\left(\upsilon_1^2-\upsilon_0^2\right)=-\mu\cdot m_1 g\cdot d$

$\upsilon_0=\sqrt{\upsilon_1^2+2\mu g\cdot d}=6\ \text{m/sec}$

Γ2. Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 μετά την κρούση ισούται με:

$$\upsilon'_2=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1=2\ \text{m/sec}$$

Το ζητούμενο ποσοστό (π%) είναι ίσο με:

$$\pi\%=\frac{K'_2}{K_1}\cdot 100\%=\frac{\frac{1}{2}m_2\left(\upsilon'_2\right)^2}{\frac{1}{2}m_1\cdot\upsilon_1^2}\cdot 100\%=75\%$$

Γ3. Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνησης του σώματος Σ_1:

$|\Sigma F|=m_1|\alpha_1|$ ή

$$|\alpha_1|=\frac{T}{m_1}=\frac{\mu m_1 g}{m_1}=\mu g=5\ \text{m/sec}^2$$

Στη διαδρομή $A\rightarrow\Gamma$ έχουμε:

$\upsilon_1=\upsilon_0-|\alpha_1|\cdot\Delta t_1$ ή

$$\Delta t_1=\frac{\upsilon_0-\upsilon_1}{|\alpha_1|}=0,4\ \text{sec}$$

Στη διαδρομή $\Gamma\rightarrow\Delta$ ισχύει:

$$0=\upsilon'_1-|\alpha_1|\Delta t_2 \text{ ή } \Delta t_2=\frac{\upsilon'_1}{|\alpha_1|}=0,4\ \text{sec}$$

Άρα: $\Delta t_{ολ}=\Delta t_1+\Delta t_2=0,8\ \text{sec}$

Γ4. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε. για την κίνηση του συστήματος σώμα Σ_2 - ελατήριο από τη θέση Γ έως τη θέση Ζ, όπου:

$x=x_{max}$ και $\upsilon=0$

$\frac{1}{2}m_2\left(\upsilon'_2\right)^2-\mu m_2 g\cdot x_{max}=kx_{max}^2$ ή

$kx_{max}^2+2\mu m_2 g\cdot x_{max}-m_2\left(\upsilon'_2\right)^2=0$ ή

$900x_{max}^2+30x_{max}-12=0$ ή

$150x_{max}^2+5x_{max}-2=0$ ή

$\Delta=25+4\cdot 150\cdot 2=1225$ ή $\Delta=35^2$

$x_{max}=\frac{-5\pm 35}{300}\text{m}$ ή $x_{max}=\frac{30}{300}\text{m}$

$x_{max}=0,1\text{m}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στην θέση ισορροπίας του συστήματος έχουμε:

$\Sigma F=0$ ή $F_{ελ}=W_{ολ}$ ή $kd=(M+m)g$ ή

$d=\frac{(M+m)g}{k}$ ή $d=0,4\text{m}$

Το σύστημα των δύο σωμάτων, όταν αφεθεί ελεύθερο ταλαντώνεται με γωνιακή συχνότητα:

$\omega=\sqrt{\frac{k}{M+m}}$ ή $\omega=5\,\text{rad/sec}$

Στην τυχαία θέση του σχήματος, για το σώμα Σ έχουμε:

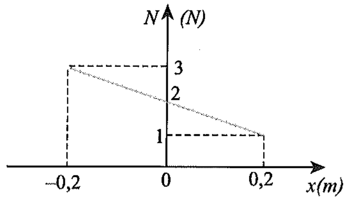
$\Sigma F=m\alpha$ ή $N-mg=m\alpha$ ή

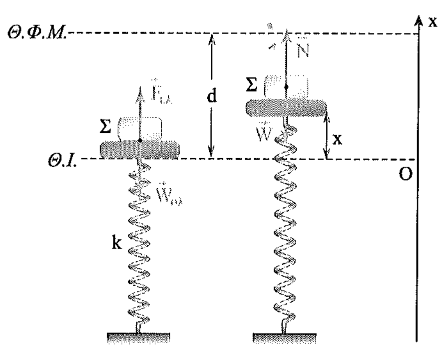
$N=mg-m\left(\omega^2 x\right)$ ή $N=2-5x\,(\text{S.I.})\,(1)$

Για $x=-0,2\text{m}$: $N=3\text{N}$

Για $x=0$: $N=2\text{N}$

Για $x=+0,2\text{m}$: $N=1\text{N}$





Δ2. Για την δύναμη $\vec{N}$ ισχύει:

$N \geq 0 \xrightarrow{(1)} 2-5x \geq 0$ ή $x \leq 0,4\,m$

Άρα: $A_{max} = 0,4m$

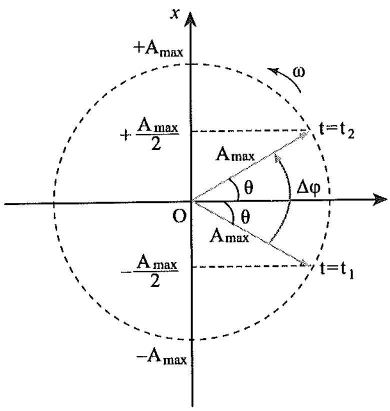
Δ3. Με την μέθοδο του περιστρεφόμενου διανύσματος, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{\frac{A_{max}}{2}}{A_{max}} = \frac{1}{2}$$

Άρα: $\theta = \frac{\pi}{6}rad$

$$\Delta\varphi = 2\theta = \frac{\pi}{3}rad$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \text{ ή } \Delta t = \frac{\frac{\pi}{3}}{5}sec \text{ ή } \Delta t = \frac{\pi}{15}sec$$



Δ4. Τώρα το σύστημα ταλαντώνεται με συχνότητα $\omega' = \sqrt{\frac{k'}{M+m}}$ και είναι:

$$d' = \frac{(M+m)g}{k'}$$

Στην τυχαία θέση, για το σώμα Σ έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha' \text{ ή } N' - mg = m\left[(-\omega')^2 x\right] \text{ ή}$$

$$N' = mg - \frac{mk'}{m+M}x$$

Για να μην έχουμε απώλεια επαφής πρέπει να ισχύει:

$$N' \geq 0 \text{ ή } \frac{mk'}{m+M}x \leq mg \text{ ή}$$

$$\frac{k'}{m+M}x \leq g \text{ ή } k'x \leq (m+M)g$$

Η τελευταία σχέση πρέπει να ισχύει για κάθε x, άρα και για το πλάτος A. Δηλαδή:

$$k'A \leq (m+M)g \text{ ή}$$

$$k' \leq \frac{(m+M)g}{A} \text{ ή } k' \leq 100\,N/m$$

Επομένως: $k'_{max} = 100\,N/m$

Δ5.1 Είναι:

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = U_{\varepsilon\lambda(\alpha\rho\chi)} - U_{\varepsilon\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} \text{ ή}$$

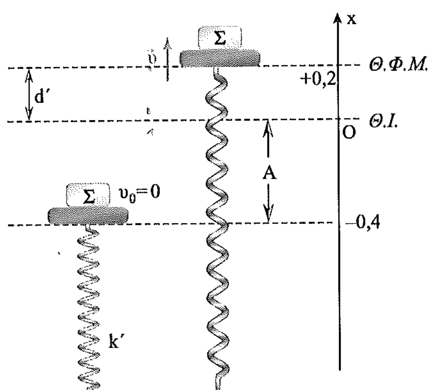
$$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_{\alpha\rho\chi})^2 - 0$$

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = \frac{1}{2}k(d'+A)^2 = 18J$$

Δ5.2 Στη θέση $x = +0,2m$ (Θ.Φ.Μ.) για το σύστημα ισχύει: $U + K = E$ ή

$$\frac{1}{2}k'(d')^2 + \frac{1}{2}(M+m)\upsilon^2 = \frac{1}{2}k'A^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{k'(A^2-d^2)}{M+m}} \text{ ή } \upsilon = \sqrt{6}\,m/sec$$



Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το Σ στη θέση απώλειας επαφής και στην ανώτερη θέση της τροχιάς του:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = mgh \quad ή \quad h = \frac{\upsilon^2}{2g} \quad ή \quad h = 0,3m$$

34ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** δ **Α3.** β **Α4.** γ

Α5. Σ Σ Λ Λ Σ

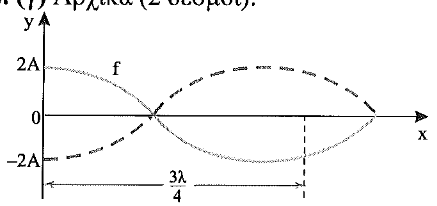
ΘΕΜΑ Β

Β1. Ι. (β) Ισχύει $|r_1 - r_2| = 3m = 3\lambda$

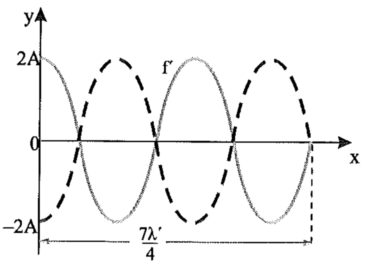
Επομένως ισχύει η συνθήκη ενίσχυσης.

ΙΙ. (β) Η συνθήκη ενίσχυσης $|r_1 - r_2| = N\lambda$ στο σημείο Ρ ικανοποιείται για Ν = 3, ενώ στα σημεία της μεσοκαθέτου yy΄ ικανοποιείται για Ν = 0. Επομένως μεταξύ του σημείου Ρ και της μεσοκαθέτου σχηματίζονται δύο υπερβολές ενίσχυσης, για Ν = 1 και για Ν = 2.

Β2. (γ) Αρχικά (2 δεσμοί):



Τελικά (4 δεσμοί):



Ισχύει: $\upsilon = \lambda \cdot f$ και $\upsilon = \lambda' \cdot f'$

Άρα: $\lambda f = \lambda' f'$

$$\frac{3\lambda}{4} = \frac{7\lambda'}{4} \quad ή \quad \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{7}{3} \xrightarrow{(1)} \frac{f'}{f} = \frac{7}{3} \quad ή$$

$$f' = \frac{7}{3}f = 7\,Hz$$

Β3. (γ)

Τη χρονική στιγμή t_1, για κάθε σημείο της χορδής έχουμε:

$$K = \frac{3}{4}E \quad ή \quad E - U = \frac{3}{4}E \quad ή$$

$$U = \frac{1}{4}E \quad ή \quad \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}D(A')^2 \quad ή$$

$$y = \pm\frac{|A'|}{2} \quad ή \quad \pm|A'|\,ημωt = \pm\frac{|A'|}{2} \quad ή$$

$$ημωt = \frac{1}{2}\ .$$

Για πρώτη φορά:

$$\omega t_1 = \frac{\pi}{6} \quad ή \quad \frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{6} \quad ή \quad t_1 = \frac{T}{12}\ .$$

Είναι $t_2 = \frac{T}{4}$ ή $t_1 + \frac{1}{30}sec = \frac{T}{4}$ ή

$$\frac{T}{12} + \frac{1}{30}sec = \frac{T}{4} \quad ή \quad \frac{T}{6} = \frac{1}{30}sec \quad ή$$

$$T = 0,2\,sec\ .$$

Άρα: $\lambda = \upsilon \cdot T$ ή $\lambda = 0,4m$.

Το φυσικό μήκος ℓ της χορδής ισούται με:

$$\ell = x_{3ου\ δεσμού} \quad ή \quad \ell = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{4} \quad ή$$

(για $\kappa = 2$) $\ell = 0,5m$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $r_1 = (K\text{Ρ}) = \sqrt{(K\Lambda)^2 + (\Lambda\text{Ρ})^2} = 50cm$

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \quad ή \quad \lambda = \upsilon \cdot T = 40cm$$

Η ταλάντωση του σημείου Ρ ξεκινά τη χρονική στιγμή:

$$t_\alpha = \frac{r_2}{\upsilon} = 1sec$$

Μετά τη συμβολή έχουμε:

$A\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\text{cm}$

Η συμβολή των κυμάτων στο σημείο Ρ ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_\beta = \frac{r_1}{\upsilon} = 1{,}25\,\text{sec}$.

Γ2. Έστω Σ ένα σημείο του τμήματος ΚΛ που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος και x_1, x_2 οι αποστάσεις του σημείου αυτού από τα σημεία Κ και Λ, αντίστοιχα. Ισχύει:

$x_1 + x_2 = d$ και $x_1 - x_2 = \kappa\lambda$ $(\kappa \in \mathbb{Z})$.

Με πρόσθεση κατά μέλη έχουμε:

$$2x_1 = d + \kappa\lambda \text{ ή } x_1 = \frac{d}{2} + \kappa\frac{\lambda}{2} \text{ ή}$$

$$x_1 = 0{,}15 + 0{,}2\kappa \text{ (S.I.) (1)}$$

Είναι:

$$0 < x_1 < d \overset{(1)}{\rightarrow} 0 < 0{,}15 + 0{,}2\kappa < 0{,}3 \text{ ή}$$

$$-0{,}15 < 0{,}2\kappa < 0{,}15 \text{ ή } -0{,}75 < \kappa < 0{,}75.$$

Η μόνη δυνατή τιμή του ακέραιου κ είναι η τιμή κ = 0. Επομένως μόνο μια υπερβολή ενίσχυσης σχηματίζεται στην επιφάνεια του υγρού και είναι η μεσοκάθετος του τμήματος ΚΛ.

Γ3. Έστω Ζ ένα σημείο του τμήματος ΚΛ που παραμένει διαρκώς ακίνητο και x_1', x_2' οι αποστάσεις του από τα σημεία Κ και Λ, αντίστοιχα.

Ισχύει:

$x_1' + x_2' = d$ και

$$x_1' - x_2' = \kappa\lambda + \frac{\lambda}{2} \quad (\kappa \in \mathbb{Z})$$

Με πρόσθεση κατά μέλη έχουμε:

$$2x_1' = d + \kappa\lambda + \frac{\lambda}{2} \text{ ή } x_1' = \frac{d}{2} + \kappa\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \text{ ή}$$

$$x_1' = 0{,}25 + 0{,}2\kappa \text{ (S.I.) (2)}$$

Είναι:

$$0 < x_1' < d \overset{(1)}{\rightarrow} 0 < 0{,}25 + 0{,}2\kappa < 0{,}3 \text{ ή}$$

$$-0{,}25 < 0{,}2\kappa < 0{,}05 \text{ ή } -1{,}25 < \kappa < 0{,}25.$$

Οι δυνατές τιμές του ακέραιου κ είναι οι τιμές κ = – 1 και κ = 0.

Άρα σχηματίζονται συνολικά δύο υπερβολές απόσβεσης. Η μία υπερβολή απόσβεσης που βρίσκεται δεξιά της μεσοκαθέτου του τμήματος ΚΛ τέμνει την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Λ και Ρ σε δύο σημεία της. Άρα δύο σημεία της ευθείας αυτής παραμένουν διαρκώς ακίνητα.

ΘΕΜΑ Δ

Α. Δ1. Είναι: $\lambda = 40\text{cm}$, $A = 0{,}4\text{m}$.

Η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \text{ ή}$$

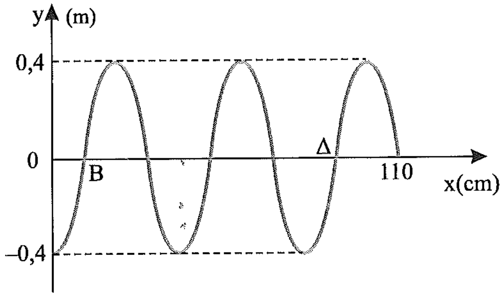
$$y = 0{,}4\eta\mu 2\pi\left(5t - \frac{x}{0{,}4}\right) \text{ (S.I.)}$$

Δ2. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι: $\upsilon = \lambda f = 2\text{m/sec}$.

Έχουμε:

$$t_1 = \frac{x_{max}}{\upsilon} = 0{,}45\,\text{sec}$$

Δ3. Είναι: $T = \frac{1}{f} = 0{,}2\,\text{sec}$.



Σε χρόνο $\Delta t = 0{,}1\,\text{sec} = \frac{T}{2}$ το σημείο Β θα επανέλθει στη θέση ισορροπίας του.

Η ταχύτητά του, τότε θα είναι

$\upsilon = -\upsilon_{max} = -\omega A = -2\pi f A = -4\pi\ \text{m/sec}$

Σε χρόνο $\Delta t=\frac{T}{2}$ το κύμα διαδίδεται επιπλέον κατά $\Delta x=\frac{\lambda}{2}=20cm$.

Άρα $x'_{max}=110cm$.

Β. Δ4. Έχουμε: $2A=0,4m$ ή $A=0,2m$ και $\lambda=40cm=0,4m$

Οι ζητούμενες εξισώσεις είναι

$y_{1,2}=A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}\pm\frac{x}{\lambda}\right)$ ή

$y_{1,2}=0,2\eta\mu 2\pi(5t\pm 2,5x)$ (S.I.) και

$y=2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$ ή

$y=0,4\sigma\upsilon\nu 5\pi x\,\eta\mu 10\pi t$ (S.I.) (1)

Δ5. Είναι: $\upsilon=\omega 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{T}t$ ή

$\upsilon=4\pi\sigma\upsilon\nu 5\pi x\,\sigma\upsilon\nu 10\pi t$ (S.I.)

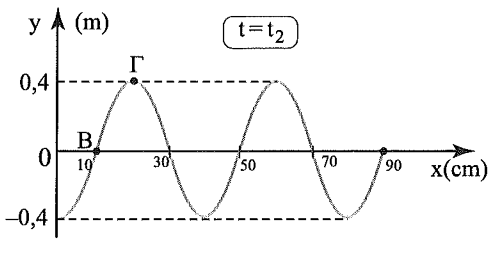
Για $x=x_\Gamma=20cm=0,2m$, έχουμε:

$\upsilon_\Gamma=-4\pi\sigma\upsilon\nu 10\pi t$ (S.I.)

Για $t=t_2=0,45sec+0,1sec=0,55sec$ από την εξίσωση (1) έχουμε:

$y=-0,4\sigma\upsilon\nu 5\pi x$ (S.I.)

Η τελευταία εξίσωση παριστάνεται γραφικά στο παρακάτω σχήμα:



35ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** δ **Α3.** β **Α4.** γ

Α5. Σ Λ Σ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ι. (β)

$\upsilon_1=\lambda_1 f_1=0,5m/sec$

$\upsilon_2=\lambda_2 f_2=2m/sec$

ΙΙ. (α)

$\upsilon_{max(1)}=\omega_1 A_1=2\pi f_1\cdot A_1=0,8\pi\, m/sec$

$\upsilon_{max(2)}=\omega_2 A_2=2\pi f_2\cdot A_2=0,8\pi\, m/sec$

Β2. (α)

Είναι: $y=2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$ (1)

$\frac{\lambda}{2}=4cm$ ή $\lambda=8cm$

$\frac{\alpha_{max}}{\upsilon_{max}}=\omega$ ή $\omega=10\pi\, rad/sec$

Για τις κοιλίες:

$|A'|=\frac{\upsilon_{max}}{\omega}=0,02m=2cm$ ή $2A=2cm$

Άρα η (1) γράφεται:

$y=2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}\eta\mu 10\pi t$ (x, y σε cm και t σε sec)

Β3. (δ)

Ισχύει: $\ell=\frac{3\lambda_1}{2}$ και $\ell=\frac{7\lambda_2}{2}$

Επομένως: $\frac{3\lambda_1}{2}=\frac{7\lambda_2}{2}$ ή $\lambda_1=\frac{7}{3}\lambda_2$

$\upsilon_1=\upsilon_2$ ή $\lambda_1 f_1=\lambda_2 f_2$ ή $f_2=\frac{7}{3}f_1$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\varphi_K-\varphi_\Lambda=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_K}{\lambda}\right)-2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_\Lambda}{\lambda}\right)$ ή

$\varphi_K-\varphi_\Lambda=\frac{2\pi}{\lambda}(x_\Lambda-x_K)$ ή $\lambda=0,5m$

Η χρονική διάρκεια Δt ισούται με το χρόνο Δt που χρειάζεται το κύμα για να διαδοθεί από το σημείο Κ στο σημείο Λ.

$\Delta t=\frac{\Delta x}{\upsilon}=\frac{\Delta x}{\lambda f}=\frac{1}{120}sec$

Γ2. $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ ή

$y = 0,05\eta\mu 2\pi(20t-2x)$ (S.I.)

$t = \frac{x_{max}}{\upsilon} = \frac{x_{max}}{\lambda \cdot f} = 0,125 sec$

$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ ή

$\upsilon = 2\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(20t-2x)$ (S.I.)

Για $x = x_M = 1m$ και $t = 0,125 sec$ προκύπτει $\upsilon = \upsilon_M = -2\pi\, m/sec = -6,28 m/sec$

Γ3. $y_\Lambda = +A$ ή $A\eta\mu\varphi_\Lambda = +A$ ή

$\varphi_\Lambda = \left(2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}\right) rad$

$y_K = A\eta\mu\varphi_K = A\eta\mu(\varphi_\Lambda + \Delta\Phi_{K,\Lambda}) =$

$= A\eta\mu\left(\varphi_\Lambda + \frac{\pi}{3}\right) = A\eta\mu\left(2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) =$

$= A\eta\mu\frac{5\pi}{6} = \frac{A}{2} = 2,5cm$

Γ4. Η πηγή του κύματος $(x = 0)$ τη χρονική στιγμή $t = \frac{1}{240} sec$ έχει απομάκρυνση

$y_{(0)} = A\eta\mu\omega t = 0,05\eta\mu\left(40\pi\frac{1}{240}\right) = 2,5cm$.

Κάθε άλλο σημείο του μέσου επαναλαμβάνει την κίνηση της πηγής.

Επομένως σε χρόνο $\Delta t = \frac{1}{240} sec$ μετά την έναρξη της ταλάντωσής του θα έχει απομάκρυνση ίση με 2,5cm.

ΘΕΜΑ Δ

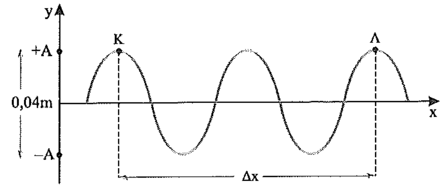
Δ1. Η κινητική ενέργεια γίνεται μέγιστη κάθε $\Delta t = 0,25 sec$. Αυτό σημαίνει ότι:

$T = 2\Delta t$ ή $T = 0,5 sec$

Και $f = \frac{1}{T}$ $f = 2Hz$

Στο επόμενο στιγμιότυπο του κύματος, φαίνεται ότι η οριζόντια απόσταση Δx μεταξύ των σημείων Κ και Λ αντιστοιχεί σε 2λ.

$\Delta x = 2\lambda$ ή $\lambda = \frac{\Delta x}{2}$ ή $\lambda = 0,1m$



Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος ισούται με: $\upsilon = \lambda f$ ή $\upsilon = 0,2 m/sec$

Δ2. Το πλάτος της ταλάντωσης του υλικού σημείου είναι ίσο με:

$2A = 0,04$ ή $A = 0,02m$

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του υλικού σημείου Λ είναι:

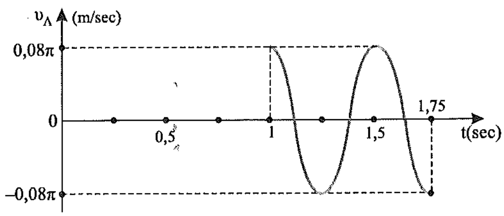
$\upsilon_\Lambda = \omega A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(ft - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right)$ ή

$\upsilon_\Lambda = 2\pi f A\sigma\upsilon\nu\left(ft - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right)$ ή

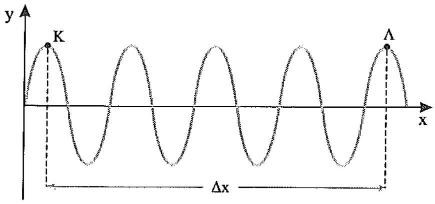
$\upsilon_\Lambda = 4\pi \cdot 0,02\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(2t - \frac{0,2}{0,1}\right)$ ή

$\upsilon_\Lambda = 0,08\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(2t-2)$ (S.I.)

$t \geq 1 sec$



Δ3. Στο στιγμιότυπο του κύματος παρατηρούμε ότι η απόσταση $\Delta x = 0,2m$ αντιστοιχεί σε 4λ′, επομένως:



$$4\lambda' = \Delta x \quad ή \quad \lambda' = 0,05m$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος δεν αλλάζει αφού παραμένει το ίδιο μέσον διάδοσης. Επομένως, έχουμε:

$$\upsilon = \lambda' f' \quad ή \quad f' = \frac{\upsilon}{\lambda'} \quad ή \quad f' = 4Hz$$

Άρα: $\Delta f = f' - f \quad ή \quad \Delta f = 2Hz$

Δ4. $$\frac{K_{max,1}}{K_{max,2}} = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_{1,max}^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_{2,max}^2} = \left(\frac{\omega_1 A}{\omega_2 A}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{2\pi f}{2\pi f'}\right)^2 = \left(\frac{f}{f'}\right)^2 \quad ή \quad \frac{K_{max,1}}{K_{max,2}} = \frac{1}{4}$$

36ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** γ **Α3.** δ **Α4.** α

Α5. Λ Λ Σ Σ Λ

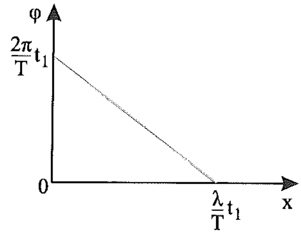
ΘΕΜΑ Β

Β1. (α)

Η φάση (φ) της ταλάντωσης των σημείων, σε συνάρτηση με τη θέση τους (x) τη χρονική στιγμή t_1 περιγράφεται από τη σχέση $\varphi = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ ή $\varphi = \frac{2\pi}{T}t_1 - \frac{2\pi}{\lambda}x$ (1).

Για $x = 0$ έχουμε $\varphi = \frac{2\pi}{T}t_1$ και για $\varphi = 0$ έχουμε $x = \frac{\lambda}{T}t_1$.

Επομένως η συνάρτηση (1) παριστάνεται γραφικά όπως στο παρακάτω σχήμα:



Από σύγκριση έχουμε:

$$20\pi = \frac{2\pi}{T}t_1 \quad ή \quad \frac{t_1}{T} = 10 \quad (1)$$

$$\frac{\lambda}{T}t_1 = 4 \xrightarrow{(1)} \lambda = 0,4m$$

Β2. (β) Είναι:

$$\frac{\upsilon_{max(K)}}{\upsilon_{max(\Lambda)}} = \frac{\omega|A'_K|}{\omega|A'_\Lambda|} = \frac{2A\left|συν\frac{2\pi}{\lambda}x_K\right|}{2A\left|συν\frac{2\pi}{\lambda}x_\Lambda\right|} =$$

$$\frac{συν2\pi}{συν\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Β3. 1 (β)

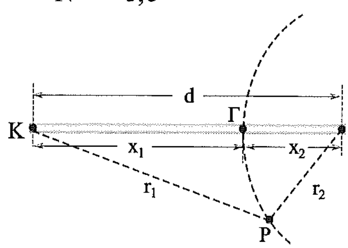
Το κύμα από την πηγή Π_2 φτάνει στο σημείο Ρ τη χρονική στιγμή $t_\alpha = 0,8$ sec και το κύμα από την πηγή Π_1 τη χρονική στιγμή $t_\beta = 2,2$ sec. Είναι:

$$t_\alpha = \frac{r_2}{\upsilon} \quad ή \quad r_2 = \upsilon \cdot t_\alpha = 2m \quad και$$

$$t_\beta = \frac{r_1}{\upsilon} \quad ή \quad r_1 = \upsilon \cdot t_\beta = 5,5m \quad και$$

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_\beta - t_\alpha = 1,4sec$ ο φελλός εκτελεί 3,5 ταλαντώσεις.

Άρα: $T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{1,4sec}{3,5} = 0,4sec$



Είναι $\lambda = \upsilon \cdot T = 1m$

Για το σημείο Ρ ισχύει: $r_1 - r_2 = 3,5m$

Για το σημείο Γ ισχύει:

$x_1 - x_2 = 3,5m$ και $x_1 + x_2 = d$ ή

$x_1 + x_2 = 6,5m$

Με πρόσθεση κατά μέλη έχουμε:

$2x_1 = 10m$ και $x_1 = 5m$

Β3. 2 α) Τα σημεία Ρ και Γ ικανοποιούν τη συνθήκη απόσβεσης

$r_1 - r_2 = (2\kappa+1)\dfrac{\lambda}{2}$ $(\kappa \in \mathbb{Z})$, για κ = 3.

Επομένως μεταξύ της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ και της υπερβολής που διέρχεται από τα σημεία Ρ και Γ υπάρχουν άλλες 3 υπερβολές απόσβεσης που ικανοποιούν την παραπάνω συνθήκη για κ = 0, κ = 1 και κ = 2.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι της μορφής:

$y = 2A\sigma\upsilon\nu\dfrac{2\pi}{\lambda}x\eta\mu\dfrac{2\pi}{T}t$.

Ο πρώτος δεσμός, π.χ. δεξιά του σημείου Ο, σχηματίζεται σε απόσταση ίση με $\dfrac{\lambda}{4}$ από το σημείο Ο. Είναι $\dfrac{\lambda}{4} = 1cm$ ή $\lambda = 4cm$.

Η περίοδος Τ της ταλάντωσης είναι

$T = \dfrac{1}{f} = 0,2\sec$.

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος γράφεται ως εξής:

$y = 8\sigma\upsilon\nu\dfrac{\pi}{2}x\eta\mu 10\pi t$

(y, x, σε cm, t σε sec) (1)

Γ2. Οι θέσεις των δεσμών δίνονται από ην εξίσωση:

$x_\Delta = (2\kappa+1)\dfrac{\lambda}{4}$ ή $x_\Delta = (2\kappa+1)cm$ $(\kappa \in \mathbb{Z})$.

Για τις θέσεις των δεσμών (x_Δ) μεταξύ των θέσεων x_1 και x_2 ισχύει $x_1 \le x_\Delta \le x_2$.

Αντικαθιστώντας σε cm προκύπτει:

$-6 \le 2\kappa+1 \le 6$ ή $-6 \le 2\kappa+1 \le 6$ ή

$-3,5 \le \kappa \le 2,5$.

Οι δυνατές τιμές του ακεραίου κ είναι –3, –2, –1, 0, 1, 2.

Επομένως σχηματίζονται 6 δεσμοί.

Οι θέσεις των κοιλιών δίνονται από την εξίσωση:

$x_K = \kappa\dfrac{\lambda}{2}$ ή $x_K = 2\kappa\, cm$ $(\kappa \in \mathbb{Z})$.

Οι κοιλίες από το σημείο Σ_1 έως και το σημείο Σ_2 σχηματίζονται σε θέσεις για τις οποίες ισχύει: $-x_1 \le x_\kappa \le x_2$

Αντικαθιστώντας σε cm προκύπτει:

$-6 \le 2\kappa \le 6$ ή $-3 \le \kappa \le 3$.

Οι δυνατές τιμές του ακεραίου κ είναι

–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3.

Επομένως σχηματίζονται 7 κοιλίες, συμπεριλαμβανομένων των σημείων Σ_1 και Σ_2.

Γ3. Η πρώτη κοιλία δεξιά του σημείο Ο βρίσκεται στη θέση $x_{\kappa(1)} = \dfrac{\lambda}{2} = 2cm$.

Για τη θέση αυτή από την εξίσωση (1) λαμβάνουμε:

$y = 8\sigma\upsilon\nu\pi\eta\mu 10\pi t$ ή $y = -8\eta\mu 10\pi t$ ή

$y = 8\eta\mu(10\pi t + \pi)$, (y σε cm, t σε sec) (2)

Η εξίσωση (2) ισχύει από τη στιγμή που φτάνει το κύμα που προέρχεται από την πιο απομακρυσμένη πηγή Σ_1 και μετά.

Η πρώτη κοιλία (K_1) δεξιά του σημείου Ο βρίσκεται στη θέση $x_{\kappa(1)} = \dfrac{\lambda}{2} = 2cm$.

Η απόσταση (OK_1) διανύεται σε χρόνο $t_1 = \dfrac{T}{2} = 0,1\sec$.

Επομένως η εξίσωση (2) ισχύει από τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,1\sec$ και μετά.

Γ4. Τα σημεία Σ_1 και Σ_2 είναι κοιλίες.
Επομένως μεταξύ των σημείων αυτών σχηματίζεται άρτιος αριθμός ατράκτων (N).
Κατά συνέπεια η απόσταση $(\Sigma_1\Sigma_2) = 12cm$ ισούται με $N\frac{\lambda}{2}$.

Δηλαδή: $(\Sigma_1\Sigma_2) = N\frac{\lambda}{2}$ ή

$(\Sigma_1\Sigma_2) = N\frac{\upsilon}{2f}$ (3).

Η ταχύτητα διάδοσης υ των κυμάτων είναι ίση με: $\upsilon = \lambda f = 20cm/\sec$,
που είναι σταθερά ανεξάρτητα από την τιμή της συχνότητας f.
Επομένως η σχέση (3) γράφεται ως εξής:

$12cm = N\frac{20cm/\sec}{2f}$ ή $f = \frac{5}{6}N$, όπου

$N = 1,2,3,...$ το πλήθος των ατράκτων.

(Όταν ο αριθμός N είναι άρτιος τότε το σημείο O είναι κοιλία, ενώ όταν είναι περιττός το σημείο O είναι δεσμός).

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Παρατηρούμε ότι την ίδια χρονική στιγμή η φάση της ταλάντωσης του σημείου O είναι μεγαλύτερη σε σχέση με τη φάση της ταλάντωσης του σημείου P. Επομένως, το κύμα διαδίδεται με φορά από το σημείο O προς το σημείο P, δηλαδή προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x΄Ox.

Δ2. Η γενική μορφή της εξίσωσης του κύματος είναι $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ ή

$y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$.

Συγκρίνοντας την παραπάνω εξίσωση με την εξίσωση $y_P = 0,2\eta\mu(10\pi t - 4\pi)$ (S.I.) έχουμε:

$A = 0,2m$, $\frac{2\pi}{T} = 10\pi$ ή $T = 0,2\sec$ και

$\frac{2\pi}{\lambda}x_P = 4\pi$ ή $\lambda = \frac{x_P}{2} = 0,5m$

Με βάση τα παραπάνω, η εξίσωση του κύματος έχει τη μορφή:

$y = 0,2\eta\mu(10\pi t - 4\pi x)$ (S.I.) ή

$y = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 2x)$ (S.I.)

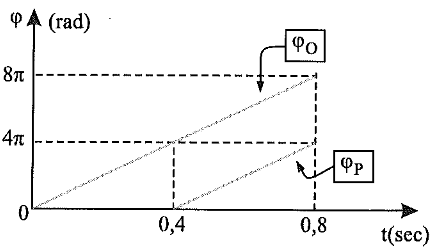
Δ3. Το υλικό σημείο O αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, ενώ το σημείο P τη χρονική στιγμή

$t_P = \frac{x_P}{\upsilon} = \frac{x_P}{\lambda}T = 0,4\sec$

Έτσι έχουμε: $\varphi_O = 10\pi t$ (S.I.) για $t \geq 0$ και

$\varphi_P = 10\pi t - 4\pi$ (S.I.) για $t \geq 0,4\sec$

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Για $t = 0,4\sec$:

$\varphi_O = 4\pi rad$ και $\varphi_P = 0$

Για $t = 0,8\sec$:

$\varphi_O = 8\pi rad$ και $\varphi_P = 4\pi rad$.

Δ4. Το σημείο P αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_P = 0,4\sec$. Έως τη στιγμή αυτή το κύμα έχει διαδοθεί στον θετικό ημιάξονα μεταξύ των σημείων O και P σε απόσταση (OP) = 1m = 2λ.

Το ζητούμενο στιγμιότυπο αποτελεί τη γραφική παράσταση της εξίσωσης του κύματος για $t = t_p$:

$y = 0,2\eta\mu(4\pi - 4\pi x)$ (S.I.)

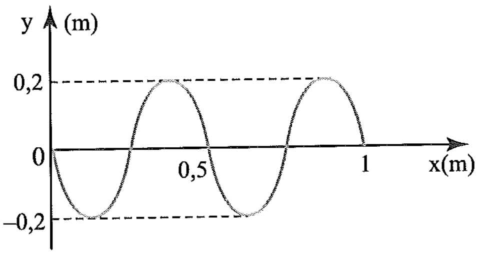
Για $x = 0$ (σημείο Ο) έχουμε:

$y_{(x=0)} = 0,2\eta\mu 4\pi = 0$

Για $x = \frac{\lambda}{4}$:

$$y_{(x=\frac{\lambda}{4})} = 0,2\eta\mu\left(4\pi - \frac{\pi}{2}\right) = -0,2\text{m} \ (= -A)$$

Το στιγμιότυπο έχει τη μορφή του παρακάτω σχήματος:



Δ5. Είναι:

$$U_K = \frac{1}{4}U_{max} \ \acute{\eta} \ \frac{1}{2}Dy_\kappa^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}DA^2 \ \acute{\eta}$$

$$y_K = \pm\frac{A}{2} = \pm 0,1\text{m}$$

Το υλικό σημείο Κ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_K = \frac{x_K}{\upsilon} = 0,2\sec$.

Έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,4\sec$ έχει εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση και έχει βρεθεί σε απομάκρυνση $y = y_K$ 4 φορές.

Στο χρονικό διάστημα $0,4\sec \to 0,45\sec$, που ισούται με $\frac{T}{4}$ περνά 1 φορά από τη θέση με απομάκρυνση $y_K = +0,1\text{m}$.

Συνεπώς, στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$ έως $t_2 = 0,45$sec το σημείο Κ απέκτησε δυναμική ενέργεια ίση με $\frac{1}{4}U_{max}$ 5 φορές.

37ο Κριτήριο Αξιολόγησης

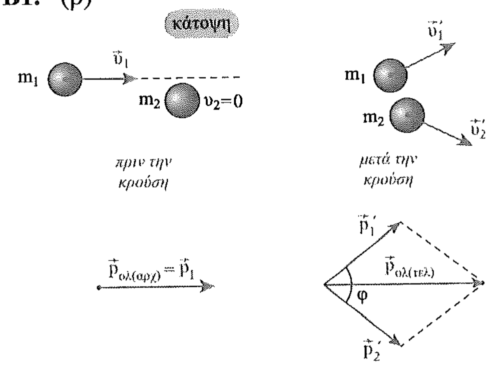
ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** α **Α3.** γ **Α4.** δ

Α5. Λ Λ Σ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)



Σύμφωνα με την Α.Δ.Ο. έχουμε:

$\vec{p}_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)}$ ή $\vec{p}_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} = \vec{p}_1$

Ισχύει:

$$p^2_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} = p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1'p_2'\sigma\upsilon\nu\varphi \quad \acute{\eta}$$

$$p_1^2 = p_1'^2 + p_1'^2 + 2p_1'^2\frac{1}{2} \quad \acute{\eta} \quad p_1^2 = 3p_1'^2 \quad (1)$$

Επίσης έχουμε:

$$K_1 = K_1' + K_2' \quad \acute{\eta} \quad \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2} \quad \acute{\eta}$$

$$p_1^2 = p_1'^2 + \frac{m_1}{m_2}p_1'^2 \xrightarrow{(1)} 3p_1'^2 =$$

$$p_1'^2 + \frac{m_1}{m_2}p_1'^2 \quad \acute{\eta} \quad 3 = 1 + \frac{m_1}{m_2} \quad \acute{\eta} \quad \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Β2. (α)

Το φυσικό μήκος της χορδής ισούται με:

$$\ell = 2\lambda \quad \acute{\eta} \quad \ell = 2\frac{\upsilon}{f} \quad (1)$$

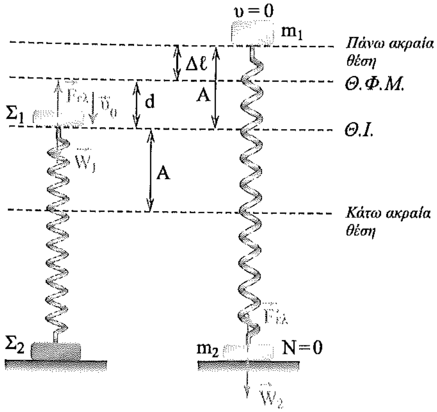
Επειδή τα άκρα της χορδής είναι ακλόνητα στερεωμένα, έχουμε:

$$\ell = N\frac{\lambda'}{2} \quad \acute{\eta} \quad \ell = N\frac{\upsilon}{2f'} \xrightarrow{(1)} 2\frac{\upsilon}{f} = N\frac{\upsilon}{2f'} \quad \acute{\eta}$$

$$f' = \frac{Nf}{4} \quad (N = 1, 2, 3, \ldots)$$

Για $N = 1$: $f_{min} = \frac{f}{4}$ ή $f_{min} = 4Hz$

Β3. (γ)



Το $Σ_2$ δεν χάνει οριακά την επαφή του με το έδαφος, όταν μηδενίζεται η δύναμη Ν που δέχεται το έδαφος, ταυτόχρονα με τη στιγμιαία ακινητοποίηση του σώματος $Σ_1$ στην πάνω ακραία του θέση, όπου το ελατήριο έχει επιμήκυνση $Δ\ell$:

Στη Θ.Ι. του $Σ_1$ έχουμε: $ΣF = 0$ ή $F_{ελ} = W_1$

ή $kd = mg$ ή $d = \frac{mg}{k}$ (1)

Στην οριακή κατάσταση, για το $Σ_2$ έχουμε:

$ΣF = 0$ ή $F_{ελ}' = W_2$ ή

$kΔ\ell = 2mg$ ή $Δ\ell = \frac{2mg}{k}$ (2)

Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης (Α) του $Σ_1$ ώστε να μη χάνει το $Σ_2$ την επαφή του με το έδαφος είναι ίσο με:

$A = d + Δ\ell$ ή $A = \frac{3mg}{k}$

και η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσής του είναι: $ω = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Επομένως: $υ_o = ωA$ ή

$υ_o = \sqrt{\frac{k}{m}}\frac{3mg}{k}$ ή $υ_o = 3g\sqrt{\frac{m}{k}}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έχουμε: $λ = 12cm$ και $ω = 2πf$ ή $ω = 10rad/sec$

$K = 3U$ ή $E - U = 3U$ ή $4U = E$ ή

$4\frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}D(A')^2$ ή $|y| = \frac{|A'|}{2}$

Δηλαδή τη χρονική στιγμή t_1 όλα τα ταλαντούμενα σημεία της χορδής βρίσκονται σε απομάκρυνση ίση κατ' απόλυτη τιμή με το μισό του πλάτους τους, από τη Θ.Ι. τους.

Επομένως, για τις κοιλίες έχουμε:

$2A = 2 \cdot 1cm$ ή $A = 1cm$

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι

$y = 2Aσυν\frac{2π}{λ}xημ2πft$ ή

$y = 2συν\frac{π}{6}xημ10πt$ (S.I.) (1) (x, y σε cm)

Γ2. Το πλάτος ταλάντωσης του υλικού σημείου Β είναι ίσο με:

$|A_B'| = 2\left|συν\frac{π}{6}x_B\right|$ ή $|A_B'| = 1cm$

Ισχύει: $E_B = K_B + U_B$ ή

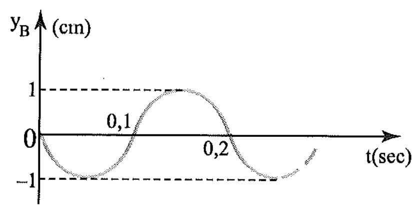
$\frac{1}{2}D(A_B')^2 = \frac{1}{2}mυ_B^2 + \frac{1}{2}Dy_B^2$ ή

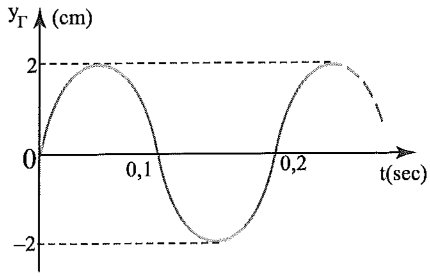
$|υ_B| = ω\sqrt{(A_B')^2 - y_B^2}$ ή

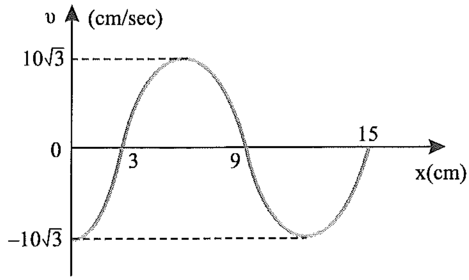
$|υ_B| = 5\sqrt{3}π\,cm/sec$

Γ3. Από την εξίσωση (1) για $x_B = 4cm$, $x_Γ = 6cm$ έχουμε: $y_B = -1ημ10πt$, $y_Γ = 2ημ10πt$ (x, y σε cm).

Οι εξισώσεις αυτές παριστάνονται γραφικά ως εξής:





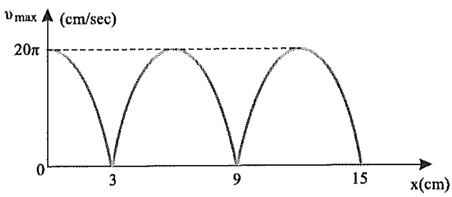


Είναι: $\Delta y_{B,\Gamma(\min)} = 0$ και

$|\Delta y_{B,\Gamma(\max)}| = |A'_B| + |A'_\Gamma| = 3\text{cm}$

Γ4. Η μέγιστη ταχύτητα των υλικών σημείων της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:

$\upsilon_{\max} = \omega |A'|$ ή $\upsilon_{\max} = 20\pi \left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}x\right|$ (x σε cm, υ σε cm/sec) και παριστάνεται γραφικά ως εξής:



Γ5. Με βάση την εξίσωση (1) του στάσιμου κύματος, η χρονική εξίσωση της ταχύτητας των υλικών σημείων της χορδής είναι:

$$\upsilon = \omega 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x\sigma\upsilon\nu\omega t \quad \text{ή}$$

$$\upsilon = 20\pi\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}x\sigma\upsilon\nu 10\pi t$$

(x σε cm, υ σε cm/sec).

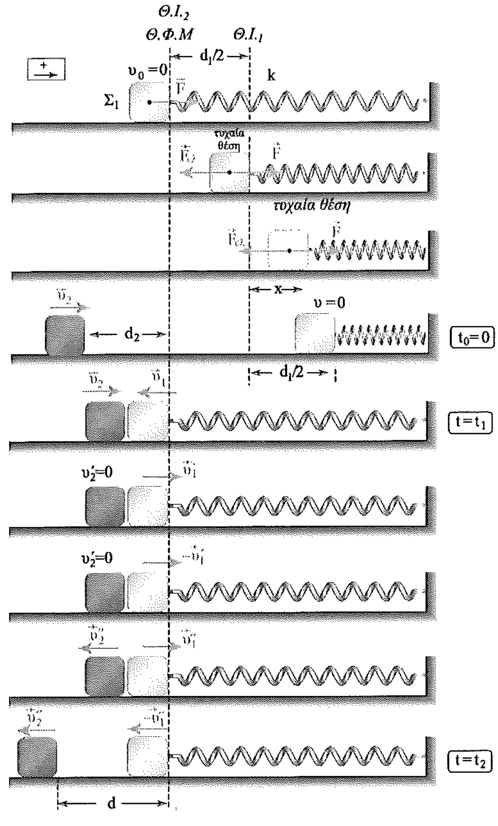
Για $t = t_2$ έχουμε:

$$\upsilon = 20\pi\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}x\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{ή}$$

$$\upsilon = -10\sqrt{3}\pi\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}x \quad \text{(x σε cm, υ σε cm/sec).}$$

Η εξίσωση αυτή παριστάνεται γραφικά ως εξής:

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Αρχικά το σώμα Σ_1 εκτελεί α.α.τ με τη δράση της δύναμης $\vec{F}$, μεταξύ των ακραίων θέσεων που ορίζονται από την Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου και από την θέση στην οποία καταργείται η δύναμη $\vec{F}$. Στη θέση ισορροπίας (Θ.Ι.$_1$) αυτής της ταλάντωσης έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = F$ ή

$$\frac{kd_1}{2} = F \quad \text{ή} \quad F = 10\text{N}$$

Στην τυχαία θέση του σχήματος έχουμε:

$\Sigma F = F - F_{\varepsilon\lambda}{}'$ ή $\Sigma F = F - k\left(\dfrac{d_1}{2} + x\right)$ ή

$\Sigma F = -kx$

Άρα το σώμα εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D = k$

Δ2. Μετά την χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ_1 συνεχίζει να εκτελεί α.α.τ. με περίοδο

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{k}}$ ή $T = 0,2\pi \sec$ και πλάτος

$A = d_1 = 0,2m$.

Είναι: $d_2 = \upsilon_2 \cdot t_1$ ή $d_2 = \upsilon_2 \dfrac{T}{4}$ ή

$d_2 = 0,1\pi m$ ή $d_2 = 31,4cm$

Δ3. Το σώμα Σ_1 φτάνει στη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου:

$\upsilon_1 = \omega A$ ή $\upsilon_1 = \dfrac{2\pi}{T} d_1$ ή $\upsilon_1 = 2 m/\sec$

Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση είναι:

$\upsilon_1{}' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2$ ή

$\upsilon_1{}' = +4 m/\sec$ και

$\upsilon_2{}' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2$ ή $\upsilon_2{}' = 0$

Δ4. Τη χρονική στιγμή $t = \dfrac{3T}{4} = \dfrac{3\pi}{20}\sec$ το σώμα Σ_1 επανέρχεται στην Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου και τότε γίνεται και δεύτερη κρούση. Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων αμέσως μετά την δεύτερη κρούση είναι:

$\upsilon_1{}'' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\left(-\upsilon_1{}'\right)$ ή $\upsilon_1{}'' = \dfrac{\upsilon_1{}'}{2}$ ή

$\upsilon_1{}'' = 2 m/\sec$

$\upsilon_2{}'' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\left(-\upsilon_1{}'\right)$ ή

$\upsilon_2{}'' = -\dfrac{\upsilon_1{}'}{2}$ ή $\upsilon_2{}'' = -2 m/\sec$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \dfrac{T}{2} = 0,15\pi \sec$ γίνεται η δεύτερη κρούση των σωμάτων. Τη χρονική στιγμή t_3, που ισούται με $t_2 + \dfrac{T}{2}$ το σώμα Σ_1 επανέρχεται στη Θ.Φ.Μ., ενώ στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_3 - t_2$, το σώμα Σ_2 έχει διανύσει απόσταση

$d = \upsilon_2{}'' \cdot \dfrac{T}{2}$ ή $d = 0,2\pi$ m ή $d = 0,628 m$

ή

$d = 62,8 cm$ που είναι η ζητούμενη απόσταση.

38ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. α **Α2.** β **Α3.** δ **Α4.** β

Α5. Σ Λ Λ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Είναι: $\omega = \varepsilon\varphi\theta$ ή $\omega = 4\pi\, rad/\sec$

$\omega = 2\pi f$ ή $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$ ή $f = 2Hz$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος ισούται με: $\upsilon = \dfrac{x_M}{t_M} = 2 m/\sec$

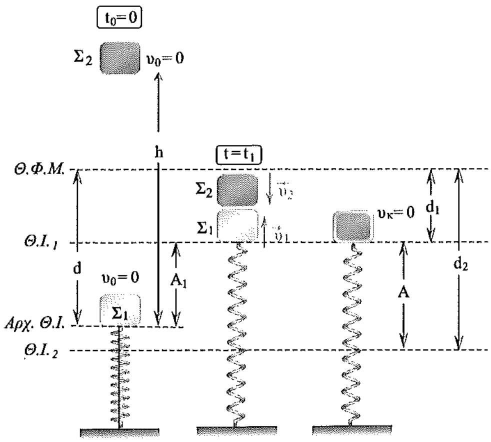
Έχουμε: $\lambda = \dfrac{\upsilon}{f}$ ή $\lambda = 1m$

Β2.Ι. (γ)

Έστω d η αρχική απόσταση του Σ_1 από τη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου και d_1 η απόσταση της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσής του ($\Theta.I._1$) από την Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου. Στην αρχική θέση ισορροπίας έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_1 + T$ ή

$F_{\varepsilon\lambda} = 3W_1$ ή $kd = 3m_1 g$ ή $d = \dfrac{3m_1 g}{k}$



Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του Σ_1 ($\Theta.\mathrm{I}._1$), έχουμε: $\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda}{}' = W_1$ ή

$$kd_1 = m_1 g \quad ή \quad d_1 = \frac{m_1 g}{k}$$

Μετά την κοπή του νήματος το σώμα Σ_1 εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A_1 = d - d_1 = \dfrac{2m_1 g}{k}$ και περιόδου $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{k}}$

Η κρούση συμβαίνει την χρονική στιγμή $t_1 = \dfrac{T}{4}$ ή $t_1 = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m_1}{k}}$

Ισχύει ότι: $h - A_1 = \dfrac{1}{2}g t_1{}^2$ ή

$$h = \frac{2m_1 g}{k} + \frac{1}{2}g\frac{\pi^2}{4}\frac{m_1}{k} \quad ή$$

$$h = \frac{2m_1 g}{k} + \frac{5}{4}\frac{m_1 g}{k} \quad ή \quad h = \frac{13 m_1 g}{4k}$$

ΙΙ. (α)

Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 συγκρούονται με ταχύτητες μέτρου:

$$\upsilon_1 = \omega A\sqrt{\frac{k}{m_1}}\frac{2m_1 g}{k} = 2g\sqrt{\frac{m_1}{k}} \quad και$$

$$\upsilon_2 = g t_1 = \frac{\pi g}{2}\sqrt{\frac{m_1}{k}}$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο για την κρούση:

$$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = 0 \quad ή$$

$$2m_1 g\sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{\pi m_2 g}{2}\sqrt{\frac{m_1}{k}} \quad ή$$

$$2m_1 = \frac{\pi m_2}{2} \quad ή \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{\pi}{4}$$

ΙΙΙ. (α)

Η απόσταση d_2 της Θ.Ι. του συσσωματώματος ($\Theta.\mathrm{I}._2$) από την Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου υπολογίζεται ως εξής: $\Sigma F = 0$ ή

$$F_{\varepsilon\lambda}{}'' = W_1 + W_2 \quad ή$$

$$kd_2 = (m_1 + m_2)g \quad ή \quad d_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

Έχουμε: $A_2 = d_2 - d_1 = \dfrac{m_2 g}{k}$

Άρα: $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{\frac{2m_1 g}{k}}{\frac{m_2 g}{k}}$ ή

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2m_1}{m_2} \quad ή \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi}{2}$$

Β3. (β)

Αρχικά έχουμε: $r_1 - r_2 = \kappa\lambda$, όπου $\kappa = 2$.

Δηλαδή: $r_1 - r_2 = 2\lambda$ (1).

Μετά τη μεταβολή της συχνότητας έχουμε:

$$r_1 - r_2 = (2\kappa' + 1)\frac{\lambda'}{2}, \text{ όπου } \kappa' = 1.$$

Δηλαδή $r_1 - r_2 = \dfrac{3\lambda'}{2}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

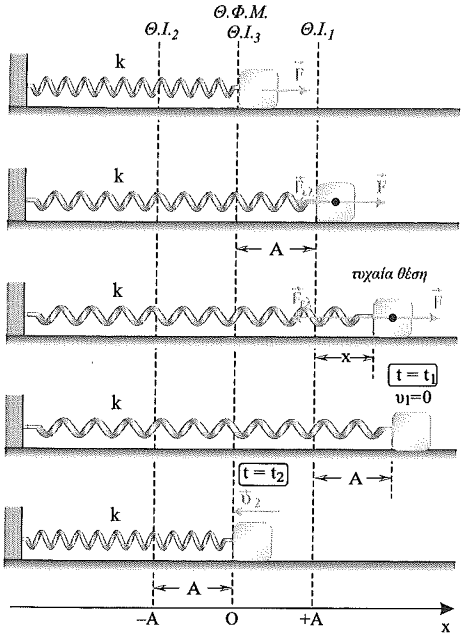
$$2\lambda = \frac{3\lambda'}{2} \quad ή \quad 2\frac{\upsilon}{f} = \frac{3}{2}\frac{\upsilon}{f'} \quad ή \quad \frac{f'}{f} = \frac{3}{4}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στη $\Theta.\mathrm{I}._1$ ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F = F_{\varepsilon\lambda}$ ή $F = kA$ ή

$$A = \frac{F}{k} = 0{,}1\mathrm{m}$$



Γ2. Οι Θ.Ι.$_1$ και Θ.Ι.$_2$ βρίσκονται σε συμμετρικές θέσεις ως προς τη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται σε απόσταση 3Α από τη Θ.Ι.$_2$. Τη στιγμή αυτή αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση πλάτους $A' = 3A = 0,3\text{m}$

Γ3. Τη χρονική στιγμή $t = t_2$ που επανέρχεται για πρώτη φορά στο Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου, ισχύει:

$U + K = E$ ή

$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}k(A')^2$ ή

$kA^2 + m\upsilon_2^2 = k(A')^2$ ή

$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{k[(A')^2 - A^2]}{m}}$ ή $\upsilon_2 = 2\sqrt{2}\text{m/sec}$

Αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$ η Θ.Ι. έρχεται στη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου Θ.Ι.$_3$. Το πλάτος A'' της ταλάντωσης του σώματος μετά τη χρονική στιγμή t_2 ισούται με:

$A'' = \frac{\upsilon_2}{\omega} = \frac{\upsilon_2}{\sqrt{k/m}} = 0,2\sqrt{2}\text{m}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι ο φελλός ταλαντώνεται με περίοδο $T = 1\text{sec}$ από τη χρονική στιγμή $t_\alpha = 1,5\text{sec}$ που αρχίζει η ταλάντωσή του έως τη χρονική στιγμή $t_\beta = 3\text{sec}$ που σταματά να ταλαντώνεται λόγω της έναρξης της αποσβεστικής συμβολής των δύο κυμάτων που παράγονται στα σημεία Β και Δ.

Είναι: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\,\text{rad/sec}$ και $A = 1\text{cm}$

$K_{max} = E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$ ή

$K_{max} = 2\cdot 10^{-6}\,\text{J}$

Δ2. 1. Τώρα έχουμε ενισχυτική συμβολή των δύο κυμάτων στο σημείο Ρ και ισχύει:

$t_\beta = \frac{r_1}{\upsilon}$ και $t'_\beta = \frac{r'_1}{\upsilon} = 2,5\text{sec}$

$r_1 - r'_1 = d - d'$ ή $\upsilon(t_\beta - t'_\beta) = d - d'$ ή

$\upsilon = \frac{d-d'}{t_\beta - t'_\beta}$ ή $\upsilon = 1\text{m/sec}$ και

$\lambda = \upsilon \cdot T = 1\text{m}$

Δ2. 2. Είναι: $r_2 = \upsilon \cdot t_\alpha = 1,5\text{m}$ και

$r'_1 = \upsilon \cdot t'_\beta = 2,5\text{m}$

Είναι: $d' = r'_1 + r_2$ ή $d' = 4\text{m}$ και

$r'_1 = \frac{d'}{2} + x$ ή $x = r'_1 - \frac{d'}{2}$ ή $x = 0,5\text{m}$

Δ2. 3. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων που εκτελεί ταυτόχρονα ο φελλός είναι:

$y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r'_1}{\lambda}\right)$ και

$y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)$

Η διαφορά φάσης των δύο αυτών ταλαντώσεων είναι:

$\Delta\varphi_{2,1} = \varphi_2 - \varphi_1$ ή $\Delta\varphi_{2,1} = 2\pi\frac{r_1' - r_2}{\lambda}$ ή

$\Delta\varphi_{2,1} = 2\pi\,\text{rad}$

Δ2. 4. Το σημείο Μ αρχίζει να ταλαντώνεται λόγω της ταυτόχρονης άφιξης των δύο κυμάτων τη χρονική στιγμή

$t_M = \frac{\frac{d'}{2}}{\upsilon}$ ή $t_M = 2\sec$ και η συμβολή των δύο κυμάτων στο σημείο Ρ αρχίζει τη χρονική στιγμή $t_B' = 2{,}5\sec$. Είναι:

$\Delta\varphi_{(M,P)} = \omega(t_\beta' - t_M)$ ή $\Delta\varphi_{(M,P)} = \pi\,\text{rad}$

Δ2. 5. Έστω Σ ένα σημείο του ευθύγραμμου τμήματος ΓΔ που απέχει από τα σημεία Γ και Δ αποστάσεις x_1, x_2 αντίστοιχα και παύει να ταλαντώνεται μετά τη συμβολή των κυμάτων.

Ισχύει: $x_1 + x_2 = d'$

$x_1 - x_2 = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2}$

Με πρόσθεση κατά μέλη έχουμε:

$x_1 = \frac{d'}{2} + (2\kappa+1)\frac{\lambda}{4}$ (1)

Είναι: $0 < x_1 < d' \xrightarrow{(1)}$ ή

$-\frac{d'}{\lambda} - 0{,}5 < \kappa < \frac{d'}{\lambda} - 0{,}5$ ή

$-4{,}5 < \kappa < 3{,}5$ $(\kappa \in \mathbb{Z})$

Οι δυνατές τιμές του κ είναι:

–4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3 (8 τιμές)

Επομένως σχηματίζονται $N = 8$ υπερβολές απόσβεσης.

Δ2. 6. Το σημείο Ζ βρίσκεται σε απόσταση $(\Gamma\Delta) = 3\text{m}$ από το σημείο Γ.

Για τα σημεία απόσβεσης μεταξύ των σημείων Ζ και Δ ισχύει:

$(\Gamma Z) < x_1 < d' \xrightarrow{(1)} (\Gamma Z) < \frac{d'}{2} + (2\kappa+1)\frac{\lambda}{4} < d'$

$(\Gamma Z) - \frac{d'}{2} < (2\kappa+1)\frac{\lambda}{4} < \frac{d'}{2}$ ή

$4 < 2\kappa + 1 < 8$ ή $1{,}5 < \kappa < 3{,}5$ $(\kappa \in \mathbb{Z})$

Οι δυνατές τιμές του κ είναι: 2, 3.

Άρα $N' = 2$ υπερβολές απόσβεσης σχηματίζονται μεταξύ των σημείων Ζ και Δ.

39ο Κριτήριο Αξιολόγησης

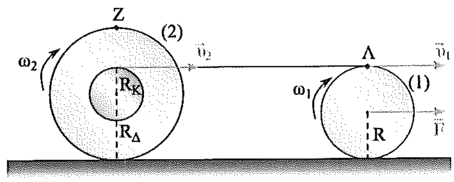
ΘΕΜΑ Α

Α1. α **Α2.** δ **Α3.** γ **Α4.** γ

Α5. Λ Σ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ι. **(β)**



Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό, έχουμε:

$\upsilon_1 = \upsilon_2$ ή $\upsilon_{cm(1)} + \omega_1 R = \upsilon_{cm(2)} + \omega_2 R_\kappa$ ή

$2\upsilon_{cm(1)} = \upsilon_{cm(2)} + \upsilon_{cm(2)}\frac{R_\kappa}{R_\Delta}$ ή

$2\upsilon_{cm(1)} = \upsilon_{cm(2)}\left(1 + \frac{R_\kappa}{R_\Delta}\right)$ ή $\frac{\upsilon_{cm(2)}}{\upsilon_{cm(1)}} = \frac{3}{2} > 1$

Άρα: $\upsilon_{cm(2)} > \upsilon_{cm(1)}$ και επομένως τα δύο στερεά πλησιάζουν μεταξύ τους.

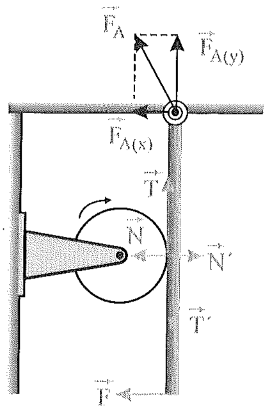
ΙΙ. **(α)**

Είναι: $\frac{\upsilon_{cm(2)}}{\upsilon_{cm(1)}} = \frac{3}{2}$ ή $\frac{\omega_2 R}{\omega_1 R} = \frac{3}{2}$ ή

$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{3R}{2R_\Delta} = 1$ ή $\frac{\omega_2}{\omega_1} = 1$ ή $\omega_1 = \omega_2$

Β2. (β)

Για την ισορροπία της ράβδου, ισχύουν οι συνθήκες $\Sigma F_x = 0$ και $\Sigma F_y = 0$



Οι δυνάμεις επαφής $\vec{N}$ και $\vec{N}'$, όπως και οι δυνάμεις τριβής $\vec{T}$ και $\vec{T}'$ μεταξύ ράβδου και τροχαλίας έχουν σχέση «δράσης - αντίδρασης».

Επομένως, για μέτρα τους ισχύει:

$N' = N$ και $T' = T$.

Για τη ράβδο έχουμε:

$\Sigma F_x = 0$ ή $N - F - F_{A(x)} = 0$ ή

$F_{A(x)} = N - F = 80N$

$\Sigma F_y = 0$ ή $F_{A(y)} - T' = 0$ ή $F_{A(y)} = T' = 60N$

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_A$ που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση είναι ίσο με:

$F_A = \sqrt{F_{A(x)}^2 + F_{A(y)}^2}$ ή $F_A = 100N$

Β3. (γ)

Είναι:

$L_{ολ} = L_1 + L_2$ ή

$L_{ολ} = m_1 \upsilon_1 d_1 + m_2 \upsilon_2 d_2$ ή

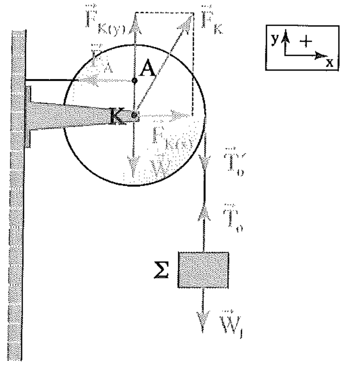
$L_{ολ} = 4m_2 \omega d_1{}^2 + m_2 \omega 4 d_1{}^2$ ή

$L_{ολ} = 8m_2 \omega d_1{}^2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ι. Για το σώμα Σ έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $T_0 = mg = 10N$



Για την τροχαλία:

$\Sigma\tau_{(K)} = 0$ ή $F_A \cdot r = T_0' \cdot R$ ή

$F_A \dfrac{R}{2} = T_0 R$ ή $F_A = 20N$

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{K(x)} = F_A = 20N$

$\Sigma F_y = 0$ ή $F_{K(y)} = T_0' + W$ ή

$F_{K(y)} = T_0 + Mg = 15N$

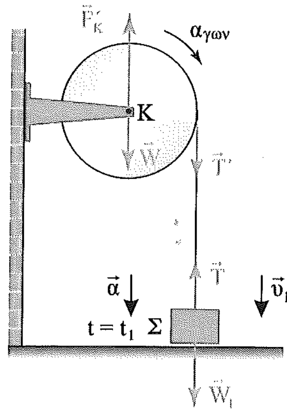
$F_K = \sqrt{F_{K(x)}^2 + F_{K(y)}^2}$ ή $F_K = 25N$

ΙΙ. Για το σώμα Σ έχουμε:

$\upsilon_1 = \alpha t_1$ ή $h = \dfrac{1}{2}\alpha t_1^2$ ή $h = \dfrac{1}{2}\upsilon_1 t_1$ ή

$t_1 = 0,8\,sec$

$\upsilon_1 = \alpha t_1$ ή $\alpha = \dfrac{\upsilon_1}{t_1} = 5m/sec^2$



Γ2. Είναι: $\dfrac{dp}{dt} = \Sigma F$ ή

$$\frac{dp}{dt} = m\alpha = 5\text{kgm/sec}^2$$

Επειδή το νήμα είναι μη εκατό, η επιτάχυνση του σώματος Σ ισούται κατά μέτρο με την επιτρόχια επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας.

$$\alpha = \alpha_{\varepsilon(\pi\varepsilon\rho).} \;\; \acute{\eta} \;\; \alpha = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \;\; \acute{\eta} \;\; \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha}{R} \;\; \acute{\eta}$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 12{,}5\text{rad/sec}^2$$

Για το σώμα Σ έχουμε: $\Sigma F = m\alpha$ ή

$$mg - T = m\alpha \;\; \acute{\eta} \;\; T = m(g-\alpha) \;\; \acute{\eta}$$

$$T = 5N$$

Για την τροχαλία ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \;\; \acute{\eta} \;\; F_K' = Mg + T \;\; \acute{\eta} \;\; F_K' = 10N$$

Γ3. Τη χρονική στιγμή t_1, για το Σ έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon_1 = m\alpha\upsilon_1 = 20\text{J/sec}$$

$$\frac{dU}{dt} = mg\upsilon_1 = -40\text{J/sec}$$

$$P_T = -T \cdot \upsilon_1 = -20W$$

Γ4. Στο χρονικό διάστημα $0 \to t_1$ η τροχαλία περιστράφηκε κατά

$$\theta_1 = \frac{s}{R} = \frac{h}{R} = 4\text{rad}.$$

Στο χρονικό διάστημα $t_1 \to t_2$ η τροχαλία περιστρέφεται ομαλά (αφού το νήμα έχει χαλαρώσει) με γωνιακή ταχύτητα $\omega_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu} t_1 = 10\text{sec/sec}$ και μετατοπίζεται γωνιακά κατά:

$$\Delta\theta = \omega_1 \cdot \Delta t = \omega_1 \cdot t_1 = 8\text{rad}$$

Είναι: $N = \dfrac{\theta_{o\lambda}}{2\pi} = \dfrac{\theta_1 + \Delta\theta}{2\pi} = \dfrac{6}{\pi}$ περιστροφές

ΘΕΜΑ Δ

I. Δ1. Για τα σώματα Σ_1, Σ_2 ισχύει:

Σ_1: $\Sigma F = 0$ ή $T_1 = W_1 = m_1 g = 20N$

Σ_2: $\Sigma F = 0$ ή $T_2 = W_2 = m_2 g = 20N$

Για την τροχαλία ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \;\; \acute{\eta} \;\; T_1'R = T_2'r + T_3'R \;\; \acute{\eta}$$

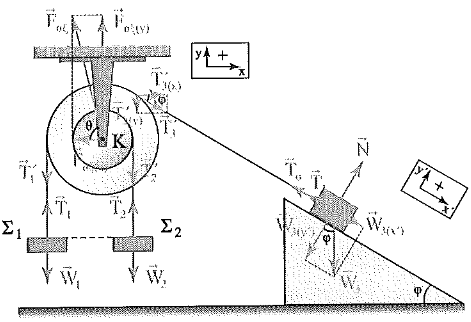
$$T_1 R = T_2\frac{R}{2} + T_3 R \;\; \acute{\eta} \;\; T_3 = T_1 - \frac{T_2}{2} \;\; \acute{\eta}$$

$$T_3 = 10N$$

$$\Sigma F_x = 0 \;\; \acute{\eta} \;\; F_{\alpha\xi(y)} = T_1' + T_2' + T_{3(y)}' \;\; \acute{\eta}$$

$$F_{\alpha\xi(y)} = T_1 + T_2 + T_3\eta\mu\varphi \;\; \acute{\eta} \;\; F_{\alpha\xi(y)} = 46N$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_{\alpha\xi(y)}}{F_{\alpha\xi(x)}} \;\; \acute{\eta} \;\; \varepsilon\varphi\theta = \frac{46}{8} \;\; \acute{\eta} \;\; \varepsilon\varphi\frac{23}{4}$$



Δ2. Για το Σ_3 ισχύει:

$$W_{3(x')} = m_3 g\eta\mu\varphi = 24N > T_3.$$

Άρα η $\vec{T}_\sigma$ έχει τη φορά του σχήματος.

$$\Sigma F_{x'} = 0 \;\; \acute{\eta} \;\; W_{3(x')} = T_\sigma + T_3 \;\; \acute{\eta}$$

$$T_\sigma = 14N$$

Επειδή το σώμα Σ_3 ισορροπεί οριακά, έχουμε:

$$T_{\sigma(max)} = T_\sigma \;\; \acute{\eta} \;\; T_{\sigma(max)} = 14N$$

$$\Sigma F_{y'} = 0 \;\; \acute{\eta} \;\; N = W_{3(y')} \;\; \acute{\eta}$$

$$N = m_3 g\sigma\upsilon\nu\varphi = 32N$$

$$T_{\sigma(max)} = \mu_\sigma N \;\; \acute{\eta} \;\; \mu_\sigma = \frac{T_{\sigma(max)}}{N} \;\; \acute{\eta}$$

$$\mu_\sigma = \frac{7}{16}$$

Δ3. Αν ασκήσουμε στο σώμα Σ_1 κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα κάτω, η τάση του νήματος 1 αυξάνεται.

Αυξάνοντας το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, η στατική τριβή αρχικά μειώνεται και στη συνέχεια αλλάζει φορά και αυξάνεται.

Η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης $\vec{F}$ είναι αυτή για την οποία το σώμα $Σ_3$ ισορροπεί δεχόμενο τη μέγιστη στατική τριβή στην κατεύθυνση της δύναμης $\vec{W}_{3(x')}$.

Στη θέση αυτή για το σώμα $Σ_3$ έχουμε:

$ΣF_{x'} = 0$ ή $T_3'' = T_{σ(max)} + W_{3(x)} = 38N$

Για τη τροχαλία τότε ισχύει:

$Στ_{(K)} = 0$ ή $T_1'' \cdot R = T_2 r + T_3'' R$ ή

$T_1'' = \frac{T_2}{2} + T_3''$ ή $T_1'' = 48N$

Για το σώμα $Σ_1$ έχουμε:

$ΣF = 0$ ή $F + W_1 = T_1''$ ή

$F = T_1'' - m_1 g$ ή $F = 28N$

Δ4. Το σώμα $Σ_2$ αρχίζει να επιταχύνεται προς τα πάνω με επιτάχυνση $\vec{α}_2$. Ισχύει:

$T_2'' = T_2 + 2N = 22N$.

$ΣF = m_2 \cdot α_2$ ή $T_2'' - m_2 g = m_2 α_2$ ή

$m_2 = 1m/sec^2$

Κατά μέτρο, η επιτάχυνση αυτή ισούται με την επιτρόχια επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας του μικρού κυλίνδρου. Άρα:

$α = α_{επ(r)}$ ή $α = α_{γων} \cdot r$ ή $α_{γων} = \frac{α}{r}$ ή

$α_{γων} = 5rad/sec^2$

Δ5. Μετά την κοπή του νήματος 1, για το σώμα $Σ_3$ που κινείται προς το Γ δεχόμενο τριβή ολίσθησης μέτρου

$T = T_{σ(max)} = 14N$, ισχύει:

$ΣF_{x'} = 0$ ή $W_{3(x')} - T = m_3 α_3$ ή

$α_3 = 2,5m/sec^2$

$d = \frac{1}{2} α_3 t_1^2$ ή $t_1 = \sqrt{\frac{2d}{α_3}}$ ή $t_1 = 2sec$

Το σώμα $Σ_1$ κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με επιτάχυνση μέτρου

$α_2 = α_{γων} R$ ή $α_2 = 2m/sec^2$

Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα $Σ_1$ έχει κατέλθει κατά: $y_1 = \frac{1}{2} α_1 t_1^2$ ή $y_1 = 4m$

και το σώμα $Σ_2$ έχει ανέλθει κατά

$y_2 = \frac{1}{2} α_2 t_1^2$ ή $y_2 = 2m$

Επομένως, η υψομετρική τους διαφορά τη στιγμή αυτή ισούται με:

$Δy = y_1 + y_2$ ή $d = 6m$

40ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** δ **Α3.** δ **Α4.** α

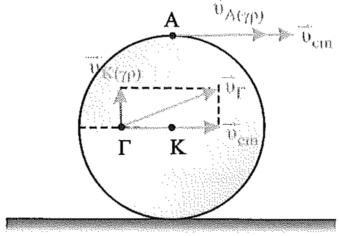
Α5. Λ Σ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

Είναι: $υ_{A(γρ)} = υ_{cm}$

Άρα: $υ_A = υ_{A(γρ)} + υ_{cm} = 2υ_{cm}$



$υ_{K(γρ)} = ω\frac{R}{2} = \frac{υ_{cm}}{2}$

$υ_K = \sqrt{υ_{cm}^2 + υ_{K(γρ)}^2} =$

$= \sqrt{υ_{cm}^2 + \frac{υ_{cm}^2}{4}} = \sqrt{\frac{5υ_{cm}^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}υ_{cm}}{2}$

Επομένως: $\frac{υ_Γ}{υ_A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Β2. Ι. (γ)

$υ_A = υ_B$ ή $υ_A = υ_{cm} + υ_{γρ(B)}$ ή

$υ_A = ωR + ωr$ ή $υ_A = 3ωr$ (1).

$υ_{cm} = ωR \xrightarrow{(1)} υ_{cm} = \frac{υ_A}{3r} 2r$ ή $υ_κ = \frac{2υ_A}{3}$

$υ_Δ = υ_{cm} - υ_{γρ(Δ)}$ ή $υ_Δ = ωR - ωr$ ή

$υ_Δ = ωr \xrightarrow{(1)} υ_Δ = \frac{υ_A}{3}$

ΙΙ. (β)

Τώρα έχουμε:

$\upsilon_\Delta = 0$ ή $\upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma\rho(\Delta)} = 0$ ή

$\upsilon_\kappa = \upsilon_{\gamma\rho(\Delta)}$ ή $\upsilon_\kappa = \omega r$ (2)

Επίσης ισχύει:

$\upsilon_A = \upsilon_B$ ή $\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho(B)}$ ή

$\upsilon_A = \upsilon_K + \omega r \xrightarrow{(2)} \upsilon_A = 2\upsilon_K$

Β3. (β)

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$, το σημείο Ζ διέγραψε μήκος τόξου $s = \pi R$. Το κέντρο Κ του τροχού στον ίδιο χρόνο διένυσε διάστημα ίσο με $x_{cm} = s = \pi R$ έχοντας ταχύτητα υ_{cm}.

Η ράβδος κινείται χωρίς τριβές σε επαφή με το ανώτερο σημείο του τροχού. Άρα κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 2\upsilon_{cm}$.

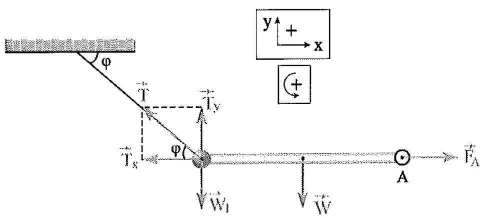
Επομένως στον ίδιο χρόνο διανύει συνολικά διάστημα ίσο με:

$x_A = 2x_{cm}$ ή $x_A = 2\pi R$

Είναι: $d = x_A - x_{cm}$ ή $d = \pi R$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για την ισορροπία του στερεού ισχύει:



$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $W_1\ell - T_y\ell = 0$ ή $T_y = W_1$ ή

$T_y = m_1 g = 30N$.

$T_y = T\eta\mu\varphi$ ή $T = \dfrac{T_y}{\eta\mu\varphi} = 60N$

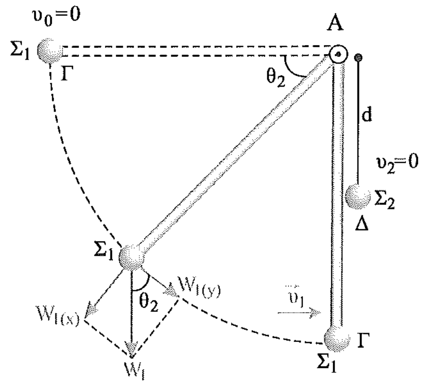
$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{A(x)} = T_x$ ή $F_{A(x)} = T\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή

$F_{A(x)} = 30\sqrt{3}N$

$\Sigma F_y = 0$ ή $F_{A(y)} + T_y - W_1 = 0$ ή $F_{A(y)} = 0$

Άρα $\theta_1 = 0°$.

Γ2.



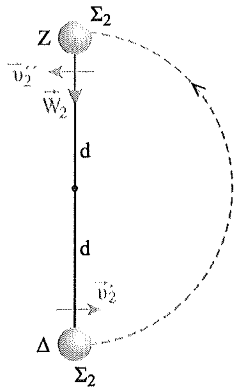
Στη θέση όπου η ράβδος έχει διαγράψει γωνία θ_2, για το Σ_1 έχουμε:

$\Sigma F_x = m_1\alpha_\varepsilon$ ή $m_1 g\sigma\upsilon\nu\theta_2 = m_1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \ell$ ή

$g\sigma\upsilon\nu\theta_2 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \ell$ ή $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \dfrac{g\sigma\upsilon\nu\theta_2}{\ell}$ ή

$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 2,5 rad/sec^2$

Γ3.



Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το Σ_1 στην αρχική του θέση και στη θέση όπου η ράβδος γίνεται κατακόρυφη.

$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$ ή

$0 + m_1 g\ell = \dfrac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + 0$ ή $\upsilon_1 = \sqrt{2g\ell}$ ή

$\upsilon_1 = 8m/sec$.

Άρα:

$L_1 = m_1 \cdot \upsilon_1 \cdot \ell$ ή $L_1 = 76,8 kg\,m^2/sec$

Γ4. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Σ. για την κρούση:

$L_1 = L_1'$ ή $L_1 = m_2 \upsilon_2' \dfrac{\ell}{2}$ ή

$\upsilon_2' = \dfrac{2L_1}{m_2 \cdot \ell}$ ή $\upsilon_2' = 4\sqrt{5}\text{m/sec}$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το Σ_2 στη θέση Δ αμέσως μετά την κρούση και στην ανώτερη θέση Ζ της τροχιάς του, στην οποία υποθέτουμε ότι φτάνει με το νήμα τεντωμένο και άρα εκτελεί ανακύκλωση.

$K_\Delta + U_\Delta = K_Z + U_Z$ ή

$\dfrac{1}{2}m_2(\upsilon_2')^2 + 0 = \dfrac{1}{2}m_2(\upsilon_2'')^2 + m_2 + m_2 g2d$ ή

$\upsilon_2'' = \sqrt{(\upsilon_2')^2 - 4gd}$ ή $\upsilon_2'' = 4\text{m/sec}$

Στη θέση Ζ έχουμε: $\Sigma F = F_{\kappa\varepsilon\nu}$ ή

$W_2 + T = \dfrac{m_2(\upsilon_2'')^2}{d}$ ή

$T = \dfrac{m_2(\upsilon_2'')^2}{d} - m_2 g$ ή $T = 0$.

Επομένως το Σ_2 εκτελεί οριακά ανακύκλωση.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Τα σώματα δέχονται τις δυνάμεις του σχήματος.

Για το σώμα Σ_1 ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda(1)} = W_1$

ή $F_{\varepsilon\lambda(1)} = 20N \ (= F'_{\varepsilon\lambda(1)})$

Για την δοκό έχουμε: $\Sigma\tau_{(A)} = 0$

ή $T(\ell - d) - W\dfrac{\ell}{2} - F'_{\varepsilon\lambda(1)} \cdot \ell = 0$

ή $T = 108N$ και $\Sigma F = 0$

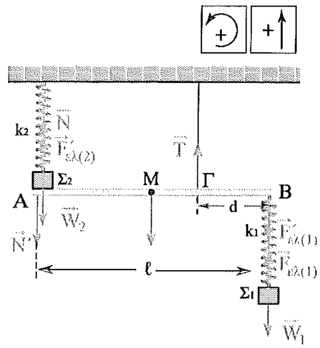
ή $T = N' + W + F'_{\varepsilon\lambda(1)}$ ή $N' = 8N$

Δ2. Είναι: $N = N' = 8N$

Παρατηρούμε ότι $N < W_1$

Άρα η δύναμη $\vec{F}_{\varepsilon\lambda(2)}$ έχει φορά προς τα πάνω.

Επομένως το ελατήριο σταθεράς k_1 βρίσκεται σε επιμήκυνση.



Για το σώμα Σ_2 ισχύει: $\Sigma F = 0$

ή $F_{\varepsilon\lambda(2)} + N - W_2 = 0$

ή $\Delta\ell_2 = \dfrac{m_2 g - N}{k_2}$ ή $\Delta\ell_2 = 0{,}2\text{m}$

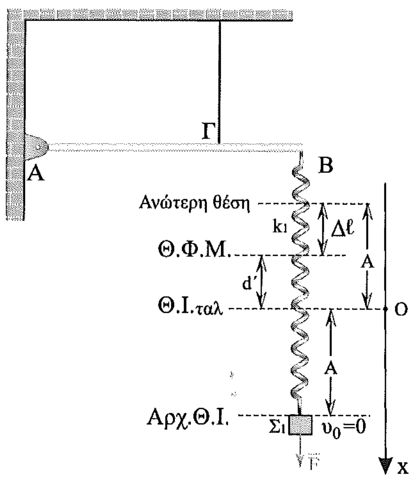
Δ3. Για το σώμα Σ_1 στη Θ.Ι. Ταλ. έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_1$ ή $k_1 d' = m_1 g$ ή

$d' = \dfrac{m_1 g}{k} = \dfrac{1}{3}\text{m}$. Στην αρχική θέση ισορροπίας, έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F + W_1 = F'_{\varepsilon\lambda}$

ή $F + m_1 g = k_1(d' + A) \xrightarrow{(1)} F = k_1 A (2)$



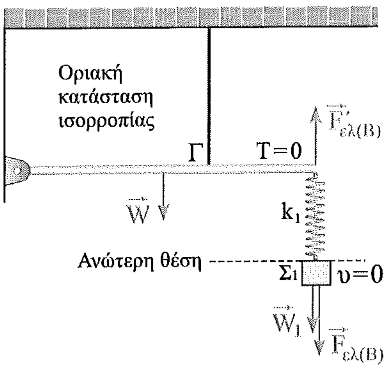
Η τάση του νήματος έχει μη μηδενική τιμή, όσο η δοκός τείνει να περιστραφεί με την δράση των υπολοίπων δυνάμεων, σύμφωνα με την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Η ράβδος ισορροπεί οριακά (και τότε έχουμε $T = 0$) όταν με το σώμα Σ_1 στην ανώτερη θέση της τροχιάς του, η ροπή της δύναμης $F'_{ελ(B)}$ που ασκεί το ελατήριο στο άκρο Β, γίνεται ίση κατά μέτρο με την ροπή του βάρους της $\vec{W}$, ως προς το άκρο της Α. Δηλαδή:

$$F'_{ελ(B)} \cdot \ell = W\frac{\ell}{2} \;\; ή \;\; F'_{ελ(B)} = 40N$$

Είναι: $F'_{ελ(B)} = k_1 \cdot \Delta\ell \;\; ή \;\; \Delta\ell = \frac{2}{3}m$

και $A = d' + \Delta\ell \;\; ή \;\; A = 1m$

Από την σχέση (2), έχουμε: $F = 60N$



41ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. α **Α2.** γ **Α3.** α **Α4.** δ

Α5. Λ Λ Σ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Είναι: $\Delta\ell_1 = \Delta\ell_2$ ή

$k \cdot \Delta\ell_1 = k \cdot \Delta\ell_2$ ή $F_{ελ} = F'_{ελ}$ (1)

Στο σχήμα Ι:

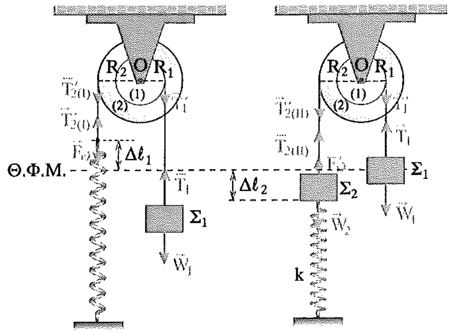
Για το $Σ_1$ ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \;\; ή \;\; T_1 = W_1 \xrightarrow{T_1 = T_1'} ή \;\; T_1' = m_1 g \;\; (2)$$

Είναι:

$T_{2(I)} = F_{ελ}$ (ως δράση – αντίδραση)

$$\xrightarrow{T_{2(I)} = T'_{2(I)}} T'_{2(I)} = F_{ελ} \;\; (3)$$



Σχήμα Ι Σχήμα ΙΙ

Για την τροχαλία έχουμε:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή

$$T'_{2(I)}R_2 - T_1'R_1 = 0 \xrightarrow{(2)(3)} F_{ελ} = \frac{m_1 g}{2} \;\; (4)$$

Στο σχήμα ΙΙ:

Είναι και πάλι $T_1' = W_1$ (2)

Για την τροχαλία έχουμε:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή

$$T'_{2(II)} \cdot R_2 - T_1' \cdot R_1 = 0 \xrightarrow{(2)} T'_{2(II)} = \frac{m_1 g}{2} \;\; ή$$

$$T_{2(II)} = \frac{m_1 g}{2} \;\; (5)$$

Για το σώμα $Σ_2$ έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \;\; ή \;\; T_{2(II)} + F'_{ελ} = W_2 \xrightarrow{(1)}$$

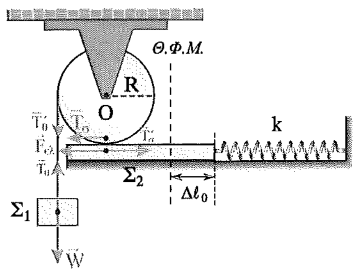
$$T_{2(II)} + F_{ελ} = W_2 \xrightarrow{(4)(5)}$$

$$\frac{m_1 g}{2} + = \frac{m_1 g}{2} = m_2 g \;\; ή \;\; m_1 = m_2 \;\; ή \;\; \frac{m_1}{m_2} = 1$$

Β2. (α)

Για το σώμα $Σ_1$ ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $T_0 = m_1 g$ (1)



Για την τροχαλία έχουμε:

$\Sigma\tau_{(0)} = 0$ ή $T_0 R = T_\sigma R$ ή

$T_\sigma = T_0 \xrightarrow{(1)} T_\sigma = m_1 g$ (2)

Για το Σ_2: $\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda(0)} = T_\sigma$ ή

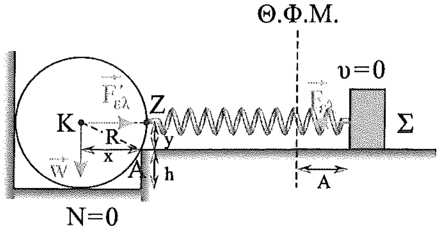
$k \cdot \Delta\ell_0 = T_\sigma \xrightarrow{(2)} k \cdot \Delta\ell_0 = m_1 g$ ή

$\Delta\ell_0 = \dfrac{m_1 g}{k}$

Β3. (β)

Είναι: $y = R - h = 0,3m$ και

$x = \sqrt{R^2 - y^2} = 0,4m$



Στην οριακή κατάσταση ισορροπίας του σχήματος, όπου το σώμα Σ έχει φτάσει στην ακραία του θέση και ο τροχός μόλις που δεν αρχίζει να κινείται, ισχύει:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} \cdot y = W \cdot x$ ή

$(F'_{\varepsilon\lambda} = F_{\varepsilon\lambda})$

$F_{\varepsilon\lambda} = W\dfrac{x}{y}$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = 160N$

Είναι:

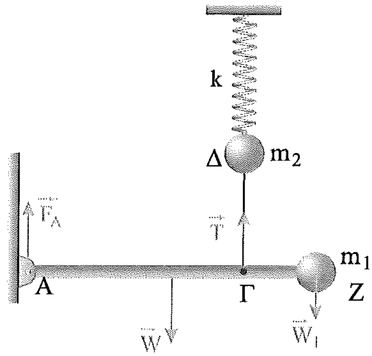
$F_{\varepsilon\lambda} = kA$ ή $A = 0,5m$: μέγιστο πλάτος ταλάντωσης.

Άρα $\upsilon_{0(\mu\varepsilon\gamma)} = \omega A$ ή

$\upsilon_{0(\mu\varepsilon\gamma)} = \sqrt{\dfrac{k}{m}}A$ ή $\upsilon_{0(\mu\varepsilon\gamma)} = 4m/sec$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Με εφαρμογή της συνθήκης ισορροπίας ως προς το σημείο Α προκύπτει:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $T(A\Gamma) - W\dfrac{\ell}{2} - W_1\ell = 0$ ή

$T = 30N$

Επειδή οι δυνάμεις $\vec{W}$, $\vec{T}$ και $\vec{W}_1$ είναι κατακόρυφες, η δύναμη $\vec{F}_A$ από την άρθρωση είναι και αυτή κατακόρυφη. Ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_A + T = W + W_1$ ή

$F_A = W + W_1 - T$ ή $F_A = 6N$

Γ2. Στη Θ.Ι.Τ. έχουμε:

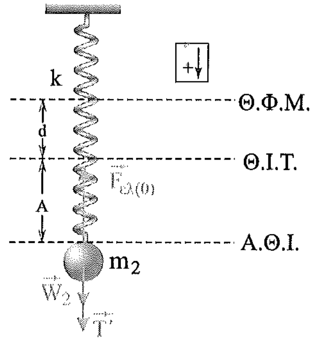
$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_2$ ή $kd = m_2 g$ (1)

Στην αρχική Θ.Ι. ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda(0)} = W_2 + T'$

$k(d + A) = m_2 g + T' \xrightarrow{(1)} kA = T$ ή

$A = \dfrac{T}{k} = 0,3m$



Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης ισούται με: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_2}} = 10\text{rad/sec}$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε:

$\eta\mu\varphi_0 = \dfrac{+A}{A} = +1$. Άρα $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}\text{rad}$.

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$x = 0,3\eta\mu\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (S.I.)

Το σώμα m_2 όταν κόβεται το νήμα έχει ταχύτητα $\upsilon = 0$. Επομένως ξεκινά την ταλάντωσή του από ακραία θέση. Συνεπώς μέχρι να φτάσει στην ανώτερη θέση της ταλάντωσής του, που είναι η άλλη ακραία θέση του, απαιτείται χρόνος $\Delta t = \dfrac{T}{2}$.

Η περίοδος της ταλάντωσής του είναι

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_2}{k}} = 0,628\text{sec}$

Άρα: $\Delta t = \pi\sqrt{\dfrac{m_2}{k}} = 0,314\text{sec}$

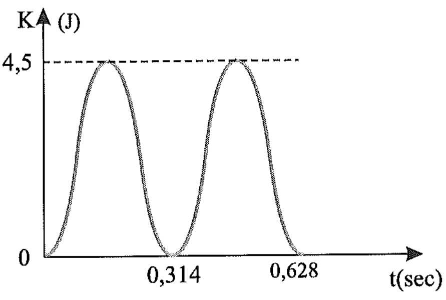
Γ3. Είναι: $E = \dfrac{1}{2}kA^2 = 4,5\text{J}$ και

$K = E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_0)$ ή

$K = 4,5\sigma\upsilon\nu^2\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (S.I.) ή

$K = 4,5\eta\mu^2(10t)$ (S.I.)

Η τελευταία εξίσωση παριστάνεται γραφικά στο χρονικό διάστημα της πρώτης περιόδου ως εξής:



Γ4. Έχουμε:

$K = 3U$ ή $E - U = 3U$ ή $E = 4U$ ή

$\dfrac{1}{2}kA^2 = 4\dfrac{1}{2}kx^2$ ή (για πρώτη φορά)

$x = +\dfrac{A}{2}$ ή $x = +0,15\text{m}$

Ισχύει: $\dfrac{dp}{dt} = \Sigma F = -kx = -15\text{kg m/sec}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ισχύει: $E = \dfrac{1}{2}kA^2$ ή $A = \sqrt{\dfrac{2E}{k}}$ ή

$A = 0,8\text{m}$

$D = k$ ή $m_1\omega^2 = k$ ή $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_1}} = 10\text{rad/sec}$

$\upsilon_{max} = \omega A = 8\text{m/sec}$

Δ2. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ φτάνει τη θέση Ζ.

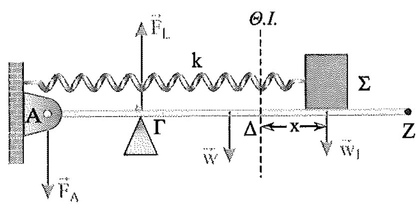
Στην κατάσταση αυτή για τη δοκό έχουμε:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $F_\Gamma\dfrac{\ell_1}{4} - W\dfrac{\ell_1}{2} - W_1\ell_1 = 0$ ή

$F_\Gamma - 2Mg - 4m_1 g = 0$ ή

$M = \dfrac{F_\Gamma}{2g} - 2m_1$ ή $M = 5\text{kg}$

Δ3. Στην τυχαία θέση του παρακάτω σχήματος έχουμε:

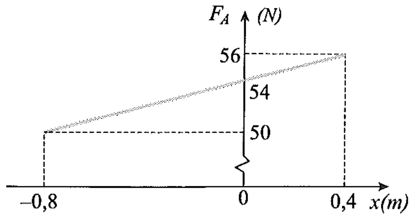


$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0$ ή $F_A\dfrac{\ell_1}{4} = W\dfrac{\ell_1}{4} + W_1\left(\dfrac{\ell_1}{2} + x\right)$ ή

$F_A = 54 + 5x$ (S.I.)

$-0,8\text{m} \le x \le 0,4\text{m}$

Η τελευταία σχέση παριστάνεται γραφικά ως εξής:



Δ4. Το σώμα Σ ακινητοποιείται αμέσως μετά την κρούση, (ανταλλαγή ταχυτήτων) και αρχίζει αμέσως μετά την κρούση να εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A' = 0,4\text{m}$.

Το ζητούμενο ποσοστό είναι ίσο με:

$$\pi\% = \frac{E'-E}{E}100\% \text{ ή } \pi\% = \left(\frac{E'}{E}-1\right)100\% \text{ ή}$$

$$\pi\% = \left(\frac{\frac{1}{2}k(A')^2}{\frac{1}{2}kA^2}-1\right)100\% \text{ ή}$$

$$\pi\% = \left[\left(\frac{A'}{A}\right)^2-1\right]100\% \text{ ή } \pi\% = -75\%$$

Δ5. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ φτάνει στη θέση Ζ, όπου έχουμε $x_Z = +0,4\text{m}$, με ταχύτητα μέτρου:

$$\upsilon_1 = \omega\sqrt{A^2 - x_Z^2} = 4\sqrt{3}\text{m/sec} = 7\text{m/sec}$$

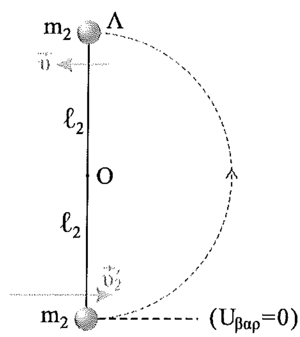
Είναι:

$\upsilon_2' = \upsilon_1 = 7\text{m/sec}$ (ανταλλαγή ταχυτήτων).

Στο ανώτερο σημείο Λ της τροχιάς της σφαίρας έχουμε:

$$\Sigma F = F_\kappa \text{ ή } T + W_2 = \frac{m_2\upsilon^2}{\ell_2} \text{ ή}$$

$$2m_2 g = \frac{m_2\upsilon^2}{\ell_2} \quad \text{ή } \upsilon^2 = 2g\ell_2 \ (1)$$



Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Ζ και Λ της σφαίρας:

$$\frac{1}{2}m_2(\upsilon_2')^2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 + m_2 g 2\ell_2 \text{ ή}$$

$$(\upsilon_2')^2 = \upsilon^2 + 4g\ell_2 \xrightarrow{(1)} (\upsilon_2')^2 = 2g\ell_2 + 4g\ell_2$$

$$\text{ή } \ell_2 = \frac{(\upsilon_2')^2}{6g} \text{ ή } \ell_2 = \frac{49}{60}\text{m} = 0,8\text{m}$$

Από τη σχέση (1) έχουμε:

$\upsilon = \sqrt{2g\ell_2} = 4\text{m/sec}$. Είναι: $\Delta\vec{L} = \vec{L} - \vec{L}_2'$ ή

$\Delta L = -L - L_2' = -(m_2\upsilon\ell_2 - m_2\upsilon_2'\ell_2)$ ή

$|\Delta L| = 1,76\text{kgm/sec}^2$.

42ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** δ **Α3.** δ **Α4.** β

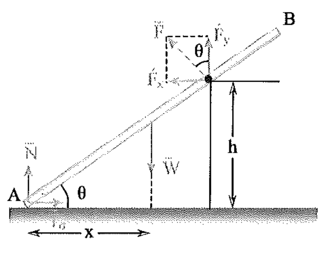
Α5. Λ Λ Λ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ι. (β) Έχουμε: $\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $F\frac{2\ell}{3} = W\cdot x$

$$F = \frac{2\ell}{3} = W\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\theta \text{ ή } F = \frac{3}{4}W\cdot 0,8 \text{ ή}$$

$$F = 0,6W$$

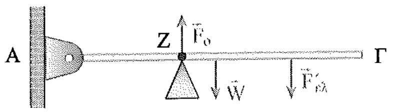


ΙΙ. **(γ)** Είναι: $\Sigma F_y = 0$ ή $N + F\sigma\upsilon\nu\theta = W$ ή
$N = W - 0,48W$ ή $N = 0,52W$
$\Sigma F_x = 0$ ή $T_\sigma = F_x$ ή $T_\sigma = F\eta\mu\theta$ ή
$T_\sigma = 0,36W$
Πρέπει να ισχύει: $T_\sigma \le T_{\sigma(max)}$ ή $T_\sigma \le \mu_\sigma N$

ή $\mu_\sigma \ge \dfrac{T_\sigma}{N}$ ή $\mu_\sigma \ge \dfrac{0,36W}{0,52W}$ ή

$\mu_\sigma \ge \dfrac{9}{13}$ ή $\mu_{\sigma(min)} = \dfrac{9}{13}$

Β2. Ι. (γ)



Για το σώμα Σ_1:
$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda_{(0)}} = W_1$ ή $F_{\varepsilon\lambda(0)} = m_1 g$

Το ελατήριο ασκεί στη ράβδο δύναμη $\vec{F}'_{\varepsilon\lambda}$ ίσου μέτρου. Ισχύει:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $F_0\dfrac{\ell}{4} - W\dfrac{\ell}{2} - F'_{\varepsilon\lambda(0)}\dfrac{3\ell}{4} = 0$ ή

$F_0 = 2Mg + 3F'_{\varepsilon\lambda(0)}$ (1) ή $F_0 = 2Mg + 3m_1 g$ ή

$F_0 = 2Mg + \dfrac{3M}{4}g$ ή $F_0 = \dfrac{11Mg}{4}$

ΙΙ. **(γ)** Το μέτρο των δυνάμεων που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα και στη ράβδο μεγιστοποιείται όταν το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της ταλάντωσής του, όπου η συσπείρωση του ελατηρίου γίνεται μέγιστη και ίση με $\Delta\ell_{max}$.

Στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος έχουμε: $\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = (m_1 + m_2)g$ ή

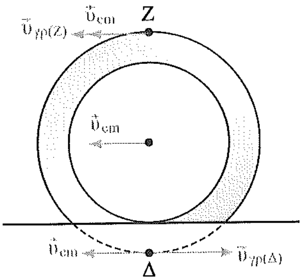
$kd = \dfrac{2m_1 g}{k}$ ή $d = \dfrac{2m_1 g}{k} = \dfrac{Mg}{2k}$ $(= A)$

Είναι: $\Delta\ell_{max} = d + A = 2A = \dfrac{Mg}{k}$

Έχουμε: $F'_{\varepsilon\lambda(max)} = k \cdot \Delta\ell_{max} = Mg$

Από τη σχέση (1), προκύπτει:
$F_{max} = 2Mg + 3Mg$ ή $F_{max} = 5Mg$

Β3. (γ)



Είναι:
$\upsilon = \upsilon_\Delta$ ή $\upsilon = \upsilon_{\gamma\rho(\Delta)} - \upsilon_{cm}$ ή

$\upsilon = \omega\dfrac{5R}{4} - \omega R$ ή $\upsilon = \dfrac{\omega R}{4}\upsilon$ ή $\upsilon = \dfrac{\upsilon_{cm}}{4}$ (1)

Επίσης, έχουμε:

$\upsilon_z = \upsilon_{\gamma\rho(z)} + \upsilon_{cm}$ ή $\upsilon_z = \omega\dfrac{5R}{4} + \upsilon_{cm}$ ή

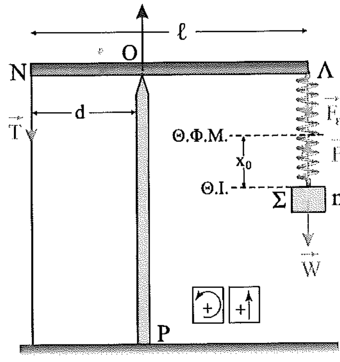
$\upsilon_z = \dfrac{5\upsilon_{cm}}{4} + \upsilon_{cm}$ ή $\upsilon_z = \dfrac{9}{4}\upsilon_{cm} \xrightarrow{(1)} \upsilon_z = 9\upsilon$

ΘΕΜΑ Γ

Ι. Γ1. Το σώμα Σ ισορροπεί με τη δράση των δυνάμεων του βάρους του $\vec{W}$ και της δύναμης του ελατηρίου $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$.

Είναι: $\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = mg = 9N$

Η ράβδος ΝΛ ισορροπεί με τη δράση των δυνάμεων $\vec{T}$, $\vec{F}$ και $\vec{F}'_{\varepsilon\lambda}$.



Είναι: $F'_{ελ} = F_{ελ} = 9N$. Για την ισορροπία της ράβδου ισχύουν οι σχέσεις $ΣF = 0$ και $Στ = 0$ ως προς οποιοδήποτε σημείο.

Ως προς το σημείο Ο και με θετική φορά των ροπών αυτή του σχήματος ισχύει:

$Στ_{(O)} = 0$ ή $Td - F'_{ελ}(\ell - d) = 0$ ή

$$T = F'_{ελ}\frac{\ell - d}{d} = 18N$$

Επίσης $ΣF = 0$ ή $F - T - F'_{ελ} = 0$ ή

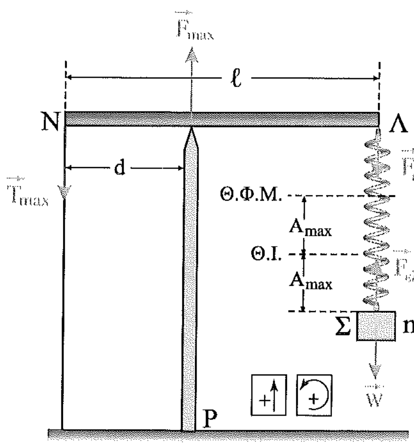
$F = T + F'_{ελ} = 27N$

ΙΙ. Γ2. Στη θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) του σώματος Σ το ελατήριο παρουσιάζει επιμήκυνση x_0.

Είναι: $F_{ελ} = kx_0$ ή

$$x_0 = \frac{F_{ελ}}{k} = 9 \cdot 10^{-2} m = 9cm$$

Η ράβδος θα πάψει να ισορροπεί και το νήμα θα χαλαρώσει αν το ελατήριο ασκήσει στο άκρο Λ δύναμη με φορά προς τα επάνω.



Αυτό θα συμβεί μόνο αν το ταλαντούμενο σώμα Σ ξεπεράσει τη θέση φυσικού μήκους (Θ.Φ.Μ.) του ελατηρίου. Επομένως το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης A_{max} είναι ίσο με την αρχική επιμήκυνση x_0.

Δηλαδή $A_{max} = x_0 = 9cm$.

Γ3. Καθώς το σύστημα ταλαντώνεται με το μέγιστο πλάτος του, το ελατήριο ασκεί τη μέγιστη δύναμη στη ράβδο όταν το σώμα Σ βρίσκεται στην κατώτερη θέση της ταλάντωσής του. Στη θέση αυτή η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι μέγιστη.

Είναι: $F_{ελ(max)} = k \cdot \Delta\ell_{max}$ ή

$F_{ελ(max)} = k2A_{max} = 18N$

Για την ισορροπία της ράβδου και με βάση τις θετικές φορές του σχήματος ισχύει:

$ΣF = 0$ ή $F - T - F'_{ελ} = 0$ ή

$F = T + F'_{ελ}$ ή $F = T + F'_{ελ}$

Είναι $F_{max} = T_{max} + F_{ελ(max)}$ (1).

Επίσης $Στ_{(O)} = 0$ ή $Td - F'_{ελ}(\ell - d) = 0$ ή

$$Td = F_{ελ}(\ell - d) \text{ ή } T_{max} = F_{ελ(max)}\frac{\ell - d}{d} = 36N$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει $F_{max} = 54N$.

Γ4. Έχουμε:

$Στ_{(O)} = 0$ ή

$$Td + F_{ελ(max)}(\ell - d) - W\left(\frac{\ell}{2} - d\right) = 0 \text{ ή}$$

$$T = W\left(\frac{\ell}{2} - d\right) - F_{ελ(max)}(\ell - d) \quad (2)$$

Στην οριακή κατάσταση ισορροπίας έχουμε:

$$T = 0 \xrightarrow{(2)} W\left(\frac{\ell}{2} - d\right) = F_{ελ(max)}(\ell - d) \text{ ή}$$

$$F_{ελ(max)} = W\frac{\frac{\ell}{2} - d}{\ell - d} \text{ ή } F_{ελ(max)} = \frac{Mg}{4}$$

$$F_{ελ(max)} = k \cdot \Delta\ell_{max} \text{ ή } \Delta\ell_{max} = \frac{Mg}{4} = 5cm$$

$A_{max} = d + \Delta\ell_{max}$ ή $A_{max} = 9cm + 5cm$ ή

$A_{max} = 14cm$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Τα σώματα του συστήματος ισορροπούν με τις δυνάμεις του σχήματος και ισχύει:

$\Sigma_1: \Sigma F = 0$ ή $T_{1(0)} = W_1$ ή

$T_{1(0)} = m_1 g = 10N$

$\Sigma_2: \Sigma F = 0$ ή $T_{2(0)} = W_2$ ή

$T_{2(0)} = m_2 g = 15N$

Επειδή τα νήματα είναι αβαρή, ισχύει:

$T'_{1(0)} = T_{1(0)}$, $T'_{2(0)} = T_{2(0)}$ και

$T'_{3(0)} = T_{3(0)}$

Τροχαλία: $\Sigma\tau = 0$ ή

$T'_{1(0)}R + T'_{3(0)}R - T'_{2(0)}2R = 0$ ή

$T_{1(0)} + T_{3(0)} = 2T_{2(0)}$ ή $T_{3(0)} = 2T_{2(0)} - T_{1(0)}$ ή

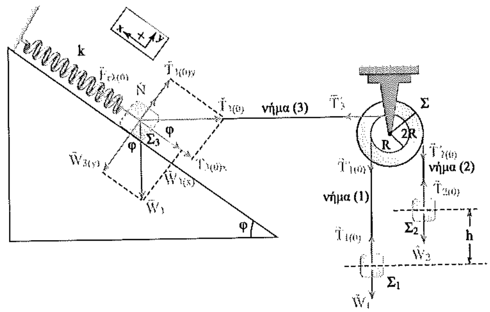
$T_{3(0)} = 20N$

$\Sigma_3: \Sigma F_x = 0$ ή $F_{ελ_{(0)}} = W_{3(x)} + T_{3(0)x}$ ή

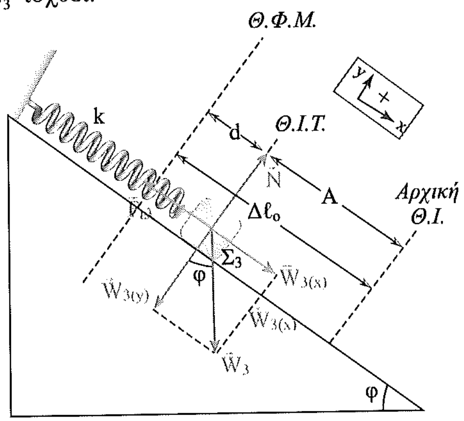
$k \cdot \Delta\ell_0 = m_3 g ημφ + T_3 συνφ$ ή

$$\Delta\ell_0 = \frac{m_3 g ημφ + T_3 συνφ}{k} \text{ ή}$$

$\Delta\ell_0 = 0{,}12m$



Δ2. Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του Σ_3 ισχύει:



$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{ελ} = W_{3(x)}$ ή $kd = m_3 g ημφ$ ή

$$d = \frac{m_3 g ημφ}{k} = 0{,}08m$$

Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ_3 ισούται με:

$A = \Delta\ell_0 - d$ ή $A = 0{,}04m$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης ισούται με: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_3}}$ ή $\omega = 10rad/sec$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, έχουμε:

$x = +A$ ή $Aημφ_0 = +A$ ή $ημφ_0 = +1$.

Άρα $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης είναι:

$x = Aημ(\omega t + \varphi_0)$ ή

$$x = 0{,}04ημ\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

Τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$x_1 = 0{,}04ημ\frac{7\pi}{6} = -0{,}02m$$

Είναι: $\dfrac{dp}{dt} = \Sigma F = F_{επ} = -kx_1 = +6kg \cdot m/sec^2$

Δ3. Μετά την κοπή του νήματος 3, η τροχαλία αρχίζει να περιστρέφεται με τη φορά του σχήματος (διότι η ροπή του βάρους του σώματος Σ_2 είναι μεγαλύτερη κατά μέτρο από τη ροπή του βάρους του σώματος Σ_1), με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$ και τα σώματα Σ_1, Σ_2 αποκτούν επιταχύνσεις μέτρου

$\alpha_1 = \alpha_{γων}R$ και $\alpha_2 = \alpha_{γων}2R$

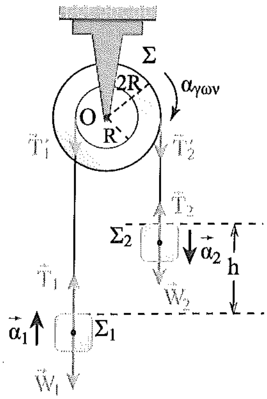
Είναι: $T_1 = T_{1(0)} + 2N$ ή $T_1 = 12N$

Εφαρμόζουμε τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για το σώμα Σ_1:

$\Sigma F = m_1\alpha_1$ ή $T_1 - m_1 g = m_1\alpha_1$ ή

$\alpha_1 = 2m/sec^2$.

Έχουμε: $\alpha_{γων} = \dfrac{\alpha_1}{R}$ ή $\alpha_{γων} = 20\dfrac{rad}{sec^2}$



Δ4. Το σώμα $Σ_2$ κινείται με επιτάχυνση μέτρου $α_2 = α_{γων} \cdot 2R = 4m/sec^2$.

Το σώμα $Σ_3$ ακινητοποιείται για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή:

$t_2 = \frac{T}{2}$ ή $t_2 = \frac{π}{10}sec$.

Έως τη στιγμή αυτή το $Σ_1$ έχει μετατοπιστεί προς τα επάνω κατά $y_1 = \frac{1}{2}α_1 t_2^2 = 0,1m$ και το $Σ_2$ προς τα κάτω κατά $y_2 = \frac{1}{2}α_2 t_2^2 = 0,2m$.

Είναι: $Δy = h - y_1 - y_2$ ή $Δy = 0,1m$

43ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** α **Α3.** δ **Α4.** δ

Α5. Σ Σ Σ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Είναι: $ω = 2π rad/sec$ $T = \frac{2π}{ω} = 1sec$

$t_2 - t_1 = \frac{T}{4}$

Τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο Β κινείται προς τ' αρνητικά.

Επομένως, τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$ θα βρίσκεται σε απομάκρυνση $y = -A$ από τη θέση ισορροπίας του.

Β2. (β)

Έχουμε: $2A = 4cm$ και

$ω = 2πf = 10π\, rad/sec$

Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Κ είναι ίσο με $|A'_K| = 2A|συν\frac{2π}{λ}x_K| = 2\sqrt{2}cm$

Για την ταλάντωση του σημείου Κ ισχύει:

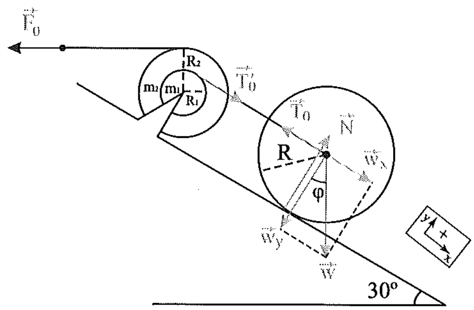
$U + K = E$ ή

$\frac{1}{2}Dy_K^2 + \frac{1}{2}mυ^2 = \frac{1}{2}D(A'_K)^2$ ή

$mω^2 y_K^2 + mυ^2 = mω^2(A'_K)^2$ ή

$|υ| = ω\sqrt{(A'_K)^2 - y_K^2} = 20π\, cm/sec$

Β3. (β)



Για τον κύλινδρο έχουμε:

$Στ = 0$ ή $T_{σ(0)} = 0$

$ΣF_x = 0$ ή $T_0 = W_x$ ή $T_0 = Mgημφ = 20N$

$ΣF_y = 0$ ή $N = W_y$ ή

$N = Mgσυνφ = 20\sqrt{3}N$

Η δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο έχει μέτρο ίσο με

$N = 20\sqrt{3}N$

Για την τροχαλία ισχύει:

$Στ = 0$ ή $F_0 R_2 = T_0' R_1$ ή

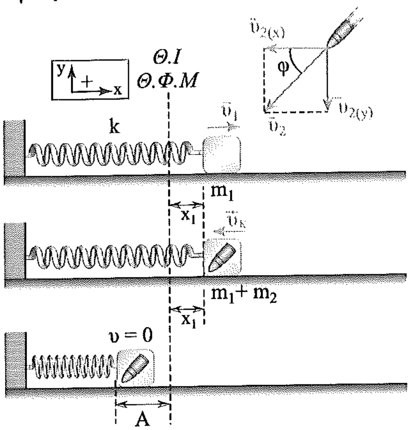
$F_0 = T_0 \frac{R_1}{R_2} = 10N$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για την απλή αρμονική ταλάντωση του σώματος Σ_1, αμέσως πριν την κρούση, ισχύει:

$$U_1+K_1=E_1 \text{ ή } \frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2=\frac{1}{2}kA_1^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon_1=\sqrt{\frac{k}{m_1}(A_1^2-x_1^2)} \text{ ή}$$



$$\upsilon_1=\sqrt{\frac{k}{m_1}\left(A_1^2-\frac{3}{4}A_1^2\right)} \text{ ή } \upsilon_1=\frac{A_1}{2}\sqrt{\frac{k}{m_1}} \text{ ή}$$

$$\upsilon_1=2\text{m/sec}$$

Γ2. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση στη διεύθυνση του άξονα x, στην οποία το σύστημα είναι ελεύθερο να κινείται:

$$m_1\upsilon_1-m_2\upsilon_{2(x)}=-(m_1+m_2)\upsilon_\kappa \text{ ή}$$

$$\upsilon_\kappa=\frac{m_2\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi-m_1\upsilon_1}{m_1+m_2} \text{ ή}$$

$\upsilon_\kappa=3\text{m/sec}$ (μέτρο).

Γ3. Για το συσσωμάτωμα έχουμε:

$$D=k \text{ ή } (m_1+m_2)\omega^2=k \text{ ή}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}=5\text{ rad/sec}$$

Αμέσως μετά την κρούση ισχύει:

$$U+K=E \text{ ή } \frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2=\frac{1}{2}kA^2$$

$$\text{ή } A=\sqrt{x_1^2+\frac{(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2}{k}} \text{ ή } A=0{,}4\sqrt{3}\text{m}$$

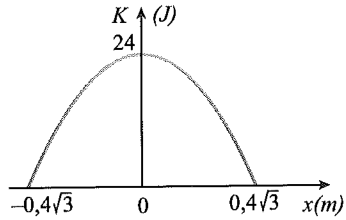
Γ4. Είναι:

$$K=E-U \text{ ή } K=\frac{1}{2}kA^2-\frac{1}{2}kx^2 \text{ ή}$$

$$K=24-50x^2 \text{ (S.I.)},$$

$$-0{,}4\sqrt{3}\text{m}\le x\le 0{,}4\sqrt{3}\text{m}$$

Η γραφική παράσταση της τελευταίας εξίσωσης φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Γ5. $1^{\text{ος}}$ τρόπος

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}}=U_{\varepsilon\lambda(\alpha\rho\chi)}-U_{\varepsilon\lambda(\tau\varepsilon\lambda)}=$$

$$\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kA^2=-18\text{J}$$

$2^{\text{ος}}$ τρόπος

Από το Θ.Μ.Κ.Ε. στη μετακίνηση αυτή έχουμε:

$$0-\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2=W_{F_{\varepsilon\lambda}} \text{ ή } W_{F_{\varepsilon\lambda}}=-18\text{J}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $t_2-t_1=4T$ ή $\frac{r_2}{\upsilon}-\frac{r_1}{\upsilon}=4\frac{\lambda}{\upsilon}$ ή

$$r_1-r_2=-4\lambda.$$

Άρα τα κύματα στο σημείο Ρ συμβάλλουν ενισχυτικά.

Δ2. Έχουμε: $\omega=4\pi\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ή $f=\frac{\omega}{2\pi}=2\text{Hz}$

$$T=\frac{1}{f}=0{,}5\text{sec}, \quad \lambda=\upsilon T=0{,}2\text{m}.$$

Ισχύει: $t_2 - t_1 = 4T$ ή $t_2 - t_1 = 2sec$ (1) και $t_2 = 2t_1$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:
$t_1 = 2sec$ και $t_2 = 4sec$.

Άρα: $r_1 = \upsilon t_1 = 0,8m$ και $r_2 = \upsilon t_2 = 1,6m$

Δ3. Έστω ένα σημείο Σ του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ που ταλαντώνεται με πλάτος $2A = 8cm$.

Αν x_1 και x_2 οι αποστάσεις του σημείου Σ από τα σημεία Κ και Λ αντίστοιχα, τότε ισχύει:
$x_1 - x_2 = \kappa\lambda$ $(\kappa \in \mathbb{Z})$ και $x_1 + x_2 = d$

Με πρόσθεση κατά μέλη έχουμε:

$$2x_1 = d + \kappa\lambda \text{ ή } x_1 = \frac{d}{2} + \kappa\frac{\lambda}{2}$$

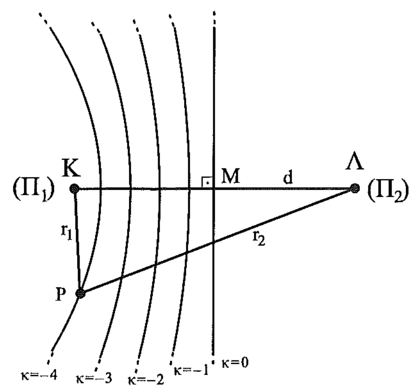
Είναι:

$$0 < x_1 < d \text{ ή } -\frac{d}{\lambda} < \kappa < \frac{d}{\lambda} \text{ ή}$$

$$-4,5 < \kappa < 4,5$$

Οι δυνατές τιμές του ακέραιου κ είναι
κ = –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4 (9 τιμές).
Άρα 9 σημεία του τμήματος ΚΛ ταλαντώνονται με πλάτος 8cm.

Δ4. Το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ τέμνεται από 9 υπερβολές ενίσχυσης.
Το σημείο Ρ ικανοποιεί τη συνθήκη ενίσχυσης $r_1 - r_2 = \kappa\lambda$ για .= $\kappa = -4$.



Επομένως, ανήκει στην τελευταία (τέταρτη) υπερβολή ενίσχυσης αριστερά της μεσοκαθέτου στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ. Άρα το τμήμα ΚΡ δεν τέμνεται από άλλες υπερβολές ενίσχυσης, εκτός αυτής που περνά από το σημείο Ρ.
Συνεπώς ένα σημείο του ευθύγραμμου τμήματος ΚΡ (το σημείο Ρ) ταλαντώνεται με πλάτος 8 cm.

Δ5. Ο φελλός ακινητοποιείται εφόσον ισχύει:

$$r_2 - r_1 = (2\kappa+1)\frac{\lambda'}{2} \quad (\kappa \in \mathbb{Z}) \text{ ή}$$

$$2(r_2 - r_1) = (2\kappa+1)\frac{\upsilon}{f'} \quad \text{ή}$$

$$f' = \frac{(2\kappa+1)\upsilon}{2(r_2 - r_1)} \text{ ή } f' = \frac{2\kappa+1}{4}Hz \quad (1)$$

$$\text{Είναι } f' > f \xrightarrow{(1)} \frac{2\kappa+1}{4} > 2 \quad \text{ή}$$

$\kappa > 3,5$. Άρα $\kappa_{min} = 4$.
Από την εξίσωση (1), για $\kappa = \kappa_{min}$ έχουμε
$f_{min} = 2,25Hz$

44ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** β **Α3.** β **Α4.** δ

Α5. Λ Λ Σ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Α. (α)

Τη στιγμή που αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ, έχουμε $F_{\varepsilon\lambda} = 0$. Για τη δοκό ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(\Delta)} = 0 \text{ ή } -F_\Gamma\left(\frac{\ell}{4}+\frac{\ell}{6}\right) + Mg\frac{\ell}{6} = 0 \text{ ή}$$

$$F_\Gamma\frac{5\ell}{12} = Mg\frac{\ell}{6} \text{ ή } F_\Gamma = \frac{2Mg}{5} \text{ ή } F_\Gamma = 0,4Mg$$

Β. (α). Στη Θ.Ι. της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ, έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{ελ} = mg$ ή

$kd = mg \xrightarrow{A=d} A = \dfrac{mg}{k}$ (1)

Επειδή το σώμα Σ δεν συσπειρώνει το ελατήριο, η ράβδος ισορροπεί οριακά όταν το σώμα Σ βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της τροχιάς του, διότι στη θέση αυτή η δύναμη που δέχεται η δοκός από το ελατήριο είναι μέγιστη και ίση με:

$F_{ελ(max)} = k(d + A) = 2kA \overset{(1)}{=} 2mg$ (2)

Στην οριακή ισορροπία η δύναμη που δέχεται η δοκός στο σημείο της Γ μηδενίζεται και ισχύει $\Sigma\tau_{(\Delta)} = 0$ ή

$Mg\dfrac{\ell}{6} = F_{ελ(max)}\dfrac{\ell}{3} \xrightarrow{(2)} \dfrac{Mg}{6} = \dfrac{2mg}{3}$ ή

$\dfrac{M}{m} = 4$

Β2. (γ) Επειδή το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας, είναι:

$\alpha = \alpha_{ε(περιφ.τροχ.)}$ ή $\alpha = \alpha_{γων(τ)} \cdot r$ (1)

Για τον κύλινδρο που κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει έχουμε $\alpha_{cm} = \alpha_{γων(κ)}R$ (2).

Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό, η επιτάχυνση του σώματος Σ είναι ίση κατά μέτρο με την εφαπτομενική επιτάχυνση του ανώτερου σημείου (έστω Α) του κυλίνδρου. Δηλαδή:

$\alpha = \alpha_{A(εφ)}$ ή $\alpha = \alpha_{cm} + \alpha_{ε(A)}$ ή

$\alpha = \alpha_{cm} + \alpha_{γων(κ)} \cdot R$ ή $\alpha = 2\alpha_{cm} \xrightarrow{(1)\,(2)}$

$\alpha_{γων(τ)} \cdot r = 2\alpha_{γων(κ)}R$ ή $\dfrac{\alpha_{γων(τ)}}{\alpha_{γων(κ)}} = \dfrac{2R}{r}$ ή

$\dfrac{\alpha_{γων(τ)}}{\alpha_{γων(κ)}} = 10$

Β3. (β)

Το σημείο Ρ ανήκει στην τρίτη υπερβολή ενίσχυσης δεξιά της μεσοκαθέτου στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$.

Επομένως, ικανοποιείται η σχέση:

$r_1 - r_2 = \kappa\lambda'$ για κ=3. Δηλαδή:

$r_1 - r_2 = 3\lambda'$ ή $4,5\lambda = 3\lambda'$ ή

$4,5\dfrac{\upsilon}{f} = 3\dfrac{\upsilon}{f'}$ ή $\dfrac{f'}{f} = \dfrac{2}{3}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η γενική μορφή της εξίσωσης του στάσιμου κύματος είναι:

$y = 2A\sigma\upsilon\nu\dfrac{2\pi}{\lambda}x\eta\mu\dfrac{2\pi}{T}t$

Από σύγκριση έχουμε:

$5\pi = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ ή $\lambda = 0,4m$ και

$5\pi = \dfrac{2\pi}{T}$ ή $T = 0,4sec$

Άρα: $\upsilon = \dfrac{\lambda}{T} = 1m/sec$

Οι θέσεις των δεσμών και των κοιλίων που σχηματίζονται στο κλασικό μέσο προκύπτουν από τους τύπους:

$x_{δεσμ} = (2N+1)\dfrac{\lambda}{4}$ ή

$x_{δεσμ} = (2N+1)0,1$ (S.I.) (1) και

$x_{κοιλ} = N\dfrac{\lambda}{2}$ ή $x_{κοιλ} = 0,2N$ (S.I.) (2)

όπου N = 0, 1, 2, ...

Ο δεύτερος δεσμός προκύπτει από την εξίσωση (1) για N = 1 και η τέταρτη κοιλία από την εξίσωση (2) για N = 4:

$x_{2ου\ δεσμ} = 0,3m$ και $x_{4ης\ κοιλ} = 0,8m$

Η ζητούμενη απόσταση είναι ίση με:

$d = 0,8 - 0,3m = 0,5m$

Γ2. Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος για $x = x_K = 0,45m$ έχουμε:

$y_K = 0,4\sigma\upsilon\nu 1,25\pi \cdot \eta\mu 5\pi t$ ή

$y_K = -0,2\sqrt{2}\eta\mu 5\pi t$ ή

$y_K = 0,2\sqrt{2}\eta\mu(5\pi t + \pi)$ (S.I.)

$y_\Lambda = 0,4\sigma\upsilon\nu 2,25\pi \cdot \eta\mu 5\pi t$ ή

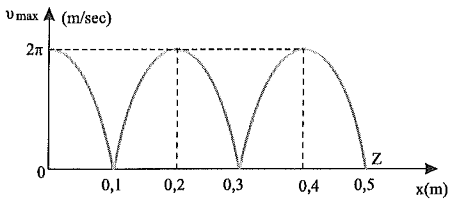
$y_\Lambda = 0,2\sqrt{2}\eta\mu 5\pi t$ (S.I.)

Με βάση τις παραπάνω εξισώσεις είναι:
$\Delta\varphi = \varphi_K - \varphi_\Lambda = \pi\,\text{rad}$

Γ3. Η εξίσωση που περιγράφει τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου έχει τη μορφή:
$\upsilon_{max} = \omega\,|A'|$ ή
$\upsilon_{max} = \omega 2A\,|\sigma\upsilon\nu(5\pi x)|$ ή
$\upsilon_{max} = 2\pi\,|\sigma\upsilon\nu 5\pi x|$ (S.I.) (3) $(0 \le x \le 0,5\text{m})$

Είναι: $0,5\text{m} = 0,4\text{m} + 0,1\text{m} = \lambda + \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{5\lambda}{4}$

Η εξίσωση (3) παριστάνεται γραφικά ω εξής:



Γ4. Στο σημείο Κ βρίσκεται τώρα ο τρίτος δεσμός δεξιά του σημείου Ο.
Έστω λ΄ το μήκος κύματος των δύο τρεχόντων κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα.
Ισχύει: $x_K = x_{3\text{ου δεσμού}}$ ή

$x_K = (2N+1)\dfrac{\lambda'}{4}$, όπου $N = 2$.

Δηλαδή

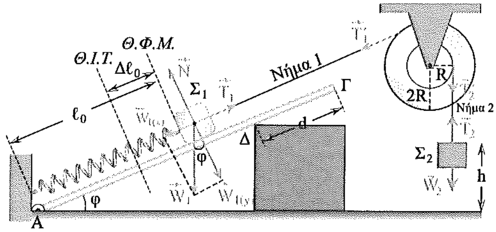
$x_K = 5\dfrac{\lambda'}{4}$ ή $\dfrac{5\lambda}{8} = \dfrac{5\lambda'}{4}$ ή $\lambda' = \dfrac{\lambda}{2}$

Έχουμε:

$\upsilon = \lambda' f'$ ή $f' = \dfrac{\upsilon}{\lambda'} = 5\text{Hz}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Με βάση το παρακάτω σχήμα έχουμε:
Σ_1: $\Sigma F = 0$ ή $T_1 = W_{1(x)}$ ή
$T_1 = m_1 g \eta\mu\varphi$ ή $T_1 = 6\text{N}(= T_1')$

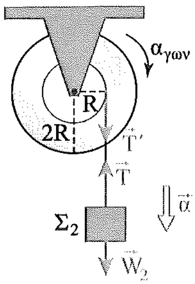


Τροχαλία:
$\Sigma\tau = 0$ ή $T_1' 2R = T_2' R$ ή $T_2' = 2T_1'$ ή
$T_2' = 12\text{N}(= T_2)$
Σ_2: $\Sigma F = 0$ ή $T_2 = W_2$ ή
$m_2 g = T_2$ ή $m_2 = 1,2\text{kg}$

Δ2. Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης (Θ.Ι.Τ.) του σώματος Σ_1 ισχύει:
$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_{1(x)}$ ή $k \cdot \Delta\ell_0 = m_1 g \eta\mu\varphi$ ή
$\Delta\ell_0 = 0,06\text{m}$
Το πλάτος ταλάντωσης του Σ_1 ισούται με $A = \Delta\ell_0 = 0,06\text{m}$ και η γωνιακή συχνότητα είναι ίση με $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_1}} = 10\text{rad/sec}$.
Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε:
$+A = A\eta\mu\varphi_0$ ή $\eta\mu\varphi_0 = +1$.
Άρα $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}\text{rad}$.
Η ζητούμενη εξίσωση είναι:
$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή
$x = 0,06\eta\mu\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (S.I.)

Δ3. Είναι: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ ή $T = \dfrac{2\pi}{10}\text{sec}$

$t_1 = \dfrac{T}{4}$ ή $t_1 = \dfrac{\pi}{20}\text{sec}$



Για το Σ_2 έχουμε:

$\alpha = \alpha_{\varepsilon(\tau\rho o\chi)}$ ή $\alpha = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$ ή

$\alpha = 8 m/sec^2$

Τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$\upsilon_1 = \alpha t_1$ ή $\upsilon_1 = 0,4\pi$ m/sec και

$$\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = -m_2 g \upsilon_1 \text{ ή}$$

$$\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = -4,8\pi J/sec$$

Δ4. Έχουμε: $K = 50\% K_{max}$ ή $K = \frac{1}{2}E$ ή

$E - U = \frac{1}{2}E$ ή $U = \frac{E}{2}$ ή $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}kA^2$ ή

$x = \pm A\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3)

Για τρίτη φορά θα έχουμε $K = 50\% K_{max}$, όταν το σώμα θα επιστρέφει από τη θέση $x = -A$ στη Θ.Ι.Τ. Δηλαδή όταν βρίσκεται στη θέση $x = -A\frac{\sqrt{2}}{2}$, με $\upsilon > 0$, για πρώτη φορά. Άρα έχουμε:

$A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) = -A\frac{\sqrt{2}}{2}$ ή

$\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

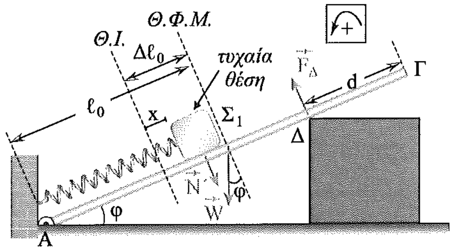
$$\left\{\begin{array}{ll} 10t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{4} & (\alpha) \\ 10t + \frac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \pi + \frac{\pi}{4} & (\beta) \end{array}\right. \quad (\kappa \in \mathbb{Z})$$

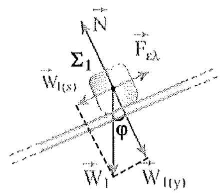
Θετική ταχύτητα (δηλ. $\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) > 0$) προκύπτει από το «πακέτο λύσεων» (α), από το οποίο έχουμε $10t = 2\kappa\pi - \frac{3\pi}{4}$ ή (για $\kappa = 1$)

$10t = \frac{5\pi}{4}$ ή $t_2 = \frac{\pi}{8}$sec. Άρα: $h = \frac{1}{2}\alpha t_2^2$ ή

$h = 0,625m$ ή $h = 62,5cm$

Δ5. Σε τυχαία θέση της κίνησης του σώματος Σ_1, αυτό και η σανίδα δέχονται τις δυνάμεις που φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.





Η δύναμη $\vec{F}_\Delta$ είναι κάθετη στη σανίδα διότι η επιφάνειά της σανίδας είναι λεία.

Για το σώμα Σ_1 ισχύει:

$\Sigma F_y = 0$ ή $N = W_{1(y)}$ ή

$N = m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi = 8N (= N')$

Για τη σανίδα ισχύει: $\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή

$$F_\Delta \cdot (A\Delta) - W_y\frac{\ell}{2} - N'(\ell_0 - \Delta\ell_0 + x) = 0 \text{ ή}$$

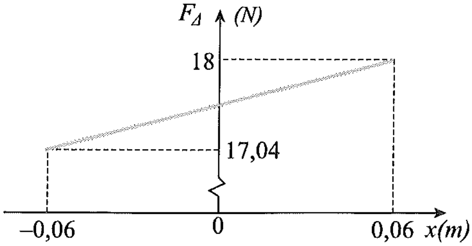
$$F_\Delta(\ell - d) - Mg\sigma\upsilon\nu\varphi\frac{\ell}{2} - N'(\ell_0 - \Delta\ell_0 + x) = 0$$

ή $F_\Delta = 17,52 + 8x$ (S.I.),

$-0,06m \le x \le +0,06m$

Για $x = -0,06m$: $F_{\Delta(min)} = 17,04N$

Για $x = +0,06m$: $F_{\Delta(max)} = 18N$



45ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** γ **Α3.** α **Α4.** δ

Α5. Σ Λ Λ Σ Σ

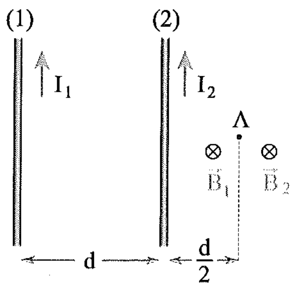
ΘΕΜΑ Β

Β1.1 (γ) Είναι:

$B_{ολ} = 2B_1$ ή $B_1 + B_2 = 2B_1$ ή

$$B_2 = B_1 \text{ ή } \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\left(d+\frac{d}{2}\right)} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi\frac{d}{2}} \text{ ή}$$

$$\frac{I_1}{3} = I_2 \text{ ή } \frac{I_1}{I_2} = 3$$



Β1.2 (β)

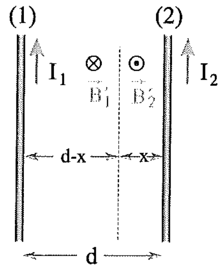
Επειδή τα ρεύματα I_1, I_2 είναι αντίρροπα, η ζητούμενη ευθεία βρίσκεται ανάμεσα στα σύρματα (1) και (2) και πλησιέστερα στο σύρμα (2), που διαρέεται από το ασθενέστερο ρεύμα.

Έστω x η απόσταση από το σύρμα 2. Στα σημεία της διακεκομμένης ευθείας έχουμε:

$B_{ολ} = 0$ ή $B_1' = B_2'$ (κατά μέτρο) ή

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d-x)} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x} \text{ ή } \frac{3I_2}{d-x} = \frac{I_2}{x} \text{ ή } 3x = d - x$$

$$\text{ή } 4x = d \text{ ή } x = \frac{d}{4}$$

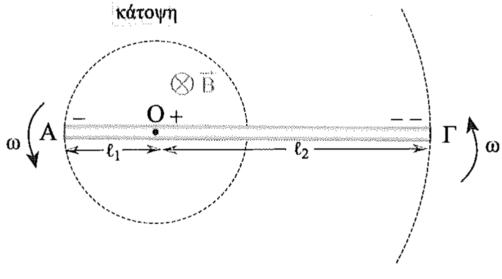


Β2. (β) Είναι:

$$E_{επ(ΟΑ)} = \frac{1}{2}B\omega\ell_1^2 = \frac{1}{2}B\omega\frac{\ell^2}{16} = \frac{B\omega\ell^2}{32} \text{ και}$$

$$E_{επ(ΟΓ)} = \frac{1}{2}B\omega\ell_2^2 = \frac{1}{2}B\omega\frac{9\ell^2}{16} = \frac{9B\omega\ell^2}{32}$$

$$\text{Έχουμε: } \frac{V_{ΓΟ}}{V_{ΑΟ}} = \frac{-E_{επ(ΟΓ)}}{-E_{επ(ΟΑ)}} = \frac{-\frac{9B\omega\ell^2}{32}}{-\frac{B\omega\ell^2}{32}} = +9$$



Β3. (β)

Αρχικά η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης

$$I = \frac{E}{R_{1,2} + r} \text{ ή } I = \frac{E}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r} \text{ ή}$$

$$I = \frac{E}{\frac{R_1}{2} + \frac{R_1}{2}} \text{ ή } I = \frac{E}{R_1}$$

Επειδή είναι $R_1 = R_2$, έχουμε:

$$I_1 = \frac{I}{2} \text{ ή } I_1 = \frac{E}{2R_1} \quad (1)$$

Η ράβδος ΚΛ ισορροπεί με τη βοήθεια της δύναμης Laplace $\vec{F}_{L(O)}$ που εξουδετερώνει το βάρος της. Ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F_{\varepsilon\lambda(0)} = W \text{ ή } BI_1\ell = W \xrightarrow{(1)}$$

$$\rightarrow W = \frac{BE\ell}{2R_1} \quad (2)$$

Μετά το άνοιγμα του διακόπτη, η ράβδος αρχίζει να κινείται προς τα κάτω, λόγω του βάρους της. Σε κάποια χρονική στιγμή που η ταχύτητά της είναι $\vec{\upsilon}$, αναπτύσσεται σ' αυτή επαγωγική ΗΕΔ $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$. Η ράβδος διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα έντασης

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} = \frac{B\upsilon\ell}{2R_1} \quad (3)$$

και δέχεται δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ με αντίθετη φορά από αυτή του βάρους της, μέτρου

$$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell \xrightarrow{(3)} F_L = \frac{B^2\upsilon\ell^2}{2R_1} \quad (4)$$

Οριακή ταχύτητα ($\vec{\upsilon}_{o\rho}$) έχουμε όταν:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F_L = W \xrightarrow{(2)\,(4)} \frac{B^2\upsilon_{o\rho}\ell^2}{2R_1} = \frac{BE\ell}{2R_1}$$

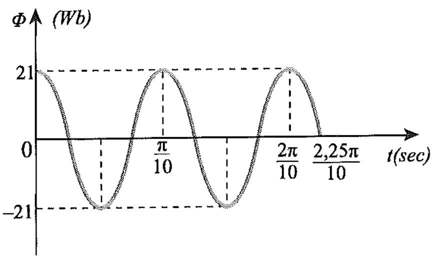
$$\text{ή } \upsilon_{o\rho} = \frac{E}{B\ell}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι: $\Phi = BAN\sigma\upsilon\nu\omega t$ ή

$\Phi = 21\sigma\upsilon\nu 20t$ (S.I.).

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



Γ2. Έχουμε: $\upsilon = V\eta\mu\omega t$ ή $\upsilon = E_{\varepsilon\pi(max)}\eta\mu\omega t$ ή $\upsilon = N\omega BA\eta\mu\omega t$ ή $\upsilon = 420\eta\mu 20t$ (S.I.).

Για $\upsilon = V_{\varepsilon\nu}$ ($= 210\sqrt{2}$ V), έχουμε:

$$V_{\varepsilon\nu} = V\eta\mu 20t \text{ ή } \frac{V}{\sqrt{2}} = V\eta\mu 20t \text{ ή}$$

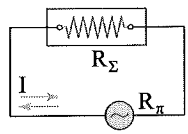
$$\eta\mu 20t = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ή (για } 2^{\eta} \text{ φορά) } 20t = \frac{3\pi}{4} \text{ ή}$$

$$t = \frac{3\pi}{80}\text{sec}.$$

Γ3. Είναι: $P_\kappa = V_\kappa \cdot I_\kappa$ ή $I_\kappa = \dfrac{P_\kappa}{V_\kappa}$ ή

$$I_\kappa = 3\sqrt{2}A$$

$$R_\Sigma = \frac{V_\kappa}{I_\kappa} \text{ ή } R_\Sigma = 60\Omega$$



Επειδή η συσκευή λειτουργεί κανονικά, ισχύει:

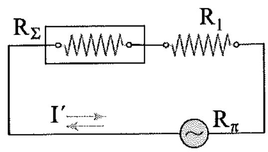
$$I_{\varepsilon\nu} = I_\kappa \text{ ή } \frac{I}{\sqrt{2}} = I_\kappa \text{ ή } I = 6A$$

$$I = \frac{V}{R_\Sigma + R_\Pi} \text{ ή } R_\Sigma + R_\Pi = \frac{V}{I} \text{ ή}$$

$$R_\Pi = \frac{V}{I} - R_\Sigma \text{ ή } R_\Pi = \left(\frac{420}{6} - 60\right)\Omega \text{ ή}$$

$$R_\Pi = 10\Omega$$

Γ4. Για το νέο κύκλωμα ισχύει:

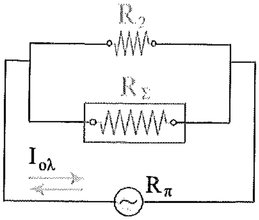


$$I' = \frac{2V}{R_{o\lambda}} \text{ ή } I'_{\varepsilon\nu} = \frac{2V_{\varepsilon\nu}}{R_1 + R_\Sigma + R_\Pi} \text{ ή}$$

$$I_\kappa = \frac{2V_{\varepsilon\nu}}{R_1 + R_\Sigma + R_\Pi}$$

$$R_1 = \frac{2V_{\varepsilon\nu}}{I_\kappa} - R_\Sigma - R_\Pi \quad \acute{\eta} \quad R_1 = 70\Omega$$

Γ5.



Τώρα έχουμε:

$$I_{o\lambda} = \frac{2V}{R'_{o\lambda}} \quad \acute{\eta} \quad I_{\varepsilon\nu(o\lambda)} = \frac{2V_{\varepsilon\nu}}{R_{2,\Sigma} + R_\Pi} \quad \kappa\alpha\iota$$

$$V_{\Sigma(\varepsilon\nu)} = 2V_{\varepsilon\nu} - I_{\varepsilon\nu(o\lambda)}R_\Pi \quad \acute{\eta} \quad (V_{\Sigma(\varepsilon\nu)} = V_\kappa)$$

$$V_\kappa = 2V_{\varepsilon\nu} - I_{\varepsilon\nu(o\lambda)}R_\Pi \quad \acute{\eta}$$

$$V_\kappa = 2V_{\varepsilon\nu} - \frac{2V_{\varepsilon\nu} \cdot R_\Pi}{R_{2,\Sigma} + R_\Pi} \quad \acute{\eta}$$

$$\frac{2V_{\varepsilon\nu} \cdot R_\Pi}{R_{2,\Sigma} + R_\Pi} = 2V_{\varepsilon\nu} - V_\kappa \quad \acute{\eta}$$

$$R_{2,\Sigma} + R_\Pi = \frac{2V_{\varepsilon\nu} \cdot R_\Pi}{2V_{\varepsilon\nu} - V_\kappa} \quad \acute{\eta}$$

$$R_{2,\Sigma} = \frac{2V_{\varepsilon\nu} \cdot R_\Pi}{2V_{\varepsilon\nu} - V_\kappa} - R_\Pi \quad \acute{\eta}$$

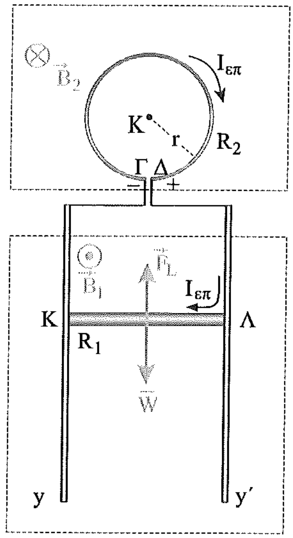
$$R_{2,\Sigma} = \left(\frac{420\sqrt{2} \cdot 10}{420\sqrt{2} - 180\sqrt{2}} - 10\right)\Omega \quad \acute{\eta}$$

$$R_{2,\Sigma} = 7{,}5\Omega$$

$$\frac{1}{R_{2,\Sigma}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_\Sigma} \quad \acute{\eta} \quad R_2 = \frac{60}{7}\Omega$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα με φορά ίδια με αυτή της περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, ώστε το επαγωγικό μαγνητικό πεδίο να είναι ομόρροπο του $\vec{B}_2$ και να αντιστέκεται στη μείωσή του.



Το επαγωγικό ρεύμα εξέρχεται από το άκρο Δ του κυκλικού αγωγού.

Άρα στο άκρο αυτό έχουμε «+» και στο άκρο του Γ έχουμε «–».

Η ράβδος ΚΛ ισορροπεί.

Άρα: $\Sigma F = 0$ ή $F_L = W$ ή

$$B_1 I_{\varepsilon\pi}\ell = mg \quad \acute{\eta} \quad I_{\varepsilon\pi} = 2A$$

Είναι: $I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2}$ ή $E_{\varepsilon\pi} = 1V$

Δ2. Έχουμε:

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \quad \acute{\eta} \quad E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta B|}{\Delta t}A \quad \acute{\eta}$$

$$E_{\varepsilon\pi} = \lambda\pi r^2 \quad \acute{\eta} \quad \lambda = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{\pi r^2} \quad \acute{\eta} \quad \lambda = 1T/sec$$

Δ3. Από τη σχέση $B = B_0 - \lambda t$, για $B = 0$

είναι: $0 = B_0 - \lambda t_1$ ή $t_1 = \dfrac{B_{o\lambda}}{\lambda} = 2\sec$

Στον χρόνο $t_0 \to t_1$, από τους αντιστάτες του κυκλώματος εκλύεται θερμότητα ίση με:

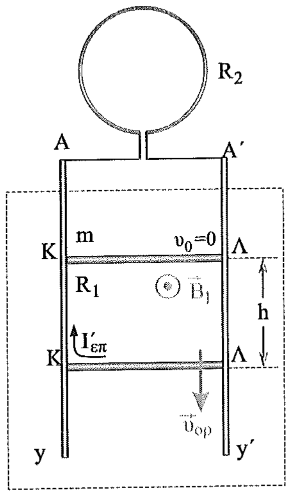
$$Q_1 = I_{\varepsilon\pi}^{\ 2}(R_1 + R_2) \cdot t_1 = 4J$$

Δ4. Στο χρονικό διάστημα $t_1 \to t_2$ για τη ράβδο ΚΛ έχουμε:

$$E'_{\varepsilon\pi} = B_1 \upsilon \ell$$

$$I'_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} = \frac{B_1 \upsilon \ell}{R_1 + R_2}$$

$$F'_L = BI'_{\varepsilon\pi}\ell = \frac{B_1^2 \ell^2 \upsilon}{R_1 + R_2}$$



Η οριακή ταχύτητα αποκτάται όταν:

$\Sigma F = 0$ ή $F_L{}' = W$ ή

$$\frac{B_1^2 \ell^2 \upsilon_{o\rho}}{R_1 + R_2} = mg \text{ ή}$$

$$\upsilon_{o\rho} = \frac{mg(R_1 + R_2)}{B_1^2 \ell^2} \text{ ή}$$

$$\upsilon_{o\rho} = 2\text{m/sec}$$

Στο χρονικό διάστημα $t_0 \to t_1$ έχουμε:

$$q_{\varepsilon\pi} = I_{\varepsilon\pi} \cdot t_1 = 4\text{C}$$

Από το νόμο Neumann, για το χρονικό διάστημα $t_1 \to t_2$, έχουμε:

$$q'_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{R_1 + R_2} = \frac{B_1 \cdot \ell \cdot h}{R_1 + R_2} = 1\text{C}$$

Άρα, συνολικά έχουμε:

$$q_{\varepsilon\pi(o\lambda)} = q_{\varepsilon\pi} + q'_{\varepsilon\pi} = 5\text{C}$$

46ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. α **Α2.** β **Α3.** γ **Α4.** α

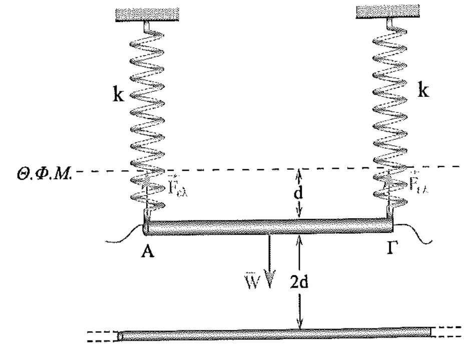
Α5. Σ Λ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Αρχικά η ράβδος ισορροπεί με τις δυνάμεις του σχήματος 1 και ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $2F_{\varepsilon\lambda} = W$ ή $2kd = mg$ (1)



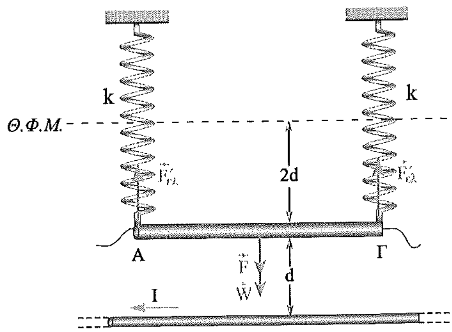
Σχήμα 1

Τελικά η ράβδος ισορροπεί με τις δυνάμεις του σχήματος 2 και ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $2F_{\varepsilon\lambda}{}' = F + W$ ή

$$2k2d = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\ell + mg$$

$$\xrightarrow{(1)} 2kd = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}\ell \text{ ή } k = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi d^2}$$



Σχήμα 2

Β2. Ι. (β)

Η χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο είναι $\Phi = B A \sigma\upsilon\nu\omega t$ ή $\Phi = B A \sigma\upsilon\nu 2\pi f t$.

Για $t_o = 0$: $\Phi_{\alpha\rho\chi} = BA$

Για $t = t_1$: $\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = BA\sigma\upsilon\nu 2\pi f \dfrac{1}{6f}$ ή

$$\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{BA}{2}$$

$$\overline{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}N \text{ ή } \overline{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}|}{t_1 - 0}N \text{ ή}$$

$$\overline{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{\frac{BA}{2}}{\frac{1}{6f}}N \text{ ή } \overline{E}_{\varepsilon\pi} = 3B\pi\alpha^2 fN$$

ΙΙ. (α) Αρχικά έχουμε: $\overline{P} = \dfrac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R}$

Τελικά: $R_{o\lambda} = \dfrac{R}{2}$ και $f' = f - 20\%f$ ή

$f' = 0{,}8f$ ή $\omega' = 0{,}8\omega$

$$V'_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}} = \frac{N\omega' BA}{\sqrt{2}} = \frac{N0{,}8\omega BA}{\sqrt{2}} = 0{,}8V_{\varepsilon\nu}$$

$$\overline{P}' = \frac{(V'_{\varepsilon\nu})^2}{R_{o\lambda}} \text{ ή } \overline{P}' = \frac{0{,}64V_{\varepsilon\nu}^2}{\frac{R}{2}} \text{ ή}$$

$$\overline{P}' = \frac{1{,}28V_{\varepsilon\nu}^2}{R} \text{ ή } \overline{P}' = 1{,}28\overline{P}$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\pi\% = \frac{\overline{P}' - \overline{P}}{\overline{P}}100\% \text{ ή } \pi\% = 28\%$$

Β3. Ι. (β)

Επειδή ο αγωγός έχει σταθερή διατομή, είναι $R_{\Gamma\Delta} = \dfrac{R}{2}$.

Έχουμε:

$$E_{\varepsilon\pi(K\Lambda)} = B\upsilon\ell \text{ και } E_{\varepsilon\pi(\Gamma\Delta)} = \frac{B\upsilon\ell}{2}$$

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi(\Gamma\Delta)}}{R_{\Gamma\Delta} + R_1} \text{ ή } I_{\varepsilon\pi} = \frac{\frac{B\upsilon\ell}{2}}{\frac{R}{2} + \frac{R}{2}} \text{ ή } I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon\ell}{2R}$$

Άρα: $V_{K\Lambda} = E_{\varepsilon\pi(K\Lambda)} - I_{\varepsilon\pi} \cdot R_{\Gamma\Delta}$ ή

$$V_{K\Lambda} = B\upsilon\ell - \frac{B\upsilon\ell}{2R}\frac{R}{2} \text{ ή } V_{K\Lambda} = \frac{3B\upsilon\ell}{4}$$

ΙΙ. (α)

Επειδή ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα, ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F = F_L \text{ ή } F = BI_{\varepsilon\pi}\frac{\ell}{2} \text{ ή}$$

$$F = B\frac{B\upsilon\ell}{2R}\frac{\ell}{2} \text{ ή } F = \frac{B^2\upsilon\ell^2}{4R}$$

ΘΕΜΑ Γ

Α. Γ1. Στη ράβδο ΚΛ αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell = 12V$ με το «+» στο Λ και το «–» στο Κ.

Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη, το πηνίο δεν διαρρέεται από ρεύμα και έχουμε:

$$|E_{\alpha\upsilon\tau}| = E_{\varepsilon\pi} \quad \text{ή} \quad L\frac{di}{dt} = E_{\varepsilon\pi} \quad \text{ή} \quad \frac{di}{dt} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{L}$$

ή $\dfrac{di}{dt} = 30A/sec$

Γ2. Όταν σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα, το πηνίο συμπεριφέρεται σαν ωμικός αντιστάτης και έχουμε:

$$I = \frac{B\upsilon\ell}{R_\pi + R} = 2A \quad , \quad F_L = BI\ell = 2N$$

Για τη ράβδο: $\Sigma F = 0$ ή $F = F_L = 2N$

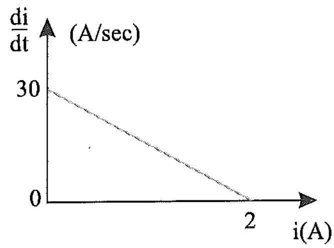
Γ3. Με βάση τον 2^o κανόνα Kirchhoff έχουμε:

$$E_{\varepsilon\pi} - iR - |E_{\alpha\upsilon\tau}| - iR_\pi = 0 \quad \text{ή}$$

$$E_{\varepsilon\pi} - L\frac{di}{dt} - (R + R_\pi)i = 0 \quad \text{ή}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{L} - \frac{R + R_\pi}{L}i \quad \text{ή}$$

$$\frac{di}{dt} = 30 - 15i \text{ (S.I.)}, \quad 0 \le i \le 2A$$



Β. Γ4. Τη χρονική στιγμή t_1 (πριν το άνοιγμα του διακόπτη δ_2) το πηνίο είχε αποθηκευμένη ενέργεια μαγνητικού πεδίου ίση με:

$$U_B = \frac{1}{2}LI^2 = 0,8J$$

Η ενέργεια αυτή εκταμιεύεται μετά το άνοιγμα του διακόπτη δ_2 και το κλείσιμο του δ_1 και εκλύεται τελικά ως θερμότητα από τους αντιστάτες R_1 και R_π, λόγω του φαινομένου Joule. Δηλαδή: $Q_{R_1,R_\pi(o\lambda)} = U_B = 0,8J$

Γ5. Το πηνίο συμπεριφέρεται ως πηγή, αναπτύσσοντας ΗΕΔ από αυτεπαγωγή με «+» στο Γ και «–» στο Γ′ και έχουμε:

$$i = \frac{|E_{\alpha\upsilon\tau}|}{R_1 + R_\pi} \quad \text{ή} \quad \frac{I}{2} = \frac{|E_{\alpha\upsilon\tau}|}{R_1 + R_\pi} \quad \text{ή}$$

$$|E_{\alpha\upsilon\tau}| = 8V$$

Είναι: $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = -L\dfrac{di}{dt}$ ή $\dfrac{di}{dt} = -20A/sec$

$$V_\Gamma - |E_{\alpha\upsilon\tau}| + iR_\pi = V'_\Gamma \quad \text{ή}$$

$$V_\Gamma - V'_\Gamma = |E_{\alpha\upsilon\tau}| - iR_\pi \quad \text{ή}$$

$$V_{\Gamma\Gamma'} = |E_{\alpha\upsilon\tau}| - \frac{I}{2}R_\pi \quad \text{ή}$$

$$V_{\Gamma\Gamma'} = +4V$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στη διάρκεια της ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης της ράβδου, έχουμε:

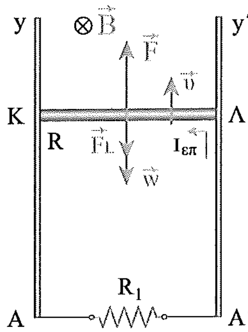
$$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell \text{ ή } F_L = B\frac{B\alpha\ell}{R+R_1}t\ell \text{ ή}$$

$$F_L = \frac{B^2\alpha\ell^2}{R+R_1}t \text{ ή } F_L = 0,4t \text{ (S.I.)}$$

$$\Sigma F = m\alpha \text{ ή } F - F_L - W = m\alpha \text{ ή}$$

$$F = F_L + W + m\alpha \text{ ή } F = \frac{B^2\alpha\ell^2}{R+R_1}t + m(g+\alpha) \text{ ή}$$

$$F = 2,4 + 0,4t \text{ (S.I.)}.$$



Είναι $\upsilon = \alpha t$ ή $\upsilon = 2t$ (S.I.).
Άρα: $F = 2,4 + 0,2\upsilon$ (S.I.)

$$V_{K\Lambda} = I_{\varepsilon\pi} \cdot R_1 \text{ ή } V_{K\Lambda} = \frac{B\alpha\ell R_1}{R+R_1}t \text{ ή}$$

$$V_{K\Lambda} = 1,2t \text{ (S.I)}$$

Δ2. Είναι $\dfrac{dW_F}{dt} = P_F$ ή $\dfrac{dW_F}{dt} = F \cdot \upsilon_1$ ή

$$\frac{dW_F}{dt} = (2,4 + 0,4t_1)2t_1 \text{ ή } \frac{dW_F}{dt} = 12,8J/sec$$

Δ3. Αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$ είναι: $\Sigma F = m\alpha$ ή $-mg - F_{L(1)} = m\alpha_1$

$$\alpha_1 = -\frac{mg + F_{L(1)}}{m} \text{ ή } \alpha_1 = -\left(g + \frac{0,4t_1}{m}\right) \text{ ή}$$

$$\alpha_1 = -14m/sec^2$$

Δ4. Είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{-\Sigma F \cdot dy}{dt} = -m\alpha_1 \cdot \upsilon_1 = -m\alpha_1^2 t_1$$

Άρα: $\dfrac{dK}{dt} = -11,2$ J/sec

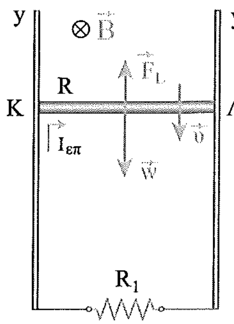
$$\frac{dU}{dt} = \frac{d(mgy)}{dt} = mg\frac{dy}{dt} = +mg\upsilon_1$$

Άρα: $\dfrac{dU}{dt} = +8$ J/sec

$$\frac{dQ}{dt} = I^2_{επ(1)}(R+R_1) = (0,4t_1)^2(R+R_1)$$

Άρα: $\frac{dQ}{dt} = +3,2$ J/sec

Δ5. Με την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$, η ράβδος επιβραδύνεται, ακινητοποιείται στιγμιαία και στη συνέχεια κινείται προς τα κάτω.



Σε μια τυχαία θέση της καθόδου της έχουμε: $E_{επ} = Bυ\ell$,

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R+R_1} \text{ ή } I_{επ} = \frac{Bυ\ell}{R+R_1} ,$$

$$F_L = BI_{επ}\ell \text{ ή } F_L = \frac{B^2υ\ell^2}{R+R_1}$$

Καθώς αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου, αυξάνεται και το μέτρο της δύναμης Laplace και η ράβδος αποκτά οριακή ταχύτητα ($\vec{υ}_{ορ}$) όταν είναι:

$$ΣF = 0 \text{ ή } F_L = W \text{ ή } \frac{B^2\ell^2υ_{ορ}}{R+R_1} = mg \text{ ή}$$

$$υ_{ορ} = \frac{mg(R+R_1)}{B^2\ell^2} \text{ ή } υ_{ορ} = 10\text{m/sec}$$

47^o Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** α **Α3.** δ **Α4.** β

Α5. Λ Λ Σ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1.1 (α) Έχουμε: $π\% = \frac{K'_2}{K_1}100\%$ ή

$$π\% = \frac{K_1 - K'_1}{K_1}100\% \text{ ή}$$

$$π\% = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}m_1(υ'_1)^2}{\frac{1}{2}m_1υ_1^2}\right)100\% \text{ ή}$$

$$π\% = \left[1 - \left(\frac{υ'_1}{υ_1}\right)^2\right]100\% \text{ ή}$$

$$π\% = (1-0,64)100\% \text{ ή } π\% = 36\%$$

Β1.2 (α) Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση, με θετική φορά αυτή της $\vec{υ}_1$:

$$m_1υ_1 + m_2υ_2 = m_1υ_1' + m_2υ_2' \text{ ή}$$

$$m_1(υ_1 - υ'_1) = m_2(υ_2' - υ_2) \ (1)$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας: $K_{ολ(αρχ)} = K_{ολ(τελ)}$ ή

$$\frac{1}{2}m_1υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2υ_2^2 = \frac{1}{2}m_1(υ'_1)^2 + \frac{1}{2}m_2(υ'_2)^2 \text{ ή}$$

$$m_1\left[υ_1^2 - (υ'_1)^2\right] = m_2\left[(υ'_2)^2 - υ_2^2\right] \text{ ή}$$

$$m_1(υ_1 - υ'_1)(υ_1 + υ'_1) =$$

$$= m_2(υ'_2 - υ_2)(υ'_2 + υ_2)(2)$$

Διαιρούμε τις σχέσεις (2) και (1) κατά μέλη:

$$υ_1 + υ'_1 = υ_2 + υ'_2 \text{ ή } υ'_1 - υ'_2 = -(υ_1 - υ_2) \text{ ή}$$

$$υ'_1 - υ'_2 = -4\text{m/sec}$$

Β2. (γ) Αφού έχουμε $A = \frac{A_0}{4}$ μετά από 8 ταλαντώσεις, το πλάτος της ταλάντωσης υποδιπλασιάζεται μετά από 4 ταλαντώσεις.

Επομένως, όταν έχουν ολοκληρωθεί 12 ταλαντώσεις έχουμε $A = \frac{A_0}{8}$.

Είναι: $W_{F_{αν}} = E - E_0$ ή

$$W_{F_{αν}} = \frac{1}{2}DA^2 - E_0 \text{ ή}$$

$$W_{F_{απ}} = \frac{1}{2}D\frac{A_0^2}{64} - E_0 \;\; ή \;\; W_{F_{απ}} = \frac{E_0}{64} - E_0 \;\; ή$$

$$W_{F_{απ}} = -\frac{63}{64}E_0$$

B3. (γ) Αρχικά έχουμε:

$$\overline{P}_1 = \frac{V_{εν}^2}{R_1} \;\; ή \;\; \overline{P}_1 = \frac{V^2}{2R_1} \;\; ή \;\; \overline{P}_1 = \frac{N^2\omega^2B^2A^2}{2R_1} \quad (1)$$

Τελικά:

$$\overline{P}_1' = (I_{εν}')^2 \cdot R_1 \;\; ή \;\; \overline{P}_1 = \left(\frac{V_{εν}'}{R_1+R_2}\right)^2 \cdot R_1 \;\; ή$$

$$\overline{P}_1' = \frac{(V')^2}{2(R_1+R_2)^2}R_1 \;\; ή \;\; \overline{P}_1' = \frac{N^2 4\omega^2B^2A^2}{2(R_1+R_2)^2}R_1$$

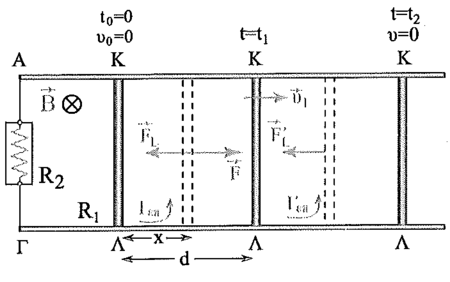
$$ή \;\; \overline{P}_1' = 2\frac{N^2\omega^2B^2A^2}{(R_1+R_2)^2}R_1 \quad (2)$$

Είναι: $\frac{\overline{P}_1}{\overline{P}_1'} = \frac{4R_1^2}{(R_1+R_2)^2} \;\; ή \;\; \frac{\overline{P}_1'}{\overline{P}_1} = \frac{36}{25} \quad (3)$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι ίσο με:

$$\pi\% = \frac{P_1' - \overline{P}_1}{\overline{P}_1}100\% \xrightarrow{(3)} \pi\% = +44\%$$

ΘΕΜΑ Γ



Στο χρονικό διάστημα $t_0 \to t_1$ στα άκρα της ράβδου αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή $E_{επ}$, το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_{επ}$ και η ράβδος δέχεται δύναμη Laplace με τη φορά του σχήματος.

Σε μία τυχαία χρονική στιγμή του παραπάνω χρονικού διαστήματος, έχουμε:

$$υ = αt \;\; (1), \quad x = \frac{1}{2}αt^2 \;\; (2)$$

$$E_{επ} = Bυ\ell \xrightarrow{(1)} E_{επ} = Bα\ell t \;\; (3)$$

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_1+R_2} \xrightarrow{(3)} I_{επ} = \frac{Bα\ell}{R_1+R_2}t \;\; (4)$$

$$F_L = BI_{επ}\ell \xrightarrow{(4)} F_L = \frac{B^2α\ell^2}{R_1+R_2}t \;\; (5)$$

Γ1. Για τη θερμική συσκευή έχουμε:

$$P_κ = V_κ \cdot I_κ \;\; ή \;\; I_κ = \frac{P_κ}{V_κ} \;\; ή \;\; I_κ = 2A$$

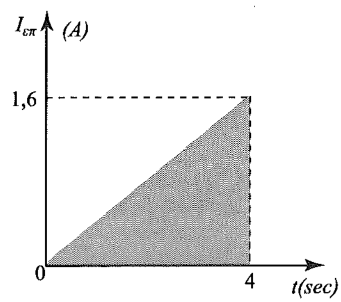
$$R_2 = \frac{V_κ}{I_κ} \;\; ή \;\; R_2 = 3\Omega$$

Από τη σχέση (4): $I_{επ} = 0,4t$ (S.I.)

Από τη σχέση (2) έχουμε:

$$d = \frac{1}{2}αt_1^2 \;\; ή \;\; t_1 = \sqrt{\frac{2d}{α}} \;\; ή \;\; t_1 = 4\,sec$$

Το ζητούμενο ηλεκτρικό φορτίο ισούται με το σκιασμένο εμβαδόν του παρακάτω διαγράμματος



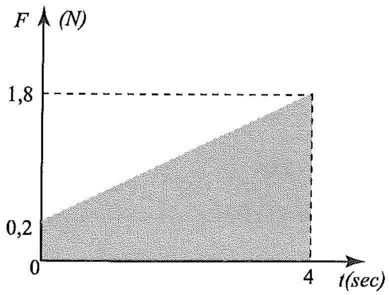
$$q_{επ} = Eμβ(I_{επ} - t) \;\; ή \;\; q_{επ} = 3,2C$$

Γ2. Είναι:

$$\Sigma F = mα \;\; ή \;\; F - F_L = mα \xrightarrow{(5)}$$

$$F = mα + \frac{B^2α\ell^2}{R_1+R_2}t \;\; ή$$

$$F = 0,2 + 0,4t \;\; (S.I.) \;\; (6)$$



Γ3. Από τη σχέση (2) έχουμε:

$$s=\frac{1}{2}\alpha t^2 \text{ ή } t=\sqrt{\frac{2\cdot s}{\alpha}}=2\sec$$

Από τη σχέση (1): $\upsilon=\alpha t$ ή $\upsilon=4\text{m/sec}$

Από τη σχέση (6): $F=1\text{N}$

$P_F=F\cdot\upsilon$ ή $P_F=4\text{W}$

Γ4. Στο χρονικό διάστημα $t_1\rightarrow t_2$ για τη ράβδο έχουμε: $E'_{\varepsilon\pi}=B\upsilon\ell$

$$I'_{\varepsilon\pi}=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1+R_2} \text{ ή } I'_{\varepsilon\pi}=\frac{B\upsilon\ell}{R_1+R_2}$$

$$F_L{}'=BI'_{\varepsilon\pi}\ell \text{ ή } F_L{}'=\frac{B^2\upsilon\ell^2}{R_1+R_2}$$

Από τη σχέση (1), για $t=t_1$:

$\upsilon_1=\alpha t_1=8\text{m/sec}$.

Για $\upsilon=\frac{\upsilon_1}{2}=4\text{m/sec}$, είναι:

$$F_L{}'=\frac{B^2\upsilon\ell^2}{R_1+R_2} \text{ ή } F'_{L_{(1)}}=0,8\text{N} \text{ και}$$

$$\frac{dK}{dt}=\Sigma F\cdot\upsilon_1 \text{ ή } \frac{dK}{dt}=-F'_L\upsilon_1 \text{ ή}$$

$$\frac{dK}{dt}=-3,2\text{J/sec}$$

Γ5. Η συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο χρονικό διάστημα $t_1\rightarrow t_2$ ισούται με την αντίστοιχη απώλεια κινητικής ενέργειας.

$$Q=|\Delta K| \text{ ή } Q=|0-\frac{1}{2}m\upsilon_1^2| \text{ ή } Q=3,2\text{J}$$

Σε στοιχειώδες χρονικό διάστημα dt του χρονικού διαστήματος $t_1\rightarrow t_2$ έχουμε:

$$\frac{dQ_1}{dQ_2}=\frac{I^2_{\varepsilon\pi}\cdot R_1 dt}{I^2_{\varepsilon\pi}\cdot R_2\cdot dt} \text{ ή } \frac{dQ_1}{dQ_2}=\frac{R_1}{R_2}$$

Επομένως συνολικά ισχύει:

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{R_1}{R_2} \text{ ή } \frac{Q_1+Q_2}{Q_2}=\frac{R_1+R_2}{R_2} \text{ ή}$$

$$Q_2=Q\frac{R_2}{R_1+R_2} \text{ ή } Q_2=1,92\text{J}$$

Γ6. Για να λειτουργεί κανονικά η συσκευή πρέπει η ράβδος να αποκτήσει οριακή ταχύτητα $\upsilon_{o\rho}$ τέτοια ώστε να έχουμε:

$I_{\varepsilon\pi}=I_\kappa$ ή $I_{\varepsilon\pi}=2\text{A}$

Τότε για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma F=0$ ή $F=F_L$ ή

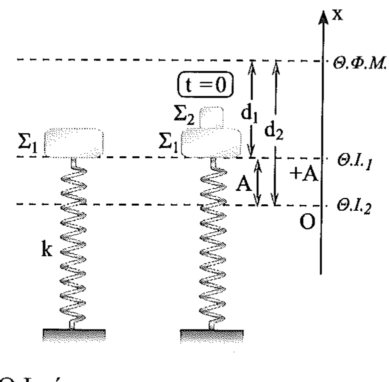
$F=BI_{\varepsilon\pi}\ell$ ή $F=2\text{N}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στη Θ.Ι.$_1$ έχουμε:

$\Sigma F=0$ ή $F_{\varepsilon\lambda}=W_1$ ή $kd_1=m_1 g$ ή

$$d_1=\frac{m_1 g}{k}=0,05\text{m}$$



Στη Θ.Ι.$_2$ έχουμε:

$\Sigma F=0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda}=W_{o\lambda}$ ή $kd_2=(m_1+m_2)g$ ή

$d_2=0,1\text{m}$

Είναι: $A=d_2-d_1$ ή $A=0,05\text{m}$ και $D=k$ ή

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \text{ ή } \omega=10\text{rad/sec}$$

Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έχουμε:

$x_0=+A$ ή $A\eta\mu\varphi_0=+A$ ή $\eta\mu\varphi_0=+1$.

Άρα $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}\text{rad}$

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή

$x = 0,05\eta\mu\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (S.I.) (1)

Δ2. Τα σώματα Σ_1, Σ_2 ταλαντώνονται με γωνιακές συχνότητες $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Άρα:

$D_1 = m_1\omega^2$ ή $D_1 = 200\text{N/m}$ και

$D_2 = m_2\omega^2$ ή $D_2 = 200\text{N/m}$

Δ3. Είναι: $U = \dfrac{E}{4}$ ή $\dfrac{1}{2}kx_1^2 = \dfrac{1}{4}\dfrac{1}{2}kA^2$ ή

$x_1 = \pm\dfrac{A}{2}$. Για 1η φορά: $x_1 = +\dfrac{A}{2} = +\dfrac{0,05}{2}\text{m}$

Από την εξίσωση (1), για $x = x_1$ έχουμε:

$\eta\mu\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right) = +\dfrac{1}{2} \rightarrow 10t + \dfrac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{6}$ ή

$10t + \dfrac{\pi}{2} = 2\kappa\pi + \dfrac{5\pi}{6} \rightarrow 10t = 2\kappa\pi - \dfrac{\pi}{3}$ ή

$10t = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{3} \rightarrow$ (για $\kappa = 1$) $10t = \dfrac{5\pi}{3}$ ή

(για $\kappa = 0$) $10t = \dfrac{\pi}{3}$

Από την τελευταία σχέση, έχουμε για πρώτη φορά: $t_1 = \dfrac{\pi}{30}\text{sec}$.

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι:

$\upsilon = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0)$ ή

$\upsilon = 0,5\sigma\upsilon\nu\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (S.I.) ή

για $t = t_1$: $\upsilon_1 = -\dfrac{\sqrt{3}}{4}\text{m/sec}$.

Τη στιγμή αυτή έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon_1 = -kx_1 \cdot \upsilon_1 \text{ ή}$$

$$\frac{dK}{dt} = +2,5\sqrt{3}\ \text{J/sec}.$$

Δ4. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε για την κίνηση του σώματος στο χρονικό διάστημα $t_0 \rightarrow t_1$:

$W_{F_{\varepsilon\pi}} = \Delta K$ ή $W_{F_{\varepsilon\pi}} = \dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_1^2 - 0$ ή

$W_{F_{\varepsilon\pi}} = +0,375\text{J}$

Το έργο της δύναμης του ελατηρίου μπορεί να υπολογιστεί με δύο τρόπους:

1ος τρόπος

$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = U_{\varepsilon\lambda(\alpha\rho\chi)} - U_{\varepsilon\lambda(\tau\varepsilon\lambda)}$ ή

$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell_{\alpha\rho\chi})^2 - \dfrac{1}{2}k(\Delta\ell_{\tau\varepsilon\lambda})^2$ ή

$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = \dfrac{1}{2}k[d_1^2 - (d_2 - x_1)^2]$ ή

$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = -0,625\text{J}$

2ος τρόπος

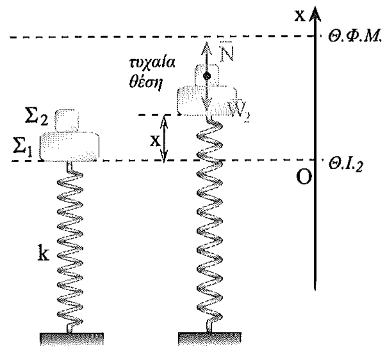
$W_{F_{\varepsilon\pi}} = W_{F_{\varepsilon\lambda}} + W_W$ ή

$W_{F_{\varepsilon\pi}} = W_{F_{\varepsilon\lambda}} + (m_1 + m_2)g(A - x_1)$ ή

$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = W_{F_{\varepsilon\pi}} - (m_1 + m_2)g(A - x_1)$ ή

$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = -0,625\text{J}$

Δ5.



Στην τυχαία θέση του σχήματος για το σώμα Σ_2 έχουμε:

$\Sigma F = -D_2 \cdot x$ ή $N - m_2 g = -D_2 x$ ή

$N = m_2 g - D_2 \cdot x$

Για να μη χαθεί η επαφή, πρέπει να ισχύει:

$N \geq 0$ ή $m_2 g \geq D_2 x$ ή $x \leq \dfrac{m_2 g}{D}$ ή $x \leq 0,1\text{m}$

Άρα: $A_{max} = 0,1m (= d_2)$

(Επομένως, για να μη χαθεί η επαφή δεν πρέπει το σύστημα να υπερβεί τη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου). Συνεπώς είναι:

$\upsilon_{0(max)} = \omega \cdot A_{max}$ ή $\upsilon_{0(max)} = 1m/sec$

48ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** γ **Α3.** α **Α4.** δ

Α5. Σ Λ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (α)

Η ταχύτητα της σφαίρας Β μετά την κρούση της με την σφαίρα Γ είναι:

$$\upsilon_1' = \frac{m_B - m_\Gamma}{m_B + m_\Gamma}\upsilon_1 \text{ ή } \upsilon_1' = -\frac{\upsilon_1}{3} \quad (1)$$

Η ταχύτητα της σφαίρας Β μετά την κρούση της με την σφαίρα Α είναι:

$$\upsilon_1'' = \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}\upsilon_1' \text{ ή } \upsilon_1'' = \frac{\upsilon_1}{9} \quad (2)$$

Ο ζητούμενος λόγος κινητικών ενεργειών είναι:

$$\frac{K_{τελ}}{K_{αρχ}} = \frac{\frac{1}{2}m_B(\upsilon_1'')^2}{\frac{1}{2}m_B\upsilon_1^2} \xrightarrow{(2)} \frac{K_{τελ}}{K_{αρχ}} = \frac{1}{81}$$

Β2. (β)

Το πλαίσιο ολοκληρώνει την είσοδό του στο μαγνητικό πεδίο τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\ell}{\upsilon}$.

Τη χρονική στιγμή $t = t_2$ έχει διανύσει διάστημα ίσο με: $x_2 = \upsilon t_2 = d$

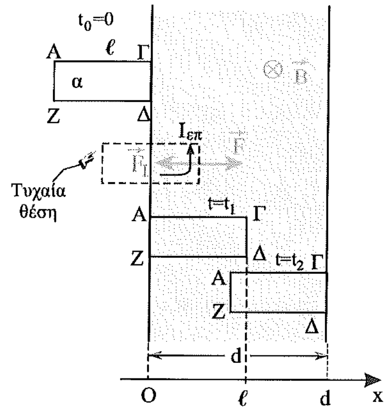
Στο χρονικό διάστημα $t_0 \to t_1$ (είσοδος στο μαγνητικό πεδίο), έχουμε:

$\Phi = B\alpha x$ ή $\Phi = B\alpha\upsilon t \quad 0 \le t < t_1$

$$E_{επ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \text{ ή } E_{επ} = B\alpha\upsilon$$

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R} \text{ ή } I_{επ} = \frac{B\alpha\upsilon}{R}$$

$$|F_L| = B|I_{επ}|\alpha \text{ ή } |F_L| = \frac{B^2\alpha^2\upsilon}{R}$$



Επειδή η ταχύτητα είναι σταθερή, ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F = |F_L| \text{ ή } F = \frac{B^2\alpha^2\upsilon}{R}$$

Άρα: $W_{προσφ} = W_F = F \cdot \ell$ ή

$$W_{προσφ} = \frac{B^2\upsilon\alpha^2\ell}{R}$$

Στο χρονικό διάστημα $t_1 \to t_2 = \frac{\ell + d}{\upsilon}$,

έχουμε: $\Phi' = B\alpha\ell$: σταθ.

Άρα: $\Delta\Phi' = 0$, $E'_{επ} = 0$ και $I'_{επ} = 0$

Επομένως: $F'_L = 0$ και $F' = 0$, $W'_F = 0$

Συνεπώς, η συνολική προσφερόμενη ενέργεια στο χρονικό διάστημα $t_0 \to t_2$, ισούται με

$$W_{προσφ} = \frac{B^2\upsilon\alpha^2\ell}{R}.$$

Β3. (γ)

Έστω r_1, r_2 οι ακτίνες των σπειρών των πηνίων (1) και (2).

Είναι:

$d_1 = N_1 \cdot 2\pi r_1$ και $d_2 = N_2 \cdot 2\pi r_2$

Ισχύει:

$d_1 = 4d_2$ ή $N_1 \cdot 2\pi r_1 = 4N_2 \cdot 2\pi r_2$ ή

$N_1 r_1 = 4N_2 r_2$ ή $2N_2 r_1 = 4N_2 r_2$ ή

$r_1 = 2r_2$ ή $\dfrac{r_1}{r_2} = 2$

Άρα για τα εμβαδά των σπειρών τους έχουμε:

$\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}$ ή $\dfrac{A_1}{A_2} = 4$

Επομένως:

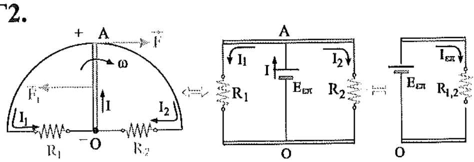
$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\mu\mu_0 \dfrac{N_1^2 A_1}{\ell_1}}{\mu\mu_0 \dfrac{N_2^2 A_2}{\ell_2}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\ell_2}{\ell_1}\frac{A_1}{A_2} =$$

$= 4 \cdot 4 = 16$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι: $E_{\varepsilon\pi} = \dfrac{1}{2}B\omega\ell^2$ ή $E_{\varepsilon\pi} = 10V$

Γ2.



Οι αντιστάσεις R_1, R_2 συνδέονται παράλληλα και έχουμε:

$R_{1,2} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 4\Omega$

Η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$I = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{1,2}} = 2A$

Γ3. Για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $F\ell - F_L\dfrac{\ell}{2} = 0$ ή

$F = \dfrac{F_L}{2}$ ή $F = \dfrac{BI_{\varepsilon\pi}\ell}{2}$ ή $F = 2N$

Γ4. Έχουμε:

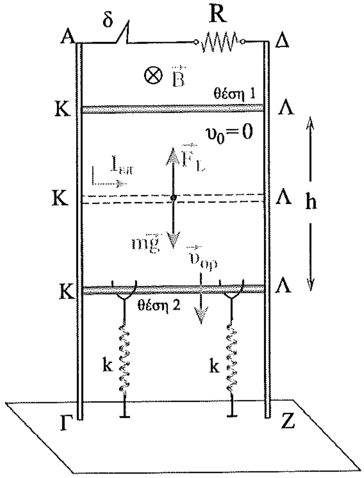
$I_1 = \dfrac{V_{AO}}{R_1} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi} - IR}{R_1} = 1A$

$\dfrac{dQ_{R_1}}{dt} = I_1^2 \cdot R_1 = 8J/sec$

Γ5. $\dfrac{dW_{\pi\rho o\sigma\varphi}}{dt} = P_F = F \cdot \upsilon_A = F\omega\ell = 20J/sec$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Με τον διακόπτη κλειστό, στην τυχαία θέση του σχήματος, έχουμε:

$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$

$I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{B\upsilon\ell}{R}$

$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell$ ή $F_L = \dfrac{B^2\upsilon\ell^2}{R}$

Η ράβδος αποκτά οριακή ταχύτητα όταν είναι $\Sigma F = 0$ ή $F_L = mg$ ή

$\dfrac{B^2\upsilon_{o\rho}\ell^2}{R} = mg$ ή $\upsilon_{o\rho} = \sqrt{3}m/sec$.

Δ2. i) $\dfrac{d\upsilon}{dt} = \alpha_1 = \dfrac{\Sigma F_{(1)}}{m} = \dfrac{mg - F_{L(1)}}{m} =$

$= g - \dfrac{B^2\upsilon_1\ell^2}{Rm}$ ή $\dfrac{d\upsilon}{dt} = 5m/sec^2$

ii) $\dfrac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon_1 = m\alpha_1 \cdot \upsilon_1$ ή

$\dfrac{dK}{dt} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}J/sec$

iii) $\dfrac{dU}{dt} = -mg\upsilon_1$ ή $\dfrac{dU}{dt} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}J/sec$

Δ3. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ανοίγουμε τον διακόπτη και η ράβδος ΚΛ έρχεται σε επαφή με τα ελατήρια και αρχίζει να εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D = 2k = 10N/m$ και γωνιακή συχνότητα

$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ ή $\omega = 10rad/sec$,

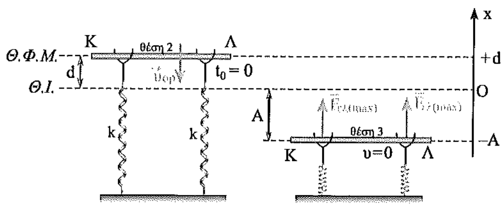
έως τη χρονική στιγμή t_1 που φτάνει και πάλι σ' αυτή τη θέση και αποχωρίζεται από τα ελατήρια έχοντας ταχύτητα μέτρου

$\upsilon = \upsilon_{op} = \sqrt{3}m/sec$.

Στη Θ.Ι. της ταλάντωσης έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $2F_{\varepsilon\lambda} = W$ ή

$2kd = mg$ ή $d = 0,1m$



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ισχύει:

$$U + K = E \text{ ή } \frac{1}{2}Dd^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_{op}^2 = \frac{1}{2}DA^2 \text{ ή}$$

$$A = \sqrt{d^2 + \frac{m\upsilon_{op}^2}{D}} \text{ ή } A = 0,2m$$

Η μέγιστη ταχύτητα της ράβδου ΚΛ είναι ίση με

$\upsilon_{max} = \omega A$ ή $\upsilon_{max} = 2m/sec$.

Επομένως, η μέγιστη τιμή της επαγωγικής ΗΕΔ στα άκρα της ράβδου ισούται με

$E_{\varepsilon\pi(max)} = B\upsilon_{max}\ell$ ή $E_{\varepsilon\pi(max)} = 2V$

Στην κάτω ακραία θέση της τροχιάς της ράβδου ΚΛ τα ελατήρια παρουσιάζουν μέγιστη συσπείρωση, ίσε με:

$\Delta\ell_{max} = d + A = 0,3m$

Στη θέση αυτή το κάθε ελατήριο ασκεί δύναμη μέτρου:

$F_{\varepsilon\lambda(max)} = k \cdot \Delta\ell_{max}$ ή $F_{\varepsilon\lambda(max)} = 1,5N$

Δ4. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ είναι:

$+d = A\eta\mu\varphi_0$ ή

$$\eta\mu\varphi_0 = +\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6}rad \text{ ή } \varphi_0 = \frac{5\pi}{6}rad$$

Είναι: $\upsilon = -\upsilon_{op} < 0$ ή $\sigma\upsilon\nu\varphi_0 < 0$

Άρα $\varphi_0 = \frac{5\pi}{6}rad$

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της ράβδου για $0 \leq t \leq t_1$ είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή

$$x = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (S.I.) (1)}$$

και η χρονική εξίσωση της ταχύτητας της:

$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0)$ ή

$$\upsilon = 2\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (S.I.)}$$

Η χρονική εξίσωση της ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα της είναι:

$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$ ή

$$E_{\varepsilon\pi} = 2\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (S.I.) (2)}$$

49ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** α **Α3.** δ **Α4.** γ

Α5. Σ Λ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ) Έχουμε:

$$R_1 = R_2 \text{ ή } \frac{m\upsilon_1\eta\mu\varphi_1}{Be} = \frac{m\upsilon_2\eta\mu\varphi_2}{Be} \text{ ή}$$

$$\upsilon_1\frac{1}{2} = \upsilon_2\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ή } \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \sqrt{3} \quad (1)$$

Ο λόγος των βημάτων ισούται με:

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\frac{2\pi m}{Be}\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi_1}{\frac{2\pi m}{Be}\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi_2} = \frac{\upsilon_1\frac{\sqrt{3}}{2}}{\upsilon_2\frac{1}{2}} \overset{(1)}{=} 3$$

Β2. (γ)

Η δύναμη Lorentz ωθεί τα ελεύθερα ηλεκτρόνια των δύο ράβδων στο κοινό τους άκρο Ο.

Είναι:

$$E_{\varepsilon\pi(1)} = \frac{|\Delta\Phi_1|}{\Delta t} = B\frac{\Delta A_1}{\Delta t} =$$

$$B\frac{\pi\ell_1^2}{T_1} = B\frac{\pi\ell_1^2}{\frac{2\pi}{\omega_1}} = \frac{1}{2}B\omega_1\ell_1^2$$

Ομοίως έχουμε:

$$E_{\varepsilon\pi(2)} = \frac{1}{2}B\omega_2\ell_2^2 \quad ή \quad E_{\varepsilon\pi(2)} = \frac{1}{2}B\omega_2\frac{9}{16}\ell_1^2$$

Έχουμε:

$$V_A - E_{\varepsilon\pi(1)} + E_{\varepsilon\pi(2)} = V_\Gamma \quad ή$$

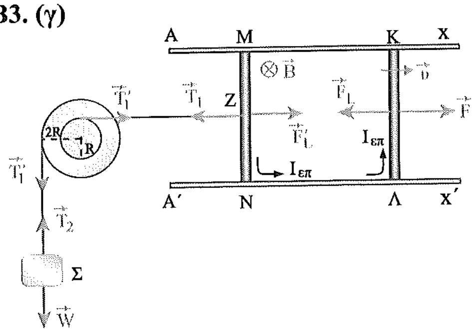
$$V_{A\Gamma} = E_{\varepsilon\pi(1)} - E_{\varepsilon\pi(2)} \quad ή \quad 0 = E_{\varepsilon\pi(1)} - E_{\varepsilon\pi(2)} \quad ή$$

$$E_{\varepsilon\pi(1)} = E_{\varepsilon\pi(2)} \quad ή$$

$$\frac{1}{2}B\omega_1\ell_1^2 = \frac{1}{2}B\omega_2\frac{9}{16}\ell_1^2 \quad ή \quad \omega_1 = \frac{9}{16}\omega_2 \quad ή$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{9}{16}$$

Β3. (γ)



Για το σώμα Σ ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad ή \quad T_2 = mg \quad (1)$$

Για την τροχαλία, έχουμε:

$$\Sigma\tau = 0 \quad ή \quad T_2'\cdot 2r = T_1'\cdot r \quad ή \quad T_1' = 2T_2' \quad ή$$

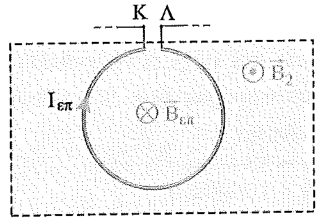
$$T_1 = 2T_2 \xrightarrow{(1)} T_1 = 2mg \quad (2)$$

Ράβδος ΜΝ: $\Sigma F = 0$ ή $F_L' = T_1 \xrightarrow{(2)} F_L = 2mg$

ή $\dfrac{B^2\upsilon\ell^2}{2R} = 2mg$ ή $\upsilon = \dfrac{4mgR}{B^2\ell^2}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Εφόσον $\dfrac{\Delta B_2}{\Delta t} > 0$, το $I_{\varepsilon\pi}$ έχει φορά τέτοια φορά ώστε το επαγωγικό μαγνητικό πεδίο να αντιτίθεται στην αύξηση της μαγνητικής ροής. Επομένως το επαγωγικό ρεύμα ($I_{\varepsilon\pi}$) θα έχει τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

Γ2. Είναι: $|E_{\varepsilon\pi}| = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}N = A\dfrac{\Delta B}{\Delta t}N$ ή

$|E_{\varepsilon\pi}| = 12V$

Γ3. Ισχύει: $P_\kappa = \dfrac{V_\kappa^{\,2}}{R_\Sigma}$ ή $R_\Sigma = 2\Omega$

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{(R_1 + R_\Sigma) + R_2} \quad ή \quad I_{\varepsilon\pi} = 2A$$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς ισούται με:

$$B_1 = \mu_0 n\cdot I_{\varepsilon\pi} \quad ή \quad B_1 = 4\pi\cdot 10^{-4}T$$

Γ4. Έχουμε:

$$R_1' = \frac{R_1}{2} \quad ή \quad R_1' = 1\Omega$$

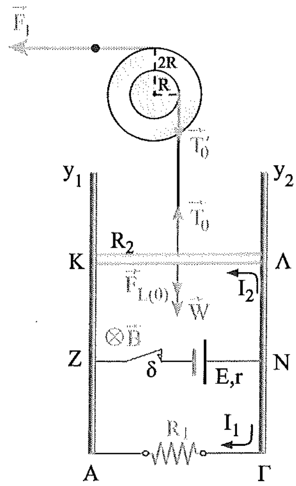
$$I_{\varepsilon\pi}' = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}'} \quad ή \quad I_{\varepsilon\pi}' = 2,4A$$

$$B_1' = \mu_0 n\cdot I_{\varepsilon\pi}' \quad ή \quad B_1' = 4,8\pi\cdot 10^{-4}T$$

$$P_\Sigma = I_{\varepsilon\pi}'^{\,2}\cdot R_\Sigma \quad ή \quad P_\Sigma = 11,52W$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Για την τροχαλία ισχύει:

$\Sigma\tau = 0$ ή $F_1 \cdot 2R = T_0' R$ ή $(T = T_0')$

$F_1 = \dfrac{T_0}{2}$ (1)

Για το κύκλωμα έχουμε:

$R_{1,2} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{3}{8}\Omega$

$I = \dfrac{E}{R_{1,2} + r} = 4A$

$V_{NZ} = E - I \cdot r = 1,5V$

$I_2 = \dfrac{V_{NZ}}{R_2} = 1A$

$F_{L(0)} = BI_2\ell = 1N$

Για τη ράβδο ΚΛ ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $T_0 = W + F_{L(0)}$ ή

$T_0 = mg + F_{L(0)} = 3N$.

$(1) \Rightarrow F_1 = 1,5N$

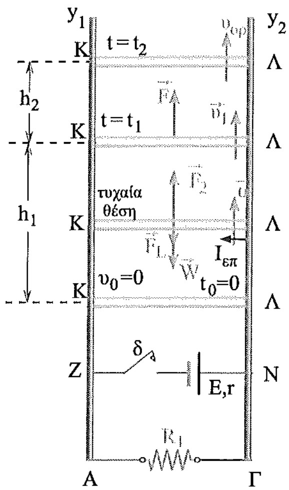
Δ2. Στο χρονικό διάστημα $t_0 \to t_1$, για τη ράβδο έχουμε:

$\Sigma F = m\alpha$ ή $F_2 - mg - F_L = m\alpha$ ή

$F_2 - mg - \dfrac{B^2\ell^2\upsilon}{R_1 + R_2} = m\alpha$ ή

$F_2 = m(\alpha + g) + \dfrac{B^2\ell^2}{R_1 + R_2}\alpha t$ ή

$F_2 = 2,4 + t$ (S.I.)



Δ3. Είναι: $h_1 = \dfrac{1}{2}\alpha t_1^2 = 2,56m$

Από το νόμο Neumann:

$q_{\varepsilon\pi} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{R_1 + R_2} = \dfrac{B\ell \cdot h_1}{R_1 + R_2} = 1,28C$

Δ4. Μετά την κατάργηση της δύναμης F η ράβδος επιβραδύνεται, ακινητοποιείται στιγμιαία και στη συνέχεια κινείται επιταχυνόμενα προς τα κάτω μέχρι να αποκτήσει και πάλι οριακή ταχύτητα μέτρου $\upsilon'_{o\rho}$.

Τότε έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $mg = F_L'$ ή

$mg = \dfrac{B^2\ell^2\upsilon'_{o\rho}}{R_1 + R_2}$ ή $\upsilon'_{o\rho} = 4m/sec$

Κατά την ανοδική κίνηση της ράβδου είναι:

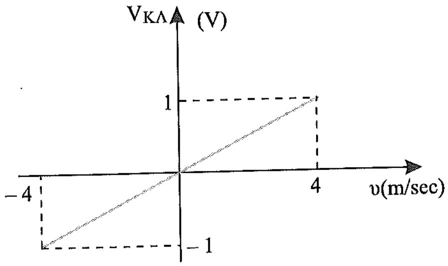
$V_{K\Lambda} = E_{\varepsilon\pi} - I_{\varepsilon\pi} \cdot R_2$ ή

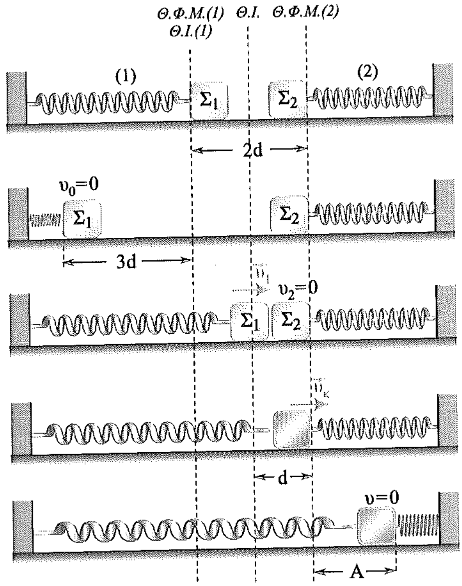
$V_{K\Lambda} = B\upsilon\ell - \dfrac{B\upsilon\ell}{R_1 + R_2}R_2$ ή

$$V_{K\Lambda} = \frac{\upsilon}{4} \ \text{(S.I.)}$$

$$-4\frac{m}{sec} \le \upsilon \le 4m/sec$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.





50ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** β **Α3.** α **Α4.** β

Α5. Λ Λ Σ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

Η μέση ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης ισούται με:

$$\overline{P}_R = I_{\varepsilon\nu}^2 R = \frac{I^2}{2}R = \frac{1}{2}\left(\frac{E_{\varepsilon\pi(\max)}}{2R}\right)^2 R =$$

$$= \frac{N^2\omega^2B^2\alpha^4}{8R^2}R = \frac{N^2\omega^2B^2\alpha^4}{8\rho\frac{L}{\frac{\pi\delta^2}{4}}} =$$

$$= \frac{N^2\omega^2B^2\alpha^4\pi\delta^2}{32\rho N4\alpha} = \frac{N\omega^2B^2\alpha^3\pi\delta^2}{128\rho}$$

Β2. (γ)

Το σώμα Σ_1 εκτελεί πριν την κρούση α.α.τ. με θέση ισορροπίας (Θ.Ι.$_1$) τη Θ.Φ.Μ.$_1$.

Αμέσως πριν την κρούση, για την ταλάντωση του, ισχύει:

$$U_1 + K_1 = E_1 \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}k(2d)^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{k}{m}[(3d)^2 - (2d)^2]} \text{ ή}$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{k}{m}5d^2} \text{ ή } \upsilon_1 = d\sqrt{\frac{5k}{m}} \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$$m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \text{ ή}$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{\upsilon_1}{2} \xrightarrow{(1)} \upsilon_\kappa = \frac{d}{2}\sqrt{\frac{5k}{m}} \quad (2)$$

Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την πλαστική κρούση, εκτελεί α.α.τ. με θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) στο μέσο της απόστασης των θέσεων φυσικού μήκους Θ.Φ.Μ.$_1$ και Θ.Φ.Μ.$_2$ των δύο ελατηρίων.

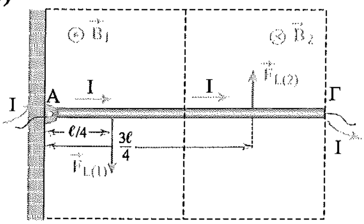
Για την α.α.τ. του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση, ισχύει:

$$U + K = E \text{ ή } \frac{1}{2}Dd^2 + \frac{1}{2}2m\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{2}DA^2 \text{ ή}$$

$$A=\sqrt{d^2+\frac{2mv_\kappa^2}{2k}}\xrightarrow{(2)}A=\sqrt{d^2+\frac{5}{4}d^2}\ \text{ή}$$

$$A=\frac{3}{2}d\ \text{ή}\ A=1,5d$$

Β3. (β)

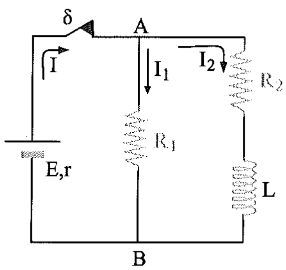


Η αβαρής ράβδος ισορροπεί με τη δράση των δυνάμεων Laplace $\vec{F}_{L(1)}$, $\vec{F}_{L(2)}$, των οποίων οι ροπές πρέπει να αλληλεξουδετερώνονται. Άρα το $\vec{B}_1$ πρέπει να είναι αντίθετης κατεύθυνσης από το $\vec{B}_2$.

Ισχύει: $\Sigma\tau_{(A)}=0$ ή $F_{L(2)}\cdot\frac{3\ell}{4}-F_{L(1)}\frac{\ell}{4}=0$

$$B_2I\frac{\ell}{2}\cdot\frac{3\ell}{4}=B_1I\frac{\ell}{2}\cdot\frac{\ell}{4}\ \text{ή}\ B_1=3B_2$$

ΘΕΜΑ Γ



Α. Γ1. Είναι: $R_{1,2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=2\Omega$

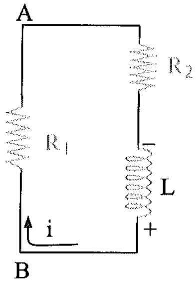
$$I=\frac{E}{R_{1,2}+r}=3A$$

$$V_{AB}=V_\pi=E-Ir=6V$$

$$I_1=\frac{V_{AB}}{R_1}=2A\qquad I_2=\frac{V_{AB}}{R_2}=1A$$

Γ2. $U_{B(0)}=\frac{1}{2}LI_2^{\,2}$ ή $L=\frac{2U_{B(0)}}{I_2^{\,2}}=2\cdot10^{-2}H$

Β. Γ3. Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ο βρόχος που αποτελείται από το πηνίο και τους αντιστάτες R_1 και R_2 διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2.



Έτσι έχουμε:

$$\frac{V_{AB(\pi\rho\iota\nu)}}{V_{AB(\alpha\mu\acute{\varepsilon}\sigma\omega\varsigma\,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}}=\frac{I_1R_1}{-I_2R_1}=-2$$

Γ4. $U_B=U_{B(0)}-75\%U_{B(0)}$ ή

$U_B=25\%U_{B(0)}$

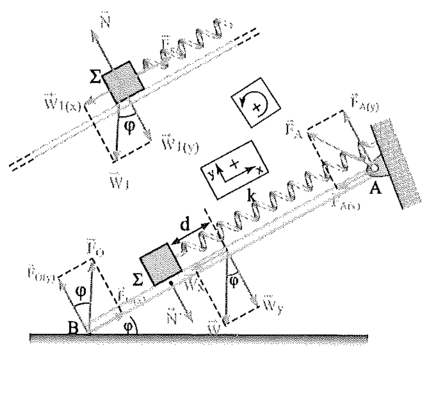
ή $\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{4}\frac{1}{2}LI_2^{\,2}$ ή $i=\frac{I_2}{2}=0,5A$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για το σώμα Σ ισχύει:

$\Sigma F_y=0$ ή $N=W_{1(y)}$ ή

$N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή $N=60N$



Είναι: $N' = N = 60N$ ως δράση-αντίδραση.

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_{1(x)}$ ή $kd = mg\eta\mu\varphi$ ή

$d = 0,5m$

Για την ράβδο ισχύει:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$

ή $-F_{O(y)} \cdot \ell + W_y \dfrac{\ell}{2} + N'(\dfrac{\ell}{2} + d) = 0$

ή $F_{O(y)} = 69N$

Άρα: $F_O = \dfrac{F_{O(y)}}{\sigma\upsilon\nu\varphi}$ ή $F_O = 115N$

Δ2. Για την ράβδο ισχύει:

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{O(x)} - W_x - F_{A(x)} = 0$

ή $F_{A(x)} = 28N$

$\Sigma F_y = 0$ ή $F_{O(y)} + F_{A(y)} - N' - W_y = 0$

ή $F_{A(y)} = 39N$

$\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{F_{A(y)}}{F_{A(x)}} = \dfrac{39}{28}$

Δ3. Είναι: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 4\,{}^{rad}\!/_{sec}$

$\upsilon_{max} = \upsilon_o$ ή $\upsilon_{max} = \omega \cdot A$

ή $A = \dfrac{\upsilon_{max}}{\omega}$ ή $A = 0,25m$

$t_o = 0$: $x = 0$ και $\upsilon = \upsilon_o > 0$

Άρα: $\varphi_o = 0$

Επομένως η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$x = 0,25\eta\mu4t$ (S.I.)(1)

Με το σώμα στην τυχαία θέση του σχήματος, για τη σανίδα ισχύει:

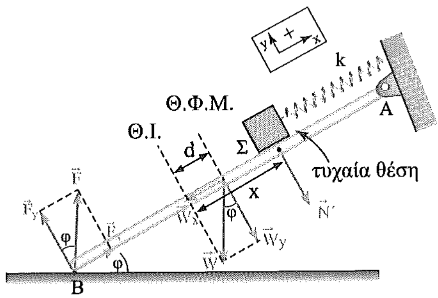
$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή

$-F_y \cdot \ell + N'(\dfrac{\ell}{2} + d - x) + W_y \dfrac{\ell}{2} = 0$ ή

$-F\sigma\upsilon\nu\varphi\ \ell + N'(\dfrac{\ell}{2} + d - x) + Mg\sigma\upsilon\nu\varphi \dfrac{\ell}{2} = 0$

ή $F = 115 - 50x$ (S.I.) (2),

$-0,25m \le x \le 0,25m$



Από τη σχέση (1), η σχέση (2) αποκτά την μορφή:

$F = 115 - 12,5\eta\mu4t$ (S.I.)

Δ4. Από την σχέση (2), για $F = F_{max}$, έχουμε:

$132,5 = 115 - 50x$ ή $x = -0,35m$

Άρα: $A_{max} = |x|$ ή $A_{max} = 0,35m$

και $\upsilon_{0(max)} = \omega \cdot A_{max}$ ή $\upsilon_{0(max)} = 1,4\,{}^{m}\!/_{sec}$

51ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** γ **Α3.** δ **Α4.** δ

Α5. Σ Λ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Σύμφωνα με τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein, έχουμε:

$K = hf - \varphi = hf - \dfrac{hf}{5} = \dfrac{4hf}{5}$

Β2. (γ)

Είναι: $E' = E - 60\%E$ ή $E' = 0,4E$ ή

$h\dfrac{c}{\lambda'} = 0,4h\dfrac{c}{\lambda}$ ή $\lambda' = \dfrac{\lambda}{0,4}$ ή $\lambda' = 2,5\lambda$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι ίσο με:

$\pi\% = \dfrac{\lambda' - \lambda}{\lambda}100\%$ ή $\pi\% = \dfrac{1,5\lambda}{\lambda}100\%$ ή

$\pi\% = 150\%$

Β3. Α. **(γ)** Είναι:

$p' = p - 75\%p$ ή

$p' = \frac{p}{4}$ ή $\frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{4\lambda}$ ή $\lambda' = 4\lambda$

Β. **(γ)** Από την Α.Δ.Ε. για τη σκέδαση έχουμε:

$E = E' + K_e$ ή $h\frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda'} + K_e$ ή

$cp = cp' + K_e$ ή

$K_e = c(p - p') \xrightarrow{(1)} K_e = c\left(p - \frac{p}{4}\right)$ ή $K_e = \frac{3}{4}pc$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι:

$E = 0,2MeV = 2 \cdot 10^5 eV =$

$= 3,2 \cdot 10^{-14} J$ και $E = \frac{hc}{\lambda}$ ή

$\lambda = \frac{hc}{E} = 6,2 \cdot 10^{-12} m = 6,2pm$

Γ2. Από την εξίσωση για τη σκέδαση Compton, έχουμε:

$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c}(1 - \sigma\upsilon\nu 90^o) = \lambda + \frac{h}{m_e c} =$

$= 8,6 \cdot 10^{-12} m = 8,6pm$

Γ3. $E' = hf' = h\frac{c}{\lambda'} = 2,313 \cdot 10^{-14} J =$

$= 1,45 \cdot 10^5 eV = 0,145MeV$

Γ4. Από την Α.Δ.Ε. έχουμε:

$E = E' + K_e$ ή $K_e = E - E' = 0,055MeV =$

$= 55KeV$

Γ5. Είναι: $p' = \frac{h}{\lambda'} = 7,71 \cdot 10^{-23} kg\, m/sec$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στη Θ.Ι. έχουμε: $\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W$ ή

$d = \frac{mg}{k} = 0,025m$

$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}kd^2 = 0,125J$

Δ2. Το σώμα εκτελεί α.α.τ. με

$A = d = 0,025m$ και γωνιακή συχνότητα

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20 rad/sec$.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε $x = +A$ ή

$A\eta\mu\varphi_0 = +A$ ή $\eta\mu\varphi_0 = +1$. Άρα $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$.

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή

$x = 0,025\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ (S.I.)

Δ3. Είναι $p = m\upsilon$ ή $p = m\omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0)$

ή $p = 0,5\sigma\upsilon\nu\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)$ (S.I.)

Δ4. Έχουμε:

$\lambda = \frac{h}{p_{max}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,5} m = 13,26 \cdot 10^{-34} m$ (μη ανιχνεύσιμο).

Δ5. Από την αρχή της αβεβαιότητας, έχουμε:

$\Delta x \cdot \Delta p_{min} = \frac{h}{2\pi}$ (1)

$\Delta p_{min} = \frac{h}{2\pi \cdot \Delta x}$ (1)

i) Στη Θ.Ι. έχουμε $\Delta x = \lambda = 13,26 \cdot 10^{-34} m$

και από την (1) προκύπτει:

$\Delta p_{min} = \frac{h}{2\pi\lambda} = \frac{1}{4\pi} kg\, m/sec$

ii) Έχουμε: $U = 3K$ ή $E - K = 3K$

$4K = E$ ή $4\frac{p^2}{2m} = \frac{p_{max}^2}{2m}$ ή

$p = \frac{p_{max}}{2} = 0,25 kg\, m/sec$

Το μήκος κύματος de Broglie που αντιστοιχεί σ' αυτή την τιμή ορμής είναι ίσο με:

$\lambda' = \frac{h}{p} = \frac{h}{\frac{p_{max}}{2}} = 2\lambda = 26,52 \cdot 10^{-34} m$

Από τη σχέση (1), για $\Delta x' = \lambda' = 2\lambda$ έχουμε:

$\Delta p'_{min} = \frac{h}{2\pi \cdot 2\lambda} = \frac{1}{8\pi} kg\, m/sec$

52ο Κριτήριο Αξιολόγησης

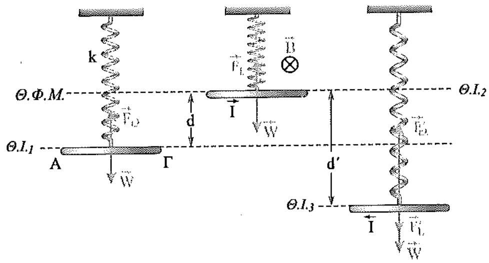
ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** β **Α3.** γ **Α4.** α

Α5. Λ Σ Σ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)



Αρχικά, στη Θ.Ι.$_1$ έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W$ ή $kd = W$ (1)

Στη Θ.Ι.$_2$ (Θ.Φ.Μ.), έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_L = W$ (2)

Στη Θ.Ι.$_3$ είναι:

$\Sigma F = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} = W + F_L$ ή

$kd' = W + F_L \xrightarrow{(2)} kd' = 2W \xrightarrow{(1)}$

$kd' = 2kd$ ή $d' = 2d$

$U'_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k(d')^2$ ή $U'_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k(2d)^2$ ή

$U'_{\varepsilon\lambda} = 4\frac{1}{2}kd^2$ ή $U'_{\varepsilon\lambda} = 4U_{\varepsilon\lambda}$

Β2. (γ)

Είναι: $d_{min} = \frac{\lambda}{2}$ ή $\lambda = 1,2\text{m}$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος έχουμε: $\left(\frac{d_{max}}{2}\right)^2 = \left(\frac{d_{min}}{2}\right)^2 + (2A)^2$ ή

$2A = 0,4\text{m}$. Ισχύει:

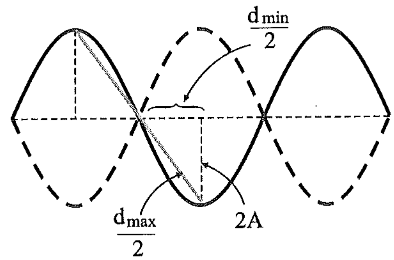
$\upsilon_{max} = \omega \cdot 2A$ ή $\omega = \frac{\upsilon_{max}}{2A} = 10\text{rad/sec}$

$f = \frac{\omega}{2\pi} = 5\text{Hz}$

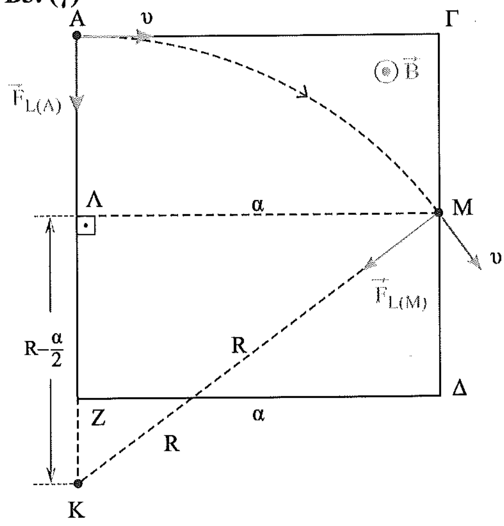
$f' = 2f$ ή $\frac{\upsilon}{\lambda'} = 2\frac{\upsilon}{\lambda}$ ή $\lambda' = \frac{\lambda}{2} = 0,6\text{m}$

Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στο νέο στάσιμο κύμα ισούται με:

$d = \frac{\lambda'}{2} = 0,3\text{m}$



Β3. (γ)



Από το Π.Θ. στο ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ έχουμε:

$R^2 = \alpha^2 + \left(R - \frac{\alpha}{2}\right)^2$ ή

$R^2 = \alpha^2 + R^2 + \frac{\alpha^2}{4} - R\alpha$ ή

$R\alpha = \frac{5\alpha^2}{4}$ ή $R = \frac{5\alpha}{4}$ ή

$\frac{m\upsilon}{Bq} = \frac{5\alpha}{4}$ ή $\upsilon = \frac{5Bq\alpha}{4m}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στη Θ.Ι. έχουμε:

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_{1(x)}$ ή

$kd_1 = mg\eta\mu\varphi$ (1) ή

$$d_1 = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{k} = 0,05m$$

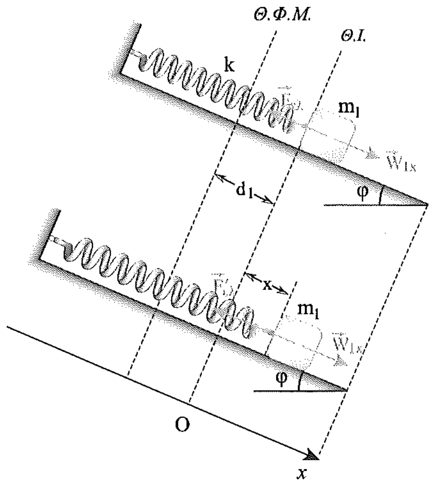
Στην τυχαία θέση του σχήματος έχουμε:

$\Sigma F_x = W_{1(x)} - F_{\varepsilon\lambda}$ ή

$$\Sigma F_x = m_1 g\eta\mu\varphi - k(d+x) \overset{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F_x = -kx$$

Η τελευταία σχέση είναι της μορφής $\Sigma F = -Dx$. Άρα το σώμα θα εκτελέσει α.α.τ. με D = k. Είναι: $D = m_1\omega^2$ ή $kA = m_1\omega^2$ ή

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 10\text{rad/sec}$$



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε $x = +A$ ή $\eta\mu\varphi_0 = +1$.

Άρα $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$x = A\eta\mu\varphi(\omega t + \varphi_0)$ ή

$$x = 0,1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.) (2)}$$

Γ2. Είναι:

$$\frac{K}{E} = \frac{1}{4} \text{ ή } \frac{E-U}{E} = \frac{1}{4} \text{ ή } 1 - \frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kA^2} = \frac{1}{4} \text{ ή}$$

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 = \frac{3}{4} \text{ ή } x = \pm A\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ή } x = \pm 0,05\sqrt{3}m$$

Γ3. Είναι: $A > d_1$

Επομένως, το σώμα καθώς ταλαντώνεται υπερβαίνει τη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου.

Στην ανώτερη θέση της ταλάντωσής του έχουμε:

$F_{\varepsilon\pi} = kA$ και $F_{\varepsilon\lambda} = k \cdot \Delta\ell = k(A - d_1)$

Άρα:

$$\frac{F_{\varepsilon\lambda}}{F_{\varepsilon\pi}} = \frac{k(A-d_1)}{kA} \text{ ή } \frac{F_{\varepsilon\pi}}{F_{\varepsilon\lambda}} = \frac{A-d_1}{A} \text{ ή}$$

$$\frac{F_{\varepsilon\lambda}}{F_{\varepsilon\pi}} = \frac{1}{2}$$

Γ4. Στη Θ.Φ.Μ. έχουμε

$x_1 = -d_1 = -0,05m$

$$(1) \Rightarrow x_1 = 0,1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ ή}$$

$$\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10t + \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{7\pi}{6} \ (\alpha) \\ 10t + \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{11\pi}{6} \ (\beta) \end{cases} (\kappa \in \mathbb{Z})$$

Για 1^η φορά είναι

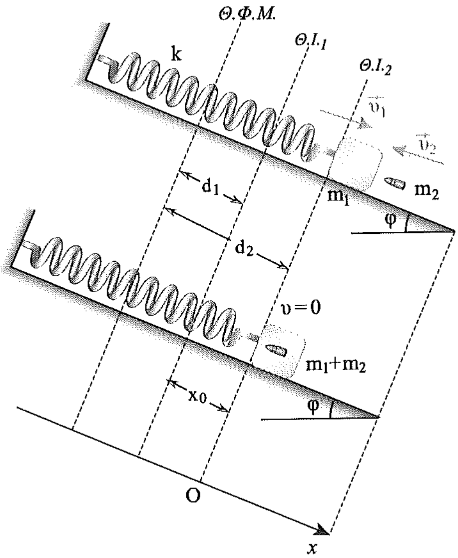
$$\upsilon_1 < 0 \text{ ή } \sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) < 0$$

Άρα δεκτό είναι το πακέτο λύσεων (α).

$$(\alpha) \Rightarrow 10t_1 = \frac{2\pi}{3} \text{ ή } t_1 = \frac{\pi}{15}\text{sec}$$

Γ5. Αφού το συσσωμάτωμα παραμένει ακίνητο, η κρούση γίνεται στη νέα θέση ισορροπίας (Θ.Ι.$_2$).

Εκεί έχουμε:
$\Sigma F_x = 0$ ή $F''_{\varepsilon\lambda} = W_{o\lambda(x)}$ ή
$kd_2 = (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi$ ή $d_2 = 0,1m$
$x_0 = d_2 - d_1 = 0,05m$
Για το σώμα Σ αμέσως πριν την κρούση, ισχύει:
$U + K = E$ ή
$\frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}kA^2$ ή
$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}(A^2 - x_0^2)}$ ή
$\upsilon_1 = 0,5\sqrt{3}m/sec$



Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:
$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = 0$ ή $\upsilon_2 = \upsilon_1$ ή
$\upsilon_2 = 0,5\sqrt{3}m/sec$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Τη χρονική στιγμή t_1 ισχύει:

$y_1 = A\eta\mu\omega t_1$ ή $+\frac{A}{2} = A\eta\mu\omega t_1$ ή

$\eta\mu\omega t_1 = +\frac{1}{2}$ για πρώτη φορά.

Άρα: $\omega t_1 = \frac{\pi}{6}$ ή $\omega = \frac{\pi}{6t_1}$ ή $\omega = \frac{20\pi}{3}$ rad/sec

Είναι $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,3sec$.

Τη χρονική στιγμή
$t_2 = \frac{3T}{4} = \frac{0,9}{4}sec = 0,225sec$
το κύμα έχει διαδοθεί δεξιά του σημείου Ο κατά $\frac{3\lambda}{4} = x_\Gamma$.

Άρα έχουμε: $\lambda = \frac{4x_\Gamma}{3} = 0,6m$.

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με $\upsilon = \frac{\lambda}{T} = 2m/sec$.

Ισχύει: $\upsilon_{max} = \omega A$ ή $A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} = 0,2m$.

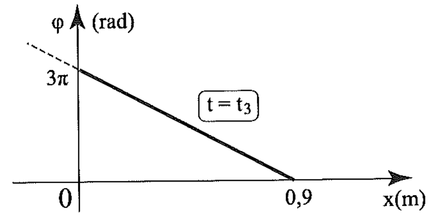
Η εξίσωση του κύματος είναι:
$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ ή

$y = 0,2\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,3} - \frac{x}{0,6}\right)$ (S.I.) (1).

Δ2. Τη χρονική στιγμή $t_3 = 2t_2 = 0,45sec$ η φάση της ταλάντωσης των σημείων του μέσου περιγράφεται από την εξίσωση
$\varphi = 3\pi - \frac{10\pi x}{3}$ (S.I.) (2).

Τη χρονική στιγμή t_3 το κύμα έχει διαδοθεί δεξιά του σημείου Ο σε απόσταση
$x_{max} = \upsilon \cdot t_3 = \frac{t_3}{T}\lambda = \frac{3\lambda}{2} = 0,9m$.

Επομένως η εξίσωση (1) ισχύει για $x \le 0,9m$ και παριστάνεται γραφικά ως εξής:



Δ3. i) Από την εξίσωση (1), για $t = t_3$ λαμβάνουμε:

$$y = 0,2\eta\mu\left(3\pi - \frac{10\pi}{3}x\right) \ (\text{S.I.}), \quad x \leq 0,9\text{m}$$

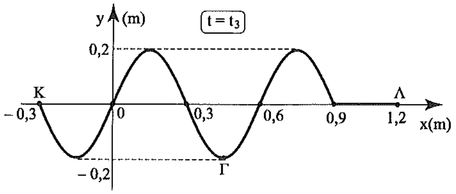
Η γραφική παράσταση της παραπάνω εξίσωσης είναι το ζητούμενο στιγμιότυπο.

Για $x = 0$: $y = 0,2\eta\mu 3\pi = 0$

Για $x = \frac{\lambda}{4}$:

$$y = 0,2\eta\mu\left(3\pi - \frac{\pi}{2}\right) = +0,3\text{m} (= +A)$$

Το στιγμιότυπο του κύματος μεταξύ των σημείων Κ και Λ φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



ii) Παρατηρούμε ότι το κύμα διαδόθηκε αριστερά της θέσης ισορροπίας του σημείου Γ κατά $\frac{3\lambda}{4}$. Άρα το σημείο Γ κινείται έως τη χρονική στιγμή t_3 για χρόνο $\Delta t = \frac{3T}{4}$ και επομένως έχει φτάσει για πρώτη φορά σε απομάκρυνση $y = -A = -0,2\text{m}$.

Δ4. i) Το σημείο Ρ βρίσκεται στη θέση $x_P = +0,6\text{m} \ (= \lambda)$ και η χρονική εξίσωση της ταχύτητάς του είναι:

$$\upsilon_P = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_P}{\lambda}\right) \ \text{ή}$$

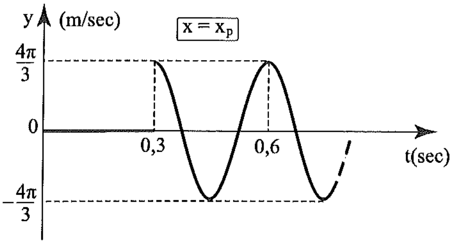
$$\upsilon_P = \frac{4\pi}{3}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{0,3} - 1\right) \ (\text{S.I.})$$

Το σημείο Ρ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή

$t_P = \frac{x_P}{\upsilon} = \frac{\lambda}{\upsilon} = T = 0,3\sec$ με ταχύτητα

$$\upsilon = +\upsilon_{max} = +\frac{4\pi}{3}\text{m/sec}.$$

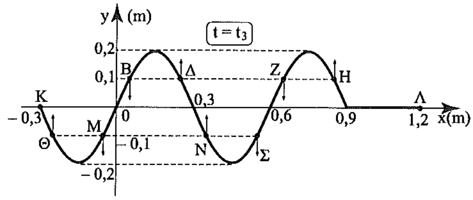
Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



ii) Ισχύει: $K = 75\% \ K_{max}$ ή $K = \frac{3}{4}E$ ή

$E - U = \frac{3E}{4}$ ή $U = \frac{E}{4}$ ή

$\frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}DA^2$ ή $y = \pm\frac{A}{2} = \pm 0,1\text{m}$



Με βάση το στιγμιότυπο του κύματος τα σημεία αυτά είναι τα σημεία Β, Δ, Ζ, Η, Θ, Μ, Ν, Σ του παραπάνω σχήματος. Άρα $N = 8$ σημεία.

Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται η φορά κίνησης των σημείων Β, Δ, Ζ, Η, Θ, Μ, Ν, Σ τη χρονική στιγμή t_3.

iii) Η κατακόρυφη απόσταση δύο τέτοιων σημείων τη χρονική στιγμή t_3 ισούται με $\Delta y = 0$ ή με $|\Delta y| = 2 \cdot 0,1\text{m} = 0,2\text{m}$

53ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** α **Α3.** γ **Α4.** δ

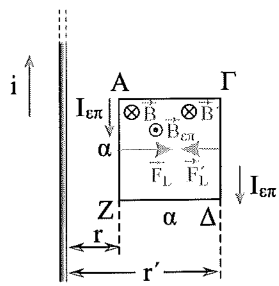
Α5. Σ Λ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός στην περιοχή του πλαισίου είναι προς τα μέσα.

Καθώς αυξάνεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο αυξάνεται επίσης. Επομένως σύμφωνα με τον κανόνα Lenz, το πλαίσιο θα αρχίσει να διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα με φορά αντίθετη αυτής των δεικτών του ρολογιού, ώστε να δημιουργήσει επαγωγικό μαγνητικό πεδίο ($\vec{B}_{επ}$) προς τα έξω και να αντισταθεί έτσι στην αύξηση της μαγνητικής ροής.



Οι δυνάμεις Laplace που δέχονται οι πλευρές ΑΓ και ΔΖ εξουδετερώνονται λόγω συμμετρίας. Τα μέτρα των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων στις πλευρές ΑΖ και ΓΔ είναι:

$$K = \frac{\mu_0 I_{επ}}{2\pi r} \;,\; B' = \frac{\mu_0 I_{επ}}{2\pi r'}$$

Επειδή είναι $r' > r$, έχουμε $B > B'$.

Τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_L$, $\vec{F}_L'$ που δέχονται οι πλευρές ΑΖ και ΓΔ (που έχουν την κατεύθυνση του σχήματος), είναι:

$F_L = BI_{επ}\alpha$, $F_L' = B'I_{επ}\alpha$. Άρα $F_L > F_L'$.

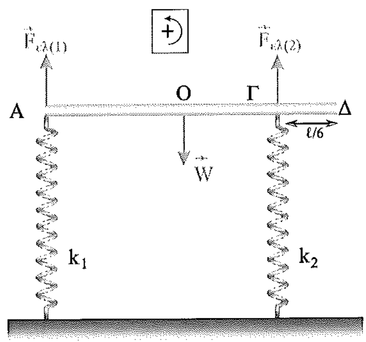
Επομένως το πλαίσιο θα κινηθεί προς τα δεξιά.

Σχόλιο

Το αποτέλεσμα είναι αναμενόμενο, διότι η απομάκρυνση του πλαισίου από τον ευθύγραμμο αγωγό επιφέρει μείωση στη μαγνητική ροή που περνά από μέσα του, σύμφωνα με τον κανόνα Lenz.

Β2. (α)

Η ράβδος ισορροπεί με τις δυνάμεις του σχήματος.



Επειδή τα ελατήρια έχουν το ίδιο μήκος και το ίδιο φυσικό μήκος, είναι

$\Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 (= \Delta\ell)$ και

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \text{ ή } F_{ελ(2)}\left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{6}\right) = F_{ελ(1)}\frac{\ell}{6} \text{ ή}$$

$$k_2 \cdot \Delta\ell\frac{\ell}{3} = k_1 \cdot \Delta\ell\frac{\ell}{2} \text{ ή } \frac{k_1}{k_2} = \frac{2}{3}$$

Β3. (γ)

Μετά την αποκατάσταση του ρεύματος στην τιμή $I = \dfrac{E}{R_\pi}$, στο πηνίο έχει αποθηκευτεί ενέργεια μαγνητικού πεδίου:

$U_{B(max)} = \dfrac{1}{2}LI^2$ ίση με 8J

Από τον τύπο $L = \mu\mu_0\dfrac{N^2A}{\ell}$ ή

$L = \mu\mu_0\dfrac{N}{\ell}AN$ ή $L = \mu\mu_0 nAN$, συμπεραίνουμε ότι το κάθε κομμάτι του πηνίου $\left(N_1 = \frac{N}{2}\right)$ έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L_1 = \frac{L}{2}$.

Από τον τύπο $R_\pi = \rho\frac{d}{S}$, όπου d το μήκος του σύρματος και S το εμβαδόν διατομής του σύρματος, συμπεραίνουμε ότι το κάθε κομμάτι του πηνίου $\left(d_1 = \frac{d}{2}\right)$, έχει ωμική αντίσταση ίση με $R_{\pi(1)} = \frac{R_\pi}{2}$.

Έτσι, έχουμε:

$$I_1 = \frac{E}{R_{\pi(1)}} = \frac{E}{\frac{R_\pi}{2}} = 2\frac{E}{R_\pi} = 2I \quad \text{και}$$

$$U_{B(1)max} = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 = \frac{1}{2}\frac{L}{2}(2I)^2 = 2U_{B(max)} = 16J$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η γενική μορφή της εξίσωσης του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$$

Από σύγκριση έχουμε:

$2A = 8cm$ ή $A = 4cm$,

$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{20}$ ή $\lambda = 40cm$ και

$\frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 10\pi$ ή $f = 5Hz$

Οι ζητούμενες εξισώσεις είναι:

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) \text{ ή}$$

$$y_1 = 4\eta\mu 2\pi\left(5t - \frac{x}{40}\right) \text{ και}$$

$$y_2 = A\eta\mu 2\pi\left(ft + \frac{x}{\lambda}\right) \text{ ή}$$

$$y_2 = 4\eta\mu 2\pi\left(5t + \frac{x}{40}\right)$$

(x,y σε cm και t σε sec)

Γ2. Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$|A'| = 8\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{20}\right| \quad (|A'|, x \text{ σε cm}) \quad (1)$$

Για $x = -50cm$

$$|A'_M| = 8\left|\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{5\pi}{2}\right)\right| = 0 \text{ και για}$$

$$x = +50cm: |A'_P| = 8\left|\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{2}\right| = 0$$

(Τα σημεία Μ και Ρ είναι δεσμοί.)

Γ3. Οι θέσεις των κοιλιών προσδιορίζονται από την εξίσωση:

$x_{\kappa o\iota\lambda} = \kappa\frac{\lambda}{2}$ ή $x_{\kappa o\iota\lambda} = 20\kappa$ (x σε cm, $\kappa \in \mathbb{Z}$)

Έχουμε:

$x_M < x_{\kappa o\iota\lambda} < x_P$ ή $-50 < 20\kappa < +50$ ή

$-2,5 < \kappa < +2,5$

Οι δυνατές τιμές του κ είναι:

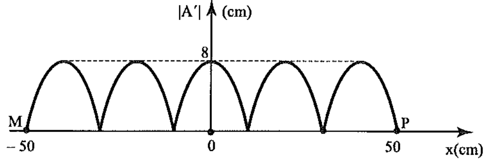
$-2,-1,0,1,2$: 5 τιμές

Άρα σχηματίζονται 5 κοιλίες μεταξύ των σημείων Μ και Ρ.

Γ4. Η εξίσωση του πλάτους

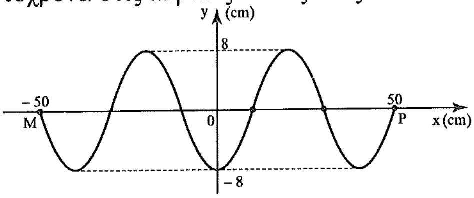
$$|A'| = 8\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi x}{20}\right)\right|, \text{ (x,y σε cm και t σε sec)}$$

παριστάνεται γραφικά για $x_M \le x \le x_P$ στο παρακάτω σχήμα:



Γ5. Τα ζητούμενα στιγμιότυπα φαίνονται στα παρακάτω σχήματα:

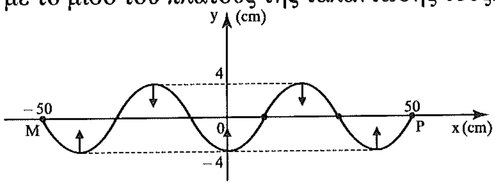
i) Όλα τα ταλαντούμενα σημεία φτάνουν ταυτόχρονα στις ακραίες θέσεις τους.



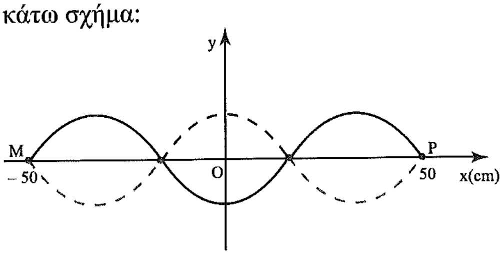
ii) Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης των σημείων του ελαστικού μέσου μπορεί να γραφεί ως εξής:

$|y| = |A'|\,ημωt$ ή $\dfrac{|y|}{|A'|} = ημωt$: ίδιο κάθε στιγμή σε όλα τα σημεία.

Άρα αφού το σημείο Ο βρίσκεται σε απομάκρυνση $|y_O| = \dfrac{|A'_O|}{2}$ όλα τα σημεία βρίσκονται σε απομάκρυνση ίση κατ' απόλυτη τιμή με το μισό του πλάτους της ταλάντωσής τους.



Γ6. Τώρα σχηματίζονται $5-2=3$ κοιλίες. Η μορφή του στάσιμου κύματος μετά την αλλαγή της συχνότητας φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Είναι:

$$(MP) = \frac{3\lambda'}{2} \;\; ή \;\; (MP) = \frac{3υ}{2f'} \;\; ή$$

$$f' = \frac{3υ}{2(MP)} = \frac{3\lambda f}{2(MP)} = 3Hz$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στην θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) του σώματος $Σ_1$ ισχύει:

$$ΣF = 0 \;\; ή \;\; F_{ελ} = W_1 \;\; ή \;\; kd = m_1 g \;\; ή \;\; d = \frac{m_1 g}{k} \;\; ή$$

$d = 0{,}1$ m.

Στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσης, έχουμε:

$$F_{ελ(max)} = k(d+A) \;\; ή \;\; d + A = \frac{F_{ελ(max)}}{k} \;\; ή$$

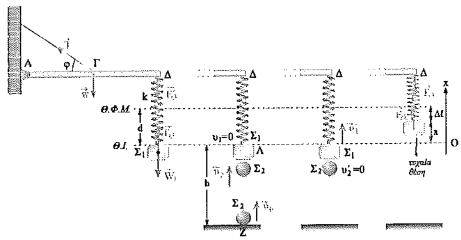
$A = 0{,}3m$

Είναι: $D = k$ ή $m_1\omega^2 = k$ ή

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 10 rad/sec \;\; και \;\; φ_0 = 0.$$

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$x = Αημωt$ ή $x = 0{,}3ημ10t$ (S.I.)



Δ2. Για το $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση έχουμε:

$υ'_1 = υ_{max}$ ή $υ'_1 = \omega A$ ή $υ'_1 = 3m/sec$

Για το $Σ_2$:

$$υ'_2 = 0 \;\; ή \;\; \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} υ_2 = 0 \;\; ή$$

$m_2 = m_1 = 1kg$

Είναι:

$$υ'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} υ_2 \;\; ή$$

$υ_2 = υ'_1 = 3m/sec$ (ανταλλαγή ταχυτήτων).

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Ζ και Λ του σώματος $Σ_2$:

$\frac{1}{2}m_2\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 + m_2gh$ ή

$h = \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon_2^2}{2g}$ ή $h = 0{,}8$ m

Το Σ_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση μετά την κρούση, για χρόνο Δt. Ισχύει:

$h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2$ ή

$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ή $\Delta t = 0{,}4\,\text{sec}$

Δ3. Στην τυχαία θέση του σώματος Σ_1 έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{\varepsilon\lambda} + \vec{W}_1$ ή $-kx = F_{\varepsilon\lambda} - m_1 g$ ή

$F_{\varepsilon\lambda} = m_1 g - kx$ ή

$F_{\varepsilon\lambda} = 10 - 100x$ (S.I.)

$F'_{\varepsilon\lambda} = -F_{\varepsilon\lambda}$ (δράση – απόδραση) ή

$F'_{\varepsilon\lambda} = -10 + 100x$ (S.I.), $-0{,}3\text{m} \le x \le 0{,}3\text{m}$

Για τη ράβδο ισχύει:

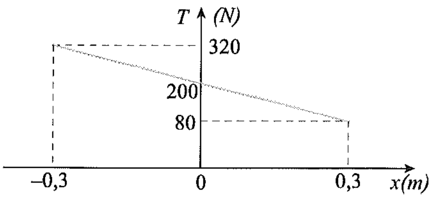
$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} \cdot \ell + T_y \frac{\ell}{2} - Mg\frac{\ell}{2} = 0$ (όπου $F'_{\varepsilon\lambda}$ αλγ. τιμή) ή $-10 + 100x + T\frac{1}{4} - 40 = 0$ ή

$T = 200 - 400x$ (S.I.) (2)

$0{,}3\text{m} \le x \le 0{,}3\text{m}$

Για x = + 0,3m: T = 80N.

Για x = – 0,3m: T = 320N.



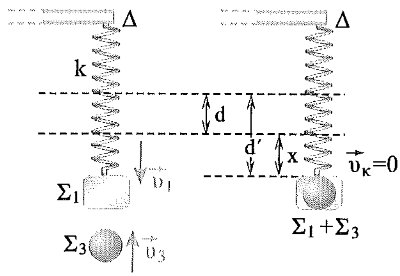
Δ4. Πρέπει να ισχύει: $T \ge 0 \xrightarrow{(2)} x \le 0{,}5\text{m}$.

Άρα το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης ώστε η ράβδος να παραμείνει οριζόντια (δηλαδή να συνεχίσει να ισορροπεί), είναι ίσο με $A_{max} = 0{,}5\text{m}$.

Δ5. Μετά την πλαστική κρούση η νέα θέση ισορροπίας απέχει από τη Θ.Φ.Μ. απόσταση d΄ και στη θέση αυτή ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_{o\lambda}$ ή $kd' = (m_2 + m_3)g$ ή

$d' = \frac{(m_2 + m_3)g}{k}$ ή $d' = 0{,}2$ m



Για να παραμείνει ακίνητο το συσσωμάτωμα, πρέπει η κρούση να γίνει στη νέα θέση ισορροπίας, καθώς το Σ_1 κινείται προς τα κάτω με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$.

Στη θέση αυτή έχουμε $x = -(d' - d)$ ή

$x = -0{,}1\text{m}$ και ισχύει:

$U + K = E$ ή $\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}kA^2$ ή

$|\upsilon_1| = \sqrt{\frac{k}{m_1}(A^2 - x^2)}$ ή $\upsilon_1 = -2\sqrt{2}\text{m/sec}$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$-m_1|\upsilon_1| + m_3\upsilon_3 = 0$ ή $\upsilon_3 = |\upsilon_1|$ ή

$\upsilon_3 = 2\sqrt{2}\text{m/sec}$. Η απώλεια μηχανικής ενέργειας λόγω της κρούσης ισούται με:

$|\Delta E_{\mu\eta\chi}| = |\Delta K_{o\lambda}|$ ή

$|\Delta E_{\mu\eta\chi}| = K_1 + K_3 - K_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)}$ ή

$|\Delta E_{\mu\eta\chi}| = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_3\upsilon_3^2 - 0$ ή $|\Delta E_{\mu\eta\chi}| = 8\text{J}$

54ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** γ **Α3.** β **Α4.** α

Α5. Λ Λ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Α. (β)

Από τη γραφική παράσταση που δόθηκε, έχουμε T = 200 msec ή T = 0,2 sec

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ ή $\omega = 10\pi$ rad/sec

$P_{max} = I^2 \cdot R_1$ ή $I = \sqrt{\dfrac{P_{max}}{R_1}}$ ή I = 2A

Άρα η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$i = I\eta\mu\omega t$ ή $i = 2\eta\mu 10\pi t$ (S.I.)

Β. (γ) Τώρα έχουμε $R_{o\lambda} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 3\Omega$

Η χρονική εξίσωση της τάσης είναι $\upsilon = iR_1$ ή

$\upsilon = 24\eta\mu 10\pi t$ (S.I.)

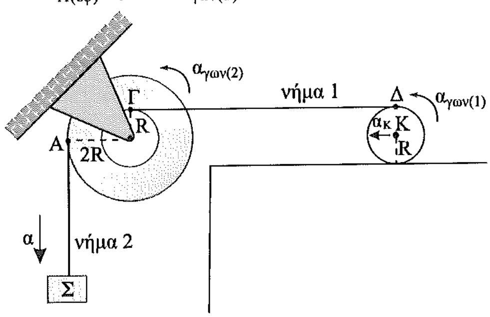
Η μέση ισχύς που καταναλώνει το σύστημα των δύο αντιστατών ισούται με:

$\overline{P} = \dfrac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R_{o\lambda}} = \dfrac{V^2}{2R_{o\lambda}} = 96W$

Β2. (α)

Επειδή το νήμα 2 είναι μη εκτατό έχουμε:

$\alpha = \alpha_{A(\varepsilon\varphi)}$ ή $\alpha = \alpha_{\gamma\omega\nu(2)} \cdot 2R$ (1)



Επίσης έχουμε:

$\alpha_{\Delta(\varepsilon\varphi)} = \alpha_{cm} + \alpha_{\gamma\omega\nu(1)} R$ ή $\alpha_{\Delta(\varepsilon\varphi)} = 2\alpha_{cm}$ ή

$\alpha_{\Delta(\varepsilon\varphi)} = 2\alpha_K$ (2)

Επειδή το νήμα 1 είναι μη εκτατό, ισχύει:

$\alpha_{\Gamma(\varepsilon\varphi)} = \alpha_{\Delta(\varepsilon\varphi)} \xrightarrow{(2)} \alpha_{\gamma\omega\nu(2)} R = 2\alpha_K$ (3)

Από τις σχέσεις (1) και (3), προκύπτει:

$\alpha = 4\alpha_K$ (4)

Είναι: $\ell = \dfrac{1}{2}\alpha t^2$ (5) και $x_K = \dfrac{1}{2}\alpha_K t^2 \xrightarrow{(4)}$

$x_K = \dfrac{1}{2}\dfrac{\alpha}{4}t^2 \xrightarrow{(5)} x_K = \dfrac{\ell}{4}$

Β3. (β)

Με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση κάθε σωματιδίου κατά τη διάρκεια της επιτάχυνσής τους από την τάση V:

$\dfrac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = Vq$ ή $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2Vq}{m}}$

Είναι: $\upsilon_P = \sqrt{\dfrac{2V_P \cdot q_P}{m_P}}$ και

$\upsilon_\alpha = \sqrt{\dfrac{2V_\alpha \cdot q_\alpha}{m_\alpha}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 2V_P \cdot 2q_P}{4m_P}}$

Άρα: $\upsilon_\alpha = \upsilon_P \ (= \upsilon)$

Οι ακτίνες των κυκλικών κινήσεων των δύο σωματιδίων είναι ίσες με:

$R_P = \dfrac{m_P \upsilon}{Bq_P}$ και

$R_\alpha = \dfrac{m_\alpha \upsilon}{Bq_\alpha} = \dfrac{4m_P \cdot \upsilon}{B2q_P} = \dfrac{2m_P \cdot \upsilon}{Bq_P}$

Άρα: $R_\alpha = 2R_P$

Είναι: $d = 2R_\alpha - 2R_P = 2(R_\alpha - R_P) =$

$= 2(2R_P - R_P) = 2R_P$

ΘΕΜΑ Γ

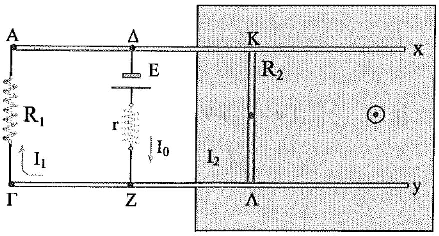
Γ1. Είναι: $I_0 = \dfrac{E}{R_{1,2} + r} = 6A$

$V_{K\Lambda} = E - I_0 r = 12V$

$I_2 = \dfrac{V_{K\Lambda}}{R_2} = 4A$

$F_L = BI_2\ell = 4N$

$\Sigma F = 0$ ή $T = F_L = 4N$



Γ2. $I_1 = \dfrac{V_{K\Lambda}}{R_1} = 2A$

$B = \mu_0 \dfrac{N}{\ell} I_1 = 16\pi \cdot 10^{-5} T$

Γ3. Είναι: $\upsilon = \alpha t$

$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell = B\alpha\ell t$

$I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R_2 + R_3} = \dfrac{B\alpha\ell}{R_2+R_3} t$ ή $I_{\varepsilon\pi} = t$ (S.I.)

$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell = \dfrac{B^2\alpha\ell^2}{R_2+R_3} t$

$\Sigma F = m\alpha$ ή $F - F_L' - T = m\alpha$ ή

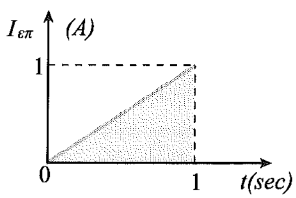
$F - T = m\alpha + \dfrac{B^2\alpha\ell^2}{R_2+R_3} t$ ή

$F - T = 4 + \dfrac{4}{4} t$ ή

$F - T = 4 + t$ (S.I.) ή

$F = 8 + t$ (S.I.)

Γ4.



$q_{\varepsilon\pi} = E\mu\beta(I_{\varepsilon\pi} - t) = 0,5C$

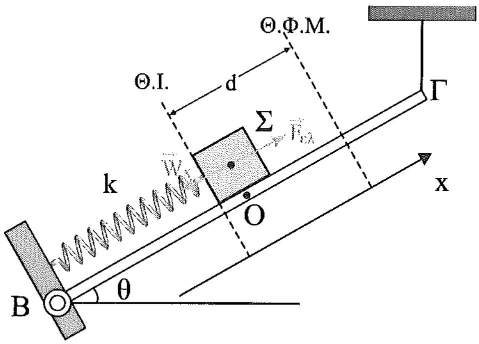
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στη Θ.Ι. ισχύει:

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_{\Sigma(x)}$ ή

$kd = mg\eta\mu\theta$ ή

$d = \dfrac{mg\eta\mu\theta}{k} = 0,6m$



Ισχύει:

$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{10}\,\text{rad/sec}$ ή $\omega = \pi\,\text{rad/sec}$ και

$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\,\text{sec}$

$\upsilon_0 = \omega A$ ή $A = \dfrac{\upsilon_0}{\omega} = 0,7m$

Είναι: $D = k$ ή $m\omega^2 = k$ ή Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή $(\varphi_0 = 0)$

$x = 0,7\eta\mu\pi t$ (S.I.) (1)

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητάς του είναι:

$\upsilon = \omega A\sigma\upsilon\nu\omega t$ ή $\upsilon = 0,7\pi\sigma\upsilon\nu\pi t$ (S.I.) (2)

Δ2. Τη χρονική στιγμή $t = t_1$, έχουμε:

$x_1 = +d = +0,6m$ και $U_1 + K_1 = E$ ή

$\upsilon_1 = \omega\sqrt{A^2 - {x_1}^2} = 0,36\pi \dfrac{m}{sec}$

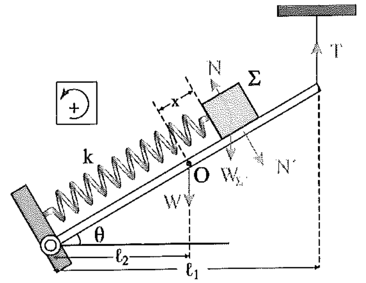
Ισχύει:

$\dfrac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon = -k \cdot x_1 \cdot \upsilon_1 = -4,32\pi\,\text{J/sec}$

$U + K = E$ ή $\dfrac{dU}{dt} + \dfrac{dK}{dt} = 0$ ή

$\dfrac{dU}{dt} = +4,32\pi\,\text{J/sec}$

Δ3. Θεωρούμε το σώμα Σ σε απομάκρυνση x από τη Θ.Ι. του.



Για την ισορροπία της ράβδου ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(A)}=0 \quad ή \quad T\ell_1 - N'\left(\frac{\ell}{2}+x\right)-W\ell_2=0 \quad ή$$

$$T\ell συνθ - mgσυνθ\left(\frac{\ell}{2}+x\right)-Mg\frac{\ell}{2}συνθ=0 \quad ή$$

$$T=30+10x \ (S.I.) \quad -0,7m \le x \le 0,7m$$

Για $x=-A=-0,7m$ είναι $T_{min}=23N$

Για $x=+A=+0,7m$ είναι $T_{max}=37N$

Δ4. Είναι: $W_{F_{ελ}}=U_{ελ(1)}-U_{ελ(2)}=$

$$=0-\frac{1}{2}k(d+A)^2=-16,9J$$

55ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** γ **Α3.** γ **Α4.** δ

Α5. Λ Σ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ) Αρχικά έχουμε:

$$\pi_1\%=\frac{K_2'}{K_1}100\%=\frac{\frac{1}{2}m_2(\upsilon_2')^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}100\%$$

$$=\frac{m_2}{m_1}\frac{\left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)^2\upsilon_1^2}{\upsilon_1^2}100\%$$

$$=\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}100\%$$

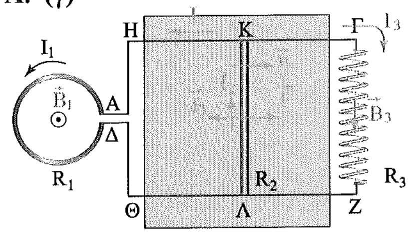
Αν αντιστρέψουμε το φαινόμενο, θα έχουμε:

$$\pi_2\%=\frac{K_1'}{K_2}100\%=\frac{\frac{1}{2}m_1(\upsilon_1')^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2}100\%=$$

$$\frac{m_1}{m_2}\frac{\left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)^2\upsilon_2^2}{\upsilon_2^2}=\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}100\%$$

Άρα $\pi_1=\pi_2$.

Β2. Α. (γ)



Οι αντιστάτες R_1, R_3 έχουν ίσες αντιστάσεις και ίσες τάσεις στα άκρα τους ($V_1=V_3=V_{KΛ}$).

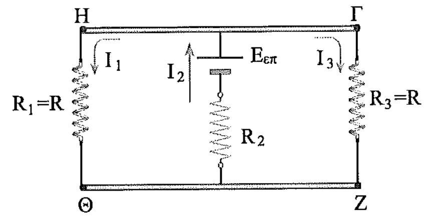
Άρα διαρρέονται από ρεύματα ίσης έντασης $I_1=I_3(=I)$.

Τα μέτρα των εντάσεων B_1, B_3 είναι ίσα με:

$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\frac{\ell}{4}} \quad ή \quad B_1=\frac{2\mu_0 I}{\ell} \quad (1) \text{ και}$$

$$B_3=\mu_0\frac{N}{\ell}I_3 \quad ή \quad B_3=\mu_0\frac{N}{\ell}I \quad (2)$$

ισοδύναμο κύκλωμα



Με διαίρεση των σχέσεων (1), (2) κατά μέλη έχουμε:

$$\frac{B_1}{B_3}=\frac{2}{N} \quad ή \quad N=\frac{2B_3}{B_1}$$

Β. (β) Για το ευθύγραμμο αγωγό έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F = F_L$ ή $F = B_2 I_2 \ell$ ή

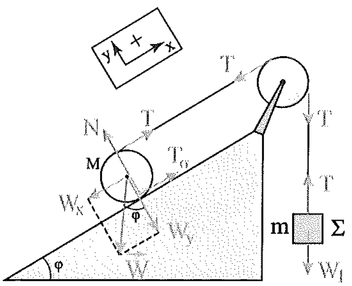
$F = B_2(I_1 + I_3)\ell$ ή $F = 2B_2 I_1 \ell \xrightarrow{(1)}$

$F = 2B_2 \ell \dfrac{B_1 \ell}{2\mu_0}$ ή $F = \dfrac{B_1 B_2 \ell^2}{\mu_0}$

Β3. (γ) Για το Σ ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $T = W_1$ ή $T = m_1 g$ (1)

Για την τροχαλία έχουμε $\Sigma\tau = 0$.



Άρα τα μέτρα των τάσεων του νήματος στην τροχαλία είναι ίσα.

Για τον κύλινδρο (ως προς το κέντρο του) ισχύει:

$\Sigma\tau = 0$ ή $TR = T_\sigma R$ ή $T = T_\sigma \xrightarrow{(1)}$

$T_\sigma = mg$ (2)

$\Sigma F_x = 0$ ή

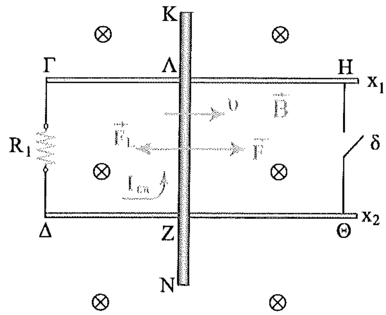
$T + T_\sigma = W_x \xrightarrow{(1)(2)} 2mg = 2Mg\eta\mu\varphi$ ή

$M = 4m$ ή $\dfrac{M}{m} = 4$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Σε τυχαία χρονική στιγμή t, που η ράβδος ΚΝ έχει μετακινηθεί κατά x = υt από την αρχική της θέση, το εμβαδόν του πλαισίου ΓΛΖΔ ισούται με:

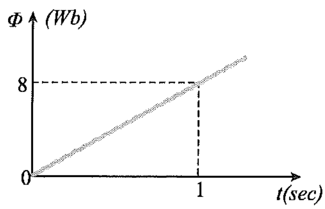
$A = \ell_1 \cdot x$ ή $A = \ell_1 \upsilon t$



Η μαγνητική ροή που διέρχεται από μέσα του είναι:

$\Phi = BA$ ή $\Phi = B\ell_1 \upsilon t$ ή

$\Phi = 8t$ (S.I.)



Γ2. Σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής έχουμε: $E_{\varepsilon\pi} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$ ή $E_{\varepsilon\pi} = 8V$.

Για τις αντιστάσεις $R_{\Lambda Z}$ και R_2 του τμήματος ΛΖ και ολόκληρης της ράβδου ΚΝ, ισχύει: $R_{\Lambda Z} = \rho\dfrac{\ell_1}{A}$ και $R_2 = \rho\dfrac{\ell_2}{A}$.

Με διαίρεση κατά μέλη προκύπτει:

$R_{\Lambda Z} = R_2 \dfrac{\ell_1}{\ell_2}$ ή $R_{\Lambda Z} = 3\Omega$

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης

$I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_{\Lambda Z}}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = 2A$

Γ3. Με βάση το νόμο Neumann έχουμε:

$q_{\varepsilon\pi} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{R_1 + R_{\Lambda Z}}$ ή $q_{\varepsilon\pi} = \dfrac{B\ell_1\upsilon \cdot \Delta t}{R_1 + R_{\Lambda Z}}$ ή

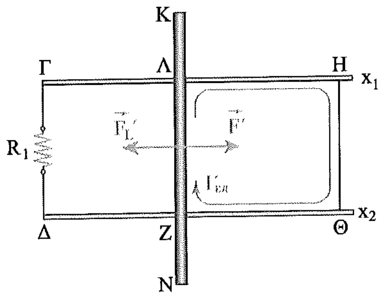
$\Delta t = \dfrac{q_{\varepsilon\pi}(R_1 + R_{\Lambda Z})}{B\ell_1\upsilon}$ ή $\Delta t = 2{,}5sec$

Η ζητούμενη θερμότητα ισούται με:
$Q = I_{επ}^2 \cdot R_1 \cdot \Delta t$ ή $Q = 10J$

Γ4. Είναι: $V_{KN} = E_{επ(KN)} - I_{επ} \cdot R_{ΛZ}$ ή
$V_{KN} = B\upsilon\ell_2 - I_{επ} \cdot R_{ΛZ}$ ή $V_{KN} = +10V$

Γ5. i) Η δύναμη που ασκούμε εξουδετερώνει τη δύναμη Laplace που δέχεται η ράβδος.
$F = F_L$ ή $F = BI_{επ}\ell_1$ ή
$F = 2N$

ii) Μετά το κλείσιμο του διακόπτη η τάση στα άκρα του αντιστάτη R_1 μηδενίζεται και επομένως ο αντιστάτης αυτός παύει να διαρρέεται από ρεύμα.



Ο βρόχος ΛΗΘΖ του κυκλώματος διαρρέεται τώρα από ρεύμα έντασης
$$I_{επ}' = \frac{E_{επ(ΛZ)}}{R_{ΛZ}} = \frac{B\upsilon\ell_1}{R_{ΛZ}} = \frac{8}{3}A$$

Έχουμε: $F' = F_L'$ ή $F' = BI_{επ}'\ell_1 = \frac{8}{3}N$

Το ποσοστό μεταβολής του μέτρου της δύναμης F ισούται με:
$$π\% = \frac{F' - F}{F}100\% \text{ ή } π\% = \frac{100}{3}\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την εξίσωση Compton
$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - συνφ)$, διαπιστώνουμε ότι έχουμε λ': max, όταν $συνφ = -1$ ή $φ = 180°$.

Άρα: $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c}(1-(-1))$ ή $\lambda' = \lambda + \frac{2h}{m_e c}$
ή $\lambda' = 300pm + 4,8pm = 304,8pm$

Δ2. Είναι: $p = \frac{h}{\lambda} = 2,2 \cdot 10^{-24}\,kg\,m/sec$ και
$p' = \frac{h}{\lambda'} = 2,165 \cdot 10^{-24}\,kg\,m/sec$
Άρα: $π\% = \frac{p' - p}{p}100\% = -1,6\%$

Δ3. Από την Α.Δ.Ε. ισχύει:
$E = E' + K_e$ ή $K_e = pc - p'c$ ή $K_e = 10^{-17}J$

Δ4. Είναι: $K_e = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2$ ή
$$\upsilon = \sqrt{\frac{2K_e}{m_e}} = \frac{\sqrt{2}}{3}10^7\,m/sec$$

Επειδή το ηλεκτρόνιο κινείται με σταθερή ταχύτητα χωρίς να υποστεί εκτροπή, η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται από τα δύο πεδία είναι ίση με μηδέν.
Δηλαδή:
$$F_L = F_{ηλ} \text{ ή } B\upsilon e = Ee \text{ ή } \frac{E}{B} = \upsilon = \frac{\sqrt{2}}{3}10^7\,m/sec$$

Δ5. Η δύναμη $\vec{F}_{ηλ}'$ που δέχεται στο νέο ηλεκτρικό πεδίο έχει αντίθετη φορά από αυτή της ταχύτητάς του όταν εισέρχεται σ' αυτό.
Για την κίνησή του στο χρονικό διάστημα Δt ισχύει:
$-\upsilon = \upsilon - |\alpha| \cdot \Delta t$ ή $|\alpha| \cdot \Delta t = 2\upsilon$ ή
$$\frac{E'e}{m}\Delta t = 2\upsilon \text{ ή } E' = \frac{2m_e\upsilon}{e \cdot \Delta t} = 2 \cdot 10^3\,N/C$$

56ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** γ **Α3.** α **Α4.** β
Α5. Λ Λ Σ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ) Με βάση τη φορά του επαγωγικού ρεύματος, συμπεραίνουμε ότι το επαγωγικό μαγνητικό πεδίο έχει αντίθετη κατεύθυνση από το υπάρχον $\vec{B}$. Επομένως, σύμφωνα με τον κανόνα Lenz το μέτρο της έντασης $\vec{B}$ αυξάνεται.

Άρα: $\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = \lambda > 0$.

Είναι: $I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t \cdot R}$ ή

$I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{\Delta B \cdot A}{\Delta t \cdot R}$ ή $I_{\varepsilon\pi} = \lambda \dfrac{\pi\alpha^2}{R^* 2\pi r}$ ή

$\lambda = \dfrac{2I_{\varepsilon\pi}R^* r}{\alpha^2}$ ή $\lambda = \dfrac{2I_{\varepsilon\pi}R^* \cdot 2\alpha}{\alpha^2}$ ή

$\lambda = \dfrac{4I_{\varepsilon\pi}R^*}{\alpha}$

Β2. (α) Όπως γνωρίζουμε η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ισούται με $\dfrac{\lambda}{2}$, ενώ η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της γειτονικής του κοιλίας ισούται με $\dfrac{\lambda}{4}$.

Για τα μήκη ℓ_1 και ℓ_2 των μέσων (1) και (2), ισχύει: $\ell_1 = 11\dfrac{\lambda_1}{4}$ και $\ell_2 = 9\dfrac{\lambda_2}{2}$

Είναι: $\ell_2 = 2\ell_1$ ή $9\dfrac{\lambda_2}{2} = 11\dfrac{\lambda_1}{4}$ ή

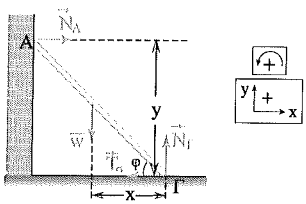
$\lambda_2 = \dfrac{11}{9}\lambda_1$ (1)

Επειδή το μέσο διάδοσης είναι το ίδιο, έχουμε: $\upsilon_1 = \upsilon_2$ ή

$\lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \xrightarrow{(1)} \lambda_1 \cdot f_1 = \dfrac{11}{9}\lambda_1 \cdot f_2$

ή $f_1 = \dfrac{11}{9} f_2$ ή $\dfrac{f_1}{f_2} = \dfrac{11}{9}$

Β3. (β) Η σκάλα ισορροπεί με τις δυνάμεις του παρακάτω σχήματος.



Ισχύει:

$\Sigma F_x = 0$ ή $N_A = T_\sigma$ (1)

$\Sigma F_y = 0$ ή $N_\Gamma = W$ (2)

$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0$ ή $W \cdot x - N_A \cdot y = 0$ ή

$W\dfrac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = N_A \ell\eta\mu\varphi \xrightarrow{(1)(2)}$

$N_\Gamma \dfrac{\sigma\upsilon\nu\varphi}{2} = T_\sigma \eta\mu\varphi$ ή $T_\sigma = \dfrac{N_\Gamma}{2\varepsilon\varphi\varphi}$ (3)

Πρέπει να έχουμε:

$T_\sigma \le T_{o\rho}$ ή $T_\sigma \le \mu\, N_\Gamma \xrightarrow{(3)}$

$\dfrac{N_\Gamma}{2\varepsilon\varphi\varphi} \le \mu N_\Gamma$ ή $\varepsilon\varphi\varphi \ge \dfrac{1}{2\mu}$ ή

$\varepsilon\varphi\varphi_{(\min)} = \dfrac{1}{2\mu}$

ΘΕΜΑ Γ

Α. Γ1. Για τη συχνότητα κατωφλίου ισχύει:

$f_0 = \dfrac{\varphi}{h} = \dfrac{3,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,J}{6,6 \cdot 10^{-34}\,J \cdot sec} = 8 \cdot 10^{14}\,Hz$

Άρα: $f = 2f_0 = 16 \cdot 10^{14}\,Hz$

Γ2. Ισχύει:

$E = hf = 6,6 \cdot 10^{-34}\,J \cdot sec \cdot 16 \cdot 10^{14}\,Hz =$
$10,56 \cdot 10^{-19}\,J$

$P = \dfrac{\Delta E}{\Delta t} = \dfrac{Nhf}{\Delta t} = 5 \cdot 10^{13}\,\dfrac{\varphi\omega\tau.}{sec} 10,56 \cdot 10^{-19}\,J =$
$= 5,28 \cdot 10^{-5}\,W$

Γ3. Με βάση τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein έχουμε:

$K = hf - \varphi$ ή

$K = 10,56 \cdot 10^{-19}\,J - 3,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,J =$

$$=5,28\cdot10^{-19}\,\text{J} = \frac{5,28\cdot10^{-19}}{1,6\cdot10^{-19}}\text{eV} = 3,3\text{eV}$$

Γ4. Ο αριθμός των φωτοηλεκτρονίων που εξέρχονται από την κάθοδο σε χρόνο Δt ισούται με τον αριθμό των φωτονίων που απορροφώνται από αυτή και παράγουν φωτοηλεκτρόνια, στον ίδιο χρόνο.

Σε χρόνο $\Delta t = 2\sec$ προσπίπτουν στην επιφάνεια του μετάλλου

$N_{ολ} = 2\cdot5\cdot10^{13}$ φωτόνια $=10\cdot10^{13}$ φωτόνια

Άρα: $N' = 30\% N_{ολ}$ ή

$N' = 3\cdot10^{13}$ φωτοηλεκτρόνια

Γ5. Σύμφωνα με τον ορισμό της έντασης του ρεύματος, έχουμε:

$$i = \frac{N'\cdot e}{\Delta t} = \frac{3\cdot10^{13}\cdot1,6\cdot10^{-19}\text{C}}{2\sec} = 2,4\mu\text{A}$$

Γ6. Το ζητούμενο διάγραμμα, αποτελεί τη γραφική παράσταση της εξίσωσης:

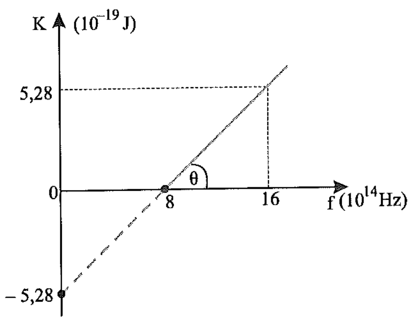
$K = hf - \varphi$ ή

$K = -\varphi + hf$ ή (σε μονάδες S.I.)

$K = -3,3\cdot1,6\cdot10^{-19}\text{J} + 6,6\cdot10^{-34}f$ ή

$K = -5,28\cdot10^{-19} + 6,6\cdot10^{-34}f$ (S.I.)

Η τελευταία εξίσωση παριστάνεται γραφικά στο παρακάτω σχήμα.



Η κλίση της ευθείας του διαγράμματος ισούται με τη σταθερά του Planck.

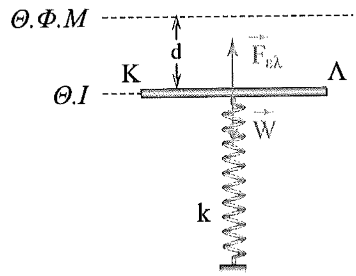
$εφθ = h = 6,6\cdot10^{-34}\,\text{J}\cdot\sec$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για την αρχική ισορροπία της ράβδου, έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{ελ} = W$ ή $kd = mg$ ή

$$d = \frac{mg}{k} = 0,1\text{m}$$



Η ράβδος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και έχουμε:

$D = k$ ή $m\omega^2 = k$ ή $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\text{rad/sec}$

$\upsilon_0 = \upsilon_{max}$ ή $\upsilon_0 = \omega A$ ή

$A = \frac{\upsilon_0}{\omega}$ ή $A = 0,4\text{m}$

Η περίοδος της ταλάντωσης ισούται με:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = \frac{4\pi}{20}\sec$$

Άρα, τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{20}\sec = \frac{T}{4}$, η ράβδος βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της τροχιάς της, στην οποία έχουμε:

$$\frac{F_{ελ}}{|F_{επ}|} = \frac{k(A-d)}{kA} = \frac{A-d}{A} = \frac{0,3\text{m}}{0,4\text{m}} = \frac{3}{4}$$

Δ2. Στα άκρα της ράβδου αναπτύσσεται επαγωγική τάση $E_{επ} = B\upsilon\ell$ και διαρρέεται από ρεύμα έντασης

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \text{ ή } I_{επ} = \frac{B\upsilon\ell}{R_1 + R_2}.$$

Σε μία τυχαία θέση της ράβδου καθώς κινείται προς τη θετική φορά (προς τα πάνω), με ταχύτητα υ, η αλγεβρική τιμή της μη συντηρητικής δύναμης Laplace ισούται με:

$$F_L = -BI_{\varepsilon\pi}\ell \text{ ή } F_L = \frac{B^2\ell^2}{R_1+R_2}\upsilon \text{ ή}$$

$$F_L = -\frac{1}{8}\upsilon \text{ ή } F_L = -0{,}125\upsilon \text{ (S.I.)}$$

Η τελευταία σχέση είναι της μορφής $F = -b\upsilon$.

Άρα η ράβδος εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με σταθερά απόσβεσης $b = 0{,}125\text{kg/sec}$

Δ3. Η ολική θερμότητα που εκλύεται κατά την κίνηση της ράβδου, ισούται με την αρχική της μηχανική ενέργεια.

$$Q_{o\lambda} = E_0 \text{ ή } Q_{o\lambda} = \frac{1}{2}kA_0^2 \text{ ή } Q_{o\lambda} = 8J$$

Σε στοιχειώδες χρονικό διάστημα dt έχουμε:

$$\frac{dQ_1}{dQ_2} = \frac{I_{\varepsilon\pi}^2R_1dt}{I_{\varepsilon\pi}^2R_2dt} \text{ ή } \frac{dQ_1}{dQ_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Επομένως και συνολικά ισχύει:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} \text{ ή } Q_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2}Q_{o\lambda} \text{ ή}$$

$$Q_1 = 3J$$

Δ4. Είναι: $W_{F_L} = \Delta E$ ή

$$W_{F_L} = \frac{1}{2}k\left(\frac{A_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}kA_0^2 \text{ ή } W_{F_L} = -7{,}5J$$

Δ5. Ισχύει: $\Lambda = \dfrac{b}{2m} = \dfrac{1}{16}\text{sec}^{-1}$

$$A = A_0e^{-\Lambda\cdot\Delta t} \text{ ή } \frac{1}{4} = e^{-\Lambda\cdot\Delta t} \text{ ή } e^{\Lambda\cdot\Delta t} = 4 \text{ ή}$$

$$\Lambda\cdot\Delta t = \ell n4 \text{ ή } \Delta t = \frac{2\ell n2}{\Lambda} \text{ ή } \Delta t = 32\ell n2\,\text{sec}$$

ή $\Delta t = 22{,}4\,\text{sec}$

57ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

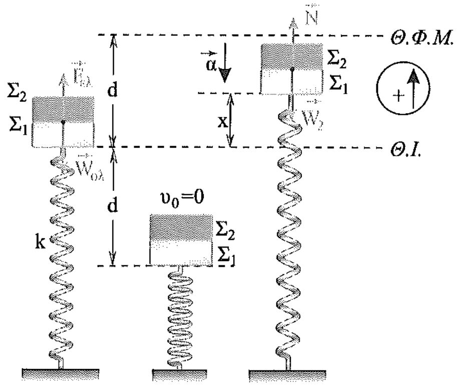
Α1. α **Α2.** β **Α3.** γ **Α4.** γ

Α5. Σ Λ Σ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Τα σώματα Σ_1, Σ_2 έχουν την ίδια γωνιακή συχνότητα με αυτή του συστήματός τους.



Άρα:

$$\omega_2 = \omega \text{ ή } \sqrt{\frac{D_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \text{ ή}$$

$$D_2 = \frac{m_2}{m_1+m_2}k \text{ ή } \frac{2k}{3} = \frac{m_2}{m_1+m_2}k \text{ ή}$$

$$3m_2 = 2m + 2m_2 \text{ ή } m_2 = 2m$$

Στη θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) του συστήματος, έχουμε: $\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_{o\lambda}$ ή

$$kd = 3mg \text{ ή}$$

$$d = \frac{3mg}{k} \;(= A) \quad (1)$$

Στη θέση $x = \dfrac{d}{2}$ για το σώμα Σ_2 ισχύει:

$$\Sigma F = m_2\alpha \text{ ή } N - m_2g = m_2(-\omega^2x) \text{ ή}$$

$$N = 2mg - 2m\frac{k}{3m}x \text{ ή}$$

$$N = 2mg - \frac{2}{3}k\frac{d}{2} \xrightarrow{(1)} N = mg$$

Β2.1 (γ) Είναι:

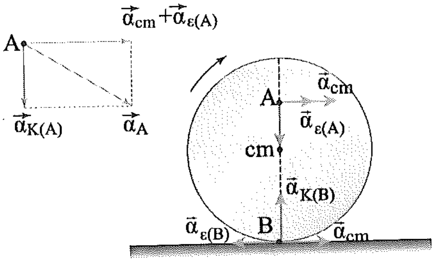
$$\alpha_{\varepsilon(A)} = \alpha_{\gamma\omega\nu}r \text{ ή } \alpha_{\varepsilon(A)} = \alpha_{\gamma\omega\nu}\frac{R}{2} \text{ ή}$$

$$\alpha_{\varepsilon(A)} = \frac{\alpha_{cm}}{2} = 5\text{m/sec}^2$$

$$\upsilon_{\gamma\rho(A)} = \omega r \;\; \acute{\eta} \;\; \upsilon_{\gamma\rho(A)} = \omega \frac{R}{2} \;\; \acute{\eta}$$

$$\upsilon_{\gamma\rho(A)} = \frac{\upsilon_{cm}}{2} = \sqrt{2}\ \text{m/sec}$$

$$\alpha_{\kappa(A)} = \frac{\upsilon^2_{\gamma\rho(A)}}{r} = 20\text{m/sec}^2 .$$



Με βάση το σχήμα έχουμε:

$$\vec{\alpha}_A = \vec{\alpha}_{cm} + \vec{\alpha}_{\varepsilon(A)} + \vec{\alpha}_{\kappa(A)} \;\; \acute{\eta}$$

$$\alpha_A = \sqrt{(\alpha_{cm} + \alpha_{\varepsilon(A)})^2 + \alpha^2_{\kappa(A)}} = 25\text{m/sec}^2$$

Β2.2 (γ)

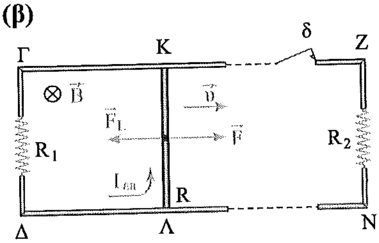
Είναι: $\alpha_{\varepsilon(B)} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R$ ή $\alpha_{\varepsilon(B)} = \alpha_{cm}$

Επομένως, με βάση το σχήμα έχουμε:

$$\vec{\alpha}_B = \vec{\alpha}_{cm} + \vec{\alpha}_{\varepsilon(B)} + \vec{\alpha}_{\kappa(B)} \;\; \acute{\eta} \;\; \vec{\alpha}_B = \vec{\alpha}_{\kappa(B)} \;\; \acute{\eta}$$

$$\alpha_B = \frac{\upsilon^2_{\gamma\rho(B)}}{R} = \frac{\upsilon^2_{cm}}{R} = 40\text{m/sec}^2$$

Β3.1 (β)



Στη ράβδο αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$ και διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα έντασης:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} \;\; \acute{\eta} \;\; I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon\ell}{R + R_1} \;\; \text{και} \;\; F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell \;\; \acute{\eta}$$

$$F_L = \frac{B^2\upsilon\ell^2}{R + R_1}$$

Όταν έχουμε $\upsilon = \upsilon_{o\rho}$ είναι: $\Sigma F = 0$ ή $F = F_L$

$$\acute{\eta} \;\; F = \frac{B^2\upsilon_{o\rho}\ell^2}{R + R_1} = 6N$$

Β3.2 (γ)

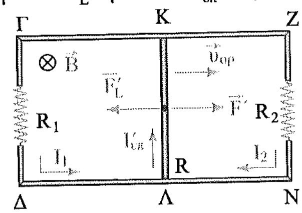
Όταν κλείσουμε τον διακόπτη δ η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I'_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda(\varepsilon\xi)} + R} \;\; \acute{\eta} \;\; I'_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon_{o\rho}\ell}{\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + R} \;\; \acute{\eta}$$

$$I'_{\varepsilon\pi} = 6A$$

Είναι:

$$\Sigma F = 0 \;\; \acute{\eta} \;\; F' = F'_L \;\; \acute{\eta} \;\; F' = BI'_{\varepsilon\pi}\ell \;\; \acute{\eta} \;\; F' = 12N$$



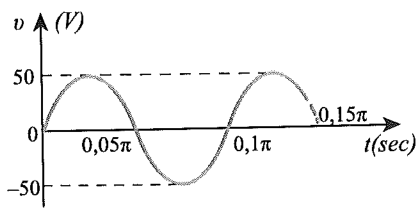
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι: $E_{\varepsilon\pi(max)} = N\omega BA = 100V$

$$V_{K\Lambda} = IR \;\; \acute{\eta} \;\; V_{K\Lambda} = \frac{E_{\varepsilon\pi(max)}}{R_1 + R_\pi} R_1 \;\; \acute{\eta} \;\; V_{K\Lambda} = 50V$$

Η χρονική εξίσωση $\upsilon = f(t)$, είναι:

$\upsilon = V_{K\Lambda}\eta\mu\omega_1 t$ ή $\upsilon = 50\eta\mu 20t$ (S.I.)



Γ2. Η χρονική εξίσωση $i = f(t)$ είναι:

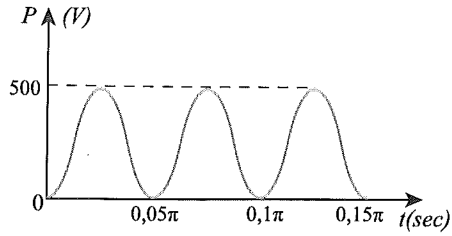
$i = I\eta\mu\omega_1 t$. Για $i = I_{\varepsilon\nu}$, έχουμε:

$I_{\varepsilon\nu} = I\eta\mu\omega_1 t$ ή $\eta\mu\omega_1 t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ή για πρώτη φορά: $\omega_1 t = \frac{\pi}{4}$ ή $t = \frac{\pi}{4\omega_1}$ ή $t = \frac{\pi}{80}$sec

Γ3. $P = \upsilon \cdot i$ ή $P = V_{ΚΛ} I \eta\mu^2(\omega_1 t)$ ή

$P = \dfrac{V_{ΚΛ}^2}{R_1}\eta\mu^2(\omega_1 t)$ ή

$P = 500\eta\mu^2(20t)$ (S.I)



Γ4. Έχουμε:

$\overline{P}_1 = V_{ΚΛ(εν)} \cdot I_{εν} = \dfrac{V_{ΚΛ(εν)}^2}{R_1} = \dfrac{V_{ΚΛ}^2}{2R_1}$ ή

$\overline{P}_1 = 250W$

$Q = \dfrac{V_{ΚΛ(εν)}^2}{R_1} \cdot \Delta t$ ή $Q = \overline{P}_1 \cdot 100T$ ή

$Q = 2500\pi J$

Γ5. Είναι:

$V'_{ΚΛ} = \dfrac{N\omega_2 BA}{R_2 + R_\pi} R_2$ ή $V'_{ΚΛ} = 150V$

$\overline{P}_2 = \dfrac{V'^2_{ΚΛ(εν)}}{R_2}$ ή $\overline{P}_2 = \dfrac{V'^2_{ΚΛ}}{2R_2}$ ή

$\overline{R}_2 = 750W$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το σύστημα ισορροπεί με τις δυνάμεις του παρακάτω σχήματος.

Για τη ράβδο ισχύει:

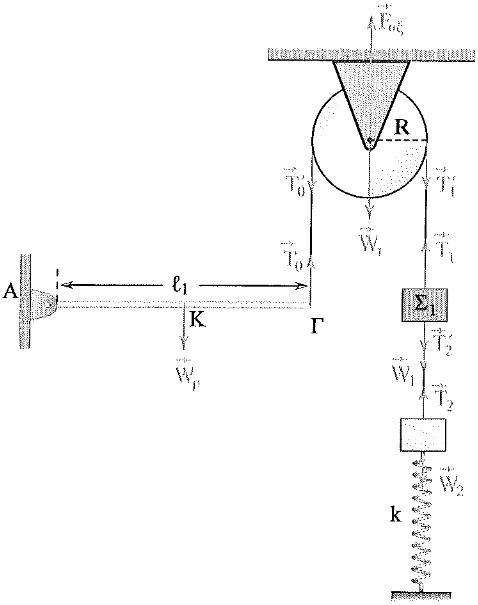
$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $T_0 \ell_1 = W_\rho \dfrac{\ell_1}{2}$ ή

$T_0 = \dfrac{M_\rho g}{2}$ ή $T_0 = 100N$

Για την τροχαλία, ως προς το κέντρο της έχουμε:

$\Sigma\tau = 0$ ή $T'_0 R - T'_1 R = 0$ ή

$T'_1 = T'_0$ ή $T'_1 = 100N$

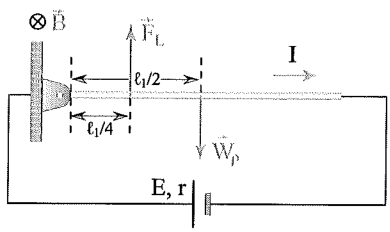


Επίσης, για την τροχαλία, ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{αξ} - T'_0 - T'_1 - W_\tau = 0$ ή

$F_{αξ} = 300N$

Δ2. Η ράβδος ισορροπεί τώρα με τη δύναμη Laplace που ασκείται σε απόσταση $\dfrac{\ell_1}{4}$ από το άκρο της Α.



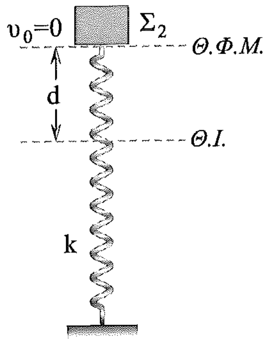
Είναι: $\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $F_L \dfrac{\ell_1}{4} - W_\rho \dfrac{\ell_1}{2} = 0$ ή

$BI\dfrac{\ell_1}{2} = 2M_\rho g$ ή $I = \dfrac{4M_\rho g}{B\ell_1}$ ή $I = 160A$

Από το νόμο του Ohm σε κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$I = \dfrac{E}{R+r}$ ή $E = I(R+r)$ ή $E = 80V$

Δ3. Πριν την κοπή των νημάτων έχουμε:
Σ_1: $\Sigma F = 0$ ή $T_1 = W_1 + T_2'$ ή
$T_2' = 50N (= T_2)$



Η τάση του νήματος T_2 που ασκείται στο σώμα Σ_2 έχει μέτρο ίσο με το βάρος του W_2. Άρα το Σ_2 δεν δέχεται δύναμη από το ελατήριο.
Συνεπώς, το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος.
Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 ισχύει: $\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_2$ ή

$$kd = m_2 g \text{ ή } d = \frac{m_2 g}{k} \text{ ή } d = 0{,}1\text{m}$$

Το σώμα Σ_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0{,}1\text{m}$ και γωνιακής ταχύτητας $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_2}}$ ή $\omega = 10\text{rad/sec}$.
Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε:
$+A = A\eta\mu\varphi_0$ ή

$$\eta\mu\varphi_0 = +1 \text{ ή } \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\text{rad}$$

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:
$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή

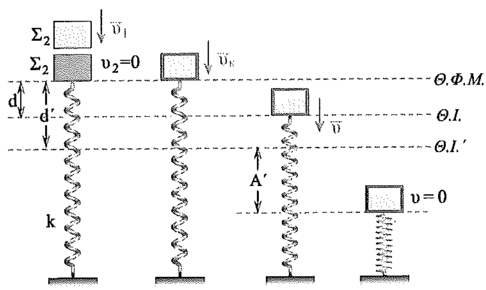
$$x = 0{,}1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

Δ4. Το σώμα Σ_2 επανέρχεται στην αρχική του θέση τη χρονική στιγμή

$$t_1 = T \text{ ή } t_1 = \frac{2\pi}{\omega} \text{ ή } t_1 = 0{,}2\pi\,\text{sec}$$

Είναι: $\ell_2 = \dfrac{1}{2} g t_1^2$ ή $\ell_2 = 2\text{m}$

Δ5. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 αμέσως πριν την κρούση είναι:
$\upsilon_1 = g t_1$ ή $\upsilon_1 = 2\pi$ m/sec
Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:
$m_1\upsilon_1 + 0 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa$ ή $\upsilon_\kappa = \pi$ m/sec
Στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος (Θ.Ι΄.) είναι:
$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda}' = W_{o\lambda}$ ή
$kd' = (m_1 + m_2)g$ ή $d' = 0{,}2\text{m}$



Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι σταθερή.
Στις θέσεις Ι, ΙΙ έχουμε:
$U_I + K_I = U_{II} + K_{II}$ ή

$$\frac{1}{2}k(d')^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{2}k(d' - d)^2 + K_{II}$$

ή $K_{II} = 57{,}5\text{J}$

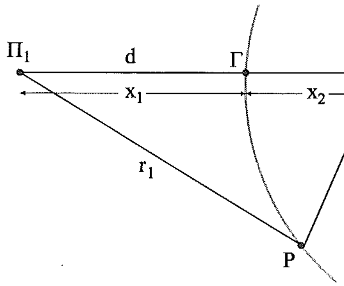
58ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. α **Α2.** β **Α3.** α **Α4.** γ
Α5. Σ Λ Σ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)



Από το διάγραμμα που δόθηκε έχουμε $(2,2-0,8)\sec = 3,5T$ ή $T = 0,4\sec$

Είναι: $\lambda = \upsilon \cdot T = 1m$

$r_2 = \upsilon \cdot t_\alpha = 2,5m/\sec \cdot 0,8\sec = 2m$

$r_1 = \upsilon \cdot t_\beta = 2,5m/\sec \cdot 2,2 = 5,5m$

Για το σημείο Ρ ισχύει: $r_1 - r_2 = 3,5m$

Για το σημείο Γ έχουμε: $x_1 - x_2 = r_1 - r_2$ ή

$x_1 - x_2 = 3,5m$ (1) και $x_1 + x_2 = d$ ή

$x_1 + x_2 = 6,5m$ (2)

Προσθέτουμε τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη:

$2x_1 = 10m$ ή $x_1 = 5m$

ΙΙ. (α) Για το Ρ ισχύει $r_1 - r_2 = 3,5m$ ή

$r_1 - r_2 = (2\kappa+1)\dfrac{\lambda}{2}$ (3), όπου $\kappa = 3$.

Επομένως μεταξύ της μεσοκαθέτου και της υπερβολής στην οποία ανήκουν τα σημεία Γ και Ρ υπάρχουν άλλες 3 υπερβολές απόσβεσης, που ικανοποιούν τη σχέση (3) για $\kappa = 0$, $\kappa = 1$ και $\kappa = 2$.

Β2. (γ)

Είναι: $T_2 = T_1 + 50\%T_1 = 1,5T_1$

Από το νόμο μετατόπισης του Wien, έχουμε:

$\lambda_{1(max)} \cdot T_1 = \lambda_{2(max)} \cdot T_2$ ή

$\lambda_{1(max)} \cdot T_1 = \lambda_{2(max)} \cdot 1,5T_1$ ή

$\lambda_{2(max)} = \dfrac{2}{3}\lambda_{1(max)}$ (1)

Επίσης έχουμε:

$\lambda_{1(max)} - \lambda_{2(max)} = 300nm \xrightarrow{(1)}$

$\lambda_{1(max)} - \dfrac{2}{3}\lambda_{1(max)} = 300nm$ ή $\dfrac{\lambda_{1(max)}}{3} = 300nm$

$\lambda_{1(max)} = 900nm$

Β3. (γ)

Είναι: $V = N\omega BA$

$I = \dfrac{V}{R_{o\lambda}}$ ή $I = \dfrac{N\omega BA}{2R}$

$I_{\varepsilon\nu} = \dfrac{I}{\sqrt{2}}$ ή $I_{\varepsilon\nu}^2 = \dfrac{I^2}{2}$ ή $I_{\varepsilon\nu}^2 = \dfrac{N^2\omega^2B^2A^2}{8R^2}$ (1)

$\overline{P}_{R_1} = I_{\varepsilon\nu}^2 \cdot R_1$ ή $\overline{P}_{R_1} = I_{\varepsilon\nu}^2 \cdot R \xrightarrow{(1)}$

$\overline{P}_{R_1} = \dfrac{N^2\omega^2B^2A^2}{8R}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για την κίνηση στη διαδρομή $O \to A$ έχουμε:

$\alpha = \dfrac{Ee}{m} = 10^{11} m/\sec^2$

$\Delta t_{OA} = \dfrac{\ell}{\upsilon_0} = 10^{-6}\sec$,

$\upsilon_{A(y)} = \alpha \cdot \Delta t_{OA} = 10^5 m/\sec$

$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_0^{\,2} + \upsilon_{A(y)}^2} = \sqrt{2} \cdot 10^5 m/\sec$

$\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{\upsilon_{A(y)}}{\upsilon_0} = 1$. Άρα $\theta = 45^\circ$.

Γ2. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. στη διαδρομή $O \to A$:

$\dfrac{1}{2}m\upsilon_A^{\,2} - \dfrac{1}{2}m\upsilon_O^{\,2} = V_{OA} \cdot q$ ή $V_{OA} = 50V$

Γ3. Είναι:

$V_{OA} = E \cdot (ZA)$ ή

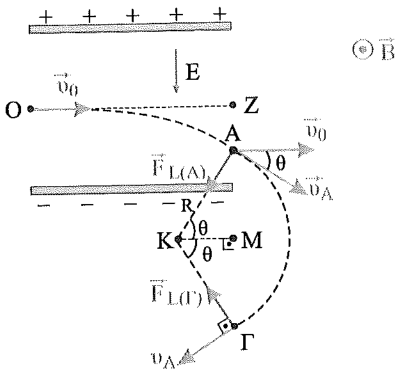
$(ZA) = \dfrac{V_{OA}}{E} = 0,05m = 5cm$

Εντός του μαγνητικού πεδίου έχουμε:

$$R = \frac{m\upsilon}{Be} = \frac{0,4\sqrt{2}}{\pi}\text{m} = \frac{40\sqrt{2}}{\pi}\text{cm}$$

$$(\text{ΑΓ}) = 2(\text{ΑΜ}) = 2R\eta\mu\theta = 0,25\text{m} = 25\text{cm}$$

Άρα: $(\text{ΖΓ}) = (\text{ΖΑ}) + (\text{ΑΓ}) = 30\text{cm}$



Γ4. Είναι:

$$\Delta t_{\text{ΑΓ}} = \frac{2\theta}{\omega} = \frac{2\theta}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{\theta}{\pi}T =$$

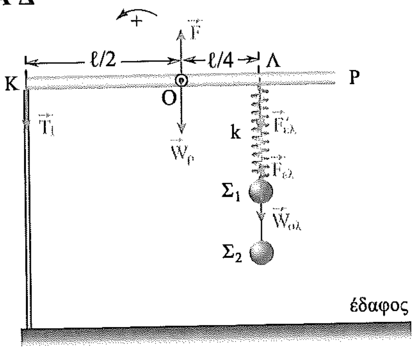
$$= \frac{\theta}{\pi}\frac{2\pi m}{Be} = \frac{2\theta m}{Be} = 2 \cdot 10^{-6}\,\text{sec}$$

Άρα: $\Delta t_{\text{ΟΓ}} = \Delta t_{\text{ΟΑ}} + \Delta t_{\text{ΑΓ}} = 3 \cdot 10^{-6}\,\text{sec}$

Γ5. $s_{\text{ΑΓ}} = \upsilon_{\text{Α}} \cdot \Delta t_{\text{ΑΓ}} = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-1}\text{m} = 20\sqrt{2}\text{cm}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ι.



Για την ισορροπία των σωμάτων Σ_1, Σ_2 ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_{o\lambda}$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = (m_1 + m_2)g$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = 20\text{N}$

Για την ισορροπία της ράβδου ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \text{ ή } T_1\frac{\ell}{2} - F'_{\varepsilon\lambda}\frac{\ell}{4} = 0 \text{ ή}$$

$$T_1 = \frac{F'_{\varepsilon\lambda}}{2} \text{ ή } T_1 = 10\text{N}$$

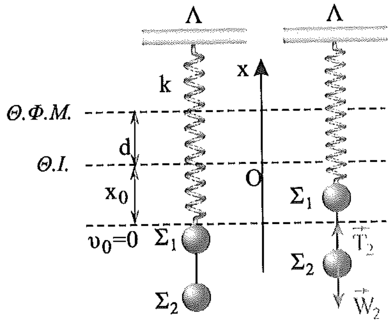
$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F = T_1 + F'_{\varepsilon\lambda} + Mg \text{ ή } F = 50\text{N}$$

Δ2. Η τάση του νήματος (1) μηδενίζεται όταν μηδενίζεται η $\vec{F}'_{\varepsilon\lambda}$.

Δηλαδή όταν το ελατήριο φτάνει στο φυσικό του μήκος (Θ.Φ.Μ.).

Στην αρχική θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) το ελατήριο παρουσιάζει επιμήκυνση d_1 και ισχύει:

$F_{\varepsilon\lambda} = 20\text{N}$ ή $kd = 20\text{N}$ ή $d = 0,1\text{m}$.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση d ισούται με το πλάτος της ταλάντωσης ($A = x_0$) του συστήματος. Επομένως η Θ.Φ.Μ. ταυτίζεται με την πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης και η ζητούμενη χρονική διάρκεια ισούται με:

$$\Delta t = \frac{T}{2} \text{ ή } \Delta t = \pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} \text{ ή } \Delta t = 0,1\pi\,\text{sec}$$

Δ3. Το σύστημα ταλαντώνεται με γωνιακή συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 10\text{rad/sec}$ και πλάτος $A = x_0 = 0,1\text{m}$.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε:
$x = -x_0$ ή $A\eta\mu\varphi_0 = -A$ ή $\eta\mu\varphi_0 = -1$.

Άρα $\varphi_0 = \dfrac{3\pi}{2}\text{rad}$.

Η εξίσωση $x = f(t)$ είναι: $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

ή $x = 0{,}1\eta\mu\left(10t + \dfrac{3\pi}{2}\right)$ (S.I.)

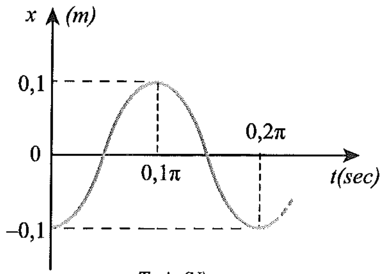
Στην τυχαία θέση του σχήματος, για το σώμα Σ_2 ισχύει:

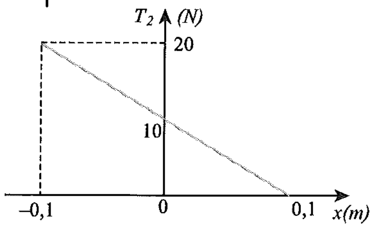
$\Sigma F = m_2\alpha$ ή $T_2 - m_2 g = m_2(-\omega^2 x)$ ή

$T_2 = m_2 g - m_2\omega^2 x$ ή $T_2 = 10 - 100x$ (S.I.) (1)

Η παραπάνω εξίσωση ισχύει εφόσον $T_2 \geq 0$ ή $5 \geq 50x$ ή $x \leq 0{,}1\text{m}$. Δηλαδή ισχύει σε όλα τα σημεία της τροχιάς του συστήματος έως και την ανώτερη θέση (Θ.Φ.Μ.), όπου οριακά το νήμα δεν χαλαρώνει. Το πεδίο ορισμού της είναι: $-0{,}1\text{m} \leq x \leq 0{,}1\text{m}$

Οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις είναι:





ΙΙ. Δ4. Έως τη θέση $x_1 = +d = +0{,}1\text{m}$ (Θ.Φ.Μ.) το νήμα 2 παραμένει τεντωμένο και τα σώματα έχουν κοινή ταχύτητα μέτρου υ_1.

Στη θέση αυτή ισχύει: $U_1 + K_1 = E$ ή

$$\frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}k(A')^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}[(A')^2 - x_1^2]} \text{ ή } \upsilon_1 = 2\text{m/sec}.$$

Μετά την κοπή του νήματος 2, το σώμα Σ_1 συνεχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με νέα θέση ισορροπίας (Θ.Ι.$_1$) στην οποία ισχύει: $\Sigma F = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} = W_1$ ή $kd_1 = m_1 g$ ή $d_1 = 0{,}05\text{m}$

Στη Θ.Φ.Μ. αμέσως μετά τη χαλάρωση του νήματος 2, το σώμα Σ_1 βρίσκεται σε απομάκρυνση $x'_1 = d - d_1$ ή $x'_1 = 0{,}05\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας του και κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_1. Στη θέση αυτή για την ταλάντωσή του ισχύει:

$$U_1 + K_1 = E_1 \text{ ή } \frac{1}{2}k(x'_1)^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 \text{ ή}$$

$$A_1 = \sqrt{(x'_1)^2 + \frac{m_1\upsilon_1^2}{k}} \text{ ή } A_1 = 0{,}15\text{m}$$

Στην ανώτερη και στην κατώτερη θέση της τροχιάς του σώματος Σ_1 η συσπείρωση ($\Delta\ell_1$) και η επιμήκυνση ($\Delta\ell_2$), αντίστοιχα του ελατηρίου είναι αντίστοιχα ίση με:

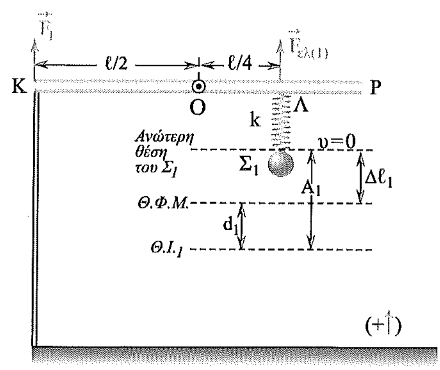
$\Delta\ell_1 = A_1 - d_1 = 0{,}1\text{m}$ και

$\Delta\ell_2 = A_1 + d_1 = 0{,}2\text{m}$

Στο σχ. 1 για τη ράβδο ΚΡ ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \text{ ή } F_{\varepsilon\lambda(1)} \cdot \frac{\ell}{4} = F_1\frac{\ell}{2} \text{ ή } k \cdot \Delta\ell_1\frac{1}{4} = \frac{F_1}{2} \text{ ή}$$

$F_1 = +10\text{N}$



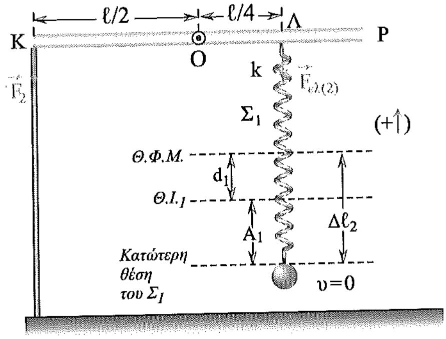
Σχ. 1

Στο σχ. 2 έχουμε:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $|F_{\varepsilon\lambda(2)}|\dfrac{\ell}{4} = |F_2|\dfrac{\ell}{2}$ ή

$k\cdot\Delta\ell_2\dfrac{1}{4} = \dfrac{|F_2|}{2}$ ή $|F_2| = \dfrac{k\cdot\Delta\ell_2}{2}$ ή

$|F_2| = 20N$ ή αλγεβρικά: $F_2 = -20N$



Σχ. 2

59ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. α **Α2.** γ **Α3.** β **Α4.** β

Α5. Σ Λ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Σε μία τυχαία θέση της επιταχυνόμενης κίνησης που εκτελεί η ράβδος ΚΛ έχουμε:

$E_{\varepsilon\pi(K\Lambda)} = B\upsilon\ell$

$I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{B\upsilon\ell}{R_\Lambda}$ $\quad F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell$ ή $F_L = \dfrac{B^2\upsilon\ell^2}{R_\Lambda}$

Η ράβδος αποκτά τελικά οριακή ταχύτητα ($\upsilon = \upsilon_{o\rho}$) όταν είναι:

$\Sigma F = 0$ ή $F_L = F$ ή $\dfrac{B^2\upsilon_{o\rho}\ell^2}{R_\Lambda} = F$ ή

$\upsilon_{o\rho} = \dfrac{F\cdot R_\Lambda}{B^2\ell^2}$

Με την ταχύτητα $\upsilon = \upsilon_{o\rho}$ ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά.

$V_{K\Lambda} = V_\kappa$ ή $E_{\varepsilon\pi} = V_\kappa$ ή $B\upsilon_{o\rho}\ell = V_\kappa$ ή

$B\dfrac{F\cdot R_\Lambda}{B^2\ell^2}\ell = V_\kappa$ ή $\dfrac{FR_\Lambda}{B\ell} = V_\kappa$ ή

$R_\Lambda = \dfrac{V_\kappa B\ell}{F}$ (1)

$P_K = \dfrac{V_\kappa^2}{R_\Lambda}$ ή $R_\Lambda = \dfrac{V_\kappa^2}{P_\kappa} \xrightarrow{(1)} \dfrac{V_\kappa B\ell}{F} = \dfrac{V_\kappa^2}{P_\kappa}$ ή

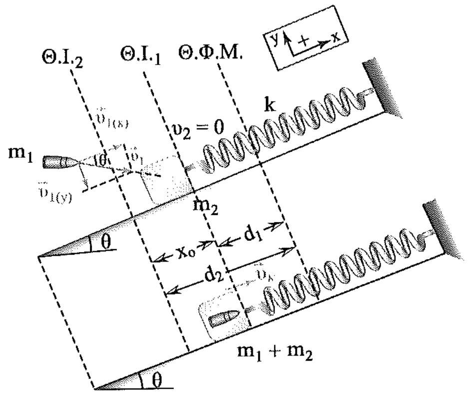
$F = \dfrac{P_\kappa B\ell}{V_\kappa}$

Β2. (α)

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση στον άξονα x:

$m_1\upsilon_{1(x)} = (m_1+m_2)\upsilon_\kappa$ ή

$m\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\theta = 4m\upsilon_\kappa$ ή $\upsilon_\kappa = \dfrac{\upsilon_1\sqrt{3}}{8}$ (1)



Στη Θ.Ι.₁ έχουμε: $\Sigma F_x = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_{2(x)}$ ή

$kd_1 = 3mg\eta\mu\theta$ ή $d_1 = \dfrac{3mg\eta\mu\theta}{k}$.

Στη Θ.Ι.₂ έχουμε: $\Sigma F_x = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} = W_{o\lambda(x)}$ ή

$kd_2 = 4mg\eta\mu\theta$ ή $d_2 = \dfrac{4mg\eta\mu\theta}{k}$.

Είναι: $x_0 = d_2 - d_1 = \dfrac{mg\eta\mu\theta}{k}$ ή $x_0 = \dfrac{mg}{2k}$ (2)

Αμέσως μετά την κρούση, για το συσσωμάτωμα έχουμε:

$U+K=E$ ή $\frac{1}{2}kx_0^2+\frac{1}{2}4m\upsilon_\kappa^2=\frac{1}{2}kA^2$ ή

$A=\sqrt{x_0^2+\frac{4m\cdot\upsilon_\kappa^2}{k}}\xrightarrow{(1)(2)}A=$

$=\sqrt{\frac{m^2g^2}{4k^2}+\frac{3m\upsilon_1^2}{16k}}$ ή

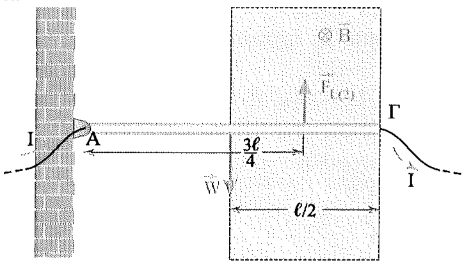
$A=\sqrt{\frac{4m^2g^2}{16k^2}+\frac{3m\upsilon_1^2}{16k}}$ ή

$A=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{4m^2g^2}{k^2}+\frac{3m^2 4g^2}{k^2}}$ ή

$A=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{16m^2g^2}{k^2}}$ ή $A=\frac{mg}{k}$

B3. (γ)

Το τμήμα ΜΓ μήκους $\frac{\ell}{2}$ της ράβδου δέχεται δύναμη Laplace στο μέσο του, όπως στο σχήμα.



Για να ισορροπεί η ράβδος πρέπει η $\vec{F}_L$ να έχει τη φορά του σχήματος. Άρα η ένταση $\vec{B}$ είναι προς τα μέσα $(\otimes)$.

Ισχύει: $F_L\frac{3\ell}{4}=W\frac{\ell}{2}$ ή $B_1I\frac{\ell}{2}\frac{3\ell}{4}=W\frac{\ell}{2}$ ή

$\frac{3}{4}BI\ell=W$ ή $B=\frac{4W}{3I\ell}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. α) Για τη ράβδο ΚΛ ισχύει:

$\Sigma F=0$ ή $T=m_2g=4N\ (=T')$

Για το σώμα Σ:

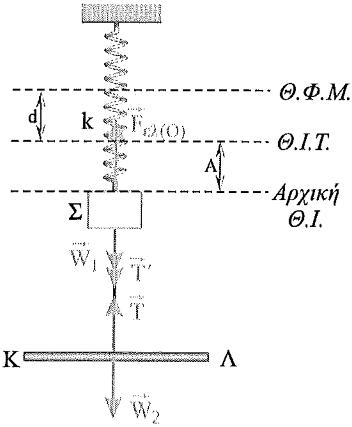
Αρχική Θ.Ι.: $\Sigma F=0$ ή $F_{\varepsilon\lambda(0)}=W_1+T'$ ή

$(d+A)=m_1g+T$ (1)

Θ.Ι.Τ.:

$\Sigma F=0$ ή $F_{\varepsilon\lambda}=W_1$ ή $kd=m_1g$ (2)

$(1)\xrightarrow{(2)}kA=T$ ή $A=\frac{T}{k}=0,4m$

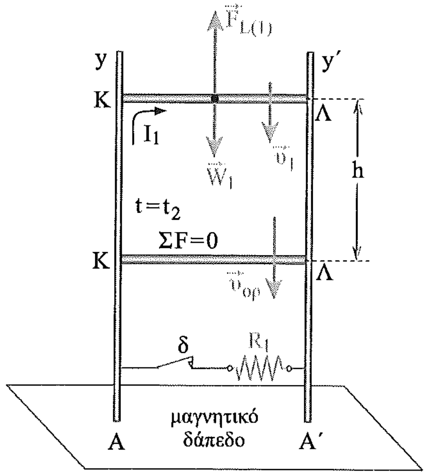


Το σώμα Σ εκτελεί α.α.τ. με γωνιακή συχνότητα $\omega=\sqrt{\frac{k}{m_1}}=5rad/sec$

Επομένως: $\upsilon_{max}=\omega A=2m/sec$

Γ2. Η ράβδος εκτελεί ελεύθερη πτώση στο χρονικό διάστημα $t_0\rightarrow t_1$ και τη χρονική στιγμή t_1 αποκτά ταχύτητα μέτρου:

$\upsilon_1=gt_1=10m/sec$



Τότε έχουμε:

$$I_1 = \frac{B\upsilon_1 \ell}{R_1 + R} = 4A \text{ και } \alpha_1 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{W_1 - F_{L(1)}}{m} =$$

$$= g - \frac{BI_1 \ell}{m} = -10\text{m/sec}^2$$

Γ3. Η ράβδος αποκτά οριακή ταχύτητα όταν έχουμε $\Sigma F = 0$ ή $F_L = W$ ή

$$\frac{B^2 \ell^2}{R_1 + R_2} \upsilon_{op} = mg \text{ ή } \upsilon_{op} = 5\text{m/sec}$$

Στο χρονικό διάστημα $t_1 \to t_2$ για τη ράβδο είναι:

$$|\alpha| = \frac{\Sigma F}{m} \text{ ή } |\alpha| = \frac{F_L - W}{m} \text{ ή}$$

$$|\alpha| = \frac{B^2 \ell^2 \upsilon}{(R_1 + R_2)m} - g$$

Με βάση την τελευταία σχέση, καθώς μειώνεται το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται και η επιβράδυνση της ράβδου.

Άρα η κίνησή της είναι επιβραδυνόμενη με φθίνουσα επιβράδυνση.

Γ4. Είναι: $\dfrac{|dK|}{dt} = 50\% \dfrac{dQ_{Ro\lambda}}{dt}$ ή

$$|\Sigma F|\upsilon = \frac{1}{2} F_L \cdot \upsilon \text{ ή } 2(F_L - mg) = F_L \text{ ή}$$

$$F_L = 2mg \text{ ή } \frac{B^2 \ell^2 \upsilon}{R_1 + R_2} = 2mg \text{ ή}$$

$$\upsilon = 10\text{m/sec}$$

$$\frac{|dU_{\beta\alpha\rho}|}{dt} = m_2 g \upsilon = 40\text{J/sec}$$

ΘΕΜΑ Δ

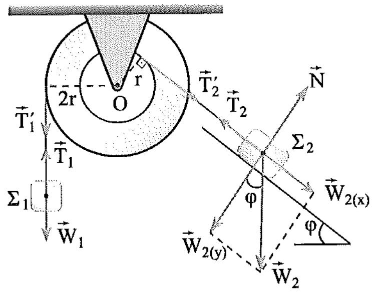
Δ1. Τα σώματα Σ_1, Σ_2 κι η τροχαλία, ισορροπούν με τις δυνάμεις του παρακάτω σχήματος.

Επειδή το νήμα είναι αβαρές, έχουμε:

$T_1' = T_1$ και $T_2' = T_2$

Για το Σ_2 ισχύει:

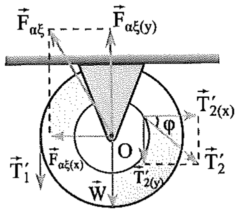
$\Sigma F_x = 0$ ή $T_2 = m_2 g \eta\mu\varphi$ ή $T_2 = 30N$



Για την τροχαλία ισχύει:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $T_1' \cdot 2r = T_2' \cdot r$ ή $T_1 \cdot 2 = T_2$ ή

$$T_1 = \frac{T_2}{2} = 15N$$



Για το σώμα Σ_1 έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } T_1 = m_1 g \text{ ή } m_1 = \frac{T_1}{g} \text{ ή } m_1 = 1{,}5\text{kg}$$

Για την τροχαλία έχουμε επίσης:

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{\alpha\xi(x)} = T_2' \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$ ή $F_{\alpha\xi(x)} = 24N$

$\Sigma F_y = 0$ ή $F_{\alpha\xi(y)} = T_1' + T_2'\eta\mu\varphi + Mg = 48N$

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_{\alpha\xi}$ ισούται με:

$$F_{\alpha\xi} = \sqrt{F_{\alpha\xi(x)}^2 + F_{\alpha\xi(y)}^2} \text{ ή}$$

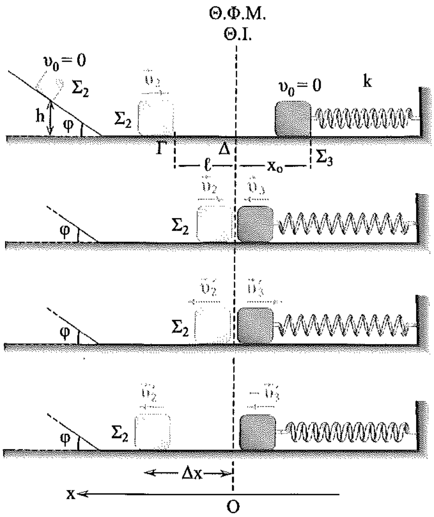
$$F_{\alpha\xi} = \sqrt{24^2 + (2 \cdot 24)^2}\,N = 24\sqrt{5}N$$

Δ2. Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το Σ_2 στην αρχική του θέση και στη θέση Γ:

$$m_2 g h = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 \text{ ή } \upsilon_2 = \sqrt{2gh} \text{ ή } \upsilon_2 = 6\text{m/sec}$$

(μέτρο).

Ο χρόνος Δt που απαιτείται για να διανύσει το σώμα Σ_2 την απόσταση ℓ, ισούται με τον χρόνο που χρειάζεται το σώμα Σ_3 για να φτάσει στη θέση της κρούσης.



Δηλαδή:

$\Delta t = \frac{T}{4}$ ή $\frac{\ell}{\upsilon_2} = \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{m_3}{k}}$ ή $k = 125\frac{N}{m}$

Δ3. Είναι $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k}} = 0,4\pi \sec$ και

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 5\text{rad/sec}$.

Τα σώματα Σ_2, Σ_3 έχουν ίσες μάζες.

Επομένως κατά την κεντρική ελαστική τους κρούση, ανταλλάσσουν τις ταχύτητές τους.

Είναι:

$|\upsilon_3'| = \upsilon_2 = 6\text{m/sec}$

$|\upsilon_3'| = \omega \cdot A'$ ή $A' = \frac{|\upsilon_3'|}{\omega}$ ή $A' = 1,2\text{m}$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε:

$\upsilon = -\upsilon_{max}$ ή $\upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_0 = -\upsilon_{max}$ ή

$\sigma\upsilon\nu\varphi_0 = -1$

Άρα $\varphi_0 = \pi$ rad

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$x = A'\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή $x = 1,2\eta\mu(5t + \pi)$ (S.I.)

Δ4. Έχουμε:

$K = 8U$ ή $E - U = 8U$ ή $E = 9U$ ή

$\frac{1}{2}kA^2 = 9\frac{1}{2}kx^2$ ή $x = \pm\frac{A}{3}$

Για πρώτη φορά: $x = -\frac{A}{3} = 0,4\text{m}$. Άρα:

$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = -k \cdot x = -k\left(-\frac{A}{3}\right) = 50\text{kgm/sec}^2$

Την ίδια χρονική στιγμή, για το Σ_3 ισχύει:

$U + K = E$ ή $\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m_3\upsilon^2 = \frac{1}{2}k(A')^2$ ή

$\upsilon = \pm\sqrt{\frac{k}{m_3}[(A')^2 - x^2]} \xrightarrow{1\eta\ \varphi o\rho\acute{\alpha}}$

$\upsilon = -\sqrt{\frac{k}{m_3}\left[(A')^2 - \frac{(A')^2}{9}\right]}$ ή

$\upsilon = -\sqrt{\frac{k}{m_3}\frac{8}{9}(A')^2}$ ή $\upsilon = -4\sqrt{2}\text{m/sec}$

Είναι: $\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon = \frac{dp}{dt} \cdot \upsilon =$

$= 50 \cdot (-4\sqrt{2})\text{J/sec} = -200\sqrt{2}\ \text{J/sec}$

Δ5. Έχουμε $\upsilon_2' = \upsilon_3$ ή $\upsilon_2' = \omega \cdot A$ ή

$\upsilon_2' = \omega d = 1\text{m/sec}$

Το σώμα Σ_3 επανέρχεται για 1^{η} φορά στη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{2} = 0,2\pi \sec$.

Στον χρόνο $t_0 \to t_1$ το σώμα Σ_2 μετατοπίζεται κατά:

$\Delta x = \upsilon_2' \cdot t_1$ ή $\Delta x = 0,2\pi\,\text{m} = 0,628\,\text{m}$

Άρα, η απόσταση μεταξύ των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 τη στιγμή αυτή ισούται με 0,628m.

60ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** δ **Α3.** α **Α4.** δ

Α5. Σ Σ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Α. (γ) Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$p_{ολ(αρχ)} = p_{ολ(τελ)}$ ή $p_1 = p_{ολ(τελ)}$ ή

$p_1^2 = (p_1')^2 + (p_2')^2 + 2p_1'p_2'συνφ$ ή

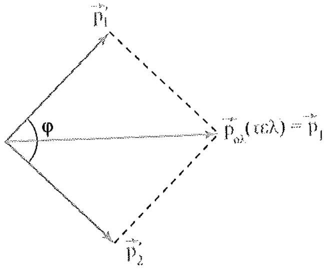
$m_1^2υ_1^2 = m_1^2(υ_1')^2 + m_2^2(υ_2')^2 +$

$+2m_1υ_1'm_2υ_2'συν120^o$ ή

$m_1^2υ_1^2 = m_1^2(υ_1')^2 + 4m_1^2(υ_1')^2 +$

$+2 \cdot 2m_1^2(υ_1')^2\left(-\frac{1}{2}\right)$ ή

$υ_1^2 = 3(υ_1')^2$ ή $υ_1' = \frac{υ_1}{\sqrt{3}}\ (= υ_2')$ (1)



Το ζητούμενο ποσοστό ισούται με:

$π\% = \frac{ΔK_2}{K_1}100\%$ ή $π\% = \frac{K_2' - K_2}{K_1}100\%$

ή $π\% = \frac{K_2'}{K_1}100\%$ ή $π\% = \frac{\frac{1}{2}m_2(υ_2')^2}{\frac{1}{2}m_1υ_1^2}100\%$

ή $π\% = \frac{2m_1\left(\frac{υ_1}{\sqrt{3}}\right)^2}{m_1υ_1^2}100\%$ ή $π\% = \frac{200}{3}\%$

Β. (α)

Έχουμε: $K_{ολ(αρχ)} = \frac{1}{2}m_1υ_1^2$ και

$K_{ολ(τελ)} = \frac{1}{2}m_1(υ_1')^2 + \frac{1}{2}m_2(υ_2')^2$ ή

$K_{ολ(τελ)} = \frac{1}{2}m_1\left(\frac{υ_1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{2}2m_1\left(\frac{υ_1}{\sqrt{3}}\right)^2$ ή

$K_{ολ(τελ)} = \frac{1}{2}m_1υ_1^2\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)$ ή

$K_{ολ(τελ)} = \frac{1}{2}m_1υ_1^2 = K_{ολ(αρχ)}$

Επομένως, η κρούση είναι ελαστική.

Β2. Α. (α)

Έστω Ν το πλήθος των φωτονίων που φτάνουν στην κάθοδο σε χρόνο $Δt$ και N' το πλήθος των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων στον ίδιο χρόνο.

Ισχύει: $P = \frac{ΔE}{Δt}$ ή $P = \frac{Nhf}{Δt}$ ή $\frac{N}{Δt} = \frac{P}{hf}$ (1)

Είναι: $\frac{N'}{Δt} = 25\%\frac{N}{Δt}$ ή $\frac{N'}{Δt} = \frac{1}{4}\frac{N}{Δt} \xrightarrow{(1)}$

$\frac{N'}{Δt} = \frac{P}{4hf}$ ή $\frac{N'}{Δt} = \frac{Pλ}{4hc}$ (2)

Σύμφωνα με τον ορισμό της έντασης του ρεύματος, έχουμε: $i = \frac{N' \cdot e}{Δt} \xrightarrow{(2)} i = \frac{Pλe}{4hc}$

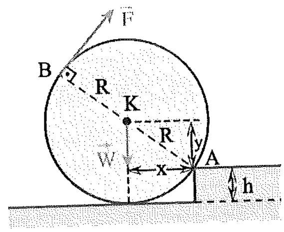
Β. (γ) Σύμφωνα με τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein, η (μέγιστη) κινητική ενέργεια των εξερχόμενων από την κάθοδο ηλεκτρονίων είναι ίση με: $K = hf - φ$ (3)

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για ένα φωτοηλεκτρόνιο που εξέρχεται από την κάθοδο με (μέγιστη) κινητική ενέργεια Κ και φτάνει στην άνοδο με κινητική ενέργεια K':

$K' - K = eV$ ή $K' = K + eV \xrightarrow{(3)}$

$K' = hf + eV - φ$ ή $K' = \frac{hc}{λ} + eV - φ$

Β3. (α)



Είναι:

$y = R - h$ ή $y = 0{,}6R$ ή $R^2 = x^2 + y^2$ ή

$x = \sqrt{R^2 - y^2}$ ή $x = 0{,}8R$

Στην κατάσταση οριακής ισορροπίας η δύναμη Ν που δέχεται ο κύλινδρος από το δάπεδο, μηδενίζεται.

Τότε ισχύει:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $F \cdot 2R = W \cdot x$ ή

$F \cdot 2R = W \cdot 0,8R$ ή $F = 0,4W$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Τελικά το πηνίο συμπεριφέρεται ως ωμικός αντιστάτης αντίστασης R_2 και διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I_2 = \frac{V_{A\Gamma}}{R_2} = \frac{E}{R_2} = 4A$$

Η ενέργεια που αποθηκεύεται τελικά στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου ισούται με:

$$U_{B(max)} = \frac{1}{2}LI_2^2 = 1,6J$$

Γ2. Είναι: $I_2 = \dfrac{q}{\Delta t}$ ή $\Delta t = \dfrac{q}{I_2} = 1,25\,sec$

$$W_{\eta\lambda} = V_{A\Gamma} \cdot I_2 \cdot \Delta t = E \cdot I_2 \cdot \Delta t = 60J$$

Γ3. Για τα ρεύματα i_1, i_2 έχουμε:

$i_1 = \dfrac{V_{A\Gamma}}{R_1} = \dfrac{E}{R_1} = 2A$ και

$i_2 = i - i_1 = 1A$

Είναι: $V_{A\Gamma} = |E_{\alpha\upsilon\tau}| + i_2 \cdot R_2$ ή

$E = L\dfrac{di}{dt} + i_2R_2$ ή $L\dfrac{di}{dt} = E - i_2 \cdot R_2$ ή

$$\frac{di}{dt} = \frac{E - i_2R_2}{L} = 45A/sec$$

Γ4. Τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$\frac{dU_B}{dt} = |E_{\alpha\upsilon\tau}| \cdot i_2 = L\frac{di}{dt} \cdot i_2 = 9J/sec$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $\dfrac{\lambda}{2} = 0,4m$ ή $\lambda = 0,8m$

$x_\Gamma = \ell$ ή $x_{5\text{ου δεσμού}} = \ell$ ή $(2\kappa+1)\dfrac{\lambda}{4} = \ell$,

όπου $\kappa = 4$. Δηλαδή: $\dfrac{9\lambda}{4} = \ell$ ή $\ell = 1,8m$

Δ2. Τη χρονική στιγμή t_1 για το σημείο Ο έχουμε:

$K = 3U$ ή $E - U = 3U$ ή $U = \dfrac{1}{4}E$ ή

$\dfrac{1}{2}Dy^2 = \dfrac{1}{4}\dfrac{1}{2}D(2A)^2$ ή $A = y = 0,1m$

$\upsilon_{max} = \omega \cdot 2A$ ή $\omega = \dfrac{\upsilon_{max}}{2A} = 10\pi\,rad/sec$

$f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 5Hz$ ή $T = \dfrac{1}{f} = 0,2\,sec$

$\upsilon = \lambda f = 4m/sec$. Η χορδή γίνεται δύο φορές ευθύγραμμη σε κάθε περίοδο της ταλάντωσης. Άρα η συχνότητα με την οποία ευθυγραμμίζεται ισούται με 10 Hz.

Δ3. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$y = 2A\sigma\upsilon\nu\dfrac{2\pi}{\lambda}x\eta\mu\dfrac{2\pi}{T}t$ ή

$y = 0,2\sigma\upsilon\nu 2,5\pi x\eta\mu 10\pi t$ (S.I.) (1)

Για τα σημεία Κ και Λ ισχύει:

$y_K = 0,1\eta\mu 10\pi t$ (S.I.) και

$y_\Lambda = -0,1\sqrt{2}\eta\mu 10\pi t$ ή

$y_\Lambda = 0,1\sqrt{2}\eta\mu(10\pi t + \pi)$ (S.I.)

Άρα η διαφορά φάσης των σημείων Κ και Λ ισούται με π rad.

Δ4. Η εξίσωση (1) για $t = t_1$ και $t = t_2$ αποκτά τις μορφές:

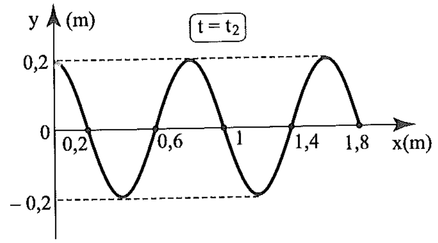
$y_1 = 0,2\sigma\upsilon\nu 2,5\pi x$ (S.I.) και $y_2 = 0$ για

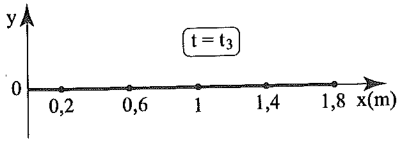
$0 \le x \le \ell$ ή $0 \le x \le \dfrac{9\lambda}{4}$

Τα ζητούμενα στιγμιότυπα απεικονίζονται στα παρακάτω σχήματα στα οποία φαίνονται και οι θέσεις των δεσμών, σύμφωνα με τη σχέση:

$x_\delta = (2\kappa+1)\dfrac{\lambda}{4}$ $(\kappa \in \mathbb{Z})$ ή

$x_\delta = 0,4\kappa + 0,2m$ $(\kappa = 0, 1, 2, 3, 4, 5)$





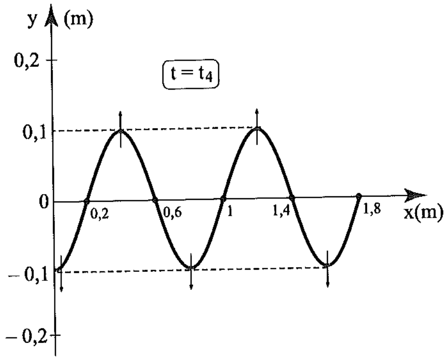
Δύο γειτονικές κοιλίες έχουν την ελάχιστη απόσταση μεταξύ τους κάθε φορά που το νήμα γίνεται ευθύγραμμο.

$$d_{min} = \frac{\lambda}{2} = 0,4m$$

Η μέγιστη απόστασή τους εμφανίζεται όταν η χορδή είναι στιγμιαία ακίνητη. Με βάση το Π.Θ. είναι: $d_{max} = \sqrt{(4A)^2 + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2} = 0,4\sqrt{2}m$

Δ5. Τη χρονική στιγμή t_4 το σημείο Ο βρίσκεται σε απομάκρυνση $y_4 = -y_1 = -0,1m$ κινούμενο προς την ακραία του αρνητική απομάκρυνση.

Το ζητούμενο στιγμιότυπο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, στο οποίο έχει σημειωθεί και η φορά κίνησης των ταλαντούμενων σημείων της χορδής.



61ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** δ **Α3.** δ **Α4.** γ

Α5. Σ Σ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Επειδή τα σώματα αφήνονται ελεύθερα από τη Θ.Φ.Μ. των ελατηρίων, οι αρχικές επιμηκύνσεις τους d_1, d_2 είναι ίσες με τα αντίστοιχα πλάτη των ταλαντώσεων που εκτελούν όταν αφεθούν ελεύθερα.

Δηλαδή: $A_1 = d_1$ και $A_2 = d_2$

Όμως $d_1 = 2d_2$ ή $A_1 = 2A_2$ (1)

Έχουμε:

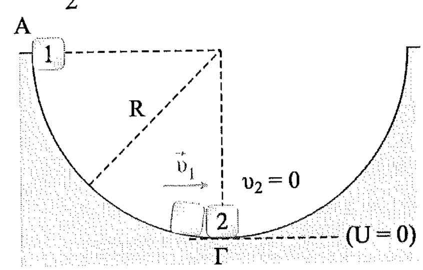
$$E_2 = 2E_1 \text{ ή } \frac{1}{2}k_2A_2^2 = 2\frac{1}{2}k_1A_1^2 \xrightarrow{(1)}$$

$$k_2A_2^2 = 2k_1(2A_2)^2 \text{ ή } k_2A_2^2 = 8k_1A_2^2 \text{ ή}$$

$$k_2 = 8k_1 \text{ ή } \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{8}$$

Β2. Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Α, Γ της μάζας m_1:

$$m_1gR = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \text{ ή } \upsilon_1 = \sqrt{2gR} \quad (1)$$



Β2. Ι. (β)

Η κρούση είναι κεντρική και ελαστική. Επειδή οι μάζες είναι ίσες θα συμβεί ανταλλαγή ταχυτήτων.

Δηλαδή:

$$\upsilon_1' = 0 \text{ και } \upsilon_2' = \upsilon_1 \xrightarrow{(1)} \upsilon_2' = \sqrt{2gR} \ (2)$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για τη μάζα 2 στη θέση Γ και στη θέση ύψους Η:

$$\frac{1}{2}m_2(\upsilon_2')^2 = m_2 gH \text{ ή}$$

$$H = \frac{(\upsilon_2')^2}{2g} \xrightarrow{(2)} H = R$$

ΙΙ. (α) Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση των δύο μαζών:

$$m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \text{ ή } \upsilon_\kappa = \frac{m_1\upsilon_1}{2m_1} \text{ ή}$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{\upsilon_1}{2} \ (3)$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το συσσωμάτωμα στη θέση Γ και στη θέση ύψους h:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2 = (m_1 + m_2)gh \text{ ή}$$

$$h = \frac{\upsilon_\kappa^2}{2g} \xrightarrow{(3)} h = \frac{\upsilon_1^2}{8g} \xrightarrow{(1)} = h = \frac{R}{4}$$

Β3. (β)

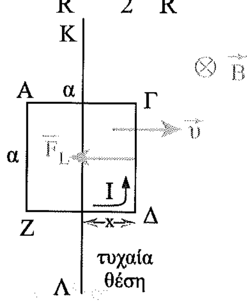
Έστω R η ωμική αντίσταση του πλαισίου. Σε τυχαία θέση της εισόδου του πλαισίου στο πεδίο, όπου η πλευρά του ΓΔ έχει απόσταση x από το όριο ΚΛ, έχουμε:

$$\Phi = B\alpha x$$

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = B\alpha\frac{\Delta x}{\Delta t} = B\alpha\upsilon$$

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} = \frac{B\alpha\upsilon}{R} \ (1)$$

$$I = \frac{I_0}{2} \xrightarrow{(1)} \frac{B\alpha\upsilon}{R} = \frac{1}{2}\frac{B\alpha\upsilon_0}{R} \text{ ή } \upsilon = \frac{\upsilon_0}{2} \ (2)$$



Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του πλαισίου κατά τη διάρκεια της εισόδου του στο μαγνητικό πεδίο:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = W_{F_L} \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}m(\upsilon^2 - \upsilon_0^2) = W_{F_L} \xrightarrow{(2)}$$

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_0^2}{4} - \upsilon_0^2\right) = W_{F_L} \text{ ή}$$

$$W_{F_L} = -\frac{3}{8}m\upsilon_0^2$$

Η ζητούμενη θερμότητα ισούται με:

$$Q = |W_{F_L}| \text{ ή } Q = \frac{3}{8}m\upsilon_0^2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Μέσα στο Ο. Η. Π το ηλεκτρόνιο κινείται με επιτάχυνση μέτρου:

$$\alpha = \frac{Ee}{m} = 16 \cdot 1,6 \cdot 10^{12}\,\text{m/sec}^2$$

Ο χρόνος κίνησης στη διαδρομή ΟΑ ισούται με: $t_{OA} = \dfrac{\ell}{\upsilon_0} = \dfrac{1}{1,6}10^{-7}\,\text{sec}$

Η απόκλιση y_A ισούται με:

$$y_A = \frac{1}{2}\alpha t_{OA}^2 = 5 \cdot 10^{-2} = 5\text{cm}$$

Είναι:

$$V_{OA} = V_O - V_A = -E \cdot y_A = -7,2\text{V}$$

Γ2. Έχουμε: $\upsilon_{A(y)} = \alpha \cdot t_{OA} = 1,6 \cdot 10^6\,\text{m/sec}$

$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_O^2 + \upsilon_{A(y)}^2} = 1,6\sqrt{2} \cdot 10^6\,\text{m/sec}$$

Γ3. Είναι: $\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_x + \Delta\vec{p}_y$ ή $\Delta\vec{p} = \vec{0} + \Delta\vec{p}_y$

ή αλγεβρικά: $\Delta p = \Delta p_y = m\upsilon_{A(y)} - 0$ ή

$\Delta p = 14,4 \cdot 10^{-25}\,\text{kg m/sec}$ με κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα κάτω.

Γ4. Για την ελικοειδή κίνηση, έχουμε:

$$R = \frac{m\upsilon_{A(y)}}{Be} = 9 \cdot 10^{-2}\,\text{m} = 9\text{cm} \quad \text{και}$$

$$T = \frac{2\pi m}{Be} = \frac{9\pi}{8} 10^{-7}\ \text{sec}$$

Γ5. Το βήμα της έλικας ισούται με:

$\beta = \upsilon_0 \cdot T$ ή $\beta = 18 \cdot 10^{-2} m = 18\pi\, cm$.

Άρα: $N = \dfrac{\ell'}{\beta} = 2$

ΘΕΜΑ Δ

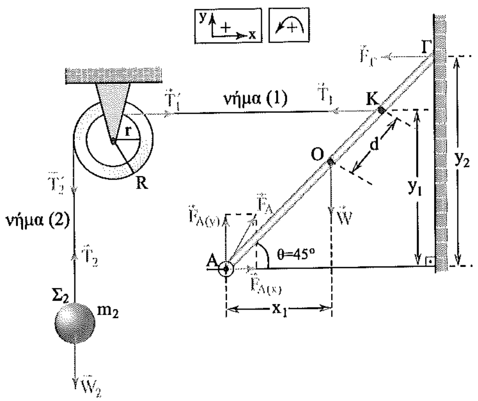
Δ1. Είναι:

$$x_1 = \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\ell\sqrt{2}}{4}$$

$$y_1 = \left(\frac{\ell}{2} + d\right)\eta\mu\theta \quad \text{ή} \quad y_1 = \frac{\ell\sqrt{2}}{3}$$

Για το σώμα Σ_2 έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $T_2 = m_2 g$ (1)



Για την τροχαλία ισχύει:

$\Sigma\tau = 0$ ή $T_1' \cdot r = T_2' \cdot R$ ή

$T_1 = 2T_2 \xrightarrow{(1)} T_1 = 2m_2 g$ ή $T_1 = 60N$

Για τη ράβδο ΑΓ έχουμε:

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $T_1 \cdot y_1 + F_\Gamma \cdot y_2 - W \cdot x_1 = 0$ ή

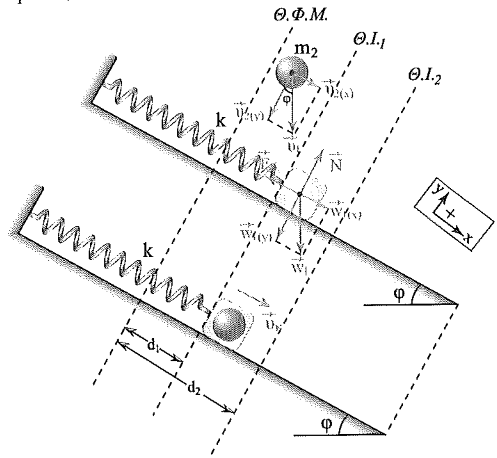
$$T_1\frac{\ell\sqrt{2}}{3} + F_\Gamma\frac{\ell\sqrt{2}}{2} = Mg\frac{\ell\sqrt{2}}{4} = 0 \text{ ή}$$

$$\frac{T_1}{3} + \frac{F_\Gamma}{2} = \frac{Mg}{4} \text{ ή } F_\Gamma = \frac{Mg}{2} - \frac{2T_1}{3} \text{ ή } F_\Gamma = 10N$$

Δ2. Στη θέση ισορροπίας ($Θ.Ι._1$) του σώματος Σ_1 πριν την κρούση, ισχύει:

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_{1(x)}$ ή $kd_1 = m_1 g\eta\mu\varphi$ ή

$d_1 = 0,05m$



Στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος ($Θ.Ι._2$) έχουμε:

$\Sigma F_x = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} = W_{o\lambda(x)}$ ή

$kd_2 = (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi$ ή $d_2 = 0,2m$

Αμέσως μετά την κρούση, για την ταλάντωση του συσσωματώματος ισχύει:

$U + K = E$ ή

$$\frac{1}{2}k(d_2 - d_1)^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{2}kA^2 \text{ ή}$$

$$A = \sqrt{(d_2 - d_1)^2 + \frac{(m_1 + m_2\upsilon_\kappa^2}{k}} \text{ ή}$$

$A = 0,3m$

Δ3. Είναι: $D = k$ ή $(m_1 + m_2)\omega^2 = k$ ή

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 5\text{rad/sec} .$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ είναι:

$|x_0| = d_2 - d_1$ ή $|x_0| = 0,15m$

Αλγεβρικά: $x_0 = -0,15m$. Άρα

$x_0 = A\eta\mu\varphi_0$ ή $-0,15 = 0,3\eta\mu\varphi_0$ ή

$$\eta\mu\varphi_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = \pi + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{7\pi}{6}\text{rad} \\ \varphi_0 = 2\pi - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{11\pi}{6}\text{rad} \end{cases}$$

Επίσης, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, είναι $\upsilon = \upsilon_\kappa > 0$ ή $\sigma\upsilon\nu\varphi_0 > 0$.

Άρα $\varphi_0 = \dfrac{11\pi}{6}\text{rad}$.

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:
$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή
$x = 0,3\eta\mu\left(5t + \dfrac{11\pi}{6}\right)$ (S.I.)

Δ4. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση στον άξονα x:
$p_{o\lambda(x)} = p'_{o\lambda(x)}$ ή $m_2\upsilon_2\eta\mu\varphi = (m_1+m_2)\upsilon_\kappa$ ή
$\upsilon_2 = 2\sqrt{3}\text{m/sec}$

Εφαρμόζουμε ο Θ.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του Σ_2 πριν την κρούση:

$m_2gh = \dfrac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$ ή $h = \dfrac{\upsilon_2^2}{2g}$ ή $h = 0,6\text{m}$

Δ5. Στη θέση της μέγιστης επιμήκυνσης του ελατηρίου, ο ζητούμενος λόγος ισούται με:
$\dfrac{|F_{\varepsilon\lambda}|}{|F_{\varepsilon\pi}|} = \dfrac{k\cdot\Delta\ell_{max}}{kA} = \dfrac{A+d_2}{A} = \dfrac{0,5\text{m}}{0,3\text{m}} = \dfrac{5}{3}$

62ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** β **Α3.** γ **Α4.** γ
Α5. Σ Σ Λ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)

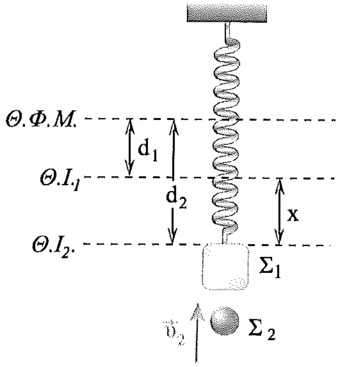
Στη Θ.Ι.$_1$: $\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_1$ ή $kd_1 = m_1g$ ή

$d_1 = \dfrac{m_1g}{k}$ ή $d_1 = 0,1\text{m}$

Στη Θ.Ι.$_2$: $\Sigma F = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} = W_{o\lambda}$ ή

$kd_2 = (m_1+m_2)g$ ή $d_1 = \dfrac{(m_1+m_2)g}{k}$ ή

$d_2 = 0,2\text{m}$. Είναι $d_2 = d_1 + x$.



Άρα η κρούση γίνεται στη Θ.Ι.$_2$.

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:
$m\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)\upsilon_\kappa$ ή
$m_1\upsilon_1 - m_1\upsilon_1 = (m_1+m_2)\upsilon_\kappa$ ή $\upsilon_\kappa = 0$.

Δηλαδή το συσσωμάτωμα αποκτά μηδενική ταχύτητα στη Θ.Ι. του (δηλαδή στη Θ.Ι.$_2$) και επομένως παραμένει ακίνητο.

Β2. Α. (α) Για την κίνηση της ράβδου έχουμε $\Sigma F = 0$ ή $F = F_L$ ή $F = Bi\ell$ (1)

Άρα η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ ισούται με:
$p_F = F\cdot\upsilon \xrightarrow{(1)} p_F = Bi\ell\cdot\upsilon$

και μεγιστοποιείται όταν αποκαθιστάται η ένταση του ρεύματος στην τελική της τιμή Ι. Είναι:

$P_{F(max)} = BI\ell\upsilon = B\dfrac{B\upsilon\ell}{R}\ell\upsilon = \dfrac{B^2\upsilon^2\ell^2}{R}$

Β. (γ) Είναι:

$P_F = 25\%P_{F(max)}$ ή $F\upsilon = \dfrac{1}{4}F_{max}\upsilon \xrightarrow{(1)}$

$Bi\ell = \dfrac{1}{4}BI\ell$ ή $i = \dfrac{I}{4}$ ή $\dfrac{B\upsilon\ell - |E_{\alpha\upsilon\tau}|}{R} = \dfrac{B\upsilon\ell}{4R}$

ή $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = B\upsilon\ell - \dfrac{B\upsilon\ell}{4}$ ή $L\dfrac{di}{dt} = B\upsilon\ell - \dfrac{B\upsilon\ell}{4}$

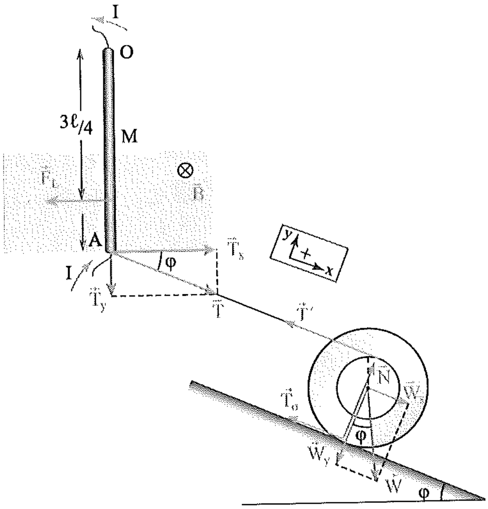
ή $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{3B\upsilon\ell}{4L}$

Β3. (γ)

Ως προς το κέντρο του τροχού έχουμε:

$\Sigma\tau = 0$ ή $T'\dfrac{r}{2} = T_\sigma r$ ή

$T' = 2T_\sigma$ ή $T_\sigma = \dfrac{T}{2}$ (1)



Για τον τροχό, επίσης ισχύει:

$\Sigma F_x = 0$ ή $T_\sigma + T' = W_x \xrightarrow{(1)}$

$\dfrac{T}{2} + T = Mg\eta\mu\varphi$ ή

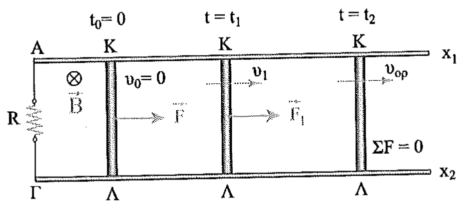
$\dfrac{3T}{2} = \dfrac{W}{2}$ ή $T = \dfrac{W}{3}$ (2)

Για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $F_L\dfrac{3\ell}{4} = T_x\ell$ ή

$BI\dfrac{\ell}{2}\cdot\dfrac{3\ell}{4} = T\sigma\upsilon\nu\varphi\ell \xrightarrow{(2)} B = \dfrac{4\sqrt{3}W}{9I\ell}$

ΘΕΜΑ Γ



Η ράβδος εκτελεί Ε.Ο. Επιτ. Κ.

Άρα ισχύουν οι σχέσεις:

$\upsilon = \alpha t$ (1)

$x = \dfrac{1}{2}\alpha t^2$ (2)

Γ1. Για τη ράβδο έχουμε:

$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell \xrightarrow{(1)} E_{\varepsilon\pi} = B\alpha\ell t$

$I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R+R_1}$ ή

$I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{B\alpha\ell}{R+R_1}t$ ή

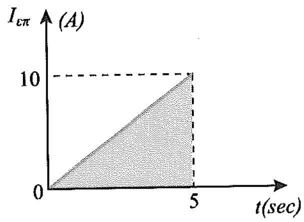
$I_{\varepsilon\pi} = 2t$ (S.I.) (3)

Η κινητική ενέργεια της ράβδου είναι:

$K = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2 \xrightarrow{(1)} K = \dfrac{1}{2}m\alpha^2\cdot t^2 \xrightarrow{(2)}$

$K = m\alpha x$ ή $K = 2x$ (S.I.)

Γ2. Παριστάνουμε γραφικά τη σχέση (3) και υπολογίζουμε το ζητούμενο φορτίο από το αντίστοιχο εμβαδόν.



$q_{\varepsilon\pi} = E\mu\beta = 25C$

Γ3. Για τη ράβδο ισχύει:

$\Sigma F = m\alpha$ ή $F - F_L = m\alpha$ ή

$F = m\alpha + BI_{\varepsilon\pi}\ell \xrightarrow{(3)} F = 2 + 2t$ (S.I.). Για $t = t_1$: $F_1 = 12N$

Γ4. Είναι:

$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell$ ή $F_L = B\dfrac{B\upsilon\ell}{R+R_1}\ell$ ή

$F_L = \upsilon$ (S.I.)

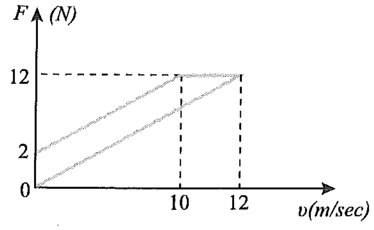
$t_0 \to t_1$: $\Sigma F = m\alpha$ ή $F - F_L = m\alpha$ ή

$F = 2 + \upsilon$ (S.I.)

$t_1 \to t_2$: $F = F_1 = 12N$ σταθερή.

Η ράβδος θα αποκτήσει οριακή ταχύτητα όταν $\Sigma F = 0$ ή $F_L = F_1$ ή $\upsilon_{op} = 12m/sec$

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



Στο χρονικό διάγραμμα $t_1 \to t_2$ η συνισταμένη δύναμη που δέχεται η ράβδος μειώνεται διαρκώς και τελικά μηδενίζεται.

Επομένως η ράβδος εκτελεί ευθύγραμμη επιταχύνομενη κίνηση με φθίνουσα επιτάχυνση.

Γ5. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση της ράβδου:

Στο χρονικό διάστημα $t_0 \to t_1$ έχουμε:

$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - 0 = W_F + W_{F_{L(1)}}$ ή $W_{F_{L(1)}} = -26J$

Στο χρονικό διάστημα $t_1 \to t_2$:

Θ.Μ.Κ.Ε.: $\frac{1}{2}m\upsilon_{op}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = F_1 \cdot d + W_{F_{L(2)}}$ ή

$W_{F_{L(2)}} = -2J$

Στο χρονικό διάστημα $t_2 \to t_3$:

Θ.Μ.Κ.Ε.: $0 - \frac{1}{2}m\upsilon_{op}^2 = W_{F_{L(3)}}$ ή

$W_{F_{L(3)}} = -72J$

$W_{F_{L(o\lambda)}} = W_{F_{L(1)}} + W_{F_{L(2)}} + W_{F_{L(3)}} = -100J$

$Q_{o\lambda} = |W_{F_{L(o\lambda)}}| = 100J$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. στη διαδρομή $A \to O$:

$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - 0 = Vq$ ή $\upsilon_0 = 100m/sec$

Δ2. Η επιτάχυνση του σωματιδίου μέσα στον πυκνωτή έχει μέτρο:

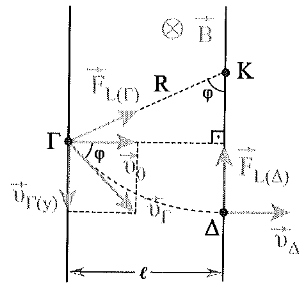
$$\alpha = \frac{Eq}{m} = 10^5 m/sec^2$$

Ο χρόνος κίνησης του σωματιδίου στη διαδρομή ΟΓ ισούται με $t_{O\Gamma} = \frac{\ell}{\upsilon_0}$ και η απόκλισή του στην ίδια διαδρομή είναι ίση με $y = \frac{\ell}{2}$.

$y = \frac{1}{2}\alpha t_{O\Gamma}^2$ ή $\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}\alpha\frac{\ell^2}{\upsilon_0^2}$ ή

$\ell = \frac{\upsilon_0^2}{\alpha} = 0,1m = 10cm$

Δ3. Στο σημείο Γ το σωματίδιο δέχεται δύναμη Lorentz με φορά πλάγια πάνω και δεξιά. Άρα το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}$ έχει φορά προς τα μέσα ($\otimes$).



Είναι:

$\upsilon_{\Gamma(y)} = \alpha \cdot t_{O\Gamma} = \alpha\frac{\ell}{\upsilon_0} = 100m/sec$

$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_{A(y)}}{\upsilon_0} = 1$

Άρα $\varphi = 45^o$

$\upsilon_\Gamma = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_{\Gamma(y)}^2} = 100\sqrt{2}m/sec$

$\eta\mu\varphi = \frac{\ell}{R}$ ή $R = \frac{\ell}{\eta\mu\varphi} = \ell\sqrt{2}$ ή

$\frac{m\upsilon_A}{Bq} = \ell\sqrt{2}$ ή $B = \frac{m\upsilon_A}{\ell q\sqrt{2}}$ ή $B = 10T$

Δ4. Έχουμε: $\omega = \frac{\varphi}{t_{\Gamma\Delta}}$ ή $\frac{2\pi}{T} = \frac{\varphi}{t_{\Gamma\Delta}}$ ή

$$t_{\Gamma\Delta} = \frac{T \cdot \varphi}{2\pi} \quad \acute{\eta} \quad t_{\Gamma\Delta} = \frac{2\pi m}{Bq}\frac{\frac{\pi}{4}}{2\pi} \quad \acute{\eta}$$

$$t_{\Gamma\Delta} = \frac{\pi m}{4Bq} = \frac{\pi}{4}\cdot 10^{-3}\,\text{sec} = \frac{\pi}{4}\,\text{m sec}$$

Άρα:

$$t_{O\Delta} = t_{O\Gamma} + t_{\Gamma\Delta} = \frac{\ell}{\upsilon_0} + t_{\Gamma\Delta} =$$

$$= \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)\text{m sec} = 1,785\,\text{m sec}$$

63ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** δ **Α3.** δ **Α4.** γ

Α5. Λ Λ Λ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (α)

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση.

$$p_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} = p_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} \quad \acute{\eta}$$

$$p_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} = \sqrt{p^2 + p^2 + 2p^2\sigma\upsilon\nu\varphi} \quad \acute{\eta}$$

$$2m\upsilon_\kappa = \sqrt{(m\upsilon)^2 + (m\upsilon)^2 + 2m^2\upsilon^2\sigma\upsilon\nu 60^\circ} \quad \acute{\eta}$$

$$2m\upsilon_\kappa = m\upsilon\sqrt{3} \quad \acute{\eta} \quad \upsilon_\kappa = \upsilon\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι ίσο με:

$$\pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}100\% \quad \acute{\eta}$$

$$\pi\% = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}2m\upsilon_\kappa^2}{\frac{1}{2}m\upsilon^2}\right)100\% \quad \acute{\eta} \quad \pi\% = 25\%$$

Β2. (γ)

Για το σώμα Σ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \quad \acute{\eta} \quad T_2 = W_2 \quad \acute{\eta} \quad T_2 = m_2 g$$

Είναι: $T_2' = T_2$ ή $T_2' = m_2 g$ (1)

Για τη διπλή τροχαλία, ως προς τον άξονά της έχουμε:

$$\Sigma\tau = 0 \quad \acute{\eta} \quad T_1' \cdot r = T_2' \cdot R \quad \acute{\eta} \quad T_1' \cdot r = T_2' \cdot 2r \quad \acute{\eta}$$

$$T_1' = 2T_2' \xrightarrow{(1)} T_1' = 2m_2 g$$

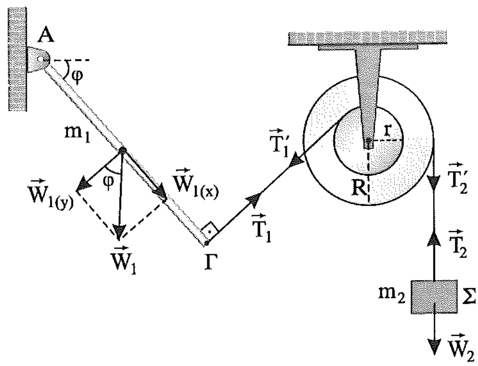
Είναι: $T_1 = T_1'$ ή $T_1 = 2m_2 g$ (2)

Για τη ράβδο ισχύει:

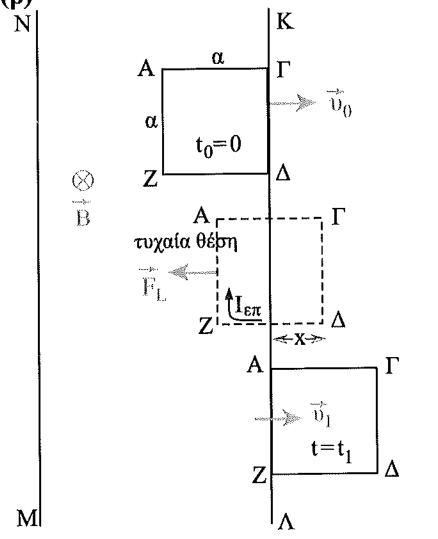
$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \quad \acute{\eta} \quad T_1 \cdot \ell = W_{1(y)}\frac{\ell}{2} \xrightarrow{(2)}$$

$$2m_2 g\ell = m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi\frac{\ell}{2} \quad \acute{\eta} \quad 2m_2 = m_1\frac{1}{2}\frac{1}{2}$$

$$\acute{\eta} \quad \frac{m_1}{m_2} = 8$$



Β3. (β)



Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το πλαίσιο για την κίνησή του στο χρονικό διάστημα

$t_0 \to t_1: \ \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = W_{F_L}$ ή

$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = Q$ ή $\upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_1^2 - \frac{2Q}{m}}$ ή

$\upsilon_0 = 7\,m/sec$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε:

$I_0 = \frac{E_{\varepsilon\pi(0)}}{R}$ ή $I_0 = \frac{B\upsilon_0\alpha}{R}$ (1)

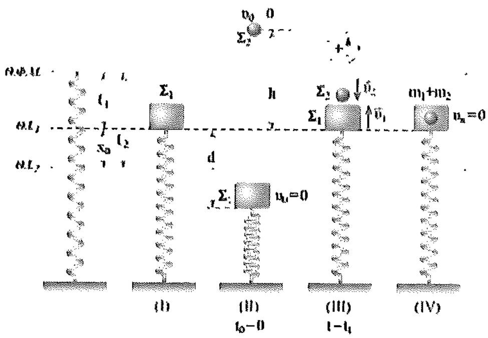
Τη χρονική στιγμή t_1, έχουμε:

$I_1 = \frac{B\upsilon_1\alpha}{R}$ (2)

Διαιρούμε τις σχέσεις (1), (2) κατά μέλη:

$\frac{I_0}{I_1} = \frac{\upsilon_0}{\upsilon_1}$ ή $I_1 = I_0\frac{\upsilon_1}{\upsilon_0}$ ή $I_1 = 1A$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Το σώμα Σ_1 ταλαντώνεται από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη στιγμή της κρούσης $(t = t_1)$ με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 0,4\pi\,sec$

Είναι: $t_1 = \frac{T}{4} = 0,1\pi\,sec$

Το σώμα Σ_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Άρα: $h = \frac{1}{2}gt_1^2 = 0,5m$

Γ2. Το σώμα Σ_2 έχει αμέσως πριν την κρούση ταχύτητα μέτρου:

$\upsilon_2 = gt_1 = \pi\,m/sec$

Το σώμα Σ_1 συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου:

$\upsilon_1 = \upsilon_{max} = \omega A = \frac{2\pi}{T}d = \frac{\pi}{4}m/sec$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa$

$\upsilon_\kappa = \frac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} = 0$

Στη θέση αυτή έχουμε $\Sigma F \neq 0$ επομένως το συσσωμάτωμα θα ακινητοποιηθεί στιγμιαία και όχι μόνιμα.

Γ3. Στη Θ.Ι.$_1$ έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_1$ ή $k\ell_1 = m_1 g$ ή

$\ell_1 = \frac{m_1 g}{k} = 0,4m$

Στη Θ.Ι.$_2$ έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} = W_{o\lambda}$ ή

$k\ell_2 = (m_1 + m_2)g$ ή

$\ell_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = 0,5m$

$x_0 = \ell_2 - \ell_1 = 0,1m$

Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση αρχίζει να ταλαντώνεται από ακραία θέση με πλάτος $A = x_0 = 0,1m$ και με γωνιακή συχνότητα ω που υπολογίζεται ως εξής:

$D = k$ ή $(m_1 + m_2)\omega^2 = k$ ή

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{20}rad/sec$

Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του συσ/τος ισούται με:

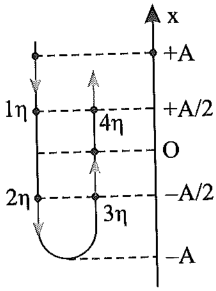
$\alpha_{max} = \omega^2 A = 2m/sec^2$

Γ4. Είναι: $K = 3U$ ή $E - U = 3U$ ή

$E = 4U$ ή $\frac{1}{2}kA^2 = 4\frac{1}{2}kx^2$ ή $x = \pm\frac{A}{2}$

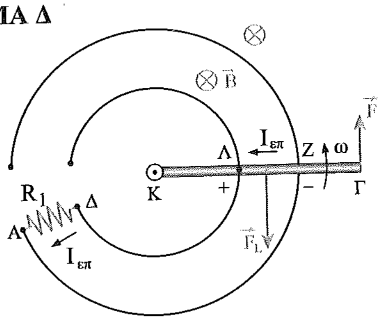
Άρα, έχουμε:

$s = 3A + \frac{A}{2} = 3,5A = 0,35m$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Στο τμήμα ΛΖ της ράβδου αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή

$$...E_{\varepsilon\pi(\Lambda Z)} = \frac{1}{2}B\omega(\ell_2{}^2 - \ell_1{}^2) = 30V$$

Δ2. Το τμήμα ΛΖ της ράβδου έχει αντίσταση

$$R_{\Lambda Z} = R\frac{(\Lambda Z)}{\ell} \quad \acute{\eta} \quad R_{\Lambda Z} = R\frac{\ell_2 - \ell_1}{\ell} = 4\Omega$$

Η επαγωγική ΗΕΔ $E_{\varepsilon\pi(\Lambda Z)}$ έχει «+» στο Λ και «–» στο Ζ. Επομένως το επαγωγικό ρεύμα έχει τη φορά του σχήματος και η έντασή του ισούται με:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi(\Lambda Z)}}{R_1 + R_{\Lambda Z}} = 3A$$

Είναι: $V_{A\Delta} = -I_{\varepsilon\pi} \cdot R_1 = -18V$

Δ3. Επειδή η ράβδος ΚΓ περιστρέφεται ομαλά, ισχύει:

$\Sigma\tau_{(K)} = 0$ ή

$$F\ell - F_L\left(\ell_1 + \frac{\ell_2 - \ell_1}{2}\right) = 0 \quad \acute{\eta}$$

$$F = BI_{\varepsilon\pi}(\ell_2 - \ell_1)\frac{\ell_1 + \frac{\ell_2 - \ell_1}{2}}{\ell} \quad \acute{\eta} \quad F = 3{,}6N$$

64ο Κριτήριο Αξιολόγησης

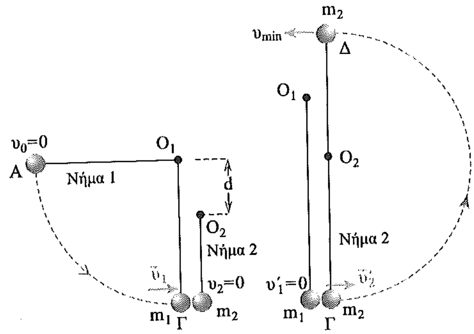
ΘΕΜΑ Α

Α1. β **Α2.** β **Α3.** β **Α4.** γ

Α5. Σ Λ Σ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)



Το σφαιρίδιο Σ_2 φτάνει μετά την κρούση στην ανώτερη θέση Δ της τροχιάς του με ταχύτητα υ_{min}. Στη θέση αυτή η τάση του νήματος 2 μηδενίζεται και έχουμε:

$$F_{\kappa\varepsilon\nu} = W_2 \quad \acute{\eta} \quad \frac{m_2\upsilon_{min}^2}{\ell_2} = m_2 g \quad \acute{\eta} \quad \upsilon_{min} = \sqrt{g\ell_2} \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το σφαιρίδιο Σ_2 στις θέσεις Γ και Δ:

$$\frac{1}{2}m_2(\upsilon_2')^2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_{min}^2 + m_2 g 2\ell_2 \xrightarrow{(1)}$$

$$\upsilon_2' = \sqrt{5g\ell_2'} = 5m/sec$$

Κατά την κεντρική ελαστική κρούση των δύο σφαιριδίων ίσων μαζών, πραγματοποιείται ανταλλαγή ταχυτήτων.

Δηλαδή $\upsilon_1 = \upsilon_2'$ ή $\upsilon_1 = 5m/sec$

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το Σ_1 στις θέσεις Α, Γ:

$$m_1 g\ell_1 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \quad \acute{\eta} \quad \ell_1 = \frac{\upsilon_1^2}{2g} \quad \acute{\eta} \quad \ell_1 = 1{,}25m$$

Είναι: $d = \ell_1 - \ell_2$ ή $d = 0{,}75m$

Β2. (γ) Χωρίζουμε τον αγωγό σε πολλά στοιχειώδη τμήματα μήκους $\Delta\ell$ το καθένα. Σύμφωνα με το νόμο Biot – Savart, κάθε στοιχειώδες $\Delta\ell$ του τμήματος ΑΓ δημιουργεί στο κέντρο Ο στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{(3r)^2}\eta\mu 90^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{9r^2} = \frac{\mu_0}{36}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r^2}$$

Συνολικά ο αγωγός ΑΓ δημιουργεί στο Ο μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου:

$$B_{(\alpha\pi\acute{o}\ A\Gamma)} = \Sigma\Delta B = \Sigma\frac{\mu_0}{36}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{36r^2}\Sigma\Delta\ell =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{36r^2}\cdot 3r\cdot\theta = \frac{\mu_0 I}{36r^2}\frac{3}{4}\pi r = \frac{\mu_0\pi I}{48r}$$

με φορά προς τα μέσα ($\otimes$).

Κάθε στοιχειώδες μήκος $\Delta\ell$ του τμήματος ΔΖ δημιουργεί στο κέντρο Ο, στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{(4r)^2}\eta\mu 90^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{16r^2} = \frac{\mu_0}{64}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r^2}$$

Συνολικά ο αγωγός ΔΖ δημιουργεί στο Ο μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου:

$$B_{(\alpha\pi\acute{o}\ \Delta Z)} = \Sigma\Delta B = \Sigma\frac{\mu_0}{64}\frac{I\cdot\Delta\ell}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{64r^2}\Sigma\Delta\ell =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{64r^2}4r\cdot\theta = \frac{\mu_0 I}{64r^2}\pi r = \frac{\mu_0\pi I}{64r}$$

με φορά προς τα έξω ($\odot$).

Κάθε στοιχειώδες μήκος $\Delta\ell$ των τμημάτων ΖΑ και ΓΔ (που απέχει έστω ℓ απόσταση από το Ο) δεν δημιουργεί μαγνητικό πεδίο στο Ο, διότι σύμφωνα με το νόμο Biot – Savart έχουμε:

$$\Delta B_{(\alpha\pi\acute{o}\ ZA)} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\ell^2}\eta\mu 0^\circ = 0 \ \text{και}$$

$$\Delta B_{(\alpha\pi\acute{o}\ \Gamma\Delta)} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\ell^2}\eta\mu 180^\circ = 0$$

Επομένως, συνολικά στο σημείο Ο η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο:

$$B = B_{(\alpha\pi\acute{o}\ A\Gamma)} - B_{(\alpha\pi\acute{o}\ \Delta Z)} \ \text{ή} \ B = \frac{\mu_0\pi I}{48r} - \frac{\mu_0\pi I}{64r}$$

$$\text{ή} \quad B = \frac{4}{198}\frac{\mu_0\pi I}{r} - \frac{3}{198}\frac{\mu_0\pi I}{r} \quad \text{ή}$$

$B = \dfrac{\mu_0\pi I}{198r}$, με φορά $\otimes$.

Β3. Ι. (α)

Για να είναι ίση με μηδέν η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο Κ, πρέπει οι αγωγοί 1, 2 να διαρρέεται από ρεύμα $I_{\varepsilon\pi}$ με φορά αντίθετη της περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Δεδομένου ότι ο αγωγός 1 αντιτίθεται (σύμφωνα με τον κανόνα Lenzt) στην αύξηση της έντασης $\vec{B}_1$, συμπεραίνουμε με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, ότι η φορά της έντασης $\vec{B}_1$ είναι ίδια μ' αυτή της έντασης $\vec{B}_2$.

ΙΙ. (γ)

Στο Κ έχουμε: $B_{o\lambda} = 0$ ή $B_{\varepsilon\pi} = B_2$ ή

$$\frac{\mu_0 I_{\varepsilon\pi}}{2\,2r} = B_2 \ \text{ή} \ I_{\varepsilon\pi} = \frac{4B_2\cdot r}{\mu_0} \quad (1)$$

Επίσης έχουμε:

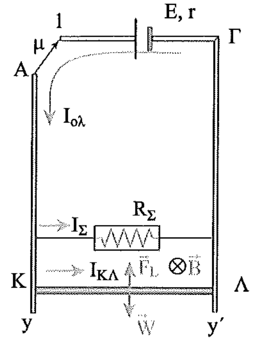
$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi(1)}}{3R} = \frac{\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}}{3R} = \frac{\frac{\Delta B_1}{\Delta t}\cdot\pi r^2}{3R} = \frac{\lambda\pi r^2}{3R} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2), προκύπτει:

$$\frac{\lambda\pi r^2}{3R} = \frac{4B_2 r}{\mu_0} \ \text{ή} \ \lambda = \frac{12RB_2}{\mu_0\pi r}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Για τη συσκευή:

$$R_{\Sigma} = \frac{V_{\kappa}}{I_{\kappa}} = 6\Omega$$

$$R_{ολ(εξ)} = \frac{R \cdot R_{\Sigma}}{R + R_{\Sigma}} = 2\Omega$$

$$I_{ολ} = \frac{E}{R_{ολ(εξ)} + r} = 3A$$

$$V_{ΚΛ} = E - I_{ολ} \cdot r \text{ ή } V_{ΚΛ} = 6V$$

$$I_{\Sigma} = \frac{V_{ΚΛ}}{R_{\Sigma}} = 1A .$$

Άρα: $P_{\Sigma} = I_{\Sigma}^2 R_{\Sigma}$ ή $P_{\Sigma} = 6W$ (υπολειτουργεί)

Γ2. Είναι:

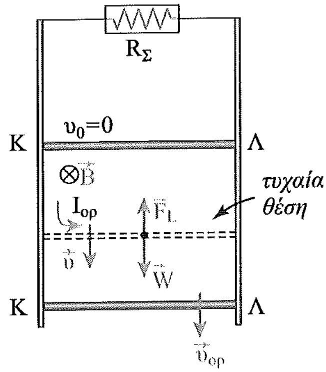
$$I_{ΚΛ} = I_{ολ} - I_{\Sigma} \text{ ή } I_{ΚΛ} = 2A$$

Για τον αγωγό ΚΛ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F_L = W \text{ ή}$$

$$B I_{ΚΛ} \ell = mg \text{ ή } B = 3T$$

Γ3.



Σε τυχαία θέση της επιταχυνόμενης κίνησης του αγωγού ΚΛ έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha \text{ ή } mg - F_L = m\alpha \text{ ή}$$

$$F_L = m(g - \alpha) \text{ ή } \frac{B^2 \ell^2}{R + R_{\Sigma}} \upsilon = m(g - \alpha) \text{ ή}$$

$$\upsilon = 3\text{m/sec}$$

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon \text{ ή } \frac{dK}{dt} = m\alpha \cdot \upsilon \text{ ή } \frac{dK}{dt} = 9\text{J/sec}$$

Γ4. Οριακή ταχύτητα έχουμε όταν είναι:

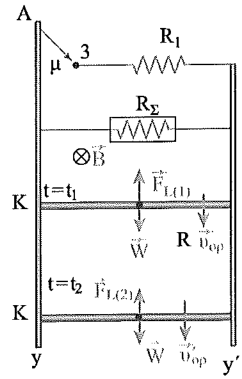
$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F_L = mg \text{ ή}$$

$$\frac{B^2 \ell^2}{R + R_{\Sigma}} \upsilon_{op} = mg \text{ ή}$$

$$\upsilon_{op} = \frac{mg(R + R_{\Sigma})}{B^2 \ell^2} \text{ ή}$$

$$\upsilon_{op} = 6\text{m/sec}$$

Γ5.



Είναι $R_{1,\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_{\Sigma}}{R_1 + R_{\Sigma}} = 3\Omega$

Αμέσως μετά τη χρονική t_1, ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα έντασης

$$I_1 = \frac{B\upsilon_{op}\ell}{R_{1,\Sigma} + R} = 3A ,$$

δέχεται δύναμη Laplace μέτρου

$F_{L(1)} = BI_1 \cdot \ell = 9N (> mg)$ και έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{mg - F_{L(1)}}{m} = -5\text{m/sec}^2$$

Ο αγωγός ΚΛ αποκτά νέα οριακή ταχύτητα ($t = t_2$), όταν έχουμε και πάλι:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F_{L(2)} = mg \text{ ή } \frac{B^2 \ell^2 \upsilon'_{op}}{R_{1,\Sigma} + R} = mg \text{ ή}$$

$$\upsilon'_{op} = \frac{mg(R_{1,\Sigma} + R)}{B^2 \ell^2} \text{ ή } \upsilon'_{op} = 4\text{m/sec}$$

ΘΕΜΑ Δ

I. Δ1. Είναι:

$$\Delta t = 2T \text{ ή } T = 0{,}2\text{sec και } f = 5\text{Hz}$$

$$\frac{3\lambda}{4} = 15\text{cm ή } \lambda = 20\text{cm}$$

Άρα: $\upsilon = \lambda f = 1\text{m/sec}$

Δ2. Έχουμε: $s = 8|A'_M|$ ή $s = 16A$ ή

$A = \frac{5}{16} = 2cm$

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

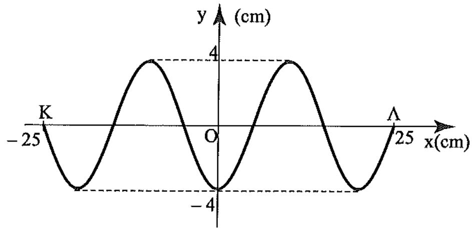
$y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x\eta\mu 2\pi ft$ ή

$y = 4\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{10}\eta\mu 10\pi t$ (x, y σε cm, t σε sec).

Δ3. Από την τελευταία εξίσωση, για $t = t_2$ έχουμε: $y = -4\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{10}$ (x, y σε cm),

$-25cm \le x \le 25cm$ (1)

Το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι η γραφική παράσταση της εξίσωσης (1).



Δ4. Είναι: $\alpha_M = -\omega^2 y_M$ ή

$y_M = \frac{-\alpha_M}{\omega^2} = 0,04m = +2A$

Όλα τα σημεία της χορδής φτάνουν ταυτόχρονα στις ακραίες θέσεις τους.

Τις χρονικές στιγμές που το σημείο Μ βρίσκεται στη μέγιστη θετική του απομάκρυνση, το σημείο Ρ βρίσκεται στη μέγιστη αρνητική του απομάκρυνση. Δηλαδή:

$y_P = -|A'_P| = -2A|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x_P| =$

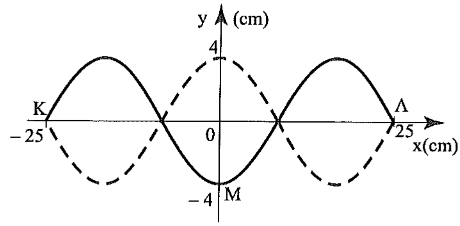
$= 0,04|\sigma\upsilon\nu\frac{-25\pi}{4}| = 0,02\sqrt{2}m$

$\alpha_P = -\omega^2 \cdot y_P = +20\sqrt{2}m/sec^2$

ΙΙ. Δ5. Το νέο στάσιμο κύμα έχει τη μορφή του παρακάτω σχήματος.

Έχουμε: $\lambda' = \frac{100}{3}cm$ και $\lambda' f' = \upsilon$ ή $f = 3Hz$

Είναι: $|A''_P| = 2A|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda'}x_P| = 2\sqrt{2}cm$



Άρα: $\frac{K'_{max(P)}}{K_{max(P)}} = \frac{E'_P}{E_P} = \frac{\frac{1}{2}D'(A''_P)^2}{\frac{1}{2}D'(A'_P)^2} =$

$= \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2 = \left(\frac{2\pi f'}{2\pi f}\right)^2 = \frac{9}{25}$

Άρα το ζητούμενο ποσοστό είναι ίσο με:

$\pi\% = \frac{K'_{max(P)} - K_{max(P)}}{K_{max(P)}}100\%$ ή

$\pi\% = \left(\frac{K'_{max(P)}}{K_{max(P)}} - 1\right)100\%$ ή

$\pi\% = \left(\frac{9}{25} - 1\right)100\%$ ή $\pi\% = -64\%$

65ο Κριτήριο Αξιολόγησης

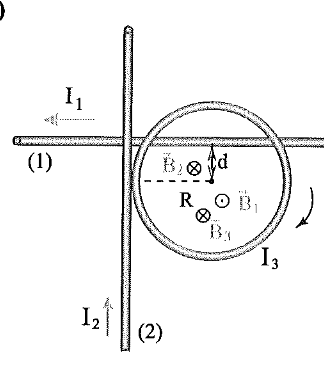
ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** β **Α3.** α **Α4.** δ

Α5. Λ Σ Λ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. **(β)**



Έχουμε:

$B_1 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$ ή $B_1 = \dfrac{\mu_0 I}{\pi R}$

$B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$

$B_{1,2} = B_1 - B_2$ ή $B_{1,2} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$,

με φορά προς τα έξω ($\vec{B}_{1,2}$ ⊙).

Για να έχουμε στο O $B_{ολ} = 0$ πρέπει η ένταση $\vec{B}_3$ να έχει κατεύθυνση αντίθετη της έντασης $\vec{B}_{1,2}$ και μέτρο:

$B_3 = B_{1,2}$ ή $\dfrac{\mu_0 I_3}{2R} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$ ή $\pi I_3 = I$ ή $I_3 = \dfrac{I}{\pi}$

Β2. (α)

Είναι: $\Delta x = \dfrac{3h}{p} = \dfrac{3h}{m\upsilon}$

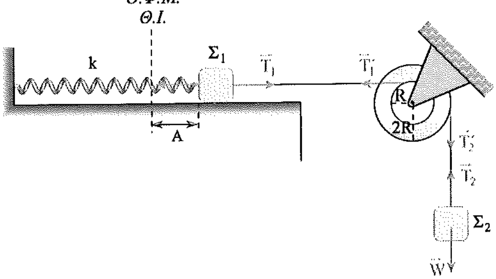
Από την αρχή της αβεβαιότητας, έχουμε:

$\Delta p \cdot \Delta x \geq \dfrac{h}{2\pi}$ ή $m \cdot \Delta\upsilon \dfrac{3h}{m\upsilon} \geq \dfrac{h}{2\pi}$ ή

$\Delta\upsilon \geq \dfrac{\upsilon}{6\pi}$.

Άρα: $\Delta\upsilon_{min} = \dfrac{\upsilon}{6\pi}$

Β3. (γ)



Για το σώμα Σ_2: $\Sigma F = 0$ ή $T_2 = W$ (1)

Για την τροχαλία:

$\Sigma\tau = 0$ ή $T_1' R = T_2' \cdot 2R$ ή

$T_1 = 2T_2 \xrightarrow{(1)} T_1 = 2W$ (2)

Για το Σ_1: $\Sigma F = 0$ ή

$F_{ελ} = T_1 \xrightarrow{(2)} kA = 2W$ ή $A = \dfrac{2W}{k}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $V = N\omega BA$ ή $V = 40V$

$V_{εν} = \dfrac{V}{\sqrt{2}} = \dfrac{40}{\sqrt{2}} V = 20\sqrt{2} V$

Είναι: $V_{εν} < V_κ$.

Άρα η συσκευή υπολειτουργεί.

Γ2. Για τη συσκευή ισχύει:

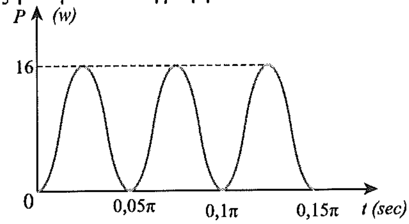
$P_K = \dfrac{V_κ^2}{R_\Sigma}$ ή $R_\Sigma = \dfrac{V_κ^2}{P_κ} = 100\Omega$

$I = \dfrac{V}{R_\Sigma} = 0,4A$

$P = \upsilon \cdot i$ ή $P = V \cdot I ημ^2 \omega t$ ή $P = 16ημ^2(20t)$ (S.I.)

$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ ή $T = 0,1\pi sec$

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



Γ3. Είναι: $\Delta t = \dfrac{1200}{\pi} \cdot T$ ή $\Delta t = 120 sec$

$Q = I_{εν}^2 \cdot R_\Sigma \cdot \Delta t = 960J$

Γ4. Τώρα έχουμε: $V_{εν}' = V_κ$ ή $V' = V_κ \cdot \sqrt{2}$ ή

$N\omega' BA = V_κ \cdot \sqrt{2}$ ή $\omega' = \dfrac{V_κ \cdot \sqrt{2}}{NBA}$ ή

$\omega' = 100 rad/sec$.

Γ5. Συσκευή: $I_\Sigma = \dfrac{V'}{R_\Sigma} = \dfrac{200V}{100\Omega} = 2A$

Άρα: $i_\Sigma = I_\Sigma ημω't$ ή $i_\Sigma = 2ημ100t$ (S.I.)

Αντιστάτης:

$$I_1 = \frac{V'}{R_1} = \frac{200V}{400\Omega} = 0,5A$$

Άρα: $i_1 = I_1 ημω't$ ή $i_1 = 0,5ημ100t$ (S.I.)

Έχουμε: $R_{ολ} = \frac{R_\Sigma \cdot R_1}{R_\Sigma + R_1} = 80\Omega$

$$\overline{P}_{ολ} = \frac{(V'_{εν})^2}{R_{ολ}} = \frac{(V')^2}{2 \cdot R_{ολ}} = 250W$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $U_{B(2)} = \frac{1}{2}Li_2^2$ ή

$$i_2 = \sqrt{\frac{2U_{B(2)}}{L}} = 8A$$

Έχουμε: $U_{B(max)} = 156,25\% U_{B(2)}$ ή

$\frac{1}{2}LI_{max}^2 = 1,5625\frac{1}{2}Li_2^2$ ή $I_{max} = 1,25i_2$ ή

$I_{max} = 10A$.

Είναι: $I_{max} = \frac{E_{επ}}{R + R_\pi}$ ή

$I_{max} = \frac{B\upsilon\ell}{R + R_\pi}$ ή $B = \frac{I_{max}(R + R_\pi)}{\upsilon\ell}$ ή

$B = 5T$

Δ2. $U_{B(1)} = 56,25 U_{B(2)}$ ή

$\frac{1}{2}Li_1^2 = 56,25\frac{1}{2}Li_2^2$ ή $i_1 = 0,75i_2$ ή

$i_2 = 6A$

Έχουμε: $V_{A\Gamma} = V_{K\Lambda} = E_{επ} - i_1 \cdot R$ ή

$V_{A\Gamma} = B\upsilon\ell - i_1 \cdot R$ ή $V_{A\Gamma} = 82V$

Δ3. Είναι: $P_{πην} = V_{πην} \cdot i_1 = V_{A\Gamma} \cdot i_1 = 492W$

Για τη ράβδο ΚΛ έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_1 = F_{L(1)}$ ή $F_1 = Bi_1\ell = 30N$

Δ4. Για το πηνίο τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$V_{A\Gamma} = |E_{αυτ}|_1 + i_1 R_\pi$ ή

$|E_{αυτ}|_1 = V_{A\Gamma} - i_1 \cdot R_\pi$ ή $|E_{αυτ}|_1 = 40V$

Είναι: $|E_{αυτ}|_1 = L\left(\frac{di}{dt}\right)_1$ ή

$\left(\frac{di}{dt}\right)_1 = 200A/sec$ και

$\left(\frac{dU}{dt}\right)_1 = |E_{αυτ}|_1 \cdot i_1 = 240J/sec$

Δ5. Τη χρονική στιγμή t_3 έχουμε:

$i_3 = i_1$ ή $\frac{|E_{αυτ}|_3}{R_\pi} = i_1$ ή

$-L\left(\frac{di}{dt}\right)_3 = i_1 \cdot R_\pi$

ή $\left(\frac{di}{dt}\right)_3 = -210A/sec$ και

$\left(\frac{dU}{dt}\right)_3 = -|E_{αυτ}|_3 \cdot i_3 = -i_3^2 \cdot R_\pi = -252J/sec$

66ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** γ **Α3.** δ **Α4.** δ

Α5. Σ Λ Σ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (β)

Όταν αφήνουμε ελεύθερη τη ράβδο, αυτή αρχίζει να κινείται λόγω του βάρους της.

Σε κάποια χρονική στιγμή, που το μέτρο της ταχύτητάς της είναι υ, έχουμε:

$E_{επ} = B\upsilon\ell$

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R} = \frac{B\upsilon\ell}{R}$$

$$F_L = BI_{επ} \cdot \ell = \frac{B^2\upsilon\ell^2}{R}$$

Η ράβδος αποκτά οριακή ταχύτητα, όταν το μέτρο της δύναμης Laplace γίνεται ίσο με το βάρος της.

$F_L = W$ ή $\frac{B^2\upsilon_{ορ}\ell^2}{R} = W$ ή $\upsilon_{ορ} = \frac{WR}{B^2\ell^2}$ (1)

Τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$\frac{|dU|}{dt} = 2\frac{dQ_R}{dt}$ ή $mg\upsilon_1 = 2I^2_{επ(1)}\cdot R$ ή

$W\upsilon_1 = 2\frac{B^2\upsilon_1^2\ell^2}{R}$ ή

$\upsilon_1 = \frac{WR}{2B^2\ell^2} \xrightarrow{(1)} \upsilon_1 = \frac{\upsilon_{ορ}}{2}$

B2. I. (α) Έχουμε:

$p' = m\upsilon$ ή $2m\upsilon_\kappa = \sqrt{3}m\upsilon$ ή

$\upsilon_\kappa = \frac{\sqrt{3}\upsilon}{2}$ (1)

$|\Delta K_{ολ}| = K_{ολ(αρχ)} - K_{ολ(τελ)}$ ή

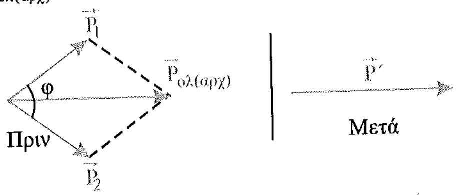
$|\Delta K_{ολ}| = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}2m\upsilon_\kappa^2 \xrightarrow{(1)}$

$|\Delta K_{ολ}| = m\upsilon^2 - \frac{3}{4}m\upsilon^2$ ή

$|\Delta K_{ολ}| = \frac{1}{4}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}m\upsilon^2 = 0,5K_1$

II. (β) Από την Α.Δ.Ο. έχουμε:

$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}'$ ή $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'$



Κατά μέτρο:

$p'^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2συνφ$ ή

$(\sqrt{3}m\upsilon)^2 = (m\upsilon)^2 + (m\upsilon)^2 + 2(m\upsilon)^2συνφ$ ή

$3 = 2 + 2συνφ$ ή $συνφ = \frac{1}{2}$

Άρα $φ = 60^\circ$.

B3. A. (β)

Είναι: $p = \frac{E_{ολ}}{\Delta t}$ ή $p = \frac{Nhf}{\Delta t}$ ή $p = \frac{Nhc}{\Delta t\cdot\lambda}$ ή

$\frac{N}{\Delta t} = \frac{p\lambda}{hc}$ (1)

B. (γ) Το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε φωτονίου, λόγω της πρόσκρουσής του στον καθρέπτη ισούται με

$\Delta p = p - (-p)$ ή $\Delta p = 2p$

Το μέτρο της δύναμης που δέχεται κάθε φωτόνιο ισούται με:

$F_φ = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ή $F_φ = \frac{2p}{\Delta t} = \frac{2h}{\Delta t\cdot\lambda}$ (2)

Η συνολική αντίδραση N τέτοιων δυνάμεων έχει μέτρο: $F = NF_φ \xrightarrow{(2)} F = \frac{N}{\Delta t}\frac{2h}{\lambda} \xrightarrow{(1)} F = \frac{2p}{c}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το στιγμιότυπο που δόθηκε έχουμε $A = 0,04m$, $\lambda = 2m$ και

$\upsilon = \frac{x_{max}}{t_1} = 10m/sec$. Ισχύει:

$\upsilon = \lambda f$ ή $f = \frac{\upsilon}{\lambda} = 5Hz$ και $T = \frac{1}{f} = 0,2sec$

Η εξίσωση του κύματος έχει τη μορφή:

$y = Aημ2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ ή

$y = 0,04ημ2\pi\left(5t - \frac{x}{2}\right)$ (S.I.) (1)

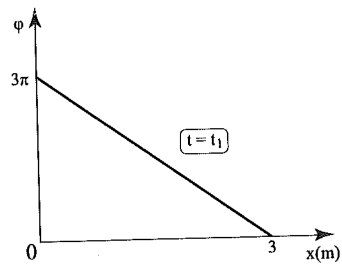
Γ2. Η εξίσωση της φάσης ταλάντωσης των υλικών σημείων της χορδής είναι:

$φ = 2\pi\left(5t - \frac{x}{2}\right)$ (S.I.) (2)

Για $t = t_1$ έχουμε

$φ = 3\pi - \pi x$ (S.I.), $0 \le x \le 3m$

Η τελευταία εξίσωση παριστάνεται γραφικά ως εξής:



Γ3. Στον επιπλέον χρόνο

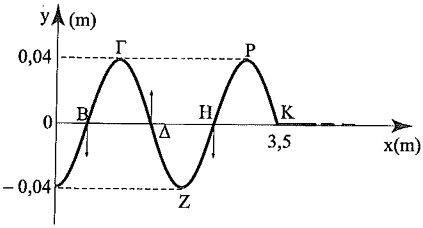
$\Delta t = t_2 - t_1 = 0,05\sec = \frac{T}{4}$ το

κύμα διαδίδεται σε επιπλέον απόσταση

$\Delta x_{max} = \frac{\lambda}{4} = 0,5m$ και φτάνει στη θέση

$x'_{max} = 3,5m$.

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_2 φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

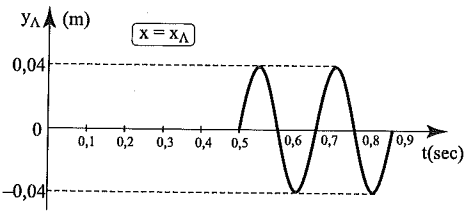


Γ4. Το σημείο Λ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_\Lambda = \frac{x_\Lambda}{\upsilon} = 0,5\sec$ με εξίσωση που προκύπτει από την εξίσωση (1) για $x = x_\Lambda = 5m$: $y_\Lambda = 0,04\eta\mu(10\pi t - 5\pi)$ (S.I.), $t \geq 0,5\sec$ (2).

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_3 - t_\Lambda =$
$= 0,9\sec - 0,5\sec = 0,4\sec = 2T$,

το σημείο Λ εκτέλεσε δύο πλήρεις ταλαντώσεις.

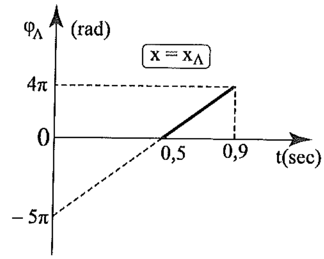
Η εξίσωση (2) παριστάνεται γραφικά στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$ έως $t = t_3$ στο παρακάτω σχήμα.



Σύμφωνα με την εξίσωση (2) η φάση της ταλάντωσης του σημείου Λ περιγράφεται από την εξίσωση:

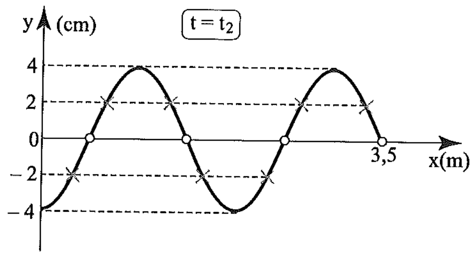
$\varphi_\Lambda = 10\pi t - 5\pi$ (S.I.), $t \geq 0,5\sec$

Η παραπάνω εξίσωση παριστάνεται γραφικά ως εξής:



Γ5. Τα υλικά σημεία της χορδής που έχουν τη χρονική στιγμή t_2 μέγιστη κινητική ενέργεια είναι αυτά που διέρχονται τα στιγμή αυτή από τη θέση ισορροπίας τους.

Σύμφωνα με το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_2, το πλήθος των σημείων της χορδής που έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια ισούται με $N_1 = 4$ σημεία.



Για τα υλικά σημεία που έχουν τη χρονική στιγμή t_2 κινητική ενέργεια $K = \frac{3}{4}K_{max}$ ισχύει:

$K = \frac{3}{4}K_{max}$ ή $E - U = \frac{3}{4}E$ ή $U = \frac{E}{4}$ ή

$\frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}DA^2$ ή $y = \pm\frac{A}{2} = +0,02m$

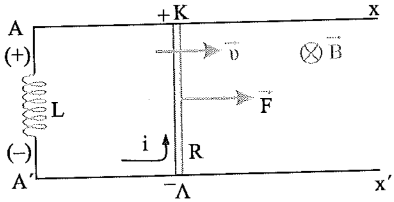
Σύμφωνα με το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_2, το πλήθος των σημείων που έχουν αυτή τη στιγμή απομάκρυνση ίση $y = \pm 0,02m$ από τη θέση ισορροπίας τους είναι ίσο με $N_2 = 7$ σημεία.

Τα σημεία αυτά τη χρονική στιγμή t_2 έχουν επιτάχυνση μέτρου:
$|\alpha| = \omega^2 |y| = 20\,\text{m/sec}^2$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από τη μορφή της χρονικής εξίσωσης της έντασης του ρεύματος, έχουμε:

$$\frac{di}{dt} = 3\,\text{A/sec} = \text{σταθ.}$$



Άρα: $|E_{αυτ}| = L\dfrac{di}{dt} = 0,6\text{V}$

Δ2. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,5\,\text{sec}$ έχουμε $i_1 = 1,5\text{A}$.

Τότε έχουμε: $\dfrac{dU_B}{dt} = |E_{αυτ}| \cdot i = 0,9\,\text{J/sec}$

Δ3. Η ΗΕΔ από επαγωγή $E_{επ} = B\upsilon\ell$ που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο, έχουν αντίθετες πολικότητες.

Άρα η ένταση του ρεύματος δίνεται από τον τύπο:

$$i = \frac{E_{επ} - |E_{αυτ}|}{R} \ \text{ή}$$

$$i = \frac{B\upsilon\ell - |E_{αυτ}|}{R} \ \text{ή}$$

$$B\upsilon\ell - |E_{αυτ}| = iR \ \text{ή}$$

$$\upsilon = \frac{|E_{αυτ}|}{B\ell} + \frac{R}{B\ell} i \ \text{ή}$$

$$\upsilon = 0,5 + 15t \ \text{(S.I.)}$$

Δ4. Με βάση την παραπάνω εξίσωση έχουμε:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \ \text{ή} \ \alpha = 15\,\text{m/sec}^2$$

Τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$F_L = Bi_1 \cdot \ell = 1,8\text{N}$

Είναι: $\Sigma F = m\alpha$ ή $F - F_L = m\alpha$ ή

$F = F_L + m\alpha$ ή $F = 9\text{N}$

Δ5. Τη χρονική στιγμή t_1, το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου είναι ίσο με: $\upsilon_1 = 8\,\text{m/sec}$

Τη στιγμή αυτή, η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$, ισούται με: $P_F = F \cdot \upsilon_1 = 72\text{W}$

67ο Κριτήριο Αξιολόγησης

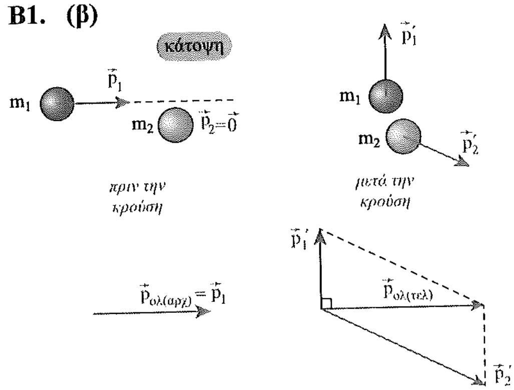
ΘΕΜΑ Α

Α1. α **Α2.** δ **Α3.** α **Α4.** α

Α5. Σ Λ Σ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. **(β)**



Με βάση την Α.Δ.Ο. έχουμε:

$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$ ή $\vec{p}_{ολ(τελ)} = \vec{p}_1$

Ισχύει:

$$p_2'^2 = p_1'^2 + p_1^2 \ \text{ή} \ p_2'^2 = \frac{p_1^2}{4} + p_1^2 \ \text{ή}$$

$$p_2'^2 = \frac{5}{4} p_1^2 \quad (1)$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική ισχύει:

$$K_{ολ(αρχ)} = K_{ολ(τελ)} \ \text{ή}$$

$$\frac{p_1^2}{2m_1}=\frac{p_1'^2}{2m_1}+\frac{p_2'^2}{2m_2} \quad ή$$

$$p_1^2=p_1'^2+\frac{m_1}{m_2}p_2'^2 \xrightarrow{(1)} p_1^2=\frac{p_1^2}{4}+\frac{m_1 5}{m_2 4}p_1^2$$

$$ή \quad 4=1+5\frac{m_1}{m_2} \quad ή \quad \frac{m_1}{m_2}=\frac{3}{5}$$

Β2. (γ)

Σε τυχαία θέση της επιταχυνόμενης κίνησης της ράβδου ΓΔ έχουμε:

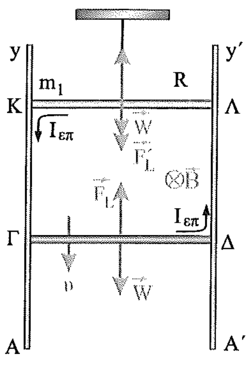
$E_{επ}=Bυ\ell$

$I_{επ}\frac{Bυ\ell}{2R}$

$F_L'=F_L=BI_{επ}\ell=\frac{B^2υ\ell^2}{2R}$

Η ταχύτητα της ράβδου ΓΔ αυξάνεται διαρκώς και σταθεροποιείται όταν αποκτήσει την οριακή της τιμή. Τότε έχουμε:

$F_{L(max)}=W_2$ ή $F_{L(max)}=m_2g\ (=F'_{L(max)})$.



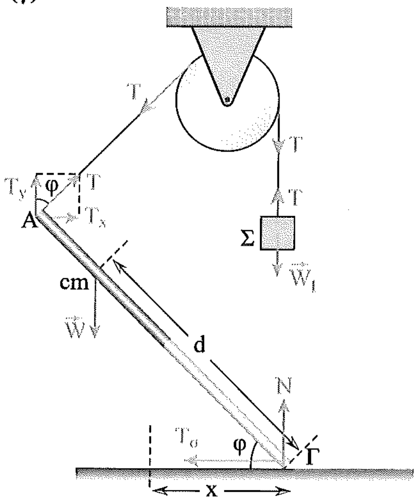
Για τη ράβδο ΚΛ στην κατάσταση αυτή, ισχύει:

$\Sigma F=0$ ή $T_{max}=W_1+F'_{L(max)}$ ή

$T_{max}=m_1g+m_2g$ ή

$T_{max}=(m_1+m_2)g$

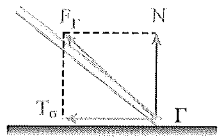
Β3. (γ)



Για το σώμα Σ ισχύει:

$\Sigma F=0$ ή $T=W_1$ ή $T=5N$.

Έστω ℓ το μήκος της ράβδου.



Για τη ράβδο έχουμε:

$\Sigma\tau_{(\Gamma)}=0$ ή $W\cdot x-T\cdot\ell=0$ ή

$W d συνφ=T\ell$ ή $W\frac{\ell\cdot 0,8}{1,28}=T\ell$ ή

$W=T\frac{12,8}{8}$ ή $W=8\ N$

$\Sigma F_x=0$ ή $T_σ=T_x$ ή

$T_σ=Tημφ$ ή $T_σ=3N$

$\Sigma F_y=0$ ή $T_y+N=W$ ή

$N=W-Tσυνφ$ ή $N=4N$

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_\Gamma$ που ασκεί το δάπεδο στο άκρο Γ της ράβδου ισούται με:

$F_\Gamma\sqrt{T_σ^2+N^2}$ ή $F_\Gamma=5N$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η τελική τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο ισούται με:

$$I = \frac{E}{R_1} = 2A$$

Τότε έχουμε: $U_{B(max)} = \frac{1}{2}LI^2 = 0,4J$

Γ2. Είναι: $|E_{αυτ}| = L\frac{di}{dt} = 20V$ και

$$i = \frac{E - |E_{αυτ}|}{R_1} = 1A$$

Αυτή τη χρονική στιγμή έχουμε:

$$\frac{dU_B}{dt} = |E_{αυτ}| \cdot i = 20J/sec$$

Γ3. Σε τυχαία χρονική στιγμή έως την αποκατάσταση του ρεύματος, έχουμε:

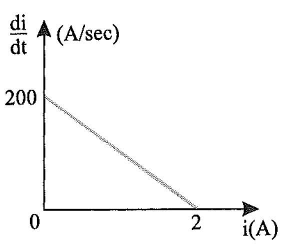
$$i = \frac{E - |E_{αυτ}|}{R_1} \text{ ή } E - |E_{αυτ}| = iR_1 \text{ ή}$$

$$|E_{αυτ}| = E - iR_1 \text{ ή } L\frac{di}{dt} = E - iR_1 \text{ ή}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} - \frac{R_1}{L}i \text{ ή}$$

$$\frac{di}{dt} = 200 - 100i \text{ (S.I.)}$$

Η τελευταία σχέση παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα που ακολουθεί.



Γ4.. i) Τη χρονική στιγμή t_2 έχουμε:

$$i = \frac{|E_{αυτ}|}{R_1 + R_2} \text{ ή } |E_{αυτ}| = i(R_1 + R_2) \text{ ή}$$

$$-L\frac{di}{dt} = i(R_1 + R_2) \text{ ή } \frac{di}{dt} = -50A/sec$$

ii) Στο χρονικό διάστημα $t_1 - t_2$ το πηνίο εκταμιεύει όλη την ενέργεια μαγνητικού πεδίου που είχε αποθηκευμένη, η οποία εκλύεται τελικά από τους αντιστάτες R_1, R_2 ως θερμότητα, λόγω του φαινομένου Joule.

$$Q_{ολ} = U_{B(max)} = 0,4J$$

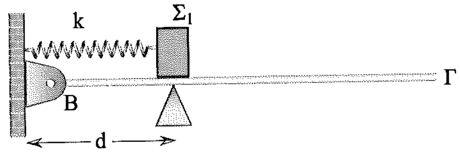
ΘΕΜΑ Δ

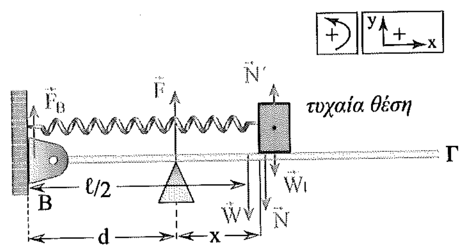
Δ1. Σύμφωνα με την Α.Δ.Ε. η ενέργεια E της ταλάντωσης είναι ίση με την ενέργεια που προσφέρθηκε στο αρχικά ακίνητο σώμα $Σ_1$ μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$.

Δηλαδή:

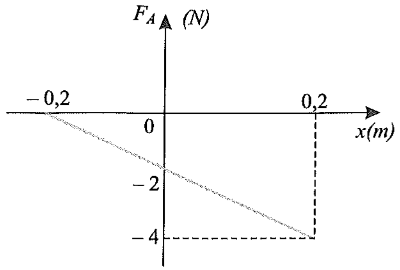
$$E = W_F \text{ ή } \frac{1}{2}kA^2 = F \cdot s \text{ ή}$$

$$A = \sqrt{\frac{2F \cdot s}{k}} \text{ ή } A = 0,2m$$





Δ2.



Στην τυχαία θέση του σχήματος για το σώμα $Σ_1$ έχουμε:

$ΣF = 0$ ή $N' = W_1$ ή $N' = m_1 g (= N)$

Για τη σανίδα ισχύει:

$Στ_{(B)} = 0$ ή $Fd - W\frac{\ell}{2} - W_1(d+x) = 0$ ή

$Fd = Mg\frac{\ell}{2} + mg(d+x)$ ή

$F = 16 + 10x$ (S.I.) (1)

Επίσης, για τη σανίδα έχουμε:

$ΣF = 0$ ή $F_B + F = Mg + N$ ή

$F_B = Mg + m_1 g - F \xrightarrow{(1)} F_B = -2 - 10x$ (S.I.),

$-0,2m \le x \le 0,2m$

Για $x = -0,2m$: $F_B = 0$

Για $x = 0$: $F_B = -2N$

Για $x = +0,2m$: $F_B = -4N$

Δ3. Επειδή έχουμε $m_1 = m_2$, κατά την κρούση των σωμάτων $Σ_1$, $Σ_2$ θα συμβεί ανταλλαγή ταχυτήτων. Άρα: $υ_1' = υ_2 = 2\sqrt{3}m/sec$

Αμέσως μετά την 1η κρούση για το $Σ_1$ ισχύει:

$K_1 + U_1 = E'$ ή

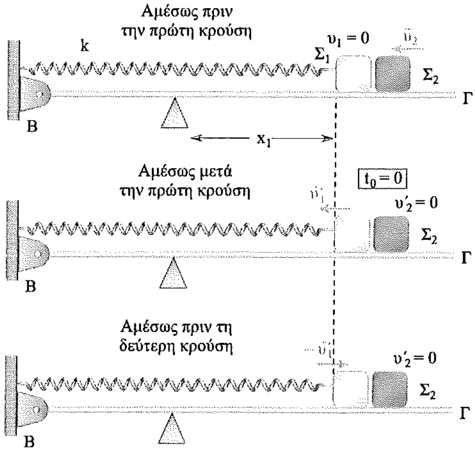
$\frac{1}{2}m_1(υ_1')^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}k(A')^2$

ή $A' = \sqrt{x_1^2 + \frac{m_1(υ_1')^2}{k}}$

Από την τελευταία σχέση, φαίνεται ότι για να έχουμε το μέγιστο πλάτος A', πρέπει η απομάκρυνση x_1 να έχει τη μέγιστη δύναμη τιμή της, δηλαδή να είναι ίση με

$x_1 = +A$ ή $x_1 = +0,2m$

Δηλαδή η κρούση γίνεται στην ακραία θέση της ταλάντωσης του $Σ_1$.



Δ4. Για $x_1 = +A$ έχουμε:

$A' = \sqrt{A^2 + \frac{m_1(υ_1')^2}{k}}$ ή $A' = 0,4m$

Επίσης έχουμε $υ_2' = υ_1 = 0$ (ανταλλαγή ταχυτήτων).

Αν θεωρήσουμε ως χρονική στιγμή $t_0 = 0$, τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την πρώτη κρούση έχουμε:

$x = x_1 = +0,2m$ και $υ < 0$ ή $συνφ_0 < 0$

Είναι:

$x_1 = A'ημφ_0$ ή $ημφ_0 = \frac{x_1}{A'} = \frac{1}{2}$.

Άρα $φ_0 = \frac{5π}{6}rad$.

$D = k$ ή $m_1ω^2 = k$ ή

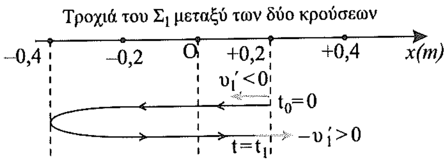
$ω = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 10rad/sec$

Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του $Σ_1$ μετά την κρούση είναι:

$x = A'ημ(ωt + φ_0)$ ή

$x = 0,4ημ\left(10t + \frac{5π}{6}\right)$ (S.I.) (2)

Τη χρονική στιγμή t_2 που γίνεται η 2η κρούση έχουμε για πρώτη φορά $x = +0,2\text{m}$ μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και $\upsilon = -\upsilon_1 > 0$.



Από την εξίσωση (2) προκύπτει:

$$+0,2 = 0,4\eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ ή}$$

$$\eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) = +\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 10t + \dfrac{5\pi}{6} = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{6} \quad (\alpha) \\ 10t + \dfrac{5\pi}{6} = 2\kappa\pi + \dfrac{5\pi}{6} \quad (\beta) \end{cases} \quad (\kappa \in \mathbb{Z})$$

Πρέπει να έχουμε $\upsilon > 0$ ή

$$\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) > 0$$

Άρα δεκτό είναι το πακέτο λύσεων (α), από το οποίο για 1η φορά (κ = 1), προκύπτει:

$t_1 = \dfrac{2\pi}{15}\text{sec}$. Επομένως το ζητούμενο χρονικό διάστημα ισούται με

$$\Delta t = t_1 - t_0 \text{ ή } \Delta t = \frac{2\pi}{15}\text{sec}$$

68ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** α **Α3.** γ **Α4.** α

Α5. Λ Σ Λ Λ Λ

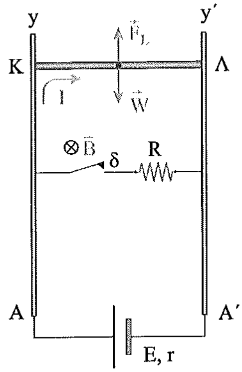
ΘΕΜΑ Β

Β1. (α) Αρχικά η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I = \frac{E}{R+r} \text{ ή } I = \frac{E}{\frac{3R}{2}} \text{ ή } I = \frac{2E}{3R}$$

Ισχύει: $\Sigma F = 0$ ή $F_L = W$ ή $BI\ell = mg$ ή

$$B\frac{2E}{3R}\ell = mg \text{ ή } BE\ell = \frac{3Rmg}{2} \quad (1)$$



Μετά το κλείσιμο του διακόπτη έχουμε:

$$I_{o\lambda} = \frac{E}{\frac{R}{2} + \frac{R}{2}} \text{ ή } I_{o\lambda} = \frac{E}{R} \text{ και}$$

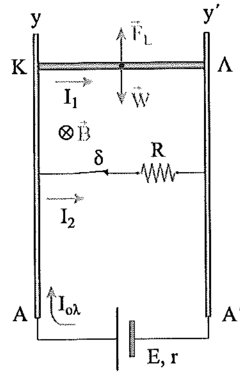
$$I_1 = I_2 = \frac{I_{o\lambda}}{2} = \frac{E}{2R}$$

Τώρα έχουμε: $\Sigma F = m\alpha$ ή $W - F_L' = m\alpha$ ή

$mg - BI_1\ell = m\alpha$ ή

$$mg - \frac{BE\ell}{2R} = m\alpha \xrightarrow{(1)} mg - \frac{3mg}{4} = m\alpha \text{ ή}$$

$$\alpha = \frac{g}{4}$$



Β2. Σύμφωνα με το πρότυπο του Bohr για το άτομο του υδρογόνου, το ηλεκτρόνιο μπορεί να κινείται σε ορισμένες μόνο τροχιές (επιτρεπόμενες τροχιές), για τις οποίες η στροφορμή του είναι κβαντισμένη και ίση με:

$L = nL_1$ ή $(L_1 = \hbar)$ $L = n\hbar$ ή

$m_e \upsilon r = n\hbar$ ή $p_e \cdot r = n\hbar$ ή $p_e = n\frac{\hbar}{r}$ (1)

όπου n ο κύριος κβαντικός αριθμός (n = 1, 2, 3, ...) και $L_1 = \hbar$ η στροφορμή του ηλεκτρονίου στη θεμελιώδη του κατάσταση (n = 1).

Οι ακτίνες περριστροφής του ηλεκτρονίου στις επιτρεπόμενες τροχιές του υπολογίζονται από τη σχέση $r = n^2 \cdot r_1$ (2), όπου r_1 η ακτίνα της θεμελιώδους τροχιάς (n = 1). Η σχέση (1), από τη σχέση (2) αποκτά η μορφή:

$p_e = n\frac{\hbar}{n^2 \cdot r_1}$ ή $p_e = \frac{h}{n\,2\pi r_1}$ (3) ή

$p_e = \frac{p_{e(1)}}{n}$

όπου $p_{e(1)}$ η ορμή του ηλεκτρονίου στη θεμελιώδη του κατάσταση (n = 1).

Τα μήκη κύματος de Broglie του ηλεκτρονίου στις επιτρεπόμενες τροχιές του, υπολογίζονται από τη σχέση:

$\lambda = \frac{h}{p_e} \xrightarrow{(3)} \lambda = n \cdot 2\pi r_1$ (4)

Παρατηρούμε ότι για n = 1 έχουμε $\lambda_2 = 2\pi r_1$ (ίσο με την περίμετρο της κυκλικής τροχιάς) και έτσι η σχέση (4) αποκτά τη μορφή $\lambda = n\lambda_1$.

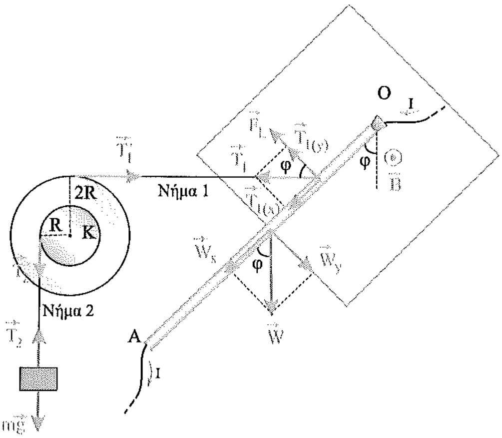
Β3. (γ)

Για το σώμα ισχύει: $\Sigma F = 0$ ή $T_2 = mg$ (1)

Για την τροχαλία:

$\Sigma\tau = 0$ ή $T_2' R = T_1' 2R$ ή

$T_1 = \frac{T_2}{2} \xrightarrow{(1)} T_1 = \frac{mg}{2}$ (2)



Για τον αγωγό ΟΑ έχουμε:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $T_{1(y)}\frac{\ell}{4} + F_L\frac{\ell}{4} = W_y\frac{\ell}{2}$ ή

$T_1\sigma\upsilon\nu\varphi\frac{\ell}{4} + BI\frac{\ell}{2}\cdot\frac{\ell}{4} = Mg\eta\mu\varphi\frac{\ell}{2} \xrightarrow{(2)}$

$\frac{mg}{2}\cdot 0{,}8 + BI\frac{\ell}{2} = 4mg0{,}6$ ή

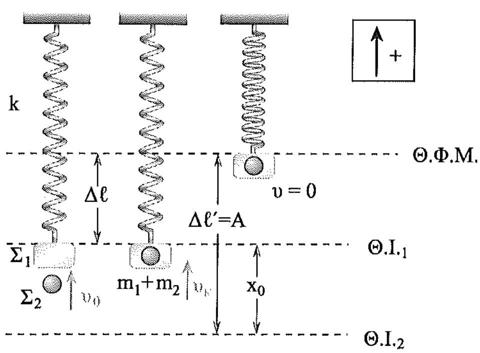
$\frac{BI\ell}{2} = 2mg$ ή $I = \frac{4mg}{B\ell}$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στη Θ.Ι.₁ για το σώμα Σ_1 ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_1$ ή $k \cdot \Delta\ell = m_1 g$ ή

$k = \frac{m_1 g}{\Delta\ell}$ ή $k = 200N/m$



Στη Θ.Ι.$_2$ για το συσσωμάτωμα ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F'_{ελ} = W_{ολ}$ ή

$k \cdot \Delta\ell' = (m_1 + m_2)g$ ή

$\Delta\ell' = \dfrac{(m_1+m_2)g}{k}$ ή $\Delta\ell' = 0,1\text{m}$

Είναι: $A = \Delta\ell'$ ή $A = 0,1\text{m}$

Γ2. Αμέσως μετά την κρούση έχουμε:

$x_0 = \Delta\ell' - \Delta\ell$ ή $x_0 = 0,05\text{m}$

$U + K = E$ ή $\dfrac{1}{2}kx_0^2 + \dfrac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 = \dfrac{1}{2}kA^2$

ή $\upsilon_\kappa = \sqrt{\dfrac{k(A^2 - x_0^2)}{m_1+m_2}}$ ή $\upsilon_\kappa = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\text{m/sec}$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση:

$m_2\upsilon_0 = (m_1+m_2)\upsilon_\kappa$ ή $\upsilon_0 = \sqrt{3}\text{m/sec}$

Άρα: $K_2 = \dfrac{1}{2}m_2\upsilon_0^2$ ή $K_2 = 1,5\text{J}$

Γ3. Είναι: $\Delta p_2 = p'_2 - p_2$ ή

$\Delta p_2 = m_2(\upsilon_\kappa - \upsilon_0)$ ή $\Delta p_2 = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}\text{kgm/sec}$ ή

$|\Delta p_2| = 0,5\sqrt{3}\text{kgm/sec}$

Η κατεύθυνση του διανύσματος $\Delta\vec{p}_2$ είναι αντίθετη του διανύσματος $\vec{\upsilon}_0$.

Γ4. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχουμε:

$+x_0 = A\eta\mu\varphi_0$ ή $\eta\mu\varphi_0 = +\dfrac{1}{2}$ ή

$\eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\dfrac{\pi}{6} \Rightarrow$

$$\begin{cases} \varphi_0 = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{6} \\ \varphi_0 = 2\kappa\pi + \dfrac{5\pi}{6} \end{cases} (\kappa \in \mathbb{Z}),\ (0 \le \varphi < 2\pi\,\text{rad}) \text{ ή}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{\kappa=0} \varphi_0 = \dfrac{\pi}{6}\,\text{rad} \\ \xrightarrow{\kappa=0} \varphi_0 = \dfrac{5\pi}{6}\text{rad} \end{cases}$$

και

$\upsilon_\kappa = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_0 \xrightarrow{\upsilon_\kappa > 0} \sigma\upsilon\nu\varphi_0 > 0$

Άρα $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{6}\text{rad}$

Είναι $D = k$ ή $(m_1+m_2)\omega^2 = k$ ή

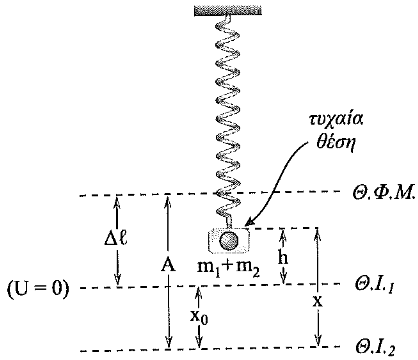
$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_1+m_2}}$ ή $\omega = 10\text{rad/sec}$

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή

$x = 0,1\eta\mu\left(10t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ (S.I.) (1)

Γ5. Το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας βρίσκεται στη Θ.Ι.$_1$.



Στην τυχαία θέση του σχήματος έχουμε:

$U = (m_1+m_2)gh$ ή

$U = (m_1+m_2)g(x - x_0)$ ή

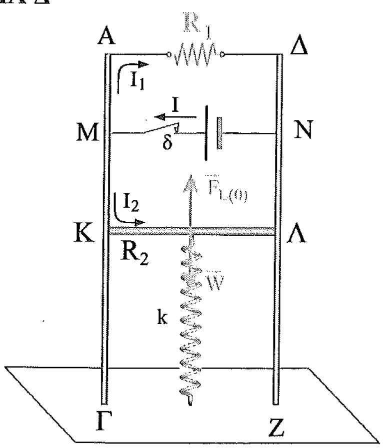
$U = (m_1+m_2)gx - (m_1+m_2)gx_0$ ή

$U = 20x - 1(\text{S.I.}) \xrightarrow{(1)}$

$U = 2\eta\mu\left(10t + \dfrac{\pi}{6}\right) - 1$ (S.I.) (2)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Είναι: $W = mg = 4N$

$$I = \frac{E}{R_{1,2} + r} = 6A$$

$V_{K\Lambda} = V_{MN} = E - Ir = 12V$

$$I_2 = \frac{V_{K\Lambda}}{R_2} = 2A$$

$F_{L_{(0)}} = BI_2\ell = 4N$

Επειδή είναι $F_{L(0)} = W$, έχουμε $F_{\varepsilon\lambda} = 0$, άρα $\Delta\ell = 0$. (Δηλαδή η ράβδος ΚΛ βρίσκεται στη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου).

Δ2. Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, η F_L μηδενίζεται, οπότε η ράβδος αρχίζει να κινείται προς τα κάτω με αποτέλεσμα να αναπτυχθεί στα άκρα της επαγωγική τάση και το κύκλωμα να διαρρέεται από ρεύμα.

Είναι: $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} = \frac{B\upsilon\ell}{R_1 + R_2}$$

$$|F_L| = BI_{\varepsilon\pi}\ell = \frac{B^2\ell^2\upsilon}{R_1 + R_2}$$ ή αλγεβρικά:

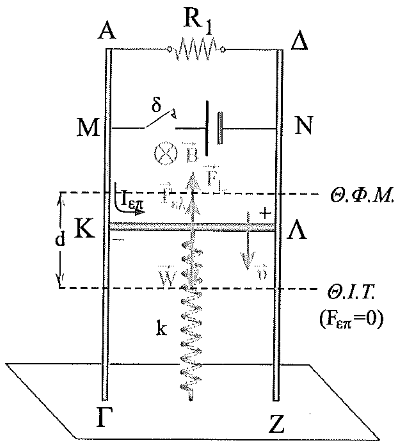
$$F_L = -\frac{B^2\ell^2}{R_1 + R_2}\upsilon \text{ ή } F_L = -\frac{4}{9}\upsilon \text{ (S.I.)}$$

Η τελευταία σχέση είναι της μορφής $F_{\alpha\pi} = -b\upsilon$.

Άρα η ράβδος εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με σταθερά απόσβεσης $b = \frac{4}{9}$kg/sec.

Δ3. Στη Θ.Ι.Τ. έχουμε

$F_{\varepsilon\pi} = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W$ ή $kd = mg$ ή $d = 0,4m$



i. $q_{\varepsilon\pi} = \dfrac{\Delta\Phi}{R_1 + R_2} = \dfrac{B\ell \cdot d}{R_1 + R_2} = \dfrac{4}{45}C = 0,09C$

ii. Θ.Μ.Κ.Ε. $(0 \rightarrow t_1)$:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - 0 = mgd + [0 - \frac{1}{2}kd^2] + W_{F_L} \text{ ή}$$

$W_{F_L} = -0,6J$

$Q_1 = |W_{F_L}| = 0,6J$

Δ4. Τελικά η ράβδος θα ισορροπήσει στη Θ.Ι.Τ.

Είναι: $Q_{o\lambda} = E_0$ ή $Q_{o\lambda} = \frac{1}{2}kA_0^2$ όπου

$A_0 = d$. Άρα: $Q_{o\lambda} = \frac{1}{2}kd^2$ ή $Q_{o\lambda} = 0,8J$

$W_{F_{\varepsilon\lambda(0)}} = U_{\varepsilon\lambda(\alpha\rho\chi)} - U_{\varepsilon\lambda(\tau\varepsilon\lambda)}$ ή

$$W_{F_{\varepsilon\lambda(0)}} = 0 - \frac{1}{2}kd^2 = -0,8J$$

69ο Κριτήριο Αξιολόγησης

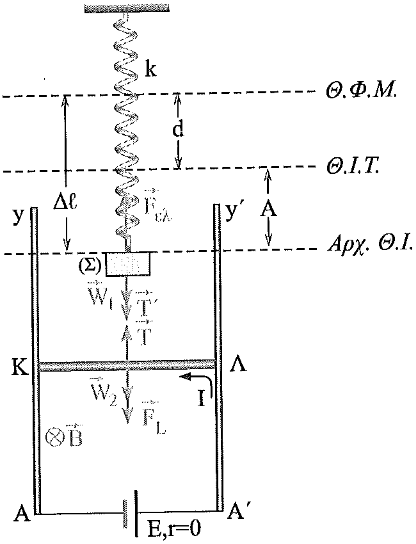
ΘΕΜΑ Α

Α1. α **Α2.** α **Α3.** β **Α4.** β

Α5. Σ Λ Σ Λ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)



Για το σώμα Σ: Είναι $A=d$ και $T'=T$

Στην αρχική Θ.Ι. έχουμε:

$\Sigma F=0$ ή $F_{\varepsilon\lambda}=W_1+T'$

$k\cdot\Delta\ell=m_1g+T'$ ή $k\cdot 2d=m_1g+T$ (1)

Στη Θ.Ι.Τ. έχουμε:

$\Sigma F=0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda}=W_1$ ή $kd=m_1g\xrightarrow{(1)}$

$2m_1g=m_1g+T$ ή $T=m_1g$ (2)

Για τη ράβδο ΚΛ:

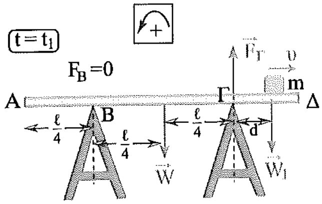
$\Sigma F=0$ ή $T=W_2+F_L\xrightarrow{(2)}m_1g=m_2g+F_L$

$BI\ell=(m_1-m_2)g$ ή

$B\dfrac{E}{R}\ell=(m_1-m_2)g$ ή

$E=\dfrac{(m_1-m_2)gR}{B\ell}$ ή $E=10V$

Β2. (γ)



Αμέσως πριν την χρονική στιγμή t_1, έχουμε την κατάσταση οριακής ισορροπίας που φαίνεται στο σχήμα.

Στην κατάσταση αυτή, για τη ράβδο έχουμε:

$\Sigma\tau_{(\Gamma)}=0$ ή $W\dfrac{\ell}{4}=W_1d$ ή

$Mg\dfrac{\ell}{4}=2Mgd$ ή $d=\dfrac{\ell}{8}$.

Στο χρονικό διάστημα $t_0\to t_1$ ο κύβος διένυσε με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ διάστημα ίσο με

$x=\dfrac{\ell}{2}+d$ ή $x=\dfrac{\ell}{2}+\dfrac{\ell}{8}$ ή $x=\dfrac{5\ell}{8}$

Ισχύει: $t_1=\dfrac{x}{\upsilon}$ ή $t_1=\dfrac{5\ell}{8\upsilon}$

Β3. **(α)** Αρχικά χωρίζουμε το τμήμα ΔΖ σε στοιχειώδη μήκη $\Delta\ell$ και εφαρμόζουμε το νόμο των Biot – Savart. Καθένα από αυτά δημιουργεί στο Κ στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου:

$$\Delta B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{(2\alpha)^2}\eta\mu 90^\circ$$

Συνολικά έχουμε:

$B_1=\Sigma\Delta B$ ή $B_1=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I}{4\alpha^2}\Sigma\Delta\ell$ ή

$\left(\Sigma\Delta\ell=2\alpha\cdot\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\alpha\pi}{3}\right)$

$B_1=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I}{4\alpha^2}\dfrac{\alpha\pi}{3}$ ή $B_1=\dfrac{\mu_0 I}{48\alpha}$ με φορά προς τα μέσα (⊗).

Στη συνέχεια χωρίζουμε καθένα από τα τμήματα ΑΓ, ΛΡ σε στοιχειώδη μήκη $\Delta\ell$. Από το νόμο των Biot – Savart για καθένα από αυτά, προκύπτει:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\Delta\ell}{\alpha^2}\eta\mu 90^o$$

Συνολικά για τα τμήματα ΑΓ, ΛΡ:

$$B_2 = \Sigma\Delta B \text{ ή } B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\alpha^2}\Sigma\Delta\ell \text{ ή}$$

$$(\Sigma\Delta\ell = 2\cdot\alpha\frac{\pi}{6} = \frac{\alpha\pi}{3})$$

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{\alpha^2}\frac{\alpha\pi}{3} \text{ ή } B_2 = \frac{\mu_0 I}{12\alpha}$$

με φορά προς τα μέσα ($\otimes$).

Τα ευθύγραμμα ακτινικά τμήματα ΑΚ, ΔΓ, ΖΛ και ΚΡ δεν συνεισφέρουν στο μαγνητικό πεδίο στο σημείο Κ, διότι τα στοιχειώδη τμήματά τους $\Delta\ell$ σχηματίζουν με τα αντίστοιχα διανύσματα $\vec{r}$ των θέσεών τους, γωνίες 0^o ή 180^o ($\eta\mu 0^o = 0$), $\sigma\upsilon\nu 180^o = 0$).

Συνεπώς στο Κ έχουμε:

$$B_K = B_1 + B_2 \text{ ή } B_K = \frac{5\mu_o I}{48\alpha}$$

με φορά προς τα μέσα ($\otimes$).

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η γενική μορφή της εξίσωσης του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{\lambda}x\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$$

Από σύγκριση με την εξίσωση

$y = 0,4\sigma\upsilon\nu(5\pi x)\eta\mu(5\pi t)$ (S.I.) (1)

έχουμε:

$$5\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ ή } \lambda = 0,4\text{m και}$$

$$5\pi = \frac{2\pi}{T} \text{ ή } T = 0,4\sec$$

Άρα: $\upsilon = \frac{\lambda}{T} = 1\text{m/sec}$.

Το φυσικό μήκος ℓ της χορδής ισούται με τη θέση του άκρου της Ζ πάνω στον ημιάξονα Οx.

Είναι $\ell = x_Z$ ή $\ell = x_{4\text{ου δεσμού}}$ ή

$$\ell = (2N+1))\frac{\lambda}{4}, \text{ όπου } N = 3.$$

Έτσι έχουμε $\ell = \frac{7\lambda}{4}$ ή $\ell = 0,7\text{m}$

Γ2. Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος (1), για $x = x_K = 0,25\text{m}$ και $x = x_\Lambda = 0,45\text{m}$ έχουμε:

$y_K = 0,4\sigma\upsilon\nu 1,25\pi\cdot\eta\mu 5\pi t$ (S.I.) ή

$y_K = -0,4\frac{\sqrt{2}}{2}\eta\mu 5\pi t$ (S.I.) ή

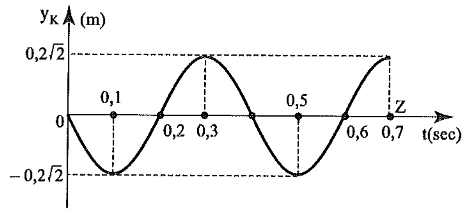
$y_K = 0,2\sqrt{2}\eta\mu(5\pi t + \pi)$ (S.I.) (2) και

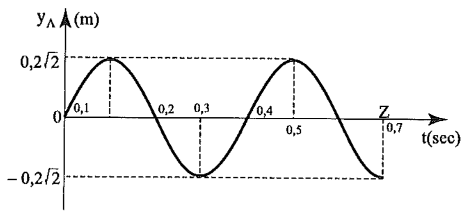
$y_\Lambda = 0,4\sigma\upsilon\nu 2,25\pi\cdot\eta\mu 5\pi t$ ή

$y_\Lambda = 0,2\sqrt{2}\eta\mu 5\pi t$ (S.I.) (3).

Με βάση τις εξισώσεις (2) και (3), η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Κ και Λ ισούται με π rad.

Οι εξισώσεις (2) και (3) παριστάνονται γραφικά για το χρονικό διάστημα $0 \le t \le \frac{7T}{4}$ στα παρακάτω σχήματα.





Γ3. Η μέγιστη κατακόρυφη απόστασή τους καταγράφεται τις χρονικές στιγμές που το νήμα είναι στιγμιαία ακίνητο και ισούται με το άθροισμα των πλατών τους.

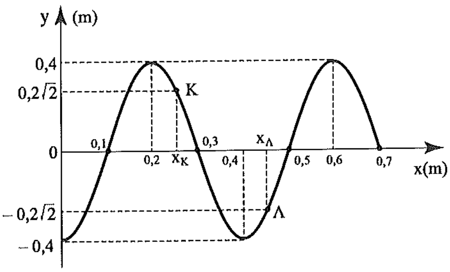
$\Delta y_{max} = |A'_K| + |A'_\Lambda| = 0,4\sqrt{2}\mathrm{m}$

Από την εξίσωση (1) για $t = t_1 = 0,3\sec$ έχουμε:

$y = 0,4\sigma\upsilon\nu(5\pi x)\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ (S.I.) ή

$y = -0,4\sigma\upsilon\nu(5\pi x)$ (S.I.) (3)

Το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι η γραφική παράσταση της εξίσωσης (3), για $0 \le x \le 0,7\mathrm{m}$.



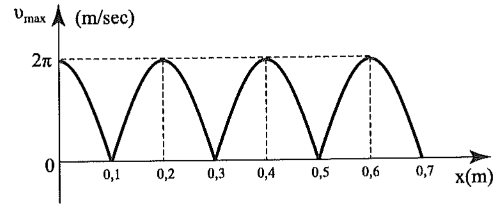
Γ4. Η μέγιστη ταχύτητα με την οποία ταλαντώνονται τα σημεία της χορδής σε συνάρτηση με τη θέση τους x περιγράφεται από την εξίσωση: $\upsilon_{max} = \omega|A'|$ ή

$\upsilon_{max} = \omega 2A|\sigma\upsilon\nu(5\pi x)|$ ή

$\upsilon_{max} = 5\pi \cdot 0,4|\sigma\upsilon\nu(5\pi x)|$ (S.I.) ή

$\upsilon_{max} = 2\pi|\sigma\upsilon\nu 5\pi x|$ (S.I.) (4)

Η εξίσωση (4) παριστάνεται γραφικά για τα σημεία της χορδής $(0 \le x \le 0,7\mathrm{m})$ στο σχήμα που ακολουθεί.



Γ5. Στο σημείο Κ βρίσκεται τώρα ο τρίτος δεσμός. Έστω f′ και λ′ οι νέες τιμές της συχνότητας και του μήκους κύματος των δύο αρμονικών κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα.

Ισχύει:

$x_K = (2N+1)\frac{\lambda'}{4}$, όπου $N = 2$.

Δηλαδή:

$x_K = \frac{5\lambda'}{4}$ ή $\frac{5\lambda}{8} = \frac{5\lambda'}{4}$ ή $\lambda' = \frac{\lambda}{2} = 0,2\mathrm{m}$

Έτσι έχουμε:

$\upsilon = \lambda' f'$ ή $f' = \frac{\upsilon}{\lambda'} = 5\mathrm{Hz}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για την ισορροπία της ράβδου ΚΛ έχουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $T_2 = F_{L(0)} + W_2$ ή

$T_2 = BI_0\ell + m_2 g$ ή

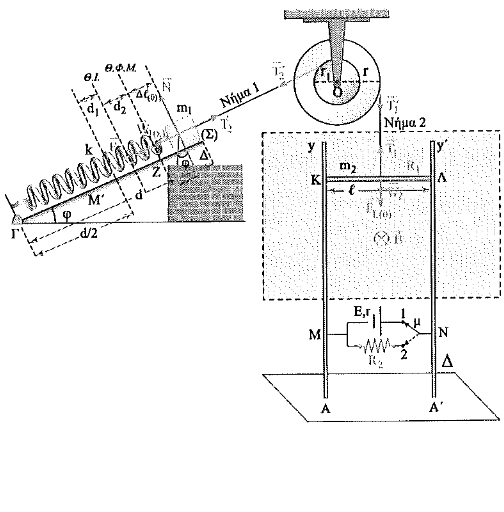
$T_2 = B\frac{E}{R_1 + r}\ell + m_2 g$ ή $T_2 = 10\mathrm{N}$

Για την ισορροπία της τροχαλίας ισχύει:

$\Sigma\tau_{(0)} = 0$ ή $T'_1 \cdot r_1 = T'_2 r_2$ ή

$T_1 r_1 = T_2 2r_1$ ή $T_1 = 2T_2$ ή

$T_1 = 20\mathrm{N}$ $(T_1 > W_{1(x)})$



Για την ισορροπία του σώματος Σ:

$\Sigma F_x = 0$ ή $T_1 = W_{1(x)} + F_{\varepsilon\lambda(0)}$ ή

$F_{\varepsilon\lambda(0)} = T_1 - m_1 g\eta\mu\varphi$ ή $F_{\varepsilon\lambda(0)} = 14N$

Δ2. Είναι: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_1}} = 10$ rad/sec και

$F_{\varepsilon\lambda(0)} = k \cdot \Delta\ell_0$ ή

$\Delta\ell_0 = \dfrac{F_{\varepsilon\lambda(0)}}{k} = 0,14m$

Στη Θ.Ι. έχουμε:

$\Sigma F_x = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = W_{1(x)}$ ή

$kd_1 = m_1 g\eta\mu\varphi$ ή $d_1 = 0,06m$

Άρα:

$A = \Delta\ell_{(0)} + d_1$ ή $A = 0,2m$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, είναι:

$x = +A$ ή $A\eta\mu\varphi_0 = +A$ ή $\eta\mu\varphi_0 = +1$

Άρα: $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$rad

Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ ή

$x = 0,2\eta\mu\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (S.I.)

Δ3. Ας θεωρήσουμε μια τυχαία θέση του σώματος Σ σε απόσταση x πάνω από Θ.Ι. του. Η απόσταση της Θ.Ι. από το μέσο της ράβδου ισούται με $d_2 = \dfrac{d}{2} - A = 0,2m$.

Στη θέση αυτή για τη δοκό ισχύει:

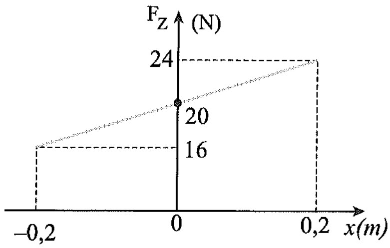
$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0$ ή

$F_z \dfrac{d}{2} - W_y \dfrac{d}{2} - N'\left(\dfrac{d}{2} + d_2 + x\right) = 0$ ή

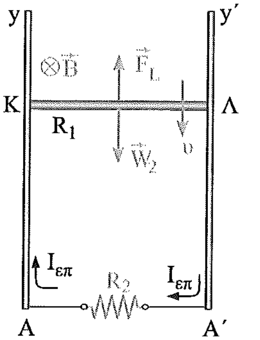
$F_z \dfrac{d}{2} = Mg\sigma\upsilon\nu\varphi \dfrac{d}{2} + m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi\left(\dfrac{d}{2} + d_2 + x\right)$ ή

$F_z = 20 + 20x$ (S.I.)

$-0,2m \le x \le 0,2m$



Δ4.



α) Σε τυχαία θέση της επιταχυνόμενης κίνησης της ράβδου, έχουμε:

$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$, $I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{B\upsilon\ell}{R_1 + R_2}$,

$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell$ ή $F_L = \dfrac{B^2\ell^2}{R_1 + R_2}\upsilon$

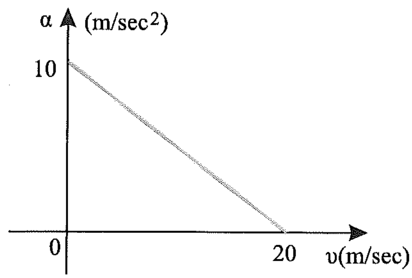
Είναι:

$\Sigma F = m_2\alpha$ ή $W_2 - F_L = m_2\alpha$ ή

$\alpha = g - \dfrac{B^2\ell^2}{m_2(R_1 + R_2)}\upsilon$ ή

$\alpha = 10 - 0,5\upsilon$ (S.I.)

Η παραπάνω σχέση ισχύει για $0 \le \upsilon \le \upsilon_{o\rho}$.



Όταν η ράβδος έχει αποκτήσει οριακή ταχύτητα, ισχύει:

$\Sigma F = 0$ ή $F_L = W_2$ ή

$$\frac{B^2\ell^2 \upsilon_{op}}{R_1 + R_2} = m_2 g \text{ ή } \upsilon_{op} = 20\text{m/sec}$$

β) Με $\upsilon = 62,5\%\upsilon_{op} = 12,5\text{m/sec}$

$$V_{K\Lambda} = -I_{\varepsilon\pi} \cdot R_2 = -\frac{B\upsilon\ell}{R_1 + R_2} R_2 = -9,5V$$

70ο Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** α **Α3.** γ **Α4.** β

Α5. Λ Σ Λ Σ Σ

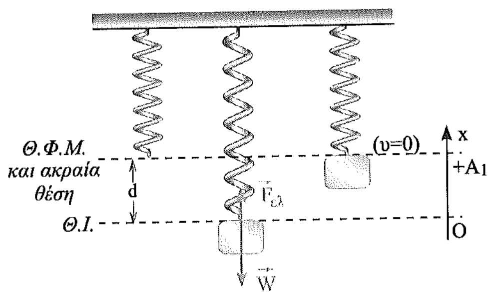
ΘΕΜΑ Β

Β1. (α)

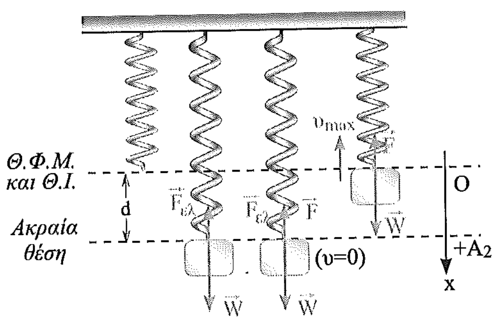
Θ.Ι. $\Sigma F = 0$ ή $W = -F_{\varepsilon\lambda}$ ή

$$W = F_{\varepsilon\lambda} \text{ ή } mg = \kappa \cdot d \text{ ή } d = \frac{mg}{\kappa} = A_1 \quad (1)$$

Πείραμα 1



Πείραμα 2



Ασκώντας τη δύναμη $\vec{F}$, η Θ.Ι. της ταλάντωσης συμπίπτει με τη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου και επειδή το σώμα ξεκινά από την ηρεμία, η θέση έναρξης της ταλάντωσης, είναι ακραία θέση. Άρα: $A_2 = d = \dfrac{mg}{k}$ (2)

Επομένως, από τις σχέσεις (1), (2), έχουμε $A_1 = A_2$

Β2. (β)

Ισχύει: $\varphi = \dfrac{2\pi}{T} t_1 - \dfrac{2\pi}{\lambda} x$

Για $x = 0$ και $\varphi = 10\pi \text{rad}$ έχουμε:

$$10\pi = \frac{2\pi}{T} 2 \text{ ή } T = 0,4\text{sec}$$

Για $x = 5\text{m}$ και $\varphi = 5\pi \text{rad}$:

$$5\pi = \frac{2\pi}{0,4} \cdot 2 - \frac{2\pi}{\lambda} 5 \text{ ή } \frac{10}{\lambda} = 5 \text{ ή } \lambda = 2\text{m}$$

Είναι: $\upsilon = \dfrac{\lambda}{T}$ ή $\upsilon = 5$ m/sec.

Β3. (γ)

$$K_1 = \frac{p_1^2}{2m_1}$$

$$K_1 = \frac{\left(\frac{p_1}{5}\right)^2}{2m_1} = \frac{1}{25}\frac{p_1^2}{2m_1} \text{ ή } K_1' = \frac{1}{25} K_1$$

$$K_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} = K_{o\lambda(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} \Rightarrow K_1 = K_1' + K_2' \text{ ή}$$

$$K_2' = \frac{24}{25} K_1 \text{ ή}$$

$$\frac{K_2'}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{24}{25} K_1}{K_1} \cdot 100\% = 96\%.$$

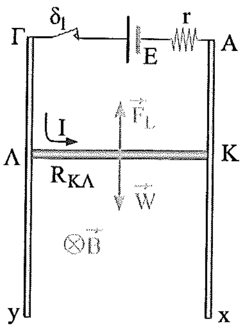
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί με τη δράση του βάρους του και της δύναμης Laplace, όπως στο παρακάτω σχήμα.

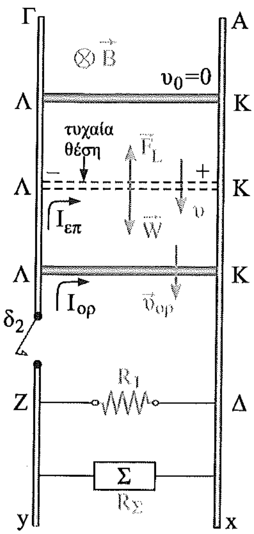
Σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού η κατεύθυνση της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι όπως φαίνεται στο σχήμα. Ισχύει: $I = \dfrac{E}{R_{K\Lambda} + r} = 3A$

$\Sigma F = 0$ ή $F_L = W$ ή $BI\ell = mg$ ή

$B = \dfrac{mg}{I\ell}$ ή $B = 1T$



Γ2.



Για τη θερμική συσκευή Σ ισχύει:

$P_\kappa = V_\kappa \cdot I_\kappa$ ή $I_\kappa = 1A$ και

$R_\Sigma = \dfrac{V_\kappa}{I_\kappa}$ ή $R_\Sigma = 6\Omega$

Στην τυχαία θέση του σχήματος, για τον αγωγό ΚΛ έχουμε: $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell$

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon\ell}{R_{K\Lambda} + R_{1,\Sigma}}$$

$$F_L = BI_{\varepsilon\pi}\ell \text{ ή } F_L = \frac{B^2\ell^2\upsilon}{R_{K\Lambda} + R_{1,\Sigma}}$$

$$\Sigma F = m\alpha \text{ ή } W - F_L = m\alpha \text{ ή } mg - F_L = m\alpha$$

$$\text{ή } \alpha = g - \frac{B^2\ell^2\upsilon}{m(R_{K\Lambda} + R_{1,\Sigma})} \quad (1)$$

Με βάση την τελευταία σχέση, καθώς το μέτρο υ της ταχύτητας αυξάνεται, το μέτρο της επιτάχυνσης του αγωγού ΚΛ μειώνεται, μέχρι που τελικά μηδενίζεται όταν η ταχύτητα σταθεροποιείται στην οριακή της τιμή.

Άρα, η κίνηση του αγωγού ΚΛ είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με φθίνουσα επιτάχυνση.

Από τη σχέση (1), για $\alpha = 0$ έχουμε:

$$0 = g - \frac{B^2\ell^2\upsilon_{o\rho}}{m(R_{K\Lambda} + R_{1,\Sigma})} \text{ ή}$$

$$\upsilon_{o\rho} = \frac{mg\left(R_{K\Lambda} + \dfrac{R_1 \cdot R_\Sigma}{R_1 + R_\Sigma}\right)}{B^2\ell^2} \text{ ή}$$

$\upsilon_{o\rho} = 12\text{m/sec}$

Γ3. Το μέτρο της δύναμης είναι ανάλογο του μέτρου της ταχύτητας υ του αγωγού ΚΛ.

Για $\upsilon = \upsilon_{o\rho}$ είναι $F_L = W$, ενώ

για $\upsilon = \dfrac{\upsilon_{o\rho}}{2}$ είναι $F_L = \dfrac{W}{2}$.

Έχουμε:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F \text{ ή } \frac{dp}{dt} = (W - F_L)\upsilon \text{ ή}$$

$$\frac{dp}{dt} = \left(mg - \frac{mg}{2}\right)\frac{\upsilon_{o\rho}}{2} \text{ ή}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{mg}{2}\frac{\upsilon_{o\rho}}{2} \text{ ή } \frac{dp}{dt} = 1{,}5\text{kg m/sec}^2$$

Γ4. Είναι:

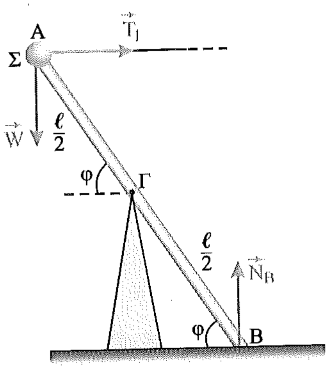
$$I_{op} = \frac{B\upsilon_{op}\ell}{R_{K\Lambda} + R_{1,\Sigma}} \quad ή \quad I_{op} = 3A$$

$$V_{K\Lambda} = I_{op} \cdot R_{1,\Sigma} = 6V$$

Επειδή είναι $V_{K\Lambda} = V_{\kappa} = 6V$, η συσκευή Σ λειτουργεί κανονικά.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Ισχύει: $\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0$ ή

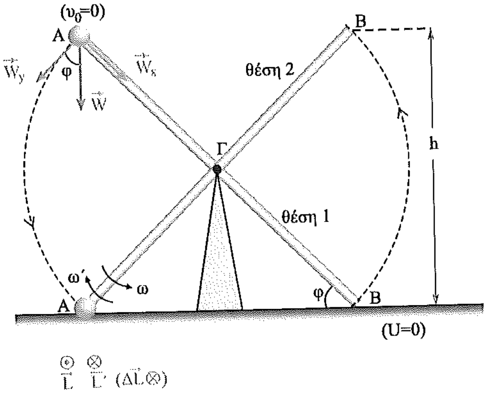
$$W\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi + N_B\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = T_1\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi \quad ή$$

$$N_B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = T_1 \cdot \eta\mu\varphi - W\sigma\upsilon\nu\varphi \quad ή$$

$$N_B = T_1 \cdot \varepsilon\varphi\varphi - W \quad ή \quad N_B = 4N$$

Δ2. Είναι:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = W_y\frac{\ell}{2} = mg\sigma\upsilon\nu\varphi\frac{\ell}{2} = 3kg\,m^2sec^2$$



Δ3. Το σφαιρίδιο φτάνει στο δάπεδο με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω και γραμμική ταχύτητα μέτρου υ.

Εφαρμόζουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα στις θέσεις 1 και 2:

$$mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad ή \quad \upsilon = \sqrt{2gh} \quad ή$$

$$\upsilon = \sqrt{2g\ell\eta\mu\varphi} \quad ή \quad \upsilon = 4m/sec$$

Το σφαιρίδιο ανακρούεται με γραμμική ταχύτητα μέτρου:

$$\upsilon' = \frac{\omega'\ell}{2} = \frac{\omega}{2}\frac{\ell}{2} = \frac{\upsilon}{2} = 2m/sec$$

Είναι:

$\Delta\vec{L} = \vec{L}' - \vec{L}$ ή αλγεβρικά:

$$\Delta L = L' - (-L) \quad ή \quad \Delta L = m\upsilon'\frac{\ell}{2} + m\upsilon\frac{\ell}{2} \quad ή$$

$$\Delta L = 3kg\,m^2/sec$$

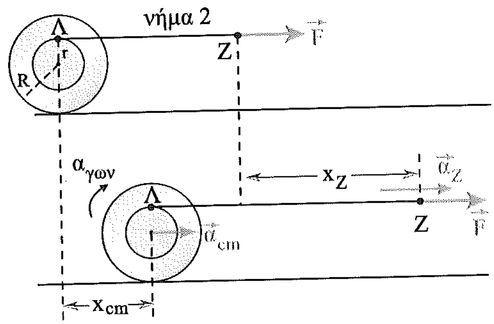
Δ4. Είναι:

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}t_1^2 = 20rad$$

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{10}{\pi}\pi\varepsilon\rho.$$

Το μήκος του νήματος που ξετυλίχτηκε ισούται με:

$$\ell_{\nu} = s = r \cdot \theta = 6m$$



Δ5. 1ος τρόπος

Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό, έχουμε:

$$\alpha_z = \alpha_{\Lambda(\varepsilon\varphi)} = \alpha_{cm} + \alpha_{\varepsilon\pi(\Lambda)} =$$

$$= \alpha_{cm}\left(1+\frac{r}{R}\right) = 7\text{m/sec}^2$$

$$x_z = \frac{1}{2}\alpha_z \cdot t_1^2 = 14\text{m}$$

2ος τρόπος

Με βάση την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων, έχουμε:

$$x_z = x_{cm} + \ell_v = R \cdot \theta + \ell_v = 14\text{m}$$

71ο Κριτήριο Αξιολόγησης

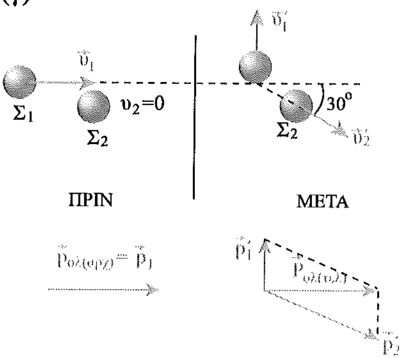
ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2.** δ **Α3.** γ **Α4.** α

Α5. Σ Σ Λ Σ Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (γ)



Τα διανύσματα των ορμών των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ πριν και μετά την κρούση τους φαίνονται στο παραπάνω σχήμα. Από την Α.Δ.Ο. έχουμε: $\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$ ή $\vec{p}_1 = \vec{p}_{ολ(τελ)}$.

Τα μέτρα των ορμών $\vec{p}_1$, $\vec{p}_1'$ και $\vec{p}_2'$ συνδέονται μεταξύ τους με το πυθαγόρειο Θεώρημα ως εξής: $(p_2')^2 = p_1^2 + (p_1')^2$ (1).

Επίσης έχουμε:

$$K_{ολ(αρχ)} = K_{ολ(τελ)} \text{ ή } \frac{p_1^2}{2m} = \frac{(p_1')^2}{2m} + \frac{(p_2')^2}{4m} \text{ ή}$$

$$(p_2')^2 = 2p_1^2 - 2(p_1')^2 \quad (2)$$

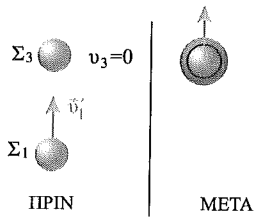
Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$3(p_1')^2 = p_1^2$ ή $3(υ_1')^2 = υ_1^2$ ή

$$υ_1' = \frac{υ_1}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_3$:

$$mυ_1' = 2mυ_κ \text{ ή } υ_κ = \frac{υ_1'}{2} \xrightarrow{(3)} υ_κ = \frac{υ_1}{2\sqrt{3}}.$$

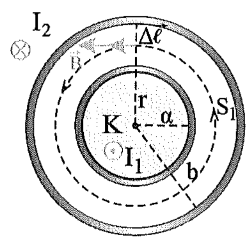


Άρα έχουμε:

$$\frac{K_{ΣΥΣ}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}2mυ_κ^2}{\frac{1}{2}mυ_1^2} = 2\left(\frac{υ_κ}{υ_1}\right)^2 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Β2. Λόγω συμμετρίας η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι εφαπτόμενη σε όλα τα σημεία ενός νοητού κύκλου κάθετου στον κοινό άξονα των αγωγών με το κέντρο του πάνω σ' αυτόν.

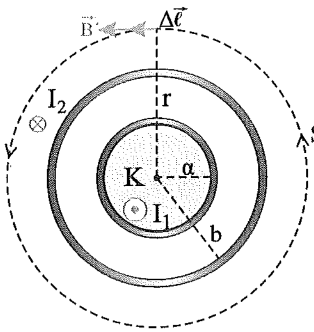
Ι. (γ) Θεωρούμε έναν κυκλικό αμπεριανό βρόχο s_1 ακτίνας r ($α < r < b$) με το κέντρο του στον άξονα του σύρματος και το επίπεδο του κάθετο σ' αυτόν και εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere με φορά διαγραφής την αντίθετη της περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.



$\Sigma B\cdot\Delta\ell\cdot\sigma\upsilon\nu 0^\circ=\mu_0 I_1$ ή $B\Sigma\Delta\ell=\mu_0 I_1$ ή

$B\,2\pi r=\mu_0 I_1$ ή $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

ΙΙ. (α)



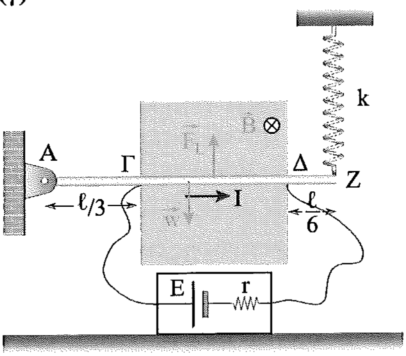
Ομοίως, εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere στην κυκλική διαδρομή s₂:

$\Sigma B\cdot\Delta\ell\cdot\sigma\upsilon\nu 0^\circ=\mu_0 I_{\varepsilon\gamma\kappa}$ ή

$B'\Sigma\Delta\ell=\mu_0(I_1-I_2)$ ή

$B'\cdot 2\pi r=\mu_0\dfrac{I_1}{2}$ ή $B'=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}$

Β3. (γ)



Είναι: $R_{\Gamma\Delta}=R\dfrac{(\Gamma\Delta)}{\ell}$ ή $R_{\Gamma\Delta}=R\dfrac{\frac{\ell}{2}}{\ell}$ ή

$R_{\Gamma\Delta}=2\Omega$

$I=\dfrac{E}{R_{\Gamma\Delta}+r}$ ή $I=12A$

$F_L=BI\,(\Gamma\Delta)$ ή $F_L=BI\dfrac{\ell}{2}$ ή $F_L=6N$

Ως προς το σημείο Α έχουμε:

$\tau_{F_L}=F_L\cdot\dfrac{7\ell}{12}$ ή $\tau_{F_L}=3,5Nm$

$|\tau_W|=W\dfrac{\ell}{2}$ ή $\tau_W=3,5Nm$

Είναι: $\tau_{F_L}=\tau_W$. Άρα το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκους ($F_{\varepsilon\lambda}=0$).

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι: $d_{min}=\dfrac{\lambda}{4}$ ή $\lambda=16cm$

$\ell=4\dfrac{\lambda}{2}+\dfrac{\lambda}{4}$ ή $\ell=\dfrac{9\lambda}{4}$ ή $\ell=36cm$

Γ2. Ισχύει: $d^2_{max}=(2A)^2+d^2_{min}$ ή

$2A=\sqrt{d^2_{max}-d^2_{min}}=3cm$ ή $A=1,5cm$

$\upsilon=\lambda f$ ή $f=\dfrac{\upsilon}{\lambda}=2,5Hz$ και $T=\dfrac{1}{f}=0,4\sec$

$\omega=2\pi f=5\pi\,rad/sec$

Γ3. Το μέσο Μ της χορδής βρίσκεται στη θέση

$x_M=\dfrac{\ell}{2}=18cm$

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

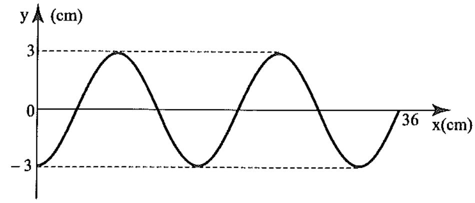
$y=2A\sigma\upsilon\nu\dfrac{2\pi}{\lambda}x\eta\mu\dfrac{2\pi}{T}t$ ή $y=3\sigma\upsilon\nu\dfrac{\pi}{8}x\eta\mu 5\pi t$

(x, y σε cm, t σε sec).

Άρα: $y_M=3\sigma\upsilon\nu\dfrac{9\pi}{4}\eta\mu 5\pi t$ ή

$y_M=1,5\sqrt{2}\eta\mu\,5\pi t$ (x, y σε cm, t σε sec).

Γ4. Είναι $t_1=\dfrac{3T}{4}=0,3\sec$. Τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο Β βρίσκεται στη μέγιστη αρνητική του απομάκρυνση και το στιγμιότυπο του κύματος έχει τη μορφή του παρακάτω σχήματος.

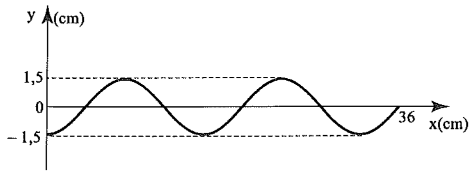


Τη χρονική στιγμή t_2, έχουμε:

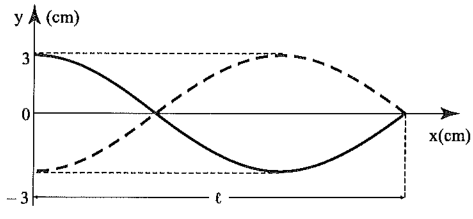
$$y = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{8}x\eta\mu\frac{11\pi}{6} \quad \acute{\eta} \quad y_M = -1,5\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{8}x$$

(x, y σε cm), $0 \le x \le 36\text{cm}$

Η τελευταία σχέση παριστάνεται γραφικά ως εξής:



Γ5. Η μορφή του στάσιμου κύματος μετά την αλλαγή της συχνότητας, έχει τη μορφή του παρακάτω σχήματος.



Έχουμε:

$$\ell = \frac{3\lambda'}{4} \quad \acute{\eta} \quad \lambda' = \frac{4\cdot 36}{3}\text{cm} = 48\text{cm}$$

$$\upsilon = \lambda' f' \quad \acute{\eta}$$

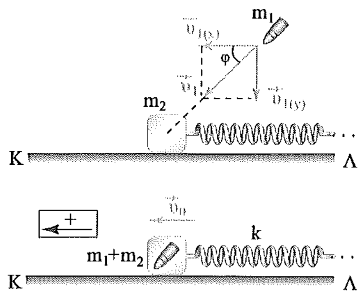
$$f' = \frac{\upsilon}{\lambda'} = \frac{40}{48}\text{Hz} = \frac{5}{6}\text{Hz}$$

Το ζητούμενο ποσοστό ισούται με:

$$\pi\% = \frac{f'-f}{f}100\% = \left(\frac{f'}{f}-1\right)100\% = -\frac{200}{3}\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την κρούση στον άξονα x:

$$m_1\upsilon_{1(x)} = (m_1+m_2)\upsilon_0 \quad \acute{\eta}$$

$$m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi = (m_1+m_2)\upsilon_0 \quad \upsilon_1 = 40\text{m/sec}$$

Δ2. Το συσσωμάτωμα εκτελεί α.α.τ. με γωνιακή συχνότητα $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_1+m_2}} = 10\text{rad/sec}$

και πλάτος $A = \dfrac{\upsilon_0}{\omega} = 0,2\text{m}$

Η χρονική εξίσωση της κινητικής του ενέργειας είναι:

$$K = E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t) \quad \acute{\eta} \quad K = \frac{1}{2}kA^2\sigma\upsilon\nu^2(\omega t) \quad \acute{\eta}$$

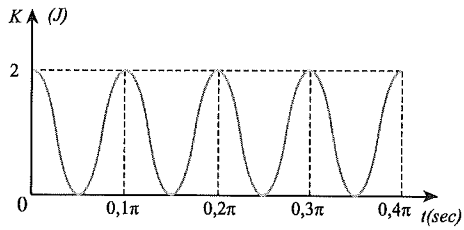
$$K = 2\sigma\upsilon\nu^2(10t) \quad (\text{S.I.})$$

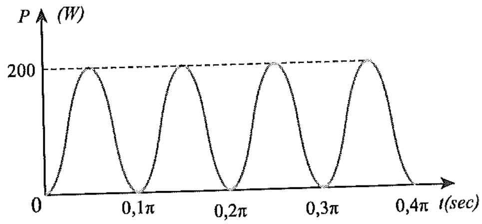
Η στιγμιαία ισχύς που καταναλώνει η ράβδος είναι:

$$P = \upsilon\cdot i \quad \acute{\eta} \quad P = V\cdot I\eta\mu^2(\omega t) \quad \acute{\eta}$$

$$P = \frac{V^2}{R}\eta\mu^2(\omega t) \quad \acute{\eta} \quad P = 200\eta\mu^2(10t) \quad (\text{S.I.})$$

Οι παραπάνω εξισώσεις παριστάνονται γραφικά ως εξής:

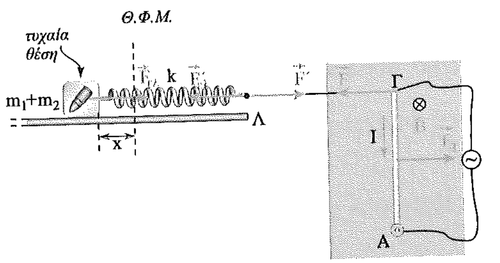




Δ3. Σε τυχαία θέση της κίνησής του, το συσσωμάτωμα δέχεται δύναμη ελατηρίου που έχει αλγεβρική τιμή:

$F_{\varepsilon\lambda} = -kx$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = -kA\eta\mu\omega t$ ή

$F_{\varepsilon\lambda} = -20\eta\mu 10t$ (S.I.)



Είναι:

$F'_{\varepsilon\lambda} = -F_{\varepsilon\lambda}$, $F' = -F'_{\varepsilon\lambda}$, $F = -F'$

Άρα:

$F = -F_{\varepsilon\lambda}$ ή $F = 20\eta\mu 10t$ (S.I.) (1)

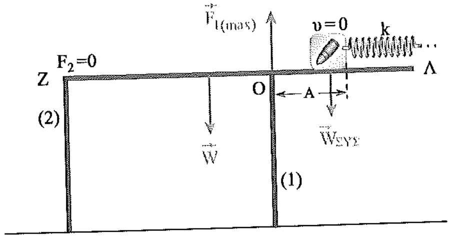
$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $F\ell - F_L \dfrac{\ell}{2} = 0$ ή $F_L = 2F$ ή

$Bi\ell = 2F$ ή $B\dfrac{\upsilon}{R}\ell = 2F$ ή

$B = \dfrac{2FR}{\upsilon\ell} \xrightarrow{(1)} B = \dfrac{2 \cdot 20\eta\mu 10t \cdot 0,5}{10\eta\mu 10t}$ (S.I.) ή

$B = 2T$

Δ4.



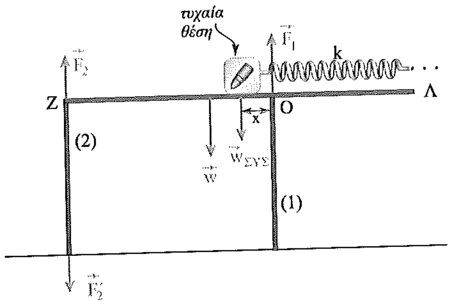
Στην οριακή κατάσταση ισορροπίας της δοκού, το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην δεξιά ακραία του θέση. Στη θέση αυτή για το δοκό, ισχύει:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $W \cdot \left(\dfrac{d}{2} - \dfrac{d}{3}\right) = W_{\Sigma Y\Sigma} \cdot A$ ή

$Mg\dfrac{d}{6} = (m_1 + m_2)gA$ ή

$d = \dfrac{6(m_1 + m_2)A}{M}$ ή $d = 3m$

Δ5.



Στην τυχαία θέση του σχήματος, για τη δοκό ισχύει:

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή

$W\dfrac{d}{6} + W_{\Sigma Y\Sigma} \cdot x = F_2 \dfrac{2d}{3}$ ή

$F_2 = 1 + 5x$ (S.I.) (2) ή

$F_2 = 1 + \eta\mu 10t$ (S.I.)

Όταν έχουμε $K = 3U$ είναι:

$E - U = 3U$ ή $E = 4U$ ή $\dfrac{1}{2}kA^2 - 4\dfrac{1}{2}kx^2$ ή

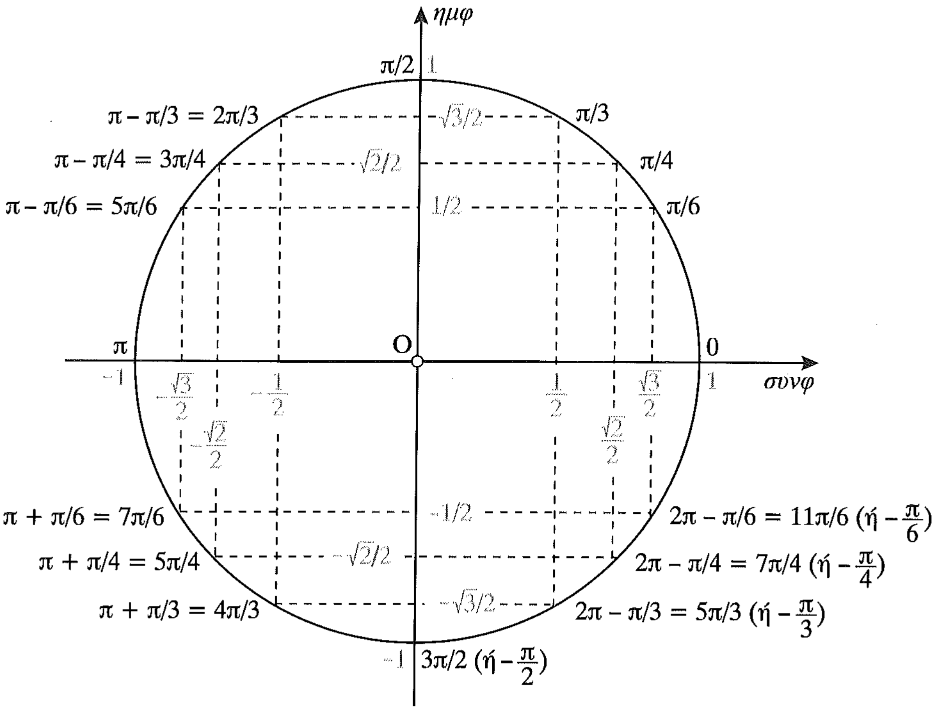
για πρώτη φορά:

$x = +\dfrac{A}{2}$ ή $x = +0,1m$.

Από την εξίσωση (2): $F_2 = 1,5N$.

Το αβαρές υποστήριγμα (2) ασκεί στο δάπεδο δύναμη ίσου μέτρου.

Άρα: $F'_2 = F_2 = 1,5N$



θ	0^0	30^0	37^0	45^0	53^0	60^0	90^0
ημθ	0	1/2	3/5	$\sqrt{2}/2$	4/5	$\sqrt{3}/2$	1
συνθ	1	$\sqrt{3}/2$	4/5	$\sqrt{2}/2$	3/5	1/2	0
εφθ	0	$\sqrt{3}/3$	3/4	1	4/3	$\sqrt{3}$	–